

InGaAs-Mikro- und Nanoröhrchen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Stefan Mendach
aus Hamburg

Hamburg
2005

Gutachter der Dissertation:

Prof. Dr. W. Hansen
Prof. Dr. U. Merkt
Prof. Dr. R. Blick

Gutachter der Disputation:

Prof. Dr. W. Hansen
Prof. Dr. D. Heitmann

Datum der Disputation:

24. Juni 2005

Vorsitzender des Prüfungsausschusses:

Prof. Dr. H.P. Oepen

Vorsitzender des Promotionsausschusses:

Prof. Dr. G. Huber

Dekan des Fachbereichs Physik:

Prof. Dr. G. Huber

Abstract

In this thesis self-rolling strained InGaAlAs-heterostructures are employed for the fabrication and investigation of evenly curved two dimensional electron systems. Based on works by Prinz et al., who first demonstrated the fabrication of selfrolling semiconductor layers with tuneable radii in the nanometer regime, lithographic methods are developed to also tune the shape and location of the forming 3D-objects. Using in addition especially designed rolled-in metal contacts and heterostructures for the generation of two-dimensional electron systems in the tube walls these lithographic methods allow novel magnetotransport investigations on rolled-up two-dimensional electron systems. The development of rollable hall-bars in these structures furthermore enables measurements with current direction along the circumference or along the tube axis, i.e. along or perpendicular to the evolving sinusoidal modulation of the perpendicular magnetic field component. The bending radius of these structures lies in the regime of some microns. The optimization of the electron systems leads to a maximum mobility of $125000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Measurements on hall-bars with direction along the curvature can be explained by FEM-calculations for small magnetic fields and by reflected edge channels in the framework of Landauer Büttiker formalism for higher magnetic fields. The modulation phase dependent behaviour of Shubnikov-de Haas oscillations are attributed to the dispersion of the Landau-levels in the bulk material.

First measurements of the Hall-resistance in hall-bars along the tube axis exhibit signatures which might indicate the existence of high mobility channels along the zero-crossing of the magnetic field modulation, so-called snake orbits.

The application of the methods developed in this work are not restricted to the fabrication of evenly curved two-dimensional electron systems. In addition, lithographically defined metal-semiconductor scrolls with sub-micron radius are realized for the first time. These systems are promising candidates for the fabrication of novel nanoelectromechanical systems. Furthermore, light emitting quantum dots are integrated into InGaAs-tubewalls in preparatory experiments concerning the fabrication of optical ring resonators.

Inhaltsangabe

In der vorliegenden Arbeit werden selbstaufrollende verspannte InGaAlAs-Halbleiterschichten zur Herstellung und Untersuchung von gleichmäßig gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystemen genutzt. Auf Grundlage der Arbeiten von Prinz und Mitarbeitern, die 1998 erstmals die Präparation von selbstaufrollenden Halbleiterschichten mit abstimmbaren Radien im Nanometerbereich demonstrierten, werden zunächst lithographische Methoden entwickelt, um auch die Form und den Ort der entstehenden 3D-Objekte auf dem Substrat definieren zu können. Diese Methoden ermöglichen, zusammen mit ebenfalls hier entwickelten einrollbaren Metallkontakten und speziellen Heterostrukturen zur Erzeugung von zweidimensionalen Elektronensystemen in den Röhrenwänden, erstmals Magnetotransportmessungen an aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystemen (A2DES). Die Entwicklung von aufrollbaren Hallstreifen ermöglicht weiterhin die Messung mit Stromrichtung längs oder quer zur Röhrenkrümmung, d.h. längs oder quer zur sinusförmigen Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponenten. Der Biegeradius dieser Systeme beträgt einige Mikrometer, ihre Beweglichkeit kann auf Werte bis zu $125000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ optimiert werden.

Magnetotransportmessungen an Hallstreifen entlang der Krümmung werden für kleine Magnetfelder mit Hilfe von FEM-Rechnungen und für große Magnetfelder durch abknickende Randkanäle im Rahmen des Landauer Büttiker Formalismus erklärt. Das modulationsphasenabhängige Verhalten von Shubnikov-de Haas Oszillationen in den Messungen kann durch die Dispersion der Landauniveaus im Probeninneren qualitativ verstanden werden.

Erste Hallmessungen an Hallstreifen entlang der Röhrenachse zeigen Signaturen, die als mögliche Hinweise auf hochbewegliche Zustände an den Nullstellen der Magnetfeldmodulation, sogenannte Snake Orbits, gedeutet werden können.

Die Anwendung der hier entwickelten Methoden beschränkt sich nicht nur auf die Herstellung von A2DES. Als viel versprechende Kandidaten zur Herstellung von neuartigen nanoelektromechanischen Bauteilen werden des Weiteren erstmals Metall-Halbleiter-Hybridsysteme mit Biegeradien im Nanometerbereich realisiert. In ersten Vorabexperimenten zu optischen Ringresonatoren aus InGaAs-Mikroröhren können außerdem emittierende Quantenpunkte in die Röhrenwände integriert werden.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	i
Inhaltsangabe	ii
1 Einleitung	1
2 Aufrollprozess	3
2.1 Grundprinzip nach Prinz	3
2.2 Verspannungstheoretische Modelle	4
2.2.1 Modell nach Tsui und Clyne	5
2.2.2 Modell nach Grundmann	6
2.3 Biegeradien im InGaAs/GaAs System	10
2.3.1 Gitterstruktur und bevorzugte Aufrollrichtungen	10
2.3.2 Plastische Relaxationsmechanismen	12
2.3.3 Experimentelle Werte und Theorie	15
2.4 Hybride Systeme	18
3 Definition von Form und Ort	22
3.1 2-Schritt Lithographie	22
3.1.1 Reine Halbleitersysteme	23
3.1.2 Metall-Halbleiter-Hybride Invertierte 2-Schritt Lithographie	28
3.2 Erweiterungen der 2-Schritt Lithographie	29
3.2.1 Geschlossene Mikroröhrchen	29
3.2.2 Mikroröhrchen mit dickenmodulierten Wänden	33
3.3 Strukturierung mit fokussierten Ionenstrahlen	35
4 Aufgerollte zweidimensionale Elektronensysteme (A2DES)	37
4.1 Präparation	38
4.1.1 Design der Heterostruktur zur Erzeugung von A2DES	38
4.1.2 Standardcharakterisierung der A2DES	42
4.1.3 Vier-Punkt Geometrie: Definition und Kontaktierung	45
4.1.4 Hallgeometrie: Definition und Kontaktierung	47
4.2 Theoretische Beschreibung	50
4.2.1 Energiespektrum	51

4.2.2	Randkanalbild und Landauer Büttiker Formalismus für A2DES	53
4.2.3	Shubnikov-de Haas Oszillationen in A2DES	59
4.2.4	Magnetische Barrieren	62
4.2.5	Strompfade an den Nullstellen der Modulation - Snake Orbits	66
4.2.6	Zeeman Aufspaltung in A2DES - Spinstreifen	68
4.3	Messungen	71
4.3.1	Messungen in einfacher Vierpunktgeometrie - Nachweis von A2DES	71
4.3.2	Hallstreifen entlang der Krümmung - Magnetische Barrieren und abknickende Randkanäle	74
4.3.3	Hallstreifen entlang der Röhrenachse - Erste Messungen	83
5	Zusammenfassung und Ausblick	88
	Anhang	91
	Eigene Veröffentlichungen	103

Kapitel 1

Einleitung

Für die Miniaturisierung moderner Halbleiterbauelemente sind schon seit Jahren die Grenzen konventioneller lithographischer Methoden abzusehen, und neue Ansätze sind gefragt. Nach einem dieser Ansätze versucht man, nicht wie bisher makroskopisch große Bauteile durch Strukturierung auf die Nanometerskala zu verkleinern, sondern unter Ausnutzung von Selbstorganisationsmechanismen analog zur Natur aus einzelnen Atomen bzw. Molekülen winzigste Bauteile zusammensetzen. Ein berühmtes Beispiel für einen solchen Selbstorganisationsmechanismus ist die Verspannungsrelaxation durch Bildung von wenigen Nanometer großen dreidimensionalen Wachstumsinseln beim epitaktischen Wachstum von Halbleitern im Stranski-Krastanov-Wachstumsmodus. Diese gemeinhin als selbstorganisiert gewachsene Quantenpunkte bezeichneten Wachstumsinseln sind Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Projekte. In der vorliegenden Arbeit wird nun ein erst seit kürzerem bekanntes Beispiel für Selbstorganisation durch Verspannungsrelaxation untersucht, nämlich das eigenständige Aufrollen von verspannten Halbleiterheterostrukturen zu Mikro- und Nanoröhrchen. Diese von Prinz und Mitarbeitern 1998 erstmals präsentierten Strukturen [Pri98, Pri00] bieten die hervorragende Möglichkeit, Quantensysteme, die üblicherweise nur in planarer Form realisierbar sind, in die Zylindergeometrie zu überführen.

Insbesondere bezüglich der räumlichen Modulation zweidimensionaler Elektronensysteme zur Erzeugung einer Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente in Magnetotransportmessungen stellen aufgerollte Strukturen ein herausragendes System dar. In allen bisherigen experimentellen Ansätzen zur Erzeugung einer Magnetfeldmodulation, beispielsweise durch Überwachsen von strukturierten Substraten [Lea95] oder mit Hilfe von strukturierten Supraleitern oder Ferromagneten auf der Oberfläche von Heterostrukturen [Car95, Ye95], treten nämlich immer auch zusätzliche unerwünschten Modulationen der Verspannung oder der Oberflächenpotenziale auf. Aufgerollte Systeme sind dagegen frei von solchen zusätzlichen Modulationen, so dass neue Signaturen hier zweifelsfrei der Magnetfeldmodulation zugewiesen und mit theoretischen Vorhersagen [Mü92, Ibr97, Rei00, Kle03] verglichen werden können. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der erstmaligen Herstellung und Untersuchung solcher aufgerollter zweidimensionaler Elektronensysteme

in InGaAlAs-Mikroröhrchen [Men04a, Men04b, Men05b]. Darüber hinaus werden aber auch Metall-Halbleiter-Hybridsysteme realisiert [Sch05], die vielversprechende Kandidaten, z.B. zur Herstellung von nanoelektromechanischen Bauteilen, sind. Im Ausblick findet sich außerdem eine kurze Diskussion der hier durchgeführten Vorabexperimente zu optischen Ringresonatoren aus aufgerollten Halbleiterschichten [Men05a].

Grundvoraussetzung für alle diese Anwendungen ist zunächst aber die Möglichkeit, neben dem Biegeradius auch alle anderen strukturellen Parameter der sich formenden 3D-Objekte, z.B. zur Integration in Kontaktgeometrien, bestimmen zu können. Im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methoden, die dieses für InGaAlAs-Halbleitersysteme und entsprechende Metall-Halbleiter-Hybridsysteme leisten, werden ausführlich in Kapitel 3 erklärt. Zuvor wird in Kapitel 2 jedoch der Aufrollprozess nach Prinz anhand zweier kontinuumsmechanischer Modelle im Vergleich mit hier erzielten Messdaten für Biegeradien von solchen Strukturen erläutert. Kapitel 4 behandelt schließlich aufgerollte zweidimensionale Elektronensysteme in InGaAs-Mikroröhrchen. Nach der ausführlichen Beschreibung der Präparation mit besonderem Augenmerk auf dem Design der Heterostrukturen zur Erzeugung von 2DES in den Röhrchenwänden folgen in diesem Kapitel ein Theorieteil und schließlich erste Magnetotransportmessungen an aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystemen, jeweils mit einer entsprechenden Diskussion. Im abschließenden Kapitel 5 werden die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit noch einmal zusammengefasst und mögliche zukünftige Experimente vorgeschlagen.

Kapitel 2

Aufrollprozess

Der Abbau von Verspannung in Mehrschichtsystemen geschieht zum einen durch lokale plastische Verformungen, wie z.B. durch Versetzungsbildung in Kristallen. Zum anderen gibt es aber auch den meist unerwünschten Effekt, dass Schichten ihre Verspannungsenergie minimieren, indem sie sich im Ganzen aufbiegen. Dieses kann z.B. bei Trocknungsprozessen von Lacken oder bei der Deposition von mehreren Metallschichten mit unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten zum Ablösen von der Unterlage führen. Ein prominentes Beispiel, das die Verspannungsrelaxation durch Aufbiegen ausnutzt, sind Bimetalle in Überhitzungsschaltern. Dieses Beispiel illustriert, dass es sich bei dem hier vorliegenden Relaxationsmechanismus um einen elastischen und damit reversiblen Prozess handelt.

Bei der Herstellung von einkristallinen Halbleiterheterostrukturen, z.B. mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE), treten, verursacht durch die Deposition von Halbleitermaterialien, deren Gitterkonstante sich um wenige Prozent von der Substratgitterkonstanten unterscheiden, üblicherweise Biegeradien von einigen Metern auf [Gar00].

2.1 Grundprinzip nach Prinz

1998 zeigten Prinz und Mitarbeiter erstmals, dass es mit Hilfe eines lift-off Prozesses möglich ist, sehr dünne hoch verspannte Halbleiterdoppelschichten vom Substrat abzulösen. Diese dünnen Schichten rollen sich mit Biegeradien zwischen wenigen zehn Nanometern und einigen hundert Mikrometern zu winzigen Röhrchen auf. Abbildung 1 zeigt das zugrunde liegende Prinzip: Auf das Substrat (S) mit der Gitterkonstanten a_1 wird eine sogenannte Opferschicht (OS) mit der gleichen Gitterkonstanten aufgebracht. Diese kann später durch einen geeigneten Ätzschritt hoch selektiv entfernt werden. Da die natürliche Gitterkonstante a_2 der folgenden in Abb. 1 mit VS gekennzeichneten Schicht etwas größer ist als a_1 , wächst diese pseudomorph verspannt auf. Die letzte Schicht (TS) besteht schließlich wieder aus einem Material mit der Substratgitterkonstanten a_1 .

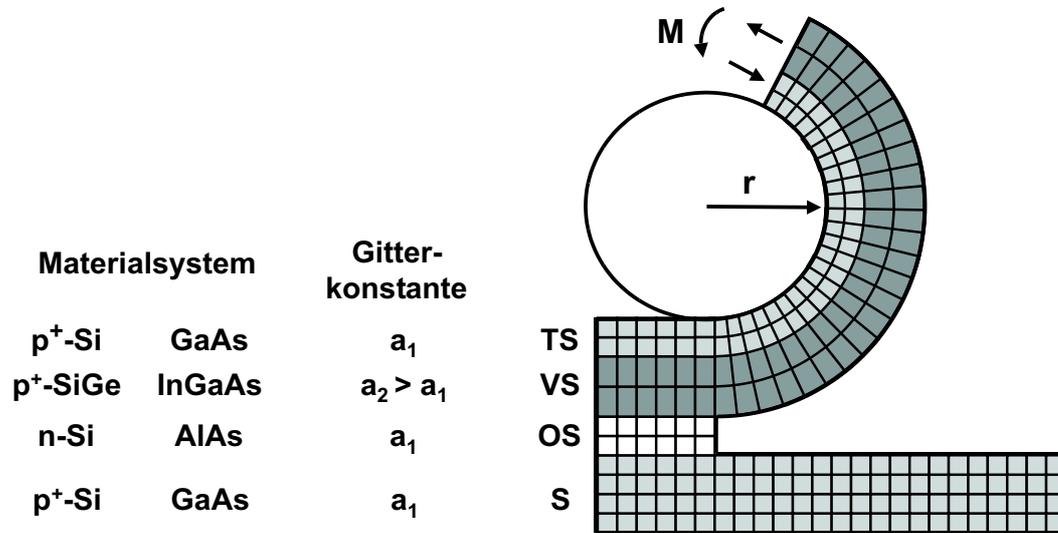


Abb. 1: Grundprinzip nach Prinz: Doppelschichten aus pseudomorph verspannter Schicht (VS) und Top Schicht (TS) biegen sich nach dem Ablösen vom Substrat (S) durch Entfernen der Opferschicht (OS) mit einem definierten Radius r auf. Dieser hängt von den Unterschieden der materialspezifischen Gitterkonstanten a_1 und a_2 , den Schichtdicken und den elastischen Materialkonstanten ab. Auf der linken Seite sind die entsprechenden Schichtzusammensetzungen für das InGaAs- und das SiGe-System gezeigt.

Die rechte Seite von Abb. 1 zeigt, was nach dem selektiven Entfernen der Opferschicht passiert: Die vom Substrat gelöste Doppelschicht aus pseudomorph verspannter Schicht (VS) und unverspannter Top Schicht (TS) minimiert ihre Verspannungsenergie durch Aufbiegen mit einem definierten Radius r . Determiniert wird der Radius durch die Schichtdicken, die elastischen Eigenschaften und den Unterschied der materialspezifischen Gitterkonstanten von verspannter Schicht und Top Schicht. Prinz und Mitarbeiter demonstrierten dieses 1998 für das Silizium/Germanium System [Pri98] und zwei Jahre später auch für das Indiumarsenid/Galliumarsenid System [Pri00].

2.2 Verspannungstheoretische Modelle

Für die theoretische Beschreibung des oben gezeigten Aufrollprozesses werden im folgenden zwei Modelle kurz vorgestellt. Tsui und Clyne entwickelten aus der Betrachtung der auftretenden Spannungen eine Formel für den Biegeradius in Abhängigkeit von den Schichtdicken und Materialparametern. Das Modell von Grundmann basiert auf der Minimierung der Verspannungsenergie nach dem Aufrollen. Für isotrope Kristalle führen beide Modelle bis auf einen von der Poissonzahl abhängigen Faktor zum gleichen Ergebnis. Die exakte Behandlung von anisotropen Strukturen, wie z.B. der

Zinkblendestruktur, ist nur mit Grundmanns Ansatz möglich.

2.2.1 Modell nach Tsui und Clyne

Das Modell von Tsui und Clyne [Tsu97] wurde ursprünglich für metallische Schichtsysteme entwickelt, die beim Abkühlen nach dem Depositionsprozess aufgrund unterschiedlicher thermischer Ausdehnungskoeffizienten Verspannung aufbauen. Auf der rechten Seite von Abb. 2 sind die auftretenden Spannungen für eine nicht aufgerollte Doppelschicht illustriert.

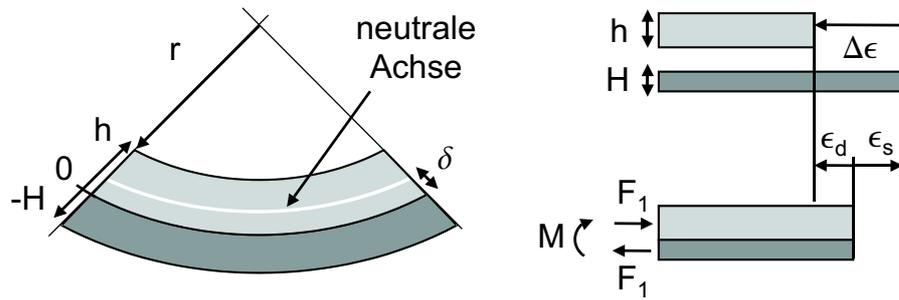


Abb. 2: Rechts: Im gezeigten Doppelschichtsystem resultiert aus der Dehnung ϵ_d und der Stauchung ϵ_s der Einzelschichten das Drehmoment M . Links: Entlang der neutralen Achse wird das Material durch Aufbiegen weder gestaucht noch gedehnt. Ihre Lage δ hängt von den Schichtdicken H und h sowie von den Elastizitätskonstanten der Schichten ab und ist unabhängig vom Biegeradius r .

Im Vergleich zum relaxierten Zustand wird in diesem Beispiel die deponierte Schicht gedehnt (ϵ_d) und die Substratschicht gestaucht (ϵ_s). Im Gleichgewicht herrschen dann zwei gleich große entgegengesetzt orientierte Kräfte mit dem Betrag F_1 , die das Drehmoment M erzeugen. Aus dem verallgemeinerten Hookeschen Gesetz folgt

$$F_1 = \epsilon_d \cdot b \cdot h \cdot E_d = -\epsilon_s \cdot b \cdot H \cdot E_s \quad (2.1)$$

mit

ϵ_d, ϵ_s : relative Längenänderung von deponierter bzw. Substratschicht,

H : Dicke der Substratschicht,

h : Dicke der deponierten Schicht,

E_d, E_s : Young'sche Moduli von deponierter bzw. Substratschicht,

b : Ausdehnung des Systems senkrecht zur Papierebene.

Fasst man ϵ_d und ϵ_s zu $\Delta\epsilon = \epsilon_d - \epsilon_s$ zusammen, so erhält man

$$F_1 = \Delta\epsilon \cdot \frac{bHE_s hE_d}{HE_s + hE_d}. \quad (2.2)$$

Damit ergibt sich für das Drehmoment

$$M = F_1 \cdot \frac{H + h}{2} = \Delta\epsilon \cdot \frac{bHE_s hE_d (H + h)}{2HE_s + 2hE_d}. \quad (2.3)$$

Um aus dem Drehmoment den resultierenden Biegeradius zu erhalten, benötigt man noch die Beugungssteifigkeit Σ der Doppelschicht. Sie errechnet sich aus dem Produkt von Breite der Struktur, Elastizitätsmodul und dem Quadrat des Abstandes zur sogenannten neutralen Achse integriert über die Gesamtdicke.

$$\Sigma = \int_{-H}^0 bE_s(z - \delta)^2 dz + \int_0^h bE_d(z - \delta)^2 dz \quad (2.4)$$

$$\Rightarrow \Sigma = bHE_s \left(\frac{H^2}{3} + H\delta + \delta^2 \right) + bhE_d \left(\frac{h^2}{3} - h\delta + \delta^2 \right) \quad (2.5)$$

Die linke Seite von Abb. 2 zeigt das entsprechende Schema der aufgebogenen Doppelschicht. Die radiale z -Achse mit Nulldurchgang am Materialübergang ist links eingezeichnet. Die weiße Linie kennzeichnet die neutrale Achse, entlang der das Material durch das Aufbiegen weder gedehnt noch gestaucht wird. Ihr Abstand δ vom Materialübergang hängt von den Schichtdicken und Young'schen Moduli ab [How94]:

$$\delta = \frac{E_d h^2 - E_s H^2}{2(E_d h + E_s H)} \quad (2.6)$$

Aus Gleichung 2.3, 2.5 und 2.6 lässt sich nun der Biegeradius berechnen:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{\Sigma} = \frac{6E_d E_s h H (h + H) \Delta \epsilon}{E_d^2 h^4 + 4E_d E_s h^3 H + 6E_d E_s h^2 H^2 + 4E_d E_s h H^3 + E_s^2 H^4} \quad (2.7)$$

Den Poissoneffekt, d.h. die Kopplung zwischen relativer Dicken- und Längenänderung im elastischen Bereich, berücksichtigen Tsui und Clyne durch die Einführung von effektiven Young'schen Moduli mit $E_{d,eff} = E_d / (1 - \nu_d)$ und $E_{s,eff} = E_s / (1 - \nu_s)$. Die Poissonzahl ν gibt dabei das materialspezifische Verhältnis aus relativen Dicken- und Längenänderung an. Unter der Annahme, dass ν für beide Materialien gleich ist, wird damit aus Gleichung 2.7

$$\frac{1}{r} = \frac{6(1 - \nu) E_d E_s h H (h + H) \Delta \epsilon}{E_d^2 h^4 + 4E_d E_s h^3 H + 6E_d E_s h^2 H^2 + 4E_d E_s h H^3 + E_s^2 H^4} \quad (2.8)$$

Um mit Hilfe dieser Gleichung die Radien von einkristallinen Halbleiterröhrchen zu berechnen, wird für $\Delta \epsilon$ die Gitterfehlpassung $(a_2 - a_1) / a_1$ eingesetzt. a_1 und a_2 sind die Gitterkonstanten der beteiligten Schichten.

2.2.2 Modell nach Grundmann

Grundmann betrachtet in seinem Ansatz die Minimierung der Verspannungsenergie durch den Aufrollprozess im Rahmen der kontinuumsmechanischen Elastizitätstheorie [Gru03]. Für kubische Kristalle ist die Verspannungsenergie pro Volumen eine Funktion der Elastizitätskoeffizienten C_{ik} und Dehnungen ϵ_{ik} mit folgender Form [Wei79]:

$$E_V = \frac{C_{11}}{2} (\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{yy}^2 + \epsilon_{zz}^2) + C_{12} (\epsilon_{yy}\epsilon_{zz} + \epsilon_{zz}\epsilon_{xx} + \epsilon_{xx}\epsilon_{yy}) + \frac{C_{44}}{2} (\epsilon_{yz}^2 + \epsilon_{zx}^2 + \epsilon_{xy}^2) \quad (2.9)$$

Abbildung 3 zeigt zwei kubische Gitterzellen vor dem Aufbiegen mit relaxierter Gitterkonstante a_0 und nach dem Aufbiegen mit den Gitterkonstanten a_r , a_y , a_t und den entsprechenden Dehnungen ϵ_r , ϵ_y und ϵ_t . R ist der Biegeradius der Struktur und r bezeichnet die Lage innerhalb der Schicht mit $r = 0$ an der Innenseite und $r = d$ an der Außenseite der Schicht.

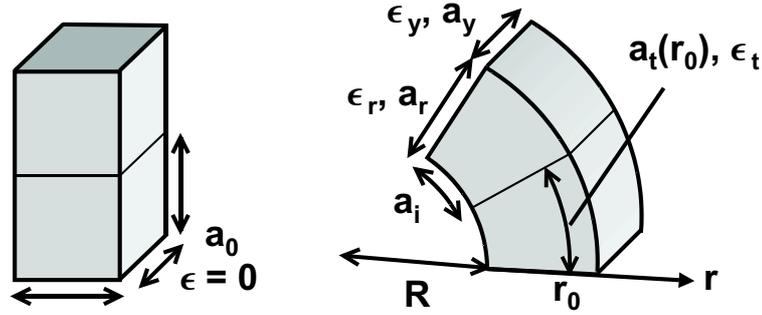


Abb. 3: links: zwei kubische Gitterzellen vor dem Aufbiegen mit relaxierter Gitterkonstante a_0 . rechts: dieselben Gitterzellen nach dem Aufbiegen mit Biegeradius R und Gitterkonstanten a_r , a_y und a_t . Die tangentielle Gitterkonstante a_t hängt nach Gl. 2.10 von der Lage innerhalb der Schicht ab. Die Dehnungen ϵ_r , ϵ_y und ϵ_t entsprechen den jeweiligen Gitterfehlpassungen bezüglich a_0 .

Die tangentielle Gitterkonstante a_t der aufgebogenen Schicht nimmt mit r linear zu:

$$a_t(r) = a_i \left(1 + \frac{r}{R} \right). \quad (2.10)$$

Für die tangentielle Dehnung ergibt sich damit:

$$\epsilon_t(r) = \frac{a_t - a_0}{a_0} = \frac{a_i + \frac{r}{R}a_i - a_0}{a_0}. \quad (2.11)$$

Je nach Kristallstruktur und Rollrichtung kann man die ϵ_{ik} aus Gl. 2.9 mit ϵ_t , ϵ_r und ϵ_y ausdrücken und erhält damit die Verspannungsenergie pro Volumen $E_V(a_i, r, R)$. Die von r unabhängige totale Verspannungsenergie pro Fläche einer Struktur bekommt man durch Integration von E_V über die Gesamtschichtdicke. Für ein Doppelschichtsystem mit Teilschichtdicken d_1 und d_2 bedeutet das:

$$E_{tot}(a_i, R) = \int_0^{d_1} E_{V\text{Schicht1}}(a_i, R, r) dr + \int_{d_1}^{d_1+d_2} E_{V\text{Schicht2}}(a_i, R, r) dr \quad (2.12)$$

Als Bedingung für den Gleichgewichtszustand nach dem Aufrollen setzt Grundmann die partiellen Ableitungen von E_{tot} nach der Gitterkonstanten a_i an der Innenseite der Struktur und nach dem Radius R gleich Null.

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial a_i} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial E_{tot}}{R} = 0 \quad (2.14)$$

Aus dem resultierenden Gleichungssystem lässt sich schließlich eine Formel für den Radius am Minimum der totalen Verspannungsenergie E_{tot} ableiten.

Isotropes Material

Als Beispiel betrachten wir wie Tsui und Clyne eine Doppelschicht aus isotropen Materialien mit identischer Poissonzahl ν , Schichtdicken H und h , Young'schen Moduli E_s und E_d sowie der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon = (a_2 - a_1)/a_1$. Die Verspannungsenergie pro Volumen ist dann:

$$E_V = \frac{E_x}{2(\nu^2 - 1)}(\epsilon_t^2 + \epsilon_y^2 + 2\nu\epsilon_t\epsilon_y) \quad (2.15)$$

mit $E_x = E_s$ für $0 < r \leq H$ und $E_x = E_d$ für $H < r \leq H + h$

Nach Integration entsprechend 2.12 liefert das Gleichungssystem 2.13/2.14:

$$\frac{1}{R} = \frac{6(1 + \nu)a_1a_2(a_2 - a_1)Hh(h + H)E_sE_d}{a_2^3H^4E_s^2 + \alpha E_sE_d + a_1^3h^4E_h^4} \quad (2.16)$$

$$\alpha = a_1a_2hH[-a_2H(2H + 3h) + a_1(6H^2 + 9hH + 4h^2)] \quad (2.17)$$

Entwickelt man nun $1/R$ linear in $\Delta\epsilon$ um $\Delta\epsilon = 0$, so bekommt man eine Formel für den Radius, die der Formel von Tsui und Clyne bis auf den Faktor $(1-\nu)/(1+\nu)$ entspricht:

$$\frac{1}{R} = \frac{6(1 + \nu)E_dE_ShH(h + H)\Delta\epsilon}{E_d^2h^4 + 4E_dE_Sh^3H + 6E_dE_Sh^2H^2 + 4E_dE_ShH^3 + E_S^2H^4} \quad (2.18)$$

Zinkblendestruktur

Im Gegensatz zum Modell von Tsui und Clyne kann man mit dem Modell von Grundmann auch anisotrope Kristallstrukturen, wie die Zinkblendestruktur des Indiumarsenid/Galliumarsenid-Systems, berechnen. Betrachtet man eine pseudomorph verspannte Schicht dieser Struktur mit (100)-Oberfläche, so erhält man für die totale Verspannungsenergie pro Volumen nach dem Aufbiegen:

$$E_V(\epsilon_t, \epsilon_y, \phi) = E_{100}(\epsilon_t, \epsilon_y) + (2C_{44} - C_{11} + C_{12})\left(\frac{\epsilon_t - \epsilon_y}{2}\right)^2 \sin^2 2\phi \quad (2.19)$$

Der Winkel ϕ kennzeichnet dabei die jeweilige Aufrollrichtung relativ zu den $\langle 100 \rangle$ -Richtungen. Entsprechend ist $E_{100}(\epsilon_t, \epsilon_y) = E_V(\epsilon_t, \epsilon_y, \phi = 0)$ die totale Verspannungsenergie pro Volumen für eine Schicht, die sich in eine $\langle 100 \rangle$ -Richtung aufrollt:

$$E_{100}(\epsilon_t, \epsilon_y) = \frac{C_{11} - C_{12}}{2C_{11}}\left(C_{12}(\epsilon_t + \epsilon_y)^2 + C_{11}(\epsilon_t^2 + \epsilon_y^2)\right) \quad (2.20)$$

Eine analytische Formel für den Biegeradius lässt sich hier nicht mehr angeben, vielmehr rechnet man 2.12 mit den gegebenen Parametern für verschiedene Radien und Werte für a_i durch und sucht den Radius am Minimum der totalen Verspannungsenergie numerisch.

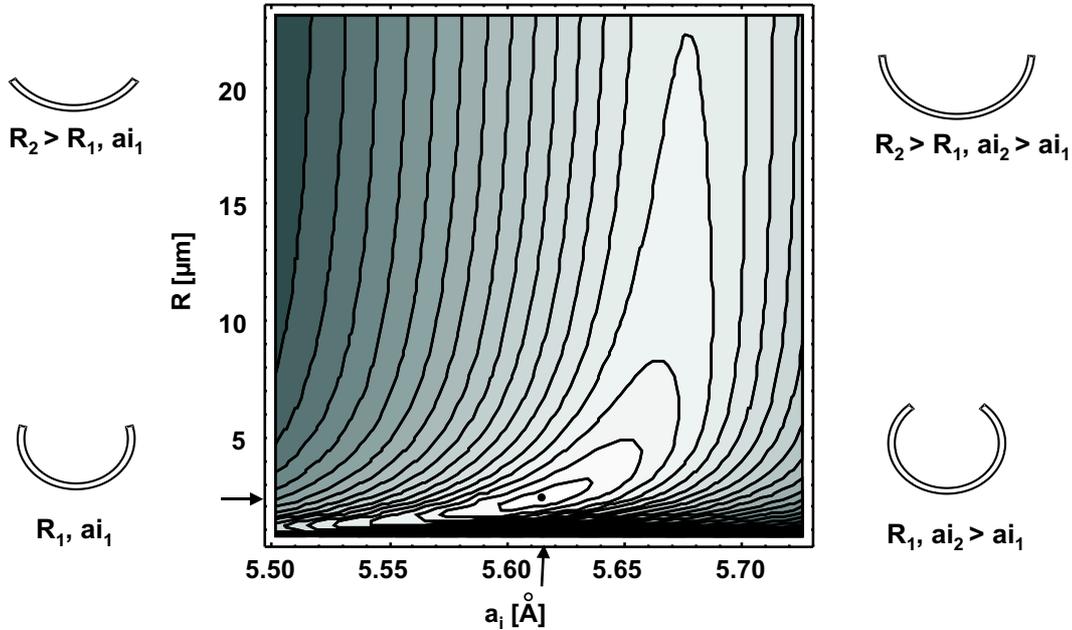


Abb. 4: Konturliniendiagramm der Verspannungsenergie am Beispiel einer Doppelschicht aus 30 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ und 30 nm GaAs aufgetragen gegen den Biegeradius R und die Gitterkonstante a_i auf der Innenseite der Doppelschicht. Die Variation von a_i entspricht der Variation des Umfangs der aufgebogenen Schicht. Die vier Schemata an den Ecken des Diagramms zeigen entsprechend, wie sich eine Schicht entlang der R -Achse und der a_i -Achse verändert. Die Pfeile kennzeichnen die Lage des Energieminimums bei $R = 2,31 \mu\text{m}$ und $a_i = 5,61 \text{\AA}$.

Zur Veranschaulichung zeigt Abb. 4 ein Konturliniendiagramm für die totale Verspannungsenergie einer aufgebogenen Schicht aufgetragen gegen R und a_i . Entlang der Biegeachse wird die Struktur als frei schwebend relaxiert betrachtet, d.h. ϵ_y entspricht einer verspannten Schicht, die vom Substrat gelöst ihre Verspannungsenergie minimiert, *ohne* sich aufzubiegen. Die vier schematischen Darstellungen an den Ecken des Diagramms deuten an, dass entlang der R -Achse der Radius und entlang der a_i -Achse der Umfang des entsprechenden Schichtsystems geändert wird. Die dunklen Grautöne entsprechen hohen Verspannungsenergien, der Punkt in der inneren weißen Region markiert das Minimum. Als Rechenbeispiel wurde eine Doppelschicht aus 30 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ und 30 nm GaAs, die sich in $\langle 100 \rangle$ -Richtung aufbiegt ($\Phi = 0$), gewählt. Die Pfeile zeigen auf die zum Minimum der totalen Verspannungsenergie gehörenden Werte $R = 2,31 \mu\text{m}$ und $a_i = 5,61 \text{\AA}$.

2.3 Biegeradien im InGaAs/GaAs System

In diesem Abschnitt wird der experimentelle Zusammenhang zwischen Biegeradius, Schichtdicke und Materialparametern für das Indiumarsenid/Galliumarsenid-System mit den in Abschnitt 2.2 beschriebenen Modellen verglichen. Zunächst folgen jedoch eine kurze Einführung der Gitterstruktur, insbesondere im Hinblick auf ihre Anisotropie, und eine Erläuterung der typischen Relaxationsmechanismen in diesem System. Die Anisotropie des Gitters ist wichtig, weil sie zu bevorzugten Aufrollrichtungen führt. Die alternativen Relaxationsmechanismen von Verspannungen müssen betrachtet werden, da sie unter Umständen in Konkurrenz zur Relaxation durch das Aufbiegen treten.

2.3.1 Gitterstruktur und bevorzugte Aufrollrichtungen

Zwischen den Elementen der dritten Hauptgruppe (Aluminium, Gallium, Indium) und der fünften Hauptgruppe (Arsen) bilden sich über die tetraedische sp^3 -Hybridisierung der Grundzustände kovalente Bindungen mit schwachem ionischen Anteil (InAs 36%, GaAs 31%). Diese Legierungen gehören zur Gruppe der III-V-Halbleiterverbindungen und kristallisieren in der Zinkblendestruktur. Die Zinkblendestruktur erhält man, wenn man ein fcc-Gitter mit einer Atomsorte mit einem zweiten fcc-Gitter der anderen Atomsorte, welches um $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ verschoben ist, überlagert. Die strukturellen Materialparameter sind in Tabelle 2.1 aufgelistet. Für ternäre Mischkristalle wurden die Gitterkonstanten (Vegard'sche Regel) und Elastizitätskoeffizienten linear gemittelt.

Material	Gitterkonstante [Å]	C_{11} [$10^{10}Nm^{-2}$]	C_{12} [$10^{10}Nm^{-2}$]	C_{44} [$10^{10}Nm^{-2}$]
GaAs	5.65	11.88	5.38	5.94
AlAs	5.66	12.02	5.70	5.89
InAs	6.06	8.34	4.45	3.95
$In_xGa_{1-x}As$	$5.65+0.41x$	$11.88-3.56x$	$5.38-0.8x$	$5.94-2.01x$
$Al_xGa_{1-x}As$	5.65	$11.88+0.14x$	$5.38+0.32x$	$5.94-0.05x$

Tabelle 2.1: Materialparameter bei $T = 300K$ [Lev99]

Wichtig im Zusammenhang mit dem Aufrollprozess von verspannten Doppelschichten dieses Systems ist die richtungsabhängige Betrachtung der Elastizität. Abbildung 5 rechts zeigt schematisch eine verspannte InAs/GaAs-Doppelschicht (Indiumdunkelgrau, Gallium-hellgrau, Arsen-schwarz), einmal in $\langle 110 \rangle$ -Richtung und einmal in $\langle 100 \rangle$ -Richtung betrachtet. Die $\langle 100 \rangle$ -Richtungen sind die härtesten Kristallrichtungen der Zinkblendestruktur. Einer Stauchung in die $\langle 100 \rangle$ -Richtungen stehen pro Atom vier kovalente Bindungen in einem Winkel von 54° entgegen. Im Vergleich dazu wirken z.B. in die weichen $\langle 110 \rangle$ -Richtungen, die gleichzeitig die

bevorzugten Spaltrichtungen des Kristalls sind, jeweils nur zwei kovalente Bindungen mit einem Winkel von 35° .

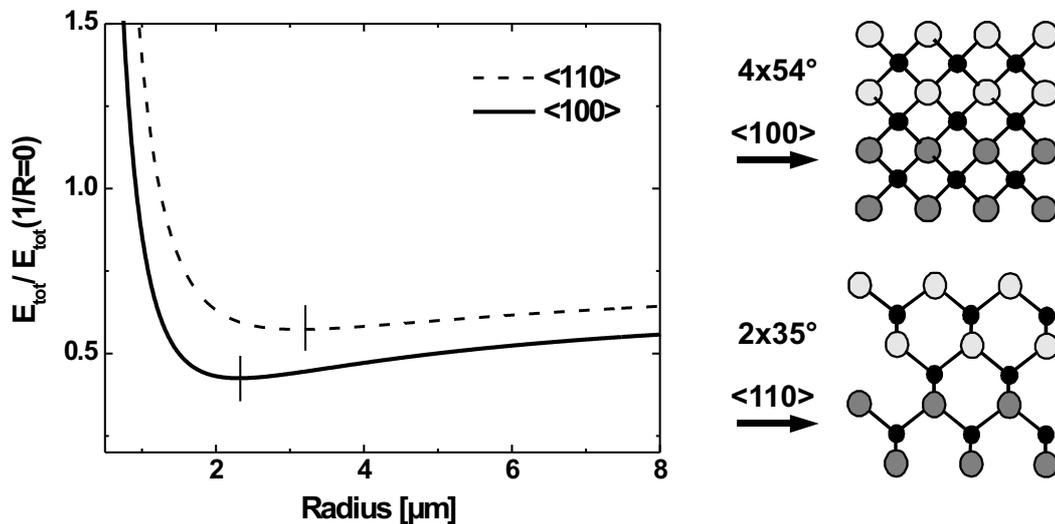


Abb. 5: Links: Berechnung der auf den ungekrümmten Zustand normierten Verspannungsenergie in Abhängigkeit vom Biegeradius nach dem Modell von Grundmann. In $\langle 110 \rangle$ -Richtung wird durch das Aufbiegen weniger Verspannungsenergie abgebaut als in $\langle 100 \rangle$ -Richtung. Aufbiegen in $\langle 100 \rangle$ -Richtung führt außerdem zu kleineren Biegeradien. Als Beispiel wurde eine Doppelschicht aus 30 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ und 30 nm GaAs berechnet, wie sie auch für die Herstellung der Spulen in Abb. 6 verwendet wurde. Rechts: Verspannte InAs/GaAs Doppelschicht in $\langle 100 \rangle$ - und $\langle 110 \rangle$ -Richtung betrachtet. Aufgrund der Orientierung der kovalenten Bindungen ist die $\langle 100 \rangle$ -Richtung die härteste Kristallrichtung. Entsprechend kann durch Relaxation in diese Richtung die meiste Verspannungsenergie abgebaut werden.

Für eine in der (100)-Ebene gleichmäßig pseudomorph verspannte Schicht bedeutet das, dass sie durch Relaxation entlang der $\langle 100 \rangle$ -Richtungen die meiste Verspannungsenergie abbauen kann. Aus diesem Grund relaxieren pseudomorph verspannte Doppelschichten nach dem epitaktischen lift-off stark bevorzugt durch Aufrollen entlang der $\langle 100 \rangle$ -Richtungen. Abbildung 5 links zeigt entsprechende Rechnungen nach dem Modell von Grundmann am Beispiel einer Doppelschicht aus 30 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ und 30 nm GaAs. Die durchgezogene Linie zeigt die auf den ungekrümmten Zustand normierte totale Verspannungsenergie nach Aufrollen in $\langle 100 \rangle$ -Richtung in Abhängigkeit vom Biegeradius. Die gestrichelte Linie gehört zu den $\langle 110 \rangle$ -Richtungen. Hier erkennt man neben der bereits diskutierten Tatsache, dass der Kristall in $\langle 100 \rangle$ -Richtung mehr Verspannungsenergie abbauen kann, auch, dass das Minimum der totalen Verspannungsenergie in dieser Richtung bei einem kleineren Radius liegt.

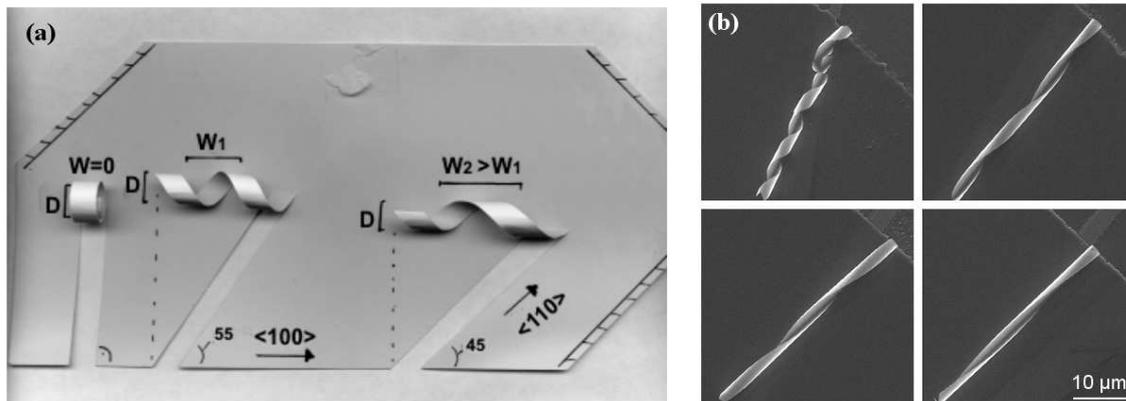


Abb. 6: (a) Schema: abhängig von der Orientierung der Mesa gegen die $\langle 100 \rangle$ -Rollrichtung erhält man Spulen mit verschiedenen Windungsabständen. (b) REM-Bilder: Spulen aus einer 30 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ / 30 nm GaAs-Doppelschicht mit $\alpha = 34, 14, 10$ und 5 Grad gegen die $[100]$ -Startkante orientiert mit Windungsabständen von 8, 25, 30 und $40 \mu\text{m}$ und einem Radius von $2.2 \mu\text{m}$.

Experimentell lässt sich die starke Anisotropie des Rollprozesses ausnutzen, um Strukturen wie in Abb. 6 zu realisieren. Mit Hilfe einer im Rahmen dieser Arbeit entwickelten lithographischen Methode, die in Kapitel 3 genau beschrieben wird, lassen sich verspannte Doppelschichten mit praktisch beliebigem Schnitt definiert in eine der vier $\langle 100 \rangle$ -Richtungen aufrollen. Präpariert man z.B. Streifen, die mit einem Winkel α gegen die $\langle 100 \rangle$ -Rollrichtung orientiert sind (Abb. 6(a)), so erhält man Spulen. Der Windungsabstand dieser Spulen lässt sich über die Variation von α genau einstellen (Abb. 6(b)). Der Biegeradius der in diesem Beispiel verwendeten Doppelschicht aus 30 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ und 30 nm GaAs liegt bei $2.2 \mu\text{m}$ und passt damit gut zu dem in Abb. 5 nach dem Modell von Grundmann ermittelten Wert von $2.3 \mu\text{m}$.

2.3.2 Plastische Relaxationsmechanismen

Im Folgenden werden kurz die plastischen Relaxationsmechanismen beim MBE-Wachstum von verspannten InGaAs-Schichten auf GaAs-Substraten erläutert. Im Regime sehr kleiner Verspannungsenergien ist das bereits ausführlich behandelte elastische Aufbiegen der einzige Relaxationsmechanismus. Ab einer gewissen Schwellenenergie treten aber auch plastische Verformungen auf.

Misfit-Versetzungen

Schon bei relativ geringen Verspannungsenergien beginnt der Kristall durch die Bildung von sogenannten Misfit-Versetzungen zu relaxieren. Übersteigt eine pseudo-

morph aufgewachsene Schicht eine kritische Dicke h_c , so wird die Grenzflächenenergie am Übergang zum Substrat so groß, dass es für das System energetisch günstiger ist, durch Ausbildung von Versetzungen die Verspannung in der Grenzschicht teilweise zu relaxieren. Abbildung 7 veranschaulicht den Abbau von pseudomorpher Verspannung durch eine reine Stufenversetzung an der Grenzfläche zwischen zwei verspannten Schichten. Die Misfit-Versetzungen in dem hier betrachteten System mit $[001]$ -Wachstumsrichtung verlaufen entlang der $\langle 110 \rangle$ -Richtungen jeweils in den Grenzflächen der verspannten Schichten. Da die Burgersvektoren dieser Versetzungen mit einem Winkel von 60° auf ihren Versetzungslinien stehen, handelt es sich um gemischte Versetzungen. Diese können zwar nicht so viel Verspannung abbauen wie reine Stufenversetzungen, bilden sich aber aus energetischen Gründen zuerst.

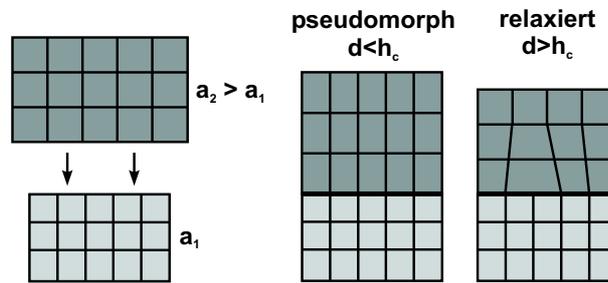


Abb. 7: Relaxation einer pseudomorph unter Druckspannung aufgewachsenen Schicht. Links sieht man die materialeigenen Gitterabstände von aufgewachsener Schicht und Substrat. Bis zur kritischen Dicke h_c wächst der Kristall pseudomorph. Ab h_c ist es energetisch günstiger, in der verspannten Grenzschicht Versetzungen auszubilden, die die Verspannung relaxieren.

Als Versetzungsquellen für Misfit-Versetzungen dienen zum einen Versetzungshalbringe, die von der Oberfläche in den Kristall gleiten und an der verspannten Grenzfläche Misfit-Segmente ausbilden. Zum anderen knicken aufsteigende Versetzungen aus dem Substrat in die verspannte Grenzfläche ab und bilden dort Misfit-Segmente aus. Für letzteren Fall haben Matthews und Blakeslee ein einfaches Kräftegleichgewicht betrachtet, um eine Formel für die kritische Schichtdicke h_c in Abhängigkeit von der Gitterfehlpassung zwischen Substrat und verspannter Schicht zu erhalten [Mat74].

$$h_c = \frac{b}{\Delta\epsilon} \frac{1}{4\pi(1+\nu)} \left(\ln\left(\frac{h_c}{b}\right) + 1 \right) \quad (2.21)$$

mit

b : Länge des Burgersvektors der aufsteigenden Versetzung

ν : Poissonzahl

$\Delta\epsilon$: Gitterfehlpassung

Experimentelle Literaturwerte für die kritische Schichtdicke [Mat74, Peo85, Edi95] liegen meist über den theoretischen Werten von Gl. 2.21. Allerdings muss man bedenken, dass sehr kleine Versetzungsdichten, wie sie nach Erreichen der kritischen Schichtdicke auftreten, von den in den oben genannten Quellen verwendeten experimentellen Methoden (Transmissionselektronenmikroskopie, Photolumineszenz, Röntgenbeugung) nicht erfasst werden. Eine Möglichkeit, sehr kleine Versetzungsdichten nachzuweisen, ist das nasschemische Anätzen von Versetzungen. Dies ermöglicht die Betrachtung und Auswertung von makroskopisch großen Bereichen im Lichtmikroskop. Abbildung 10 in Abschnitt 2.3.3 zeigt ein Versetzungsnetzwerk, das auf diese Art und Weise sichtbar gemacht wurde.

3D-Inselbildung

Halbleiterschichten mit einer sehr hohen Gitterfehlpassung wachsen im sogenannten Stranski-Krastanov-Modus. In diesem Wachstumsregime ist es ab einer gewissen Schichtdicke für das auftreffende Material energetisch günstiger, sich auf bereits vorhandenen Wachstumsinseln anzulagern anstatt die entsprechende Monolage durch Anlagerung zwischen den Inseln zu komplettieren. Deshalb gibt es nach wenigen Monolagen pseudomorphem Wachstum einen Übergang zur 3D-Inselbildung. Besonders interessant ist dieser Wachstumsmodus, weil die entstehenden Materialinseln aufgrund ihrer geringen Größe und der sehr scharfen Größenverteilung hervorragend zum Studium von nulldimensionalen Quanteneffekten genutzt werden können, was ihnen den Namen ‘selbstorganisierte Quantenpunkte’ eingebracht hat. In ersten Photolumineszenz-Experimenten zu optischen Ringresonatoren aus InGaAs-Mikroröhren wurden im Rahmen dieser Arbeit solche selbstorganisierten Quantenpunkte als Lichtquellen eingesetzt (siehe Anhang D). Abbildung 8 zeigt die kritischen Schichtdicken für die Relaxation durch Misfit-Versetzungen und durch 3D-Inselwachstum in Abhängigkeit von der Gitterfehlpassung in einem Diagramm. Auf der oberen Achse ist die Gitterfehlpassung in den Indiumanteil x einer $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ Schicht auf GaAs-Substrat umgerechnet. Die durchgezogene Linie stellt die kritische Schichtdicke h_c aus Gl. 2.21 dar. Bis zu einer Gitterfehlpassung von etwa 2% ($x = 0.28$) ist die Bildung von Misfit-Versetzungen der einzige Mechanismus zur plastischen Relaxation von Verspannungen, und Schichten mit Dicken unterhalb h_c wachsen pseudomorph mit einer Versetzungsdichte nahe Null. Für höhere Gitterfehlpassungen setzt die Relaxation durch 3D-Inselwachstum ein. Die Messpunkte in Abb. 8 sind aus RHEED (Reflection High Energy Electron Diffraction) gewonnene Werte für die kritische Schichtdicke des 3D-Inselwachstums [Hey01]. Sie liegen deutlich unterhalb der entsprechenden kritischen Schichtdicken für die Bildung von Misfit-Versetzungen. Für eine hohe Gitterfehlpassung setzt das 3D-Inselwachstum also zuerst ein und ist deshalb der dominierende Relaxationsprozess.

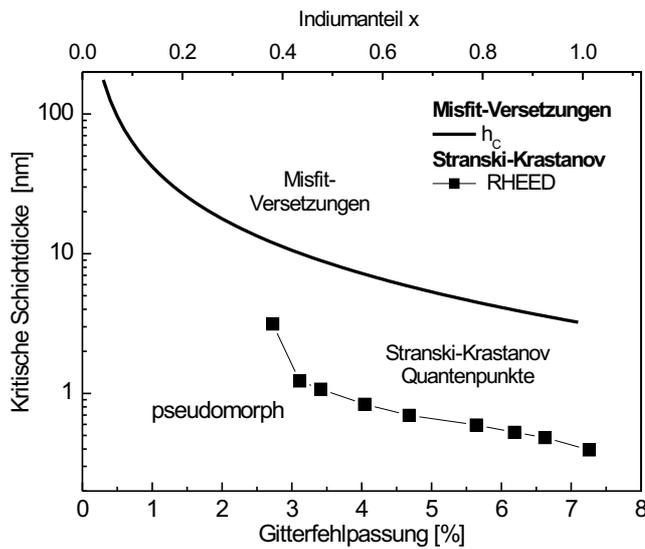


Abb. 8: Kritische Schichtdicke für Versetzungsbildung berechnet nach Matthews und Blakeslee (Linie) zusammen mit durch RHEED Messungen bestimmte kritische Schichtdicken für 3D-Inselwachstum (Quadrate, [Hey01]). Für Gitterfehlpasungen ab etwa 2% dominiert die Verspannungsrelaxation durch 3D-Wachstum.

Für das MBE-Wachstum von Heterostrukturen zur Herstellung von InGaAs/GaAs Mikro- und Nanoröhrchen bedeutet das, dass plastische Deformationen verhindert werden können, indem man für Gitterfehlpasungen bis etwa 2% unterhalb der kritischen Schichtdicke nach Matthews und Blakeslee bleibt und für höhere Gitterfehlpasungen die kritische Schichtdicke für 3D-Inselwachstum nicht überschreitet.

2.3.3 Experimentelle Werte und Theorie

Im Rahmen dieser Arbeit wurden nach dem Prinzip von Prinz verspannte InGaAlAs-Halbleiterheterostrukturen mit Biegeradien zwischen 500 nm und 60 μm hergestellt. Der prinzipielle Schichtaufbau ist in Abb. 1 (Abschnitt 2.1) zu finden. Die Biegeradien aller dieser Strukturen lagen zwischen mit Gl. 2.8 nach Tsui und Clyne berechneten Werten und Werten aus numerischen Berechnungen nach dem in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Modell von Grundmann.

Abbildung 9 zeigt exemplarisch zwei Serien von je vier Doppelschichten, bei denen die Dicke der indiumhaltigen Schicht gleich ist und die Dicke der indiumfreien Schicht variiert wurde, zusammen mit den Theoriekurven. Das einfache Modell von Tsui und Clyne für amorphe Festkörper liefert deutlich zu hohe Werte (a), während die Theoriekurven aus dem Modell von Grundmann (b), das alle Materialparameter und die Kristallstruktur vollständig berücksichtigt, unterhalb der Messwerte liegen. Eine mögliche Interpretation der Abweichung der Messwerte vom exakten Modell nach Grundmann ist das Auftreten von systematischen Fehlern.

Die Kalibrierung des Indiumanteils ist erfahrungsgemäß mit einem statistischen Fehler von maximal 10% behaftet [Hey05a]. Zusätzlich trat beim Wachstum unserer Proben in diesem Zusammenhang allerdings ein systematischer Fehler aufgrund der sogenannten Shutter-Transiente der Indium-Effusionszelle [Hey05b] auf: Nach dem

Öffnen der Zelle sinkt die Zellentemperatur wegen des Strahlungswärmeverlustes durch die Zellenöffnung leicht ab. Eine Kalibrierung des Indiumflusses direkt nach dem Öffnen der Zelle ergibt also folgerichtig einen etwas zu hohen Wert für den Indiumanteil. Insbesondere für dicke Schichten, deren Wachtumszeit deutlich über der Abklingzeit der Shuttertransiente liegt, führt das zu einem geringeren Indiumanteil als nominell angenommen und damit zu erhöhten Biegeradien. Je nach Schichtdicke der indiumhaltigen Schicht waren alle in dieser Arbeit hergestellten Proben mehr oder weniger mit diesem Fehler behaftet. Die Abweichung zur Theorie von Grundmann kann man auf diese Art und Weise allerdings nur für das rechte Diagramm in Abb. 9 erklären [Hey05b]. Für die dünneren indiumhaltigen Schichten im linken Diagramm sollte die Abweichung aufgrund der Shuttertransiente geringer sein.

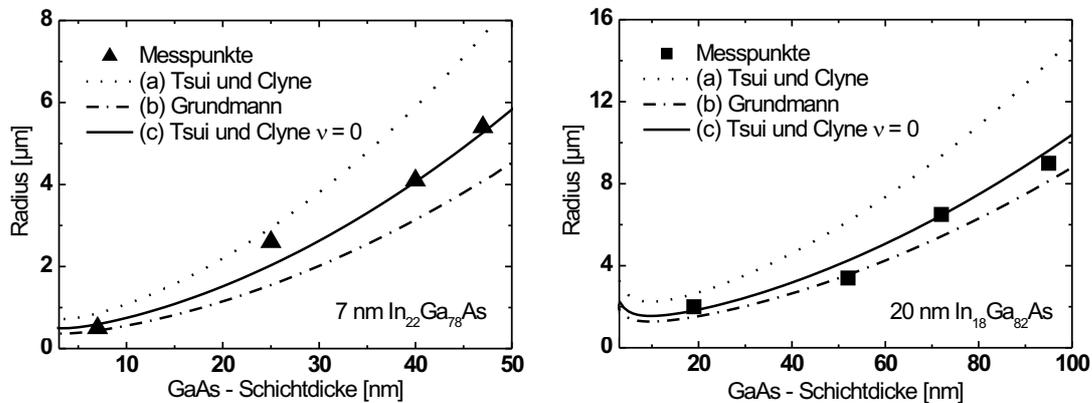


Abb. 9: Vergleich experimentell ermittelter Biegeradien mit den Theoriemodellen. Deutlich zu hohe Werte liefert das Modell von Tsui und Clyne (a). Die zu kleinen Biegeradien aus dem Modell von Grundmann (b) lassen sich qualitativ mit systematischen Fehlern, wie der Relaxation durch Misfit-Versetzungen und Fehlern bei der Indium-Kalibrierung, erklären. Die beste Übereinstimmung ergibt sich erstaunlicherweise mit dem Modell von Tsui und Clyne unter Vernachlässigung des Poissoneffektes, d.h. für $\nu = 0$ (c). In der Praxis erhält letzteres, auch weil es eine analytische Formel für den Radius liefert, den Vorzug.

Ein weiterer systematischer Fehler ist das Auftreten von verspannungsrelaxierenden Misfit-Versetzungen. Obwohl wir nominell immer nur Schichten unterhalb der kritischen Schichtdicken nach Matthews und Blakeslee (Gl. 2.21) hergestellt haben, ist die Anzahl von Misfit-Versetzungen in unseren Strukturen nicht gleich Null. Abbildung 10 zeigt das Misfit-Versetzungssystem zwischen der AlAs-Opferschicht und einer 20 nm dicken Schicht aus $\text{In}_{18}\text{Ga}_{72}\text{As}$. In diesem Fall wurden die Versetzungen am verspannten Übergang zur AlAs-Opferschicht durch nasschemisches Abätzen der $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ -Schicht mit einer Phosphorsäurelösung für das Lichtmikroskop sichtbar gemacht.

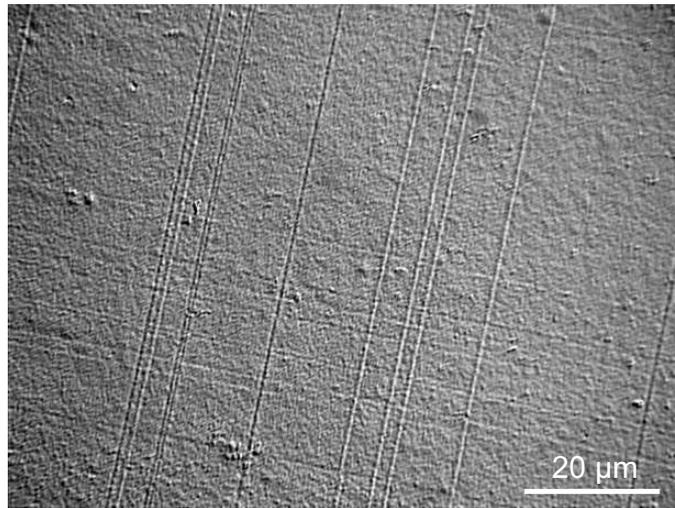


Abb. 10: Lichtmikroskopische Aufnahme des Misfit-Versetzungssystems am verspannten Übergang zwischen der AlAs-Opferschicht und einer 20 nm dicken $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ -Schicht. Die Versetzungen wurden durch Abätzen der $\text{In}_{18}\text{Ga}_{72}\text{As}$ -Schicht mit einer Phosphorsäurelösung sichtbar gemacht. Die Versetzungsdichte beträgt $2.8 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2}$ und relaxiert 1.5 Promille der gesamten Verspannungsenergie der Schicht.

Nach Chang et al. [Cha89] lässt sich aus der Versetzungsdichte von $2.8 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2}$ abschätzen, dass die Verspannungsenergie um etwa 1.5 Promille verringert wird. Dieses spielt für den Biegeradius der Struktur keine Rolle. Nicht auszuschließen ist allerdings, dass das Versetzungsnetzwerk aufgrund der plastischen Deformationen am Ort der Versetzungslinien gleichsam wie ein versteifendes Gitter wirkt und so die elastischen Konstanten der $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ -Schicht zu Gunsten eines größeren Biegeradiuses modifiziert. Dieser Effekt könnte insbesondere für die Schichten mit 22% Indiumanteil, in denen die Versetzungsdichte noch etwas höher ist, eine Rolle spielen.

Ohne Einbeziehung von systematischen Fehlern ergibt sich die beste Übereinstimmung mit dem Experiment erstaunlicherweise mit dem Modell von Tsui und Clyne unter der Annahme, dass der Poissoneffekt keine Rolle spielt, d.h. Gl. 2.8 mit $\nu = 0$ (c). Dieses Ergebnis finden auch Deneke und Mitarbeiter [Den02] für Halbleiterröhrchen mit Radien kleiner als $1 \mu\text{m}$. In [Den02] muss allerdings berücksichtigt werden, dass aufgrund der Schichtdicken von nur wenigen Monolagen die nicht exakt bekannte Oxidationstiefe der Top-GaAs-Schicht eine wichtige Rolle spielt und genug Interpretationsspielraum vorhanden ist, um mit den Daten dieser Quelle sowohl das Modell von Tsui und Clyne mit $\nu = 0$ [Den02] als auch das Modell von Grundmann [Gru03] zu bestätigen. Neben dem physikalischen Verständnis des Aufrollvorganges ist die theoretische Beschreibung insbesondere nützlich zur ungefähren

Vorherbestimmung der Biegeradien beim Design von Heterostrukturen. In der Praxis nutzt man dazu am einfachsten die Formel von Tsui und Clyne mit $\nu = 0$. Wenn jedoch der exakte Biegeradius gefragt ist, wie z.B. bei der Herstellung von Mikroreifern [Sch03], sind für die entsprechenden Wafer Vorabexperimente zur Radiusbestimmung nötig.

2.4 Hybride Systeme

Ein besonderer Vorzug der selbstaufrollenden verspannten Halbleiterdoppelschichten ist die Möglichkeit, sowohl in die Doppelschichten integrierte elektronisch und optisch aktive Heterostrukturen als auch auf die Doppelschichten aufgebrauchte Fremdmaterialien mit aufzurollen. Letztere Kombinationen lassen sich im materialspezifischen Sinne als hybride Systeme bezeichnen. Insbesondere die Kombination der Halbleiterschichten mit Metallen findet zahlreiche Anwendungen. So ist z.B. die Herstellung von Transformatoren und Greifern auf der Mikrometerskala durch Miteinrollen von lithographisch strukturierten Metallschichten im Rahmen der Diplomarbeit von Olrik Schumacher [Sch03] untersucht worden. Andere Anwendungen sind metallisierte Cantilever [Gol04], Aktuatoren für Mikrospiegel [Vac01, Fle04] oder auch die hier entwickelten Metallkontakte zu aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystemen [Men04a].

Bereits erste Experimente zum Miteinrollen von Metallen in verspannte Halbleiterdoppelschichten haben gezeigt, dass Metallfilme von wenigen Nanometern Dicke den Aufrollmechanismus nicht stören und den Radius von Mikroröhrchen nicht messbar verändern [Men04a]. Bei genauerer Untersuchung hat sich herausgestellt, dass sich metallische Filme bezüglich des Aufrollprozesses sehr ähnlich verhalten wie kristallin aufgewachsene Schichten mit entsprechenden Elastizitätskonstanten und Dicken. So lässt sich, wie in Abb. 11 dargestellt, das Grundprinzip nach Prinz sogar derart erweitern, dass die unverspannte Top Schicht (TS) nicht mehr aus einkristallinem Material mit der Gitterkonstante des Substrats, sondern aus einem amorphen Metallfilm besteht [Sch05]. Für den Metallfilm kann man zur Berechnung der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{feh}$ die Gitterkonstante a_1 des Substrats als Pseudogitterkonstante annehmen. Dieses rechtfertigt sich durch die Tatsache, dass die Metallschicht auf die pseudomorph verspannte InGaAs-Schicht mit lateraler Gitterkonstante des Substrats aufgebracht wird und beim späteren Aufrollprozess ihre lateralen Ausdehnungen beibehalten will. In Abbildung 12 links sind die Biegeradien einer Doppelschicht aus 6 nm In₃₀Ga₇₀As und einer Chromschicht variierender Dicke aufgetragen. Die gestrichelte Linie zeigt die Theoriekurve nach Tsui und Clyne mit $\nu = 0$ unter der Annahme, dass allein das oben beschriebene $\Delta\epsilon_{feh}$ den Biegeradius dieser Struktur bestimmt.

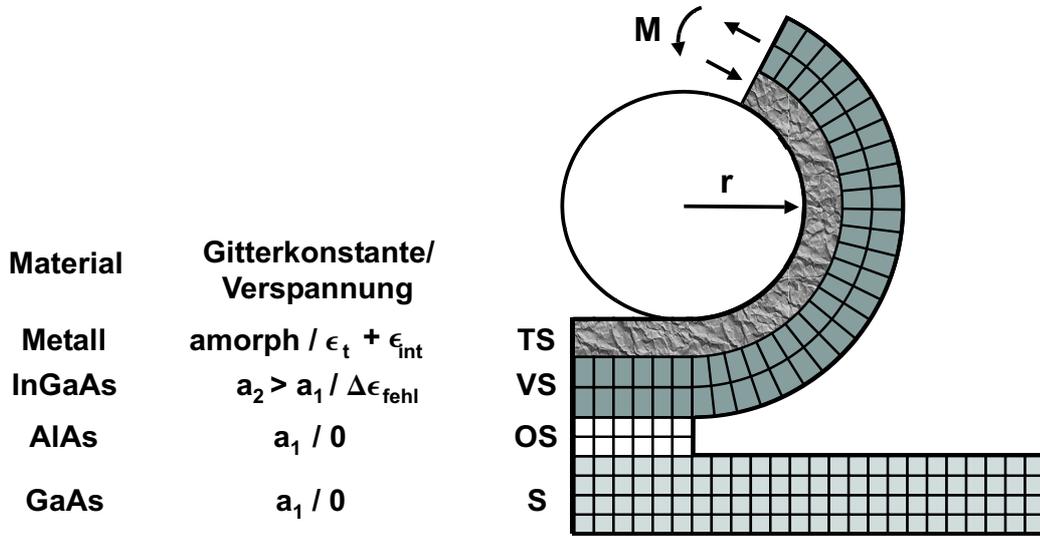


Abb. 11: Erweiterung des Grundprinzips nach Prinz auf Metall-Halbleiter-Hybridstrukturen [Sch05]: Die Halbleiter Top Schicht (TS) wird durch eine Metallschicht ersetzt. Da die Metallschicht auf die pseudomorph verspannte Schicht (VS) mit lateraler Gitterkonstante des Substrates (S) aufgedampft wird, kann man zur Berechnung der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ für sie die Pseudogitterkonstante a_1 annehmen. Neben der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ wird der Biegeradius der hybriden Struktur zusätzlich auch noch durch intrinsische Verspannungen ϵ_{int} , die beim Aufdampfen des Metalls entstehen, determiniert. Thermische Verspannungen ϵ_t aufgrund unterschiedlicher Ausdehnungskoeffizienten von Metall und Halbleiter sind deutlich kleiner und spielen nur bei sehr großen Änderungen der Temperatur im Vergleich zur Substrattemperatur beim Aufdampfprozess eine Rolle.

Bei der Deposition von Metallen treten jedoch zusätzlich noch erhebliche Verspannungen aufgrund des Aufdampfprozesses auf. Neben der Verspannung ϵ_t aufgrund der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Substrat und Metall spielt vor allem die sogenannte intrinsische Verspannung eine wichtige Rolle. Metalle, die eine sehr viel höhere Schmelztemperatur haben als das Halbleitersubstrat, kondensieren auf dem Substrat in Schichten, die intrinsisch unter einer starken Zugspannung ϵ_{int} stehen [Tho89]. Aufgrund der im Vergleich zum InGaAs sehr viel höheren Schmelztemperatur von Chrom (siehe Tab. 2.2) liegen die gemessenen Radien für die Cr/InGaAs-Hybridstrukturen in Abb. 12 links deshalb unterhalb der gestrichelten Theoriekurve, die nur die Gitterfehlpassung berücksichtigt. Erst die zusätzliche Berücksichtigung von $\Delta\epsilon_{Cr} = \epsilon_t + \epsilon_{int}$ führt zu einer guten Übereinstimmung von Experiment und Theorie. Experimentell lässt sich $\Delta\epsilon_{Cr}$ isoliert bestimmen, indem man die Biegeradien einer Referenzstruktur misst, bei der die pseudomorph verspannte InGaAs-Schicht durch eine unverspannte GaAs-Schicht gleicher Dicke ersetzt wurde. Die Gitterfehlpassung wird in diesem Fall null, und das Aufbiegen der Schicht wird alleine durch $\Delta\epsilon_{Cr}$ verursacht. Da die thermische Verspannung ϵ_t sich aus der

Differenz der Substrattemperatur beim Aufdampfen der Metallschichten und der Temperatur bei der Radiusmessung abschätzen lässt (Tab. 2.2), bekommt man aus $\Delta\epsilon_{Cr}$ auch ϵ_{int} . Aus der Abschätzung der Substrattemperatur von ca. 60°C beim Aufdampfen erhalten wir für die thermische Verspannung in den Chromschichten bei Raumtemperatur einen Wert von $\epsilon_t \approx 3.3 \cdot 10^{-5}$. Dieser Wert lässt sich im Vergleich zu $\Delta\epsilon_{Cr} = 6.0 \cdot 10^{-3}$ vernachlässigen, so dass gilt: $\epsilon_{int} \approx \Delta\epsilon_{Cr} = 6.0 \cdot 10^{-3}$. Die thermische Verspannung spielt hier also für den Aufrollprozess keine Rolle. Der Biegeradius der Cr/InGaAs-Hybridstrukturen wird durch die Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ und die intrinsische Verspannung ϵ_{int} im Chrom bestimmt.

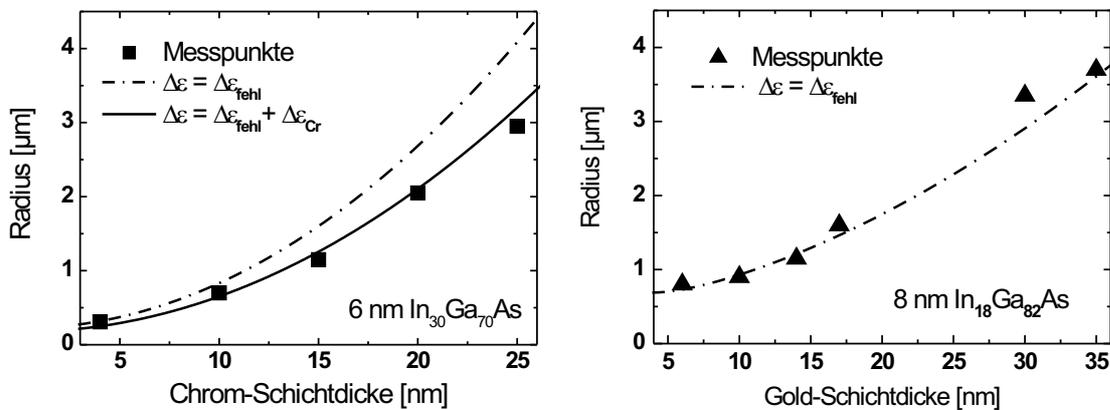


Abb. 12: Experimentelle Werte für den Biegeradius von hybriden System aus Chrom bzw. Gold auf InGaAs im Vergleich zur Theorie von Tsui und Clyne mit $\nu = 0$. Das rechte Diagramm zeigt, dass im Fall von Gold auf In₁₈Ga₈₂As wie bei reinen Halbleiterheterostrukturen außer der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ der In₁₈Ga₈₂As-Schicht keine weiteren Verspannungen auftreten. Im linken Diagramm sieht man dagegen, dass für Chrom auf In₃₀Ga₇₀As zusätzliche Verspannungen auftreten, die zu kleineren Radien führen. Beim Aufdampfen der Chromschichten auf das In₃₀Ga₇₀As-Substrat entsteht aufgrund der stark unterschiedlichen Schmelztemperaturen von Deposit und Substrat eine intrinsische Verspannung [Tho89]. Erst unter Berücksichtigung dieser intrinsischen Verspannung ϵ_{int} können die gemessenen Biegeradien mit der Theorie beschrieben werden. Thermische Verspannungen spielen bei den hier auftretenden geringen Temperaturunterschieden ($\Delta T \approx 40\text{K}$) keine Rolle.

Im Folgenden betrachten wir zum Vergleich Gold, dessen Schmelztemperatur nahe an der Schmelztemperatur von InGaAs liegt. Abbildung 12 rechts zeigt, dass in diesem Fall zur theoretischen Beschreibung der gemessenen Biegeradien alleine die Berücksichtigung von $\Delta\epsilon_{fehl}$ ausreicht. Dieses bestätigt sich auch durch Untersuchungen an Referenzstrukturen ohne pseudomorph verspannte InGaAs-Schicht. Hier ist der Biegeradius unendlich, $\Delta\epsilon_{Gold}$ ist auf InGaAs-Substraten also vernachlässigbar. Die thermische Verspannung ist aufgrund der größeren Abweichung der linearen

Wärmeausdehnungskoeffizienten zwischen Gold und InGaAs mit $\epsilon_t \approx 3.4 \cdot 10^{-4}$ hier zwar deutlich größer als in der Chromschicht, im Vergleich zur Verspannung durch die Gitterfehlpassung ($\Delta\epsilon_{fehl} = 1.3 \cdot 10^{-2}$) aber trotzdem vernachlässigbar. Im Fall der Au/InGaAs-Hybridstrukturen wird der Biegeradius also genauso wie bei verspannten Halbleiterdoppelschichten alleine durch die Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ bestimmt.

Material	Schmelztemperatur [°C]	Wärmeausdehnungskoeffizient [$10^{-6} K^{-1}$]
GaAs	1240	5.73
InAs	942	4.52
Cr*	1907	4.90
Au*	1064	14.20

Tabelle 2.2: Thermische Eigenschaften aus [Lev99] und *[Win]. Schmelztemperaturen und Wärmeausdehnungskoeffizienten von ternärem $In_xGa_{1-x}As$ sollten zwischen denen von InAs und GaAs liegen.

Am Beispiel von Gold und Chrom auf InGaAs sieht man, dass die Biegeradien von Metall-Halbleiter-Hybridssystemen nach wie vor durch die Gitterfehlpassung der pseudomorph verspannten Halbleiterschicht (VS) dominiert wird. Je nach Materialkombination können jedoch auch intrinsische Verspannungen aufgrund des Aufdampfprozesses auftreten, die in der Größenordnung der Gitterfehlpassung liegen und, wie im Fall von Chrom auf InGaAs, zu kleineren Biegeradien führen. Thermische Verspannungen spielen normalerweise keine Rolle. Erfahrungen mit eingerollten Kontakten für Messungen bei $T = 4.2K$ haben allerdings gezeigt, dass empfindliche Strukturen, wie die in Kapitel 4 beschriebenen aufgerollten Hallgeometrien, offensichtlich bei großen Temperaturveränderungen durch thermische Verformung zerstört werden können.

Neben den in dieser Arbeit verwendeten Metallen sind zur Herstellung von Hybridssystemen natürlich auch andere Materialien denkbar. Ein wichtiges Kriterium ist dabei, dass die kristalline Struktur der Halbleiterunterlage beim Aufbringen dieser Materialien nicht zerstört wird. Versuche beispielsweise, Metalle durch einen Sputterprozess aufzubringen, haben dazu geführt, dass die entsprechenden Hybridssysteme sich nicht mehr aufgerollt haben. Unter Einhaltung des genannten Kriteriums sollte es aber möglich sein, auch eine Vielzahl anderer Materialien, wie z.B. Supraleiter, Glasisolatoren oder Kunststoffe einzurollen.

Kapitel 3

Definition von Form und Ort

Neben der Manipulation der Biegeradien von selbstaufrollenden verspannten Doppelschichten ist es zur Integration der entstehenden dreidimensionalen Objekte in übergeordnete Systeme unabdingbar, auch deren Form und Ort auf dem Substrat exakt definieren zu können. In diesem Kapitel werden zunächst hier entwickelte Methoden zur Definition der Rollrichtung, des Ortes auf der Probe, der Anzahl der Wicklungen und der Form der aufzurollenden Mesa zur Herstellung solcher Objekte vorgestellt [Men04a, Sch05]. Danach wird aufbauend auf diese Methoden erläutert, wie im Rahmen dieser Arbeit auch dickenmodulierte verspannte Mesastrukturen zu gleichmäßigen Röhrchen aufgerollt [Men04b, Men05b] und mit Hilfe eines Verzahnungssystems sogar geschlossene einwandige Halbleitermikroröhrchen hergestellt wurden [Men05a]. Am Ende des Kapitels wird schließlich die Möglichkeit erörtert, Mikro- und Nanoröhrchen nach dem Aufrollen mit Hilfe von fokussierten Ionenstrahlen zu strukturieren.

3.1 2-Schritt Lithographie

Um das Aufrollen von verspannten Schichtsystemen zu initiieren, muss vor dem Ablösen vom Substrat durch selektives Wegätzen der Opferschicht diese überhaupt erst der Säure zugänglich gemacht werden. In den ersten Experimenten und auch in unseren ersten Ansätzen zur Präparation von selbstaufrollenden Mikro- und Nanoröhrchen wurde die Opferschicht durch einfaches Kratzen auf der Probenoberfläche entlang niedrig indizierter Kristallrichtungen freigelegt [Pri98, Pri00, Sch01, Den02]. Da die selektive Ätzlösung die Opferschicht nur entlang dieser Kratzer angreift, startet das Aufrollen der verspannten Schichten von hier aus. Je nachdem, wie gut man die $\langle 100 \rangle$ - bzw. $\langle 110 \rangle$ -Richtungen beim Kratzen getroffen hat, entstehen statistisch auf der Probe verteilt mehr oder weniger gleichmäßige Röhrchen, Spulen und per Zufall auch vertikale Ringe [Sch02], d.h. sehr schmale Röhrchen, die umgeklappt sind. Für eine exakte Positionierung oder gar Definition der aufzurollenden Mesaform ist diese Methode aber natürlich völlig ungeeignet.

Ein grundlegendes Problem, das es mit der lithographischen Definition von selbstaufrollenden 3D-Objekten zu lösen gilt, ist die Tatsache, dass es mit den $\langle 100 \rangle$ -

Richtungen zwar stark bevorzugte Aufrollrichtungen gibt (siehe Abschnitt 2.3.1), diese aber untereinander gleichberechtigt sind. Wie in Abb. 15(a) illustriert, rollt sich deshalb eine verspannte Mesa, die tief in den Kristall geätzt wurde, von allen vier $\langle 100 \rangle$ -Richtungen der (001)-Oberfläche gleichzeitig auf. Durch Invertierung dieser Struktur zu einer tiefmesa geätzten rechteckigen Vertiefung rollen die Röhren zwar voneinander weg und stören sich nicht mehr gegenseitig [Den04b]. Da bei diesem Vorgang die verspannte Heterostruktur allerdings in den Ecken der Vertiefung einreißen muss, bleibt sie an diesen Stellen häufig hängen, und die Ausbeute an Röhren bleibt gering. Zudem kann man mit dieser Methode die Form der aufzurollenden Mesa nicht variieren. Im SiGe-System gibt es die Möglichkeit, das stark bevorzugte Ätzen der selektiven H_2O_2 -Lösung von in $\langle 100 \rangle$ -Richtung orientierten Kanten auszunutzen. Aber auch hier ist die Wahl der Mesaform stark eingeschränkt [Gol04].

Wünschenswert wäre es, zunächst die aufzurollende verspannte Mesa mit beliebiger Form und danach die gewünschte $\langle 100 \rangle$ -Rollrichtung lithographisch zu definieren. Genau dieses leistet die hier [Men04a] parallel zur Gruppe von Prinz [Vor02] entwickelte 2-Schritt Lithographie für verspannte Halbleiterheterostrukturen. Sie wurde für das InGaAs/GaAs-System entwickelt, ist aber auch auf andere Systeme, wie z.B. das SiGe-System, übertragbar.

3.1.1 Reine Halbleitersysteme

Abbildung 13 zeigt das Prinzip der 2-Schritt Lithographie für reine Halbleitersysteme. Die Schemazeichnungen zeigen jeweils den Kristall, nachdem die entsprechende Struktur photolithographisch definiert, durch Ätzen in den Kristall übertragen und der Lack von der Probe entfernt wurde. Details zur Belichtung und Entwicklung finden sich im Anhang A. Die für das InGaAs-System verwendeten Ätzverfahren werden am Ende des Abschnitts gesondert betrachtet. Zunächst folgt die systemunabhängige Erklärung der Grundidee: Durch einen flachmesa Ätzschritt (S1) wird um die zu definierende verspannte Mesa herum die Top Schicht (TS, GaAs) und der größte Teil der verspannten-Schicht (VS, InGaAs) entfernt. Die verbleibende verspannte Restschicht muss dabei die darunter liegende Opferschicht (OS, AlAs) weiterhin vollständig abdecken und darf keine Löcher aufweisen. Gleichzeitig muss sie aber auch dünn genug sein, damit sie beim späteren Aufrollprozess entlang der in Abb. 13 eingezeichneten Sollbruchnaht einreißt und den Aufrollprozess nicht stoppt. Im zweiten Schritt (S2) wird nun durch tiefmesa-Ätzen entlang einer der vier bevorzugten Aufrollrichtungen ($\langle 100 \rangle$) eine Kante erzeugt, entlang der die Opferschicht freigelegt wird. Beim anschließenden selektiven Ätzen (SÄ) greift die Säure die Opferschicht nun nur noch entlang dieser sogenannten Startkante an, und der Rollprozess beginnt von hier. Als Resultat erhält man eine Rolle mit definiertem Ort auf dem Substrat, definierter Breite b und vorherbestimmter Rollrichtung. Die Anzahl N der Umdrehungen kann über die Dauer des selektiven Ätzvorgangs bestimmt werden.

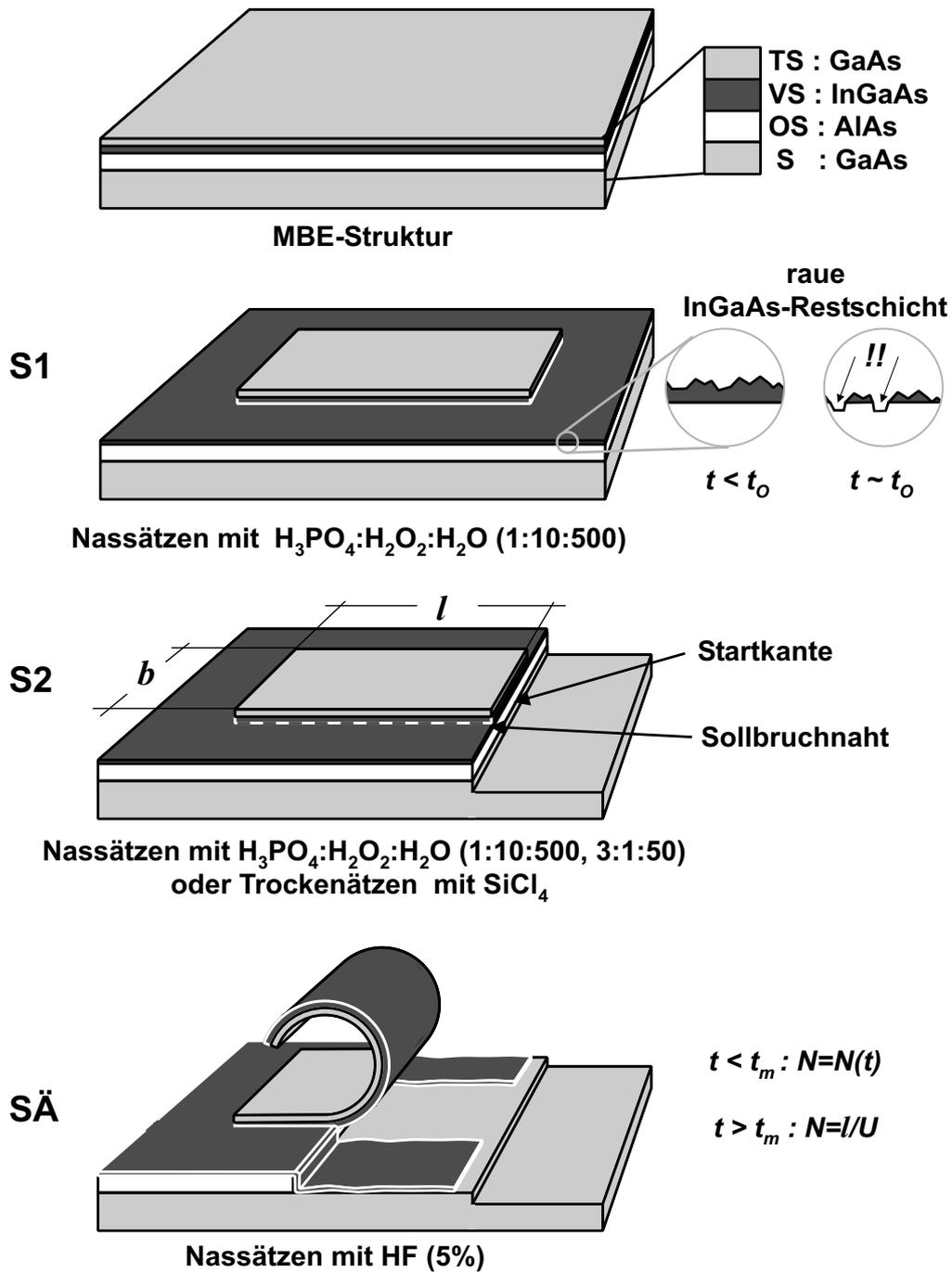


Abb. 13: 2-Schritt Lithographie für reine Halbleitersysteme: Definition der Mesaform (S1), Windungszahl (S1, SÄ) und Rollrichtung (S2); Erläuterungen im Text.

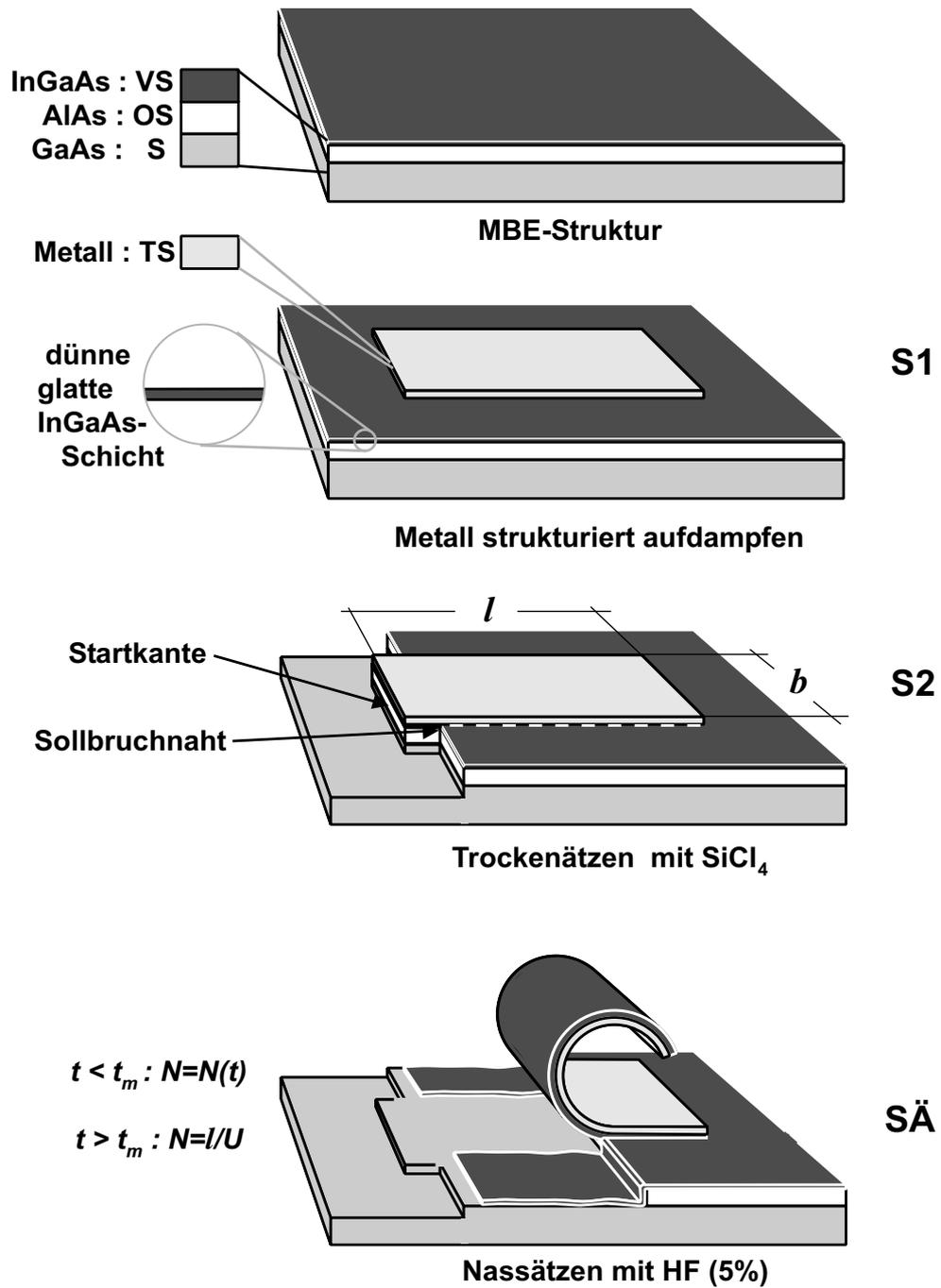


Abb. 14: Invertierte 2-Schritt Lithographie für Metall-Halbleiter-Hybride mit sehr kleinen Biegeradien; Erläuterungen im Text.

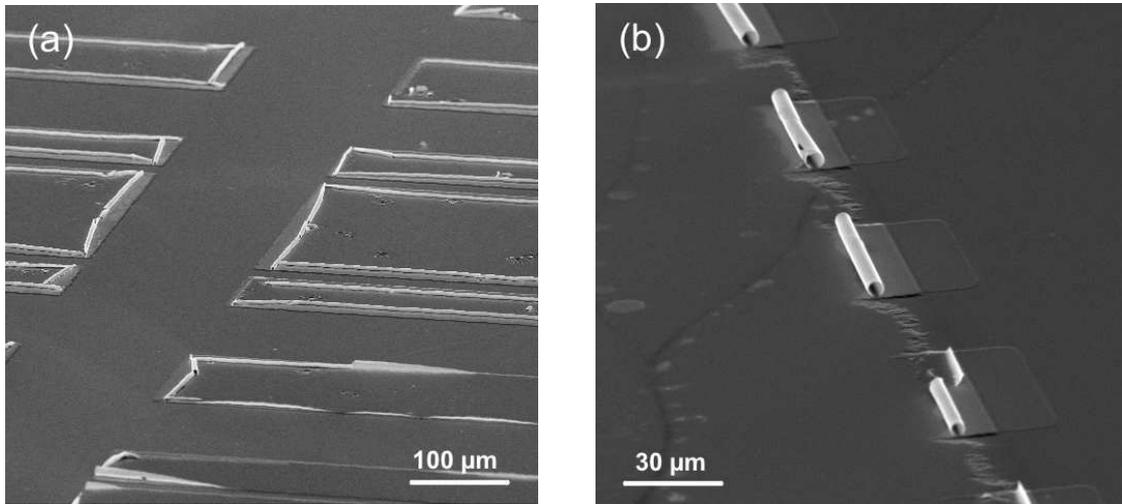


Abb. 15: (a) Photolithographisch definierte Rechtecke, die nasschemisch tief in den Kristall übertragen wurden, nach dem selektiven Ätzen mit HF. Die verspannten Doppelschichten rollen sich gleichzeitig von allen vier $\langle 100 \rangle$ -Richtungen auf. (b) Bestimmung der Rollrichtung mit Hilfe der 2-Schritt Lithographie (siehe Abb. 13). Sie ermöglicht die Herstellung von Röhren mit definierter Breite, Orientierung und Windungszahl.

Überschreitet diese allerdings die Zeit t_m , die nötig ist, um die komplette verspannte Mesa aufzurollen, so passiert nichts mehr. Für Ätzzeiten länger als t_m kann N also sehr genau über das Verhältnis des dem Biegeradius entsprechenden Umfangs U und der Länge l der verspannten Mesa festgelegt werden, $N = l/U$. Die hintere Kante der Mesa definiert in diesem Fall den Ort der Röhre auf dem Substrat. Man beachte, dass im Schema in Abb. 13 für eine bessere Übersicht zwar ein einfaches Rechteck als Mesaform benutzt wurde, prinzipiell aber beliebige Umriss wählbar sind. In Abb. 6 wurde dies bereits anhand von InGaAs/GaAs-Halbleiterspulen demonstriert. Sie wurden aus Streifen präpariert, die gegen die $\langle 100 \rangle$ -Rollrichtung um den Winkel α orientiert waren. Über α wurde der Windungsabstand variiert. Abbildung 15(b) zeigt dagegen entsprechend der Mesaform in Abb. 13 InGaAs/GaAs-Röhren verschiedener Breite b mit $\alpha = 0$. Ihre Windungszahl N wurde durch eine Mesalänge von $l = 20 \mu\text{m}$ bei einem Röhrenumfang von $U = 15 \mu\text{m}$ auf $N = 1.4$ festgelegt.

Ätzprozesse im InGaAs-System und Grenzen der 2-Schritt Lithographie

An ihre Grenzen stößt die 2-Schritt Lithographie für reine Halbleitersysteme, wenn es darum geht, Objekte mit Biegeradien von nur wenigen zehn Nanometern herzustellen. Das rührt daher, dass die benötigte Präzision für den ersten flachmesa-Ätzschritt zur Definition der verspannten Mesa (S1) für sehr dünne verspannte Schichtsysteme nicht mehr gewährleistet werden kann: Mit der hier für das InGaAs-System zum naßchemischen Ätzen verwendeten Phosphorlösung ($\text{H}_3\text{PO}_4:\text{H}_2\text{O}_2:\text{H}_2\text{O}$ im Verhält-

nis 1 : 10 : 500) ist es uns möglich, die richtige Ätztiefe auf wenige Nanometer genau zu treffen. Die Ätzraten der Phosphorsäure werden dazu jedes mal mit Hilfe einer Referenzprobe direkt vor dem Ätzen der eigentlichen Probe kalibriert. Zur Bestimmung der Ätzzeit t_O bis zur AlAs-Opferschicht nutzen wir dabei aus, dass der Kristall rau wird und schwarz anläuft, sobald die AlAs-Schicht erreicht ist. Ätzzeiten, die knapp unter t_O liegen, führen dann zu den erwünschten dünnen InGaAs-Restschichten auf den zu prozessierenden Proben. Für verspannte Schichten mit Biegeradien ab etwa $1 \mu\text{m}$ funktioniert diese Methode hervorragend. Für kleinere Biegeradien, d.h. sehr dünne Restschichten, entstehen aber aufgrund der Rauigkeit der geätzten Oberflächen Löcher zur AlAs-Opferschicht (vergl. Abb 13 S1). Die selektive Ätzlösung greift die Opferschicht später deshalb nicht nur entlang der Startkante, sondern auch durch diese Löcher an, und die verspannte Mesa rollt sich in einer undefinierten Weise auf. In der Arbeit von Prinz und Mitarbeitern [Vor02] wurde statt der Phosphorsäurelösung eine wässrige Kaliumhexacyanoferrat-Lösung ($\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6/\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$), die GaAs stärker ätzt als InGaAs [Hil90], verwendet. Die Herstellung von 3D-Objekten mit sehr kleinen Biegeradien durch Verwendung der 2-Schritt Methode mit dieser Kaliumhexacyanoferrat-Lösung wurde von Prinz und Mitarbeitern zwar vorgeschlagen, aber nicht demonstriert.

Während die Definition der verspannten Mesa (S1) sehr kritisch ist, ist die Definition der Startkante (S2) unproblematisch. Hier muss keine bestimmte Ätztiefe getroffen werden. Es reicht aus, sehr tief in den Kristall zu ätzen, um auf jeden Fall die Opferschicht freizulegen. Zum Ätzen haben wir für diesen Prozessschritt nasschemische Ätzlösungen wie die in Abb. 13 angegeben Phosphorlösungen oder ein Trockenätzverfahren mit reaktiven SiCl_4 -Ionen eingesetzt. Ersteres bietet sich für empfindliche Elektronensysteme, die durch Ionenbeschuss geschädigt werden können, an und ist weniger zeitaufwendig. Letzteres ist gut dazu geeignet, fein strukturierte Startkanten zu produzieren. Das ist besonders interessant, um z.B. Verzahnungssysteme für geschlossene einwandige Röhren, wie sie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben werden, herzustellen [Men05a]. Obwohl die Schärfe der Startkanten den Aufrollprozess kaum beeinflusst, ist es für gleichmäßig gerollte Objekte wichtig, die globale Ausrichtung der Startkanten möglichst genau entlang der $\langle 100 \rangle$ -Rollrichtungen zu prozessieren. Dies lässt sich durch exaktes Ausrichten der zu belichtenden Masken an den Probekanten und durch entsprechende Markersysteme realisieren.

Für das selektive Ätzen der AlAs-Opferschicht ist Flussäure mit Abstand der beste Kandidat. Wegen ihrer überragenden Selektivität von mindestens 10^6 zwischen reinen AlAs-Schichten und Schichten, die weniger als 40% Aluminium enthalten [Hjo96], ist die Rauigkeit der abgelösten Oberflächen nur noch durch die Qualität der inneren Materialwechsel beim MBE-Wachstum begrenzt. Die Tatsache, dass diese sehr glatten Oberflächen den Außenseiten und die unbehandelten ehemaligen Waferoberflächen den Innenseiten der Röhrenwände entsprechen, hat zu der Idee geführt, radiale Übergitter aus mehrfach aufgerollten Schichten herzustellen [Pri98, Pri00, Den04a] oder auch optische Resonatoren aus Halbleiterröhren zu bauen (siehe Anhang D und [Men05a]).

3.1.2 Metall-Halbleiter-Hybride Invertierte 2-Schritt Lithographie

Eine Möglichkeit, Metall-Halbleiter-Hybride herzustellen, ist das Miteinrollen von Metall in verspannte Halbleiterdoppelschichten. Die lithographische Definition erfolgt für solche Hybrid-Strukturen nach der im letzten Abschnitt erläuterten Methode mit minimal möglichen Biegeradien von etwa $1 \mu\text{m}$.

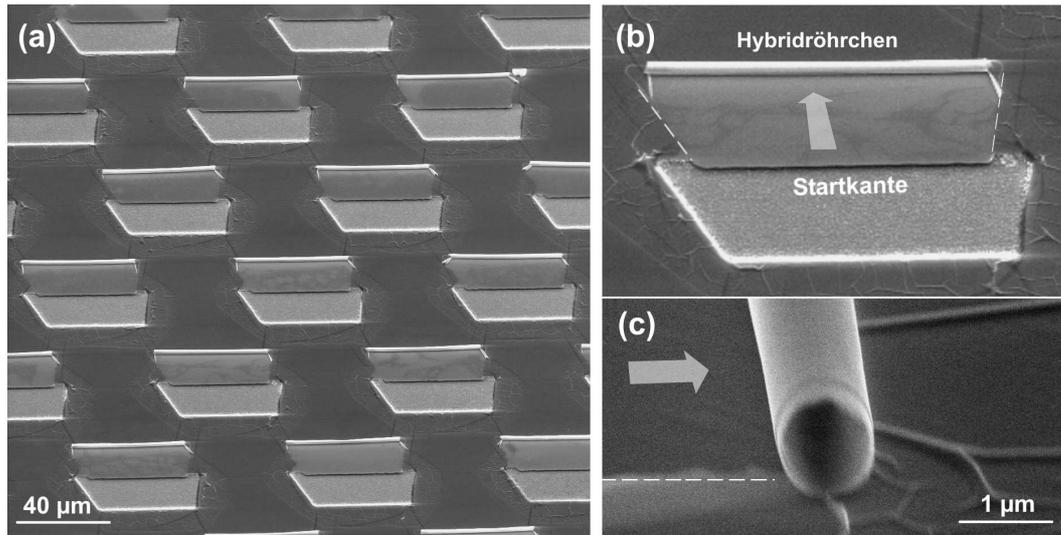


Abb. 16: (a) Array von Nanoröhrchen aus Metall-Halbleiter-Hybridschichten, das mit Hilfe der invertierten 2-Schritt Lithographie hergestellt wurde (siehe Abb. 14). (b) Vergrößerung einer einzelnen Struktur. Der Pfeil zeigt die Rollrichtung an. Die gestrichelten Linien kennzeichnen den Verlauf der Sollbruchnähte. (c) Ein einzelnes Röhrchen von der Seite betrachtet. Der Biegeradius beträgt etwa 600 nm .

Kleinere Biegeradien werden möglich, wenn man das in Abschnitt 2.4 beschriebene Verfahren zur Herstellung von Hybridsystemen benutzt [Sch05]. Hier wird das Metall direkt als Top Schicht des verspannten Doppelschichtsystems eingesetzt. Das MBE-Wachstum endet in diesem Fall mit der verspannten InGaAS-Schicht (VS) als oberster Schicht (Abb. 14 oben). Die Metall Top Schicht kann nun außerhalb der MBE-Anlage mit einfachen Aufdampfprozessen bei geringen Substrattemperaturen aufgebracht und mit den üblichen lift-off Verfahren photolithographisch strukturiert werden. Abbildung 14 zeigt, dass das strukturierte Aufbringen des Metalls der Definition einer verspannten Mesa entspricht. Anstatt, wie im Fall der reinen Halbleitersysteme, um die verspannte Mesa herum die Verspannung durch Abätzen der entsprechenden Schichten zu entfernen, wird hier die verspannte Mesa durch Aufbringen der Metallschicht definiert. Schritt 1 wird also sozusagen invertiert. Ein Vergleich von Abb. 13 und Abb. 14 verdeutlicht, dass diese Invertierung dazu führt, dass der kritische flachmesa-Ätzschritt für Metall/Halbleiter-Hybride wegfällt und die Präparation von kleineren Biegeradien möglich werden sollte. Tatsächlich kann

man für Metall/Halbleiter-Hybride mit Hilfe der in Abb. 14 gezeigten invertierten 2-Schritt Lithographie sehr verlässlich 3D-Objekte mit beliebiger Form und viel kleineren Biegeradien, als es für die reinen Halbleitersysteme möglich ist, lithographisch definiert herstellen. Abbildung 16(a) zeigt als Beispiel ein Array von Röhren aus 5 nm Chrom und 6 nm $\text{In}_{23}\text{Ga}_{77}\text{As}$. Startkanten, Rollrichtung und Röhren sind in der Vergrößerung in Abb. 16(b) gekennzeichnet. Die gestrichelten Linien deuten den Verlauf der Sollbruchnähte an. In Abb. 16(c) ist zu erkennen, dass die Röhren dieses Arrays einen Biegeradius von 600 nm haben. Die kleinsten bisher mit dieser Methode verwirklichten Biegeradien von Metall-Halbleiter-Hybriden betragen 300 nm. Die Prozess-Verlässlichkeit lag auch hier noch bei fast hundert Prozent, und es ist zu erwarten, dass lithographisch definierte 3D-Objekte mit noch deutlich kleineren Biegeradien mit Hilfe der invertierten 2-Schritt Lithographie präpariert werden können.

Die Definition der Startkante (S2) und das selektive Ätzen (SÄ) funktionieren im Prinzip analog zur nicht invertierten 2-Schritt Lithographie. Da es sich hier allerdings um sehr kleine Objekte handelt, bietet sich zur Definition von scharfen Startkanten die Verwendung von reaktiven SiCl_4 -Ionen an. Die Lage der Startkante wird in diesem Fall durch die ionenresistente Metallschicht definiert. Deshalb lässt man bei der Präparation der Lackkante zur Definition der Startkante die Metallschicht etwas unter dem Lack hervorragen. Als Ergebnis erhält man, wie in Abb. 14 (S2) schematisch dargestellt, genau dort die Startkante, wo die Metallschicht endet.

3.2 Erweiterungen der 2-Schritt Lithographie

3.2.1 Geschlossene Mikroröhren

Eine oft gestellte Frage im Zusammenhang mit selbstaufrollenden Nano- und Mikroröhren ist die nach der Möglichkeit, geschlossene einwandige Röhren herzustellen. Solche Objekte sind interessant, um Effekte zu messen, die mit in sich geschlossenen Bahnen von Elektronen oder Photonen korreliert sind, wie z.B. Aharonov-Bohm-Oszillationen in Kohlenstoffröhren oder optische Moden in Ringresonatoren.

Ein Schlüsselproblem, das es zur Verwirklichung geschlossener einwandiger Röhren zu lösen gilt, ist das Zusammenführen und Verbinden der beiden gegenüberliegenden Stirnseiten der verspannten Mesa. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Mechanismus gefunden, der dieses ermöglicht. Dabei sorgt ein Verzahnungssystem dafür, dass die beiden gegenüberliegenden Seiten sich in definierter Weise treffen und im geschlossenen Zustand zusammengehalten werden.

Um die konventionelle 2-Schritt Lithographie um ein solches Verzahnungssystem zu erweitern, wird sie, wie in Abb. 17 gezeigt, modifiziert: Vor der Definition der verspannten Mesa werden in die GaAs-Top-Schicht der in Abb. 17(a) gezeigten MBE-Struktur Drähte prozessiert (S0). Der Abstand b_i zwischen den Drähten muss dabei größer sein als deren Breite b_w , um später ein funktionierendes Verzahnungssystem

zu erhalten (siehe Abb. 17(f)). Im zweiten Schritt wird nun die verspannte Mesa definiert (S1', Abb. 17(c)). Genau wie im Fall der einfachen 2-Schritt Lithographie wird um die Mesa herum die GaAs-Top-Schicht entfernt und ein dünner Rest der verspannten InGaAs-Schicht stehen gelassen, um die AlAs-Opferschicht beim späteren selektiven Ätzen vor der Flusssäure zu schützen. Abbildung 17(d) zeigt den dritten Schritt, nämlich die Definition zweier gegenüberliegender Startkanten (S2'). Man beachte, dass die Länge l_2 der Mesa im Vergleich zur Länge l_1 in Abb. 17(c) reduziert wurde. Die Länge l_2 ist so gewählt, dass sie dem späteren Umfang des Röhrchens entspricht. Beide Startkanten sind mit Zähnen, bestehend aus einer dünnen $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ Schicht, versehen, d.h. der Ätztvorgang wurde gestoppt, nachdem im Bereich der Zähne nur noch diese dünne $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ Schicht übrig war und im restlichen Startkantenbereich die AlAs-Schicht bereits erreicht war. Die Länge dieser Zähne wird durch die Differenz von l_1 und l_2 bestimmt. Im selektiven Ätzschrift (SÄ') wird schließlich die Opferschicht beginnend von beiden Startkanten entfernt. Die dickenmodulierte verspannte Mesa biegt sich dabei mit einem mittleren Radius

$$r = (r_w b_w + r_i b_i) / (b_w + b_i) \quad (3.1)$$

gleichzeitig von beiden Startkanten aus auf (Abb. 17(e)). In dieser Formel ist r_w der Biegeradius einer Schicht mit der Zusammensetzung der Drähte und r_i entsprechend der Biegeradius einer Schicht, die in ihrer Zusammensetzung den Zwischenräumen gleicht; b_w und b_i sind, wie in Abb. 17(b) gezeigt, die Breiten und Abstände der Drähte. Wichtig ist, dass der Biegeradius der Zähne unendlich ist, d.h. auf den Zähnen keine GaAs-Schicht mehr vorhanden ist. Abbildung 17(f) illustriert, dass durch einen unendlichen Biegeradius verhindert wird, dass beim Schliessen der Röhre die Zähne *unter* die gegenüberliegende Mesakante greifen. Der unendliche Biegeradius der Zähne gewährleistet also ein komplettes Schließen der Struktur.

Abbildung 18(a) zeigt als Beispiel die rasterelektronenmikroskopische Aufnahme einer nach dem beschriebenen Verfahren hergestellten Struktur, im Folgenden als CSWM (Closed Single-Walled Microtube) bezeichnet. Der Biegeradius der CSWM beträgt $25 \mu\text{m}$. Die Breite der Drähte beträgt $b_w = 3.3 \mu\text{m}$, ihr Abstand $b_i = 6.3 \mu\text{m}$. Die Drähte bestehen aus 20 nm $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ und 300 nm GaAs. Zwischen den Drähten ist die GaAs-Schichtdicke auf 140 nm reduziert. Mit dem Modell von Tsui und Clyne mit $\nu = 0$ (Abschnitt 2.2.1) ergeben sich damit für die entsprechenden Biegeradien $r_w = 60 \mu\text{m}$ und $r_i = 11 \mu\text{m}$. Aus Gl. 3.1 errechnet sich der mittlere Biegeradius dann in guter Übereinstimmung mit dem Experiment zu $r = 28 \mu\text{m}$. Abbildung 18(b) zeigt eine Vergrößerung der geschlossenen Verzahnung. Interessanterweise sind die Zähne genau mittig zueinander eingerastet und außerdem heruntergebogen. Die gegenseitige Zentrierung wird durch das Oberflächenprofil der CSWM unterstützt. Wie die Halbbögen eines Planwagens spannen die Drähte die CSWM auf, und in den Zwischenräumen entstehen Einbeulungen, deren tiefste Stellen jeweils genau in der Mitte zwischen den Drähten liegen. Das Herunterbiegen der Zähne nach dem Einrastvorgang wird wahrscheinlich durch kapillare Kräfte beim Trocknen der Probe verursacht. Freistehend haben die Zähne nämlich in der Tat einen unendlichen Biegeradius (vergl. Pfeil in Abb. 18(a)).

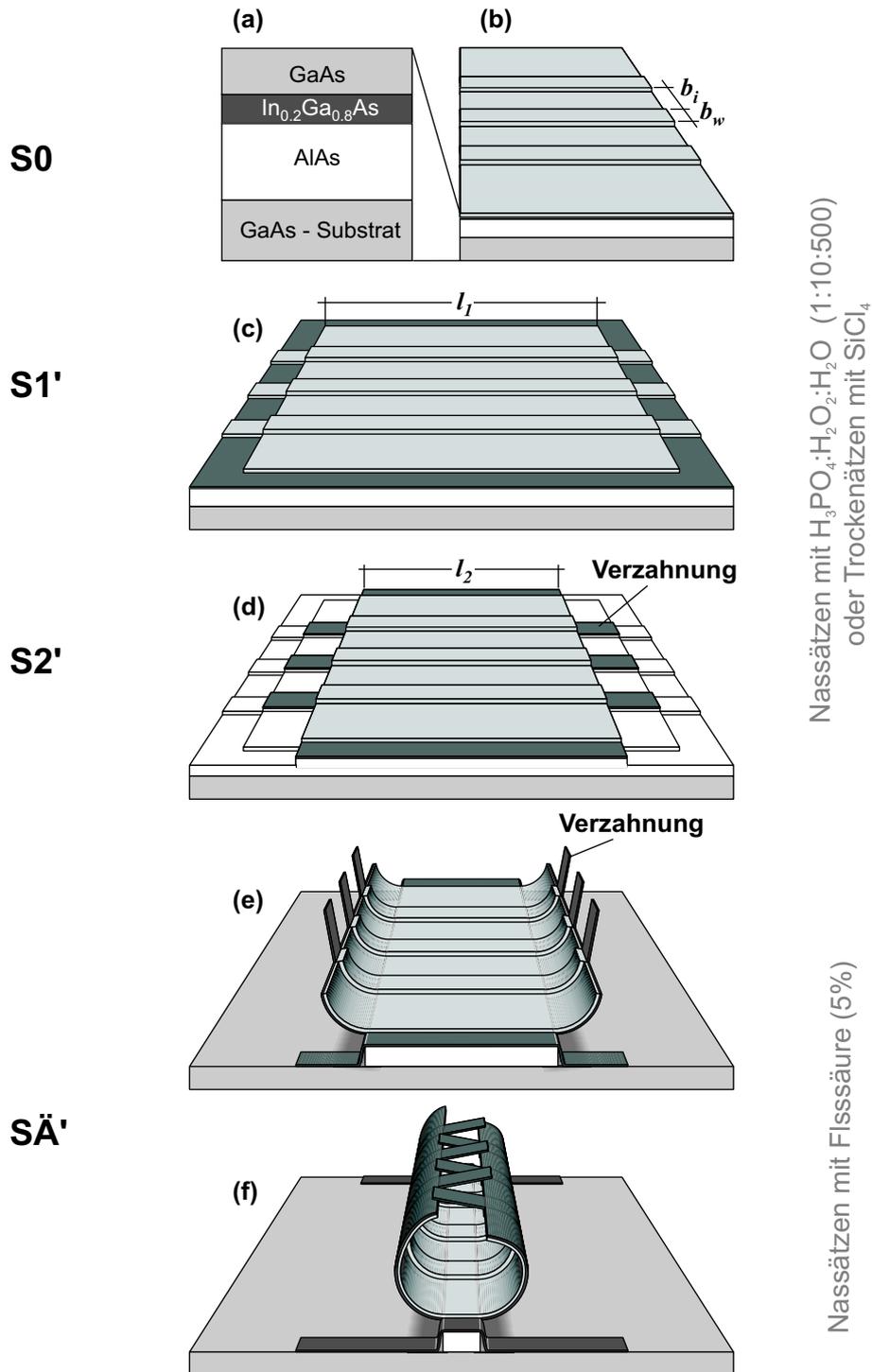


Abb. 17: Lithographische Methode zur Herstellung geschlossener Mikroröhren auf Grundlage der 2-Schritt Lithographie. (a) MBE-Struktur. (b) Zusätzlicher Lithographischschritt am Beginn (S0) erzeugt später ein Verzahnungssystem. (c) Definition der verspannten Mesa (S1'). (d) Definition zweier Startkanten mit Verzahnung (S2'). (e),(f) Selektives Ätzen (SÄ') bis zum Einrasten der Verzahnung.

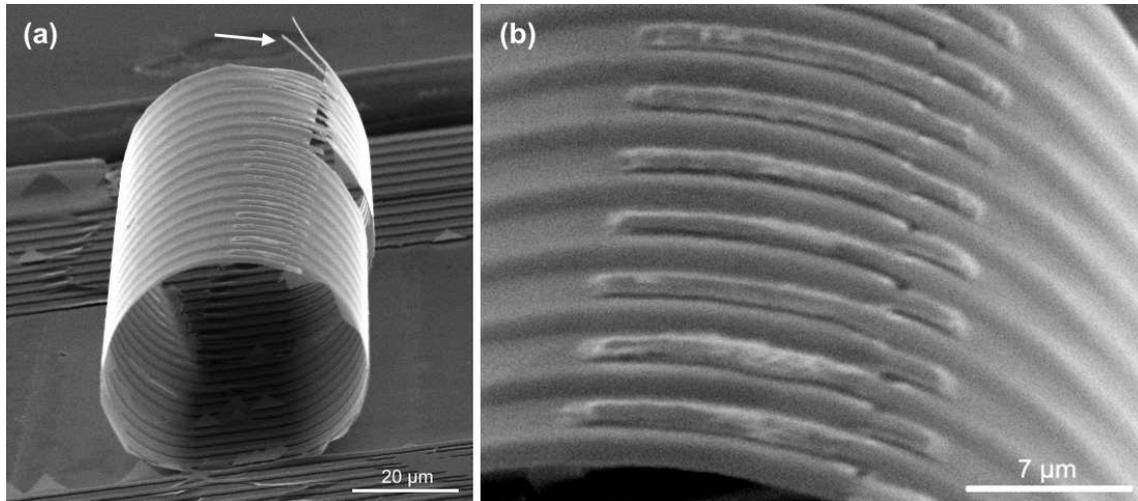


Abb. 18: (a) Mit Hilfe eines Verzahnungssystems geschlossenes einwandiges Mikroröhrchen (Closed Single-Walled Microtube). (b) Vergrößerung des Verzahnungssystems. Die Zähne greifen zentrisch ineinander und sind durch kapillare Kräfte beim Trocknen heruntergebogen. Der Pfeil in (a) zeigt, dass die unverspannten Zähne freistehend einen unendlichen Biegeradius haben.

Das Verzahnungssystem hat bemerkenswerterweise bei praktisch allen mit den obigen Parametern hergestellten Proben zu geschlossenen Objekten geführt. Man beachte, dass in der gezeigten Konfiguration die verspannte Mesa sich leicht verdrehen muss, um Drähte und Zwischenräume der gegenüberliegenden Seiten richtig zueinander auszurichten (Abb. 17(f)). Ein durch die Verwendung eines Kritischen-Punkt-Trockners leicht lösbares Problem stellen lediglich die kapillaren Kräfte beim Trocknen der Probe dar. Unter dem Lichtmikroskop lässt sich beobachten, dass diese dazu führen, dass viele geschlossene Objekte wieder aufgerissen werden. Ein anderer bemerkenswerter Punkt ist die Tatsache, dass es nicht zwingend notwendig ist, die Länge l_2 genau entsprechend dem aus der Verspannungsrelaxation erwarteten Umfang der CSWM zu wählen. Auch etwas längere Mesa haben zu CSWM geführt. Der Umfang dieser Objekte entspricht dann der leicht erhöhten Mesalänge l_2 , d.h. er ist leicht erhöht im Vergleich zum Umfang, der alleine aus der Verspannungsrelaxation resultieren würde. Durch entsprechende Wahl von l_2 lässt sich also die Restverspannung in der CSWM einstellen. Ein weiterer einstellbarer Parameter ist die oben genannte Verdrehung der CSWM. Sie hängt von der relativen Lage der Zähne auf den gegenüberliegenden Startkanten ab. Durch eine relative Verschiebung von $(b_w + b_i)/2$ lässt sich die Verdrehung beispielsweise komplett entfernen. Ein sehr wichtiger Parameter ist schließlich die Änderung des Biegeradius. Da die Präparation auf der konventionellen 2-Schritt Lithographie (Abschnitt 3.1.1) basiert, sind Objekte mit Biegeradien kleiner als $1 \mu\text{m}$ kaum möglich. Trotzdem kann man davon ausgehen,

dass sich das hier demonstrierte Verfahren auch zur reproduzierbaren Herstellung von CSWMs mit wenigen Mikrometern Biegeradius nutzen lässt. Erste Ansätze in dieser Richtung haben allerdings gezeigt, dass die Anforderungen beispielsweise an die Genauigkeit der Ätztiefen oder die Schärfe der Ätzkanten für solche Biegeradien höher sind. Hier empfiehlt sich die Verwendung von Trockenätzverfahren statt der für das in Abb. 18 gezeigte Beispiel verwendeten Nasschemie. Die Lithographie sollte, um möglichst scharfe Verzahnungssysteme zu erhalten, mit Hilfe von Elektronenstrahlen vonstatten gehen. Die Anforderungen an die Optimierung variabler Parameter, wie beispielsweise der Zahnlängen oder Drahtbreiten für ein robustes Verzahnungssystem, sind hier ebenfalls höher.

Ein sehr wichtiger, bisher nicht diskutierter Punkt bezüglich möglicher Anwendungen des beschriebenen Verfahrens ist die Frage nach der Spaltbreite zwischen den gegenüberliegenden Mesaenden, nachdem das Verzahnungssystem der CSWM eingerastet ist. Diese hängt maßgeblich von der Schärfe des Verzahnungssystems ab. Da für die bisher präparierten CSWMs Photolithographie in Verbindung mit nasschemischen Ätzverfahren benutzt wurde, waren die entsprechenden Verzahnungssysteme mit relativ runden Kanten versehen, und eine Spaltbreite von 500 nm wurde in den allermeisten Fällen nicht unterschritten. Dennoch gab es auch hier schon fest aneinander liegende Mesaenden. Eine kristalline Verbindung der beiden Enden ist allerdings sehr unwahrscheinlich. Die Anwendung des in diesem Abschnitt beschriebenen Verfahrens liegt daher eher bei der Herstellung von optischen Resonatoren als bei der Verwirklichung von in sich geschlossenen Elektronenbahnen um die Röhrenachse. Für letztere ist eine kristalline Verbindung essentiell. Interferenzeffekte würden außerdem erst dann eine Rolle spielen, wenn der Umfang in der Größenordnung der Phasenkohärenzlänge der Elektronen läge, d.h. die Biegeradien müssten deutlich kleiner sein als $10 \mu\text{m}$. Für optische Resonatoren haben CSWMs dagegen in etwa die richtige Größe und eine Reihe anderer interessanter Eigenschaften. Die Oberflächen der CSWMs sind wesentlich glatter als die bisher untersuchten Resonatoren [Kip04] in Form von lithographisch definierten Scheiben, so dass ein deutlich verbesserter Qualitätsfaktor zu erwarten ist. Natürlich sollte dieser Vorteil nicht durch starke Verluste am Übergang der beiden Mesaenden verloren gehen. Das heißt, dass der Spalt möglichst klein sein sollte, impliziert aber nicht die Notwendigkeit einer kristallinen Verbindung. Kleine Fehlstellen an definierter Stelle im Resonator sind im Gegenteil sogar interessant, um Licht auszukoppeln [Kne04, Lev93].

3.2.2 Mikroröhrchen mit dickenmodulierten Wänden

Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, dass verspannte Schichten, die periodisch dickenmoduliert sind, mit einem mittleren Radius (vergl. Gl. 3.1) aufrollen. Möchte man dagegen beliebig geformte dickenmodulierte Strukturen, wie z.B. die in Abschnitt 4.1.4 beschriebenen Hallgeometrien, aufrollen, so tritt das Problem auf, dass diese beim Aufrollen zerreißen.

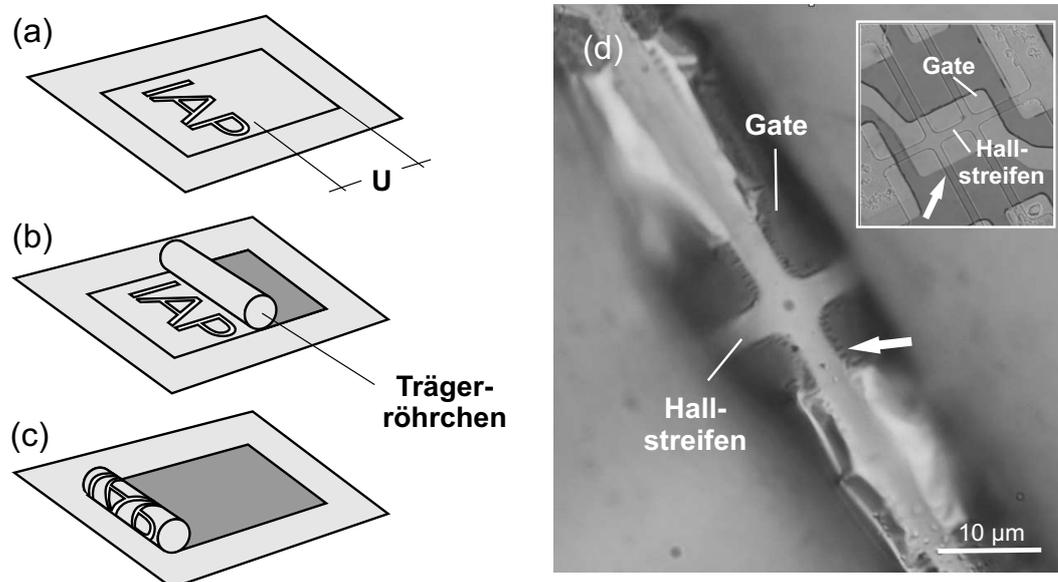


Abb. 19: Aufrollen von ungleichmäßig verspannten Schichten mit Hilfe einer Trägerrolle. (a) vor dem Aufrollen. (b) Trägerrolle mit Umfang U entsteht durch Aufrollen eines unstrukturierten, gleichmäßig verspannten Bereichs. (c) mit der Trägerrolle lässt sich der strukturierte Bereich (IAP) aufrollen. (e) mit dieser Methode hergestellte eingerollte Hallgeometrie. Der Einsatz zeigt dieselbe Struktur vor dem Aufrollen. Die weißen Pfeile kennzeichnen denselben Spannungsabgriff

Das Konzept zur Lösung dieses Problems zeigt Abb. 19. Wie beim Aufrollen von zerknitterter Aluminiumfolie auf eine Papprolle kann man auch auf der Nanometerskala ein Trägerrollchen zum Aufrollen von ungleichmäßig verspannten Schichtsystemen benutzen. Dies lässt sich bewerkstelligen, indem man vor dem dickenmodulierten Bereich (im gezeigten schematischen Beispiel der Schriftzug IAP), über eine Länge, die mindestens dem späteren Umfang U der Trägerrolle entsprechen muss (siehe Abb. 19(a),(b)) unstrukturiertes Material aufrollt. Auf die dabei entstehende Trägerrolle kann der nachfolgende dickenmodulierte Bereich dann ohne einzureißen aufgerollt werden (Abb. 19(c)). Als Beispiel zeigt Abb. 19(d) eine aufgerollte Hallgeometrie. Der Einsatz zeigt dieselbe Struktur vor dem Aufrollen entsprechend Abb. 19(a). Eine Abbildung der realen Struktur entsprechend Abb. 19(b) ist nicht gezeigt. Die weißen Pfeile kennzeichnen jeweils denselben Spannungsabgriff vor und nach dem Aufrollen. Sowohl die Kontur des Hallstreifens als auch die Gate-Metallisierungen (dunkel in Abb. 19(d), hell im Einsatz) bleiben nach dem Aufrollen rückseitig im Lichtmikroskop sichtbar.

3.3 Strukturierung mit fokussierten Ionenstrahlen

In diesem Abschnitt soll kurz gezeigt werden, dass es auch möglich ist, Mikro- und Nanoröhrchen *nach* dem Aufrollprozess zu strukturieren. Mit Hilfe eines Ionenstrahlmikroskops, kurz als FIB (Focused Ion Beam) bezeichnet, wurden im Rahmen dieser Arbeit Strukturen wie die in Abb. 20 hergestellt. Dazu steht am Institut für Angewandte Physik eine kommerzielle FIB-Anlage der Firma Seiko (SMI 8300) zur Verfügung. Das mit Galliumionen aus einer Flüssigmetallquelle (LMIS) arbeitende Gerät schafft bei einer Beschleunigungsspannung von 30 keV und minimalem Ionenstrom, d.h. ausgeschalteter Kondensorlinse, eine Auflösung von deutlich unter 100 nm.

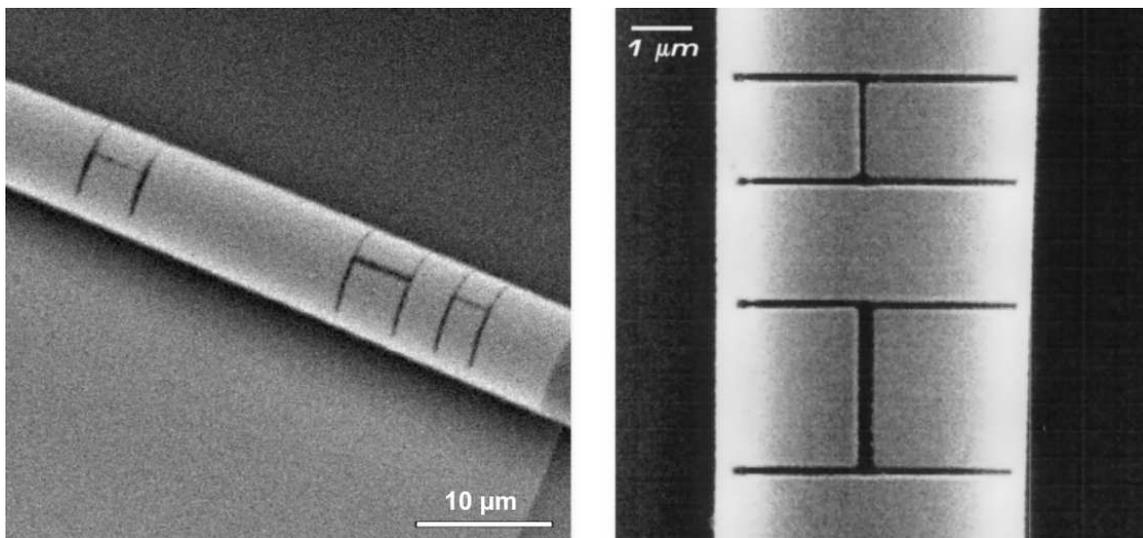


Abb. 20: Mit fokussierten Ionenstrahlen strukturierte Metall-Halbleiterröhre aus der Diplomarbeit von Olrik Schumacher [Sch03]. Wegen des geringen Strahlstroms und der kurzen Ätzeit lassen sich schädigungsarm scharfe Strukturen mit steilen Kanten in die Röhrcen übertragen. Die gezeigte Struktur sollte sich nach elektrischem Aufladen der Metallschicht an den freigeschnittenen Lamellen bewegen. Es stellte sich jedoch heraus, dass für diese spezielle Anordnung die dazu nötigen Spannungen zu hoch waren.

Die Vorgehensweise bei der Strukturierung von aufgerollten Objekten mit der FIB ist im allgemeinen die folgende: Zunächst werden mit Hilfe der konventionellen oder der invertierten 2-Schritt Lithographie Mikro- oder Nanoröhrchen hergestellt. Um Schädigungen im später zu strukturierenden Bereich zu verhindern, justiert man das Mikroskop zunächst an einer Stelle der Röhrcen, die später nicht mehr gebraucht wird. Auch die zu schreibende Struktur wird noch an dieser Stelle an dem Röhrcen ausgerichtet. Im ausgeschalteten Zustand wird dann der Strahl genau entlang der Röhrcenachse verschoben und schließlich die Struktur in das Röhrcen übertragen. Wegen der sehr dünnen Wände der Röhrcen dauert dieser Vorgang auch bei

minimalen Ionenströmen (<1 pA) nur wenige Sekunden, und die Schädigung der nicht belichteten Bereiche durch Streustrahlung sollte relativ gering bleiben. Wie in Abb. 20 sichtbar, lassen sich auf diese Weise sehr scharfe Strukturen mit sehr steilen, glatten Kanten herstellen. Insbesondere zur Erzeugung einer lateralen Strukturierung zur Herstellung von Ring-Resonatoren aus Mikroröhrchen ist die Verwendung von fokussierten Ionenstrahlen deshalb vielversprechend.

Kapitel 4

Aufgerollte zweidimensionale Elektronensysteme (A2DES)

Halbleiterschichtsysteme, die sich nach dem Ablösen vom Substrat zu Röhren aufrollen sollen, müssen nicht notwendigerweise aus genau zwei Materialien mit unterschiedlichen Gitterkonstanten bestehen. So ist es insbesondere auch möglich, aluminiumhaltige und Silizium-dotierte Schichten in verspannte InGaAs/GaAs-Schichtsysteme zu integrieren, ohne den späteren Aufrollvorgang zu beeinträchtigen. Das eröffnet die sehr interessante Möglichkeit, optisch bzw. elektronisch aktive Schichten zu Röhren aufzurollen und in Zylindergeometrie zu untersuchen.

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit im Rahmen dieser Arbeit erstmals verwirklichten aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystemen (A2DES) [Men04a, Men04b]. Die hier präparierten A2DES haben Biegeradien im Mikrometerbereich, Beweglichkeiten bis zu $125.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ und elektrostatisch abstimmbare Ladungsträgerdichten. Abgesehen von theoretisch vorhergesagten, aber vergleichsweise schwachen Transporteffekten allein aufgrund der Topographie von zweidimensionalen Elektronensystemen [Cha04, Ent01], ist eine Hauptmotivation zur Erzeugung topographischer Modulationen die damit verbundene Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente in Magnetotransportexperimenten. Hier stellen A2DES ein ausgezeichnetes System dar. In allen bisher veröffentlichten Ansätzen zur Erzeugung modulierter Magnetfelder durch topographische Modulation, z.B. durch Überwachsen von vorstrukturierten Substraten [Lea95, Gus99, Gra04] oder auf Grundlage von Verspannungsrelaxationsprozessen [Lö03], gab es nämlich immer auch zusätzliche Modulationen, etwa der Verspannung oder der Kristallstruktur. Das gleiche gilt für die Erzeugung von modulierten Magnetfeldern durch strukturierte Ferromagnete [Ye95] oder Supraleiter [Car95] auf der Oberfläche der entsprechenden Heterostrukturen. Eine eindeutige Zuordnung neuer Signaturen ist in solchen Systemen nicht möglich. In die Röhrenwände integrierte zweidimensionale Elektronensysteme im homogenen Magnetfeld stellen dagegen ein System dar, in dem alleine das Magnetfeld senkrecht zum zweidimensionalen Elektronensystem moduliert ist. Starke Modulationen mit wechselnden Vorzeichen sowie eine durch Drehen der Röhren im Magnetfeld abstimmbare Phase der sinusförmigen Modulation können so leicht realisiert wer-

den. Dies ermöglicht zum einen die Untersuchung von bekannten Phänomenen, wie beispielsweise magnetisch erzeugten Quantenstrukturen [Pee93, Men05b], magnetischen Barrieren [Lea95, Ibr97] oder Snake Orbits [Mü92, Nog03, Nog00, Rei00]. Außerdem eröffnen sich aber auch ganz neue Möglichkeiten, wie z.B. die Untersuchung der Ankopplung von Randkanälen in ihrer Eigenschaft als ideale Luttinger Flüssigkeiten an zweidimensionale Elektronensysteme mit $B_z = 0$ [Hil01] oder die Erzeugung von räumlich getrennten Spinkanälen [Kle03].

An dieser Stelle sei erwähnt, dass gleichmäßig gekrümmte Elektronensysteme durch Übertragung auf ein Glasröhrchen mit Hilfe eines lift-off Verfahrens bereits in früheren Arbeiten von Stefan Böhm verwirklicht wurden [Böh02, Lor03]. Die Qualität dieser Systeme mit Biegeradien von etwa 1 mm war aber durch Defekte stark beeinträchtigt, und es wurden nur Messungen an einem Hallstreifen entlang der Krümmung veröffentlicht. Auf diese Messungen wird bei der Diskussion entsprechender hier erzielter Daten eingegangen. Des Weiteren wurden in einer Veröffentlichung von Prinz und Mitarbeitern Zweipunkt-Messungen an aufgerollten Heterostrukturen auf InGaAs/GaAs-Basis veröffentlicht [Vor04]. Im Abschnitt zur Präparation von A2DES wird erläutert werden, dass Zweipunkt-Messungen in solchen Systemen durch die Kontakte dominiert werden und entgegen den Erklärungen in der genannten Veröffentlichung keinerlei Aussage über die Existenz eines zweidimensionalen Elektronensystems in den untersuchten Objekten erlauben.

Im Folgenden wird nun zunächst die Entwicklung unserer Heterostrukturen zur Erzeugung hochwertiger A2DES in den Röhrchenwänden geschildert. Danach wird auf die Definition von Messgeometrien und die Kontaktierung der A2DES eingegangen. Der anschließende Theorieteil beinhaltet einige grundlegende Überlegungen zu den Auswirkungen der Magnetfeldmodulationen auf das Energiespektrum und die Transporteigenschaften von A2DES. Im letzten Abschnitt werden schließlich Messungen in einfacher Vierpunkt-Geometrie und an Hallstreifen entlang und quer zur Krümmung des A2DES gezeigt und diskutiert.

4.1 Präparation

4.1.1 Design der Heterostruktur zur Erzeugung von A2DES

Die Anforderungen an Heterostrukturen zur Erzeugung von aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystemen unterscheiden sich von denen zur Erzeugung herkömmlicher hochbeweglicher Systeme im Wesentlichen durch drei zusätzliche Randbedingungen. Diese sollen anhand von zwei verschiedenen Ansätzen zur Herstellung von A2DES im Folgenden erläutert werden.

Dicke der Heterostruktur und eine zusätzliche Oberfläche

Erstens gibt es anstatt einer hier zwei Halbleiteroberflächen, an denen sich Ladungsträger aus den Dotierschichten akkumulieren und damit für das Elektronensystem verloren gehen können. Die Dicke der Heterostruktur und damit der Abstand dieser

Oberflächen zum Elektronensystem sollte möglichst klein sein, um den Biegeradius zu minimieren. Das hat zur Konsequenz, dass sich sowohl die Donatorrumpfe der entsprechenden Dotierschichten als auch die Oberflächenstreuer näher am Elektronensystem befinden und dieses stärker stören, d.h. die Beweglichkeit herabsetzen. Außerdem sind für immer dünnere Schichten auch immer höhere Dotierungen nötig, um die Leitungsbandkante zur Erzeugung eines zweidimensionalen Elektronensystems unter die Fermienergie zu biegen. Bezüglich eines aufgerollten Elektronensystems, in dem die elastische freie Weglänge der Elektronen und damit verbundene Größen einen möglichst großen Anteil des Umfangs ausmachen sollen, muss also ein Kompromiss zwischen 2DES-Beweglichkeit und Biegeradius gefunden werden.

Radiale Modulation der Verspannung

Als zweite Randbedingung tritt in aufgerollten Heterostrukturen zur Erzeugung von A2DES eine radiale Modulation der Verspannung auf. Abbildung 21(e) zeigt die Gitterfehlpassung entlang der Krümmung ($\epsilon_t(r)$, durchgezogene Linie) und entlang der Röhrenachse ($\epsilon_y(r)$, gestrichelte Linie) in Abhängigkeit von der radialen Position für zwei hier untersuchte Heterostrukturen zur Erzeugung von A2DES (Abb. 21(a)). Berechnet wurden die Kurven auf Grundlage des in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Modells von Grundmann unter der Annahme, dass die Röhren entlang der Achse frei relaxieren können. Während $\epsilon_y(r)$ entsprechend der Gitterfehlpassung einer abgelösten aber nicht aufgebogenen Schicht eine Stufenfunktion mit Sprung am verspannten Heteroübergang beschreibt, hat $\epsilon_t(r)$ einen sägezahnförmigen Verlauf, ebenfalls mit Sprung am verspannten Heteroübergang. Aus diesem Grunde variiert auch die Stärke der Verspannungsanisotropie, gekennzeichnet durch die Differenz $\xi = \epsilon_y(r) - \epsilon_t(r)$, in Abhängigkeit von der radialen Position. Die Betrachtung von Abb. 21(c)-(e) zeigt, dass sich für die linke Struktur mit stark unterschiedlich dicker indiumhaltiger und indiumfreier Schicht ein qualitativ anderes Bild ergibt als für die rechte in diesem Sinne symmetrische Struktur. Die Bedingung für Verspannungsanisotropie, $\xi = 0$, ist für die symmetrische Schichtfolge am verspannten Heteroübergang erfüllt. Hier wird jedoch gleichzeitig auch die Verspannungsenergie E_V maximal. Im Gegensatz dazu gibt es in der linken asymmetrischen Heterostruktur zwischen den Pfeilen in Abb. 21(c) und (d) einen Bereich, in dem die Verspannung gleichzeitig sehr klein und praktisch isotrop ist.

Anhand dieser Betrachtungen wird deutlich, dass man je nach Symmetrie der Heterostruktur und abhängig von der Position innerhalb der aufgerollten Heterostruktur den Betrag und die Anisotropie der Verspannung am Ort der jeweils zu untersuchenden elektronisch bzw. optisch aktiven Schicht einstellen kann. Den Einfluss der Verspannung auf die Bandstruktur von aufgerollten Quantentöpfen haben Hosoda und Mitarbeiter in optischen Experimenten eindrucksvoll anhand eines Typ II nach Typ I Übergangs durch Aufrollen demonstriert [Hos03]. Kubota und Mitarbeiter haben in aufgerollten Doppelquantentopfschichtsystemen den Zusammenhang zwischen Verspannungsprofil und Energiespektren untersucht [Kub02] und eine gute

Übereinstimmung mit theoretischen Modellen gefunden [Cha77, dW89]. Ein einfaches viel versprechendes Experiment, das in diesem Zusammenhang noch aussteht, ist die Untersuchung der elektronischen Struktur von selbstorganisiert gewachsenen Quantenpunkten in der Nähe der oder auf den [Mia05] extrem anisotrop verspannten Innen- bzw. Außenseiten der Röhren.

In unseren Experimenten an A2DES soll aufgrund der ohnehin schon hohen Komplexität des Systems der Einfluss von Verspannung jedoch ausgeschlossen werden. Durch Platzierung des 2DES in den Bereich zwischen den Pfeilen in Abb. 21(c) und (d) kann dieses für die linke asymmetrische Heterostruktur leicht gewährleistet werden. Für die symmetrische Heterostruktur ist lediglich die Aufhebung der Verspannungsanisotropie durch Platzierung des 2DES direkt am verspannten Heteroübergang möglich. Die Verspannungsenergie ist hier, wie oben erwähnt, maximal. Die durchgezogenen Linien in Abb. 21(b) zeigen selbstkonsistente Bandstrukturrechnungen für beide Strukturen. Sie wurden mit Hilfe einer Software von G. Snider [Sni] zur selbstkonsistenten Lösung von Poisson- und Schrödingergleichung in einer Dimension durchgeführt. Verspannungsinduzierte Bandverbiegungen können nach dem Modell von Van de Walle [dW89] mit Hilfe der Relation $\Delta E_{C,V} = a_c \frac{\Delta V}{V}$, wobei $\frac{\Delta V}{V}$ die relative Volumenänderung und a_c das sogenannte hydrostatische Deformationspotential darstellen, abgeschätzt werden. Die strichpunktierten Linien in Abb. 21(b) zeigen auf diese Weise abgeschätzte verspannungsinduzierte Bandverbiegungen des Leitungsbandes $\Delta E_{C,V}$. Die Werte für die hydrostatischen Deformationspotentiale stammen aus Ref. [dW89], die relative Volumenänderung erhält man aus der Spur des Verspannungstensors ($\frac{\Delta V}{V} = Tr(\hat{\epsilon})$). Es sei hier angemerkt, dass die verspannungsinduzierten Bandverbiegungen in den Bandstrukturrechnungen nicht berücksichtigt wurden. Da allerdings im Gegensatz zu den oben genannten optisch aktiven Heterostrukturen in dünnen elektronisch aktiven Heterostrukturen die notwendigerweise sehr starken Dotierungen extrem hohe Bandverbiegungen verursachen, steht ihre Platzierung und Dosierung beim Design neuer Heterostrukturen im Vordergrund. Die vergleichsweise geringen Bandverbiegungen aufgrund der Verspannung können in erster Näherung vernachlässigt werden.

Bandkantensprung am verspannten Heteroübergang

Die dritte der eingangs erwähnten Randbedingungen resultiert aus der Tatsache, dass es am verspannten Heteroübergang immer auch einen Bandkantensprung gibt. Soll dieser nicht wie in der rechten Heterostruktur aus Abb. 21 selbst zur Erzeugung des 2DES genutzt werden, so besteht die Gefahr, dass an dieser Stelle eine parallel leitende Schicht entsteht. Für die asymmetrische Heterostruktur in Abb. 21 bedeutet das, dass die Dotierung auf der rechten Seite des GaAs-Quantentopfes auf keinen Fall zu hoch gewählt werden darf. Da die Dotierung immer stärker gewählt werden muss, wenn der Abstand zwischen Oberfläche und Elektronensystem verkleinert wird, setzt der Bandkantensprung am verspannten Heteroübergang in der asymmetrischen Struktur deshalb den minimalen Wert für den Abstand zwischen A2DES und der InGaAs-Oberfläche fest.

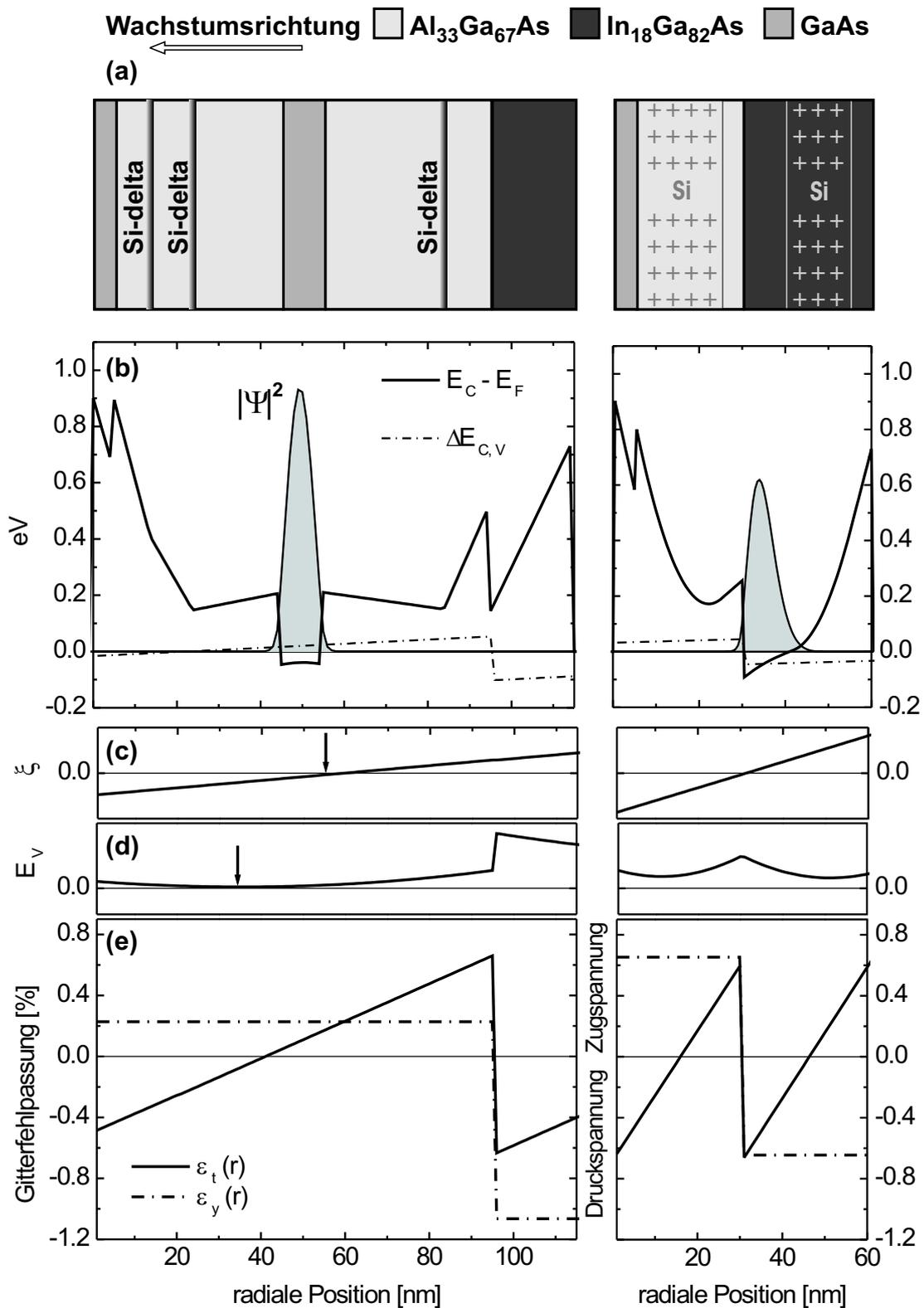


Abb. 21: Zwei Designs zur A2DES-Erzeugung. (a) MBE-Struktur. (b) Bandstrukturrechnung. (c),(d),(e) Verlauf der Verspannungsanisotropie ξ , Verspannungsenergie E_V , Gitterfehlpassung ϵ_t in tangentialer und ϵ_y in achsialer Richtung; Erläuterungen im Text.

4.1.2 Standardcharakterisierung der A2DES

Transport im abgelösten und nicht abgelösten Zustand

Bei der Standardcharakterisierung von A2DES tritt auf den ersten Blick ein grundlegendes Problem auf: Die Ermittlung der Ladungsträgerdichte und damit auch der Beweglichkeit sollte eigentlich nur durch Transportmessungen mit einem über die Struktur konstanten, d.h. nicht modulierten, senkrechten Magnetfeld möglich sein. In der Tat wurde deshalb am Beginn dieser Arbeit großer Aufwand betrieben, um aus den Heterostrukturen zur Erzeugung von A2DES freischwebende, aber nicht aufgerollte Systeme herzustellen. Auf die Präparation soll hier allerdings nicht weiter eingegangen werden, da diese Systeme mit der Entwicklung von aufgerollten Hallgeometrien hinfällig wurden. In Abschnitt 4.3 wird erläutert, dass Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit direkt in diesen aufgerollten Hallgeometrien bestimmt werden können.

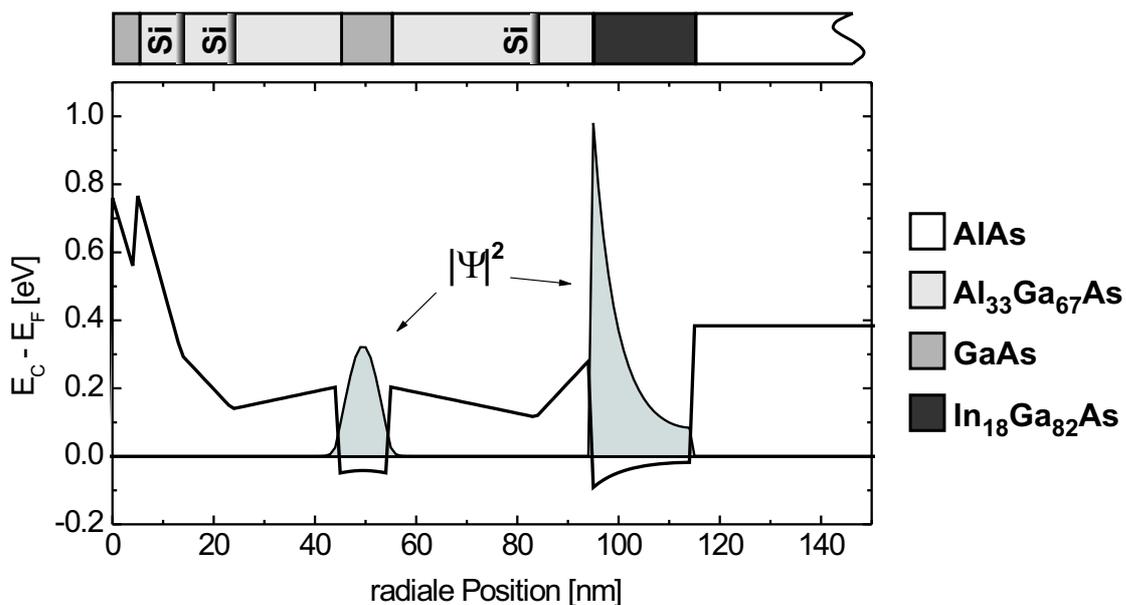


Abb. 22: Bandstrukturrechnung für die linke Heterostruktur in Abb. 21 im nichtabgelösten Zustand. Die indiumhaltige Schicht bildet einen zusätzlichen Quantentopf.

Dennoch sollen hier kurz auch Messungen an nicht aufgerollten freischwebenden Systemen gezeigt werden. Sie verdeutlichen einen für das Design der Kontaktstrukturen zur Messung von A2DES immens wichtigen Punkt: Abbildung 22 zeigt Bandstrukturrechnungen für die asymmetrische Heterostruktur aus Abb. 21 im nicht abgelösten Zustand. Die freie Oberfläche, die das Leitungsband im abgelösten Zustand nach oben zieht, wird hier durch den Übergang zur AlAs-Opferschicht ersetzt,

so dass das Leitungsband in der indiumhaltigen Schicht unterhalb der Fermienergie verläuft und sich ein zusätzlicher Quantentopf bildet. Für diese spezielle Struktur bedeutet das, dass Transport im nicht abgelösten Zustand über zwei 2DES parallel stattfindet, während im abgelösten Zustand nur ein 2DES im GaAs-Quantentopf vorhanden ist. Ähnliches gilt auch für die symmetrische Heterostruktur in Abb. 21. Hier bildet sich zwar kein zusätzlicher Quantentopf, die Eigenschaften des 2DES im nicht abgelösten Zustand unterscheiden sich aber auch hier drastisch von denen im abgelösten Zustand. Der Wegfall der freien Oberfläche auf der indiumhaltigen Seite bewirkt, dass die gesamte Dotierschicht rechts vom Quantentopf leitend wird.

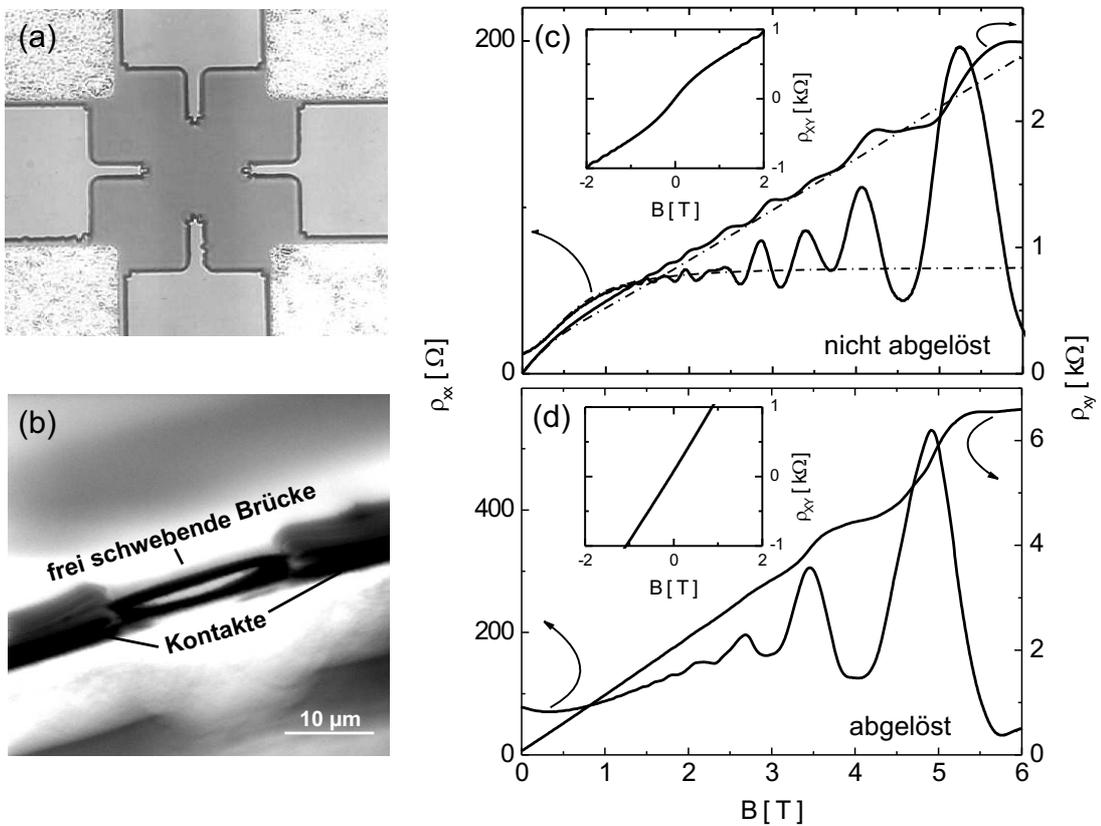


Abb. 23: Charakterisierung des Elektronensystems mit frei schwebender nicht aufgerollter Struktur (a) Messgeometrie: Van der Pauw Kleeblatt. Die hellen Bereiche sind die ohmschen Kontakte. Im dunkelgrauen Bereich befindet sich das 2DES. (b) Frei schwebende Struktur (c) Paralleltransport durch zwei Systeme in nicht abgelöster Struktur. Die gestrichelten Theoriekurven entsprechen zwei Systemen mit $n_1 = 8.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und $\mu_1 = 8.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bzw. $n_2 = 7.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und $\mu_2 = 150.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. (d) Kein Paralleltransport in abgelöster Struktur; $n = 5.6 \cdot 10^{12}$, $\mu = 30.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Der MBE-Schichtaufbau findet sich im Anhang C (#1362).

Abbildung 23 illustriert das unterschiedliche Transportverhalten im nicht abgelösten (c)

und abgelösten (d) Zustand anhand einer nach dem asymmetrischen Strukturdesign hergestellten Probe (#1362, MBE-Schichtaufbau siehe Anhang C). Als Messgeometrie wurde aus präparativen Gründen ein Van-der Pauw Kleeblatt [dP59] verwendet. Abbildung 23(a) zeigt ein solches Kleeblatt von oben vor dem Ablösen vom Substrat. Die kleinen Abmessungen in der Größenordnung des Biegeradius und die Form verhindern zusammen mit einer Lackschicht auf der Struktur das Aufrollen der verspannten Schicht beim Wegätzen der AlAs-Opferschicht. Als Ergebnis erhält man nach dem selektiven Ätzen und dem Entfernen des Lackes eine frei schwebende Brücke, wie sie in Abb. 23(b) zu sehen ist. Die Transportmessungen an nicht abgelösten Strukturen (Abb. 23(c)) zeigen sowohl für die Längs- als auch für die Hallwiderstände typische Signaturen für den Paralleltransport zweier Elektronensysteme, z.B. die sich ändernde Steigung der Hallgeraden bei kleinen Magnetfeldern (siehe Einsatz). Unter der Annahme, dass die Leitfähigkeiten der beiden Systeme sich addieren, können aus den Messkurven durch entsprechende Kurvenanpassungen die Beweglichkeiten und Ladungsträgerdichten der Einzelsysteme abgeschätzt werden ([Thu04], Formeln siehe Anhang B). Den gestrichelten Kurven in Abb. 23(c) entsprechen zwei Systeme mit $n_1 = 8.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und $\mu_1 = 8.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bzw. $n_2 = 7.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und $\mu_2 = 150.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Von einer Modellierung der Quantenoszillationen wurde hier der Einfachheit halber abgesehen. Abbildung 23(d) zeigt, dass die für den Paralleltransport typischen Signaturen in frei schwebenden Brücken verschwinden. Sowohl aus der Hallgeraden als auch aus den SdH-Oszillationen ergibt sich eine Ladungsträgerdichte von $5.6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Die Beweglichkeit des abgelösten Systems beträgt $30.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Die zusätzlichen Schichten hoher Leitfähigkeit in nicht abgelösten Heterostrukturen zur Herstellung von A2DES können zu Kurzschlüssen führen. Zur Definition von Kontaktgeometrien reicht es deshalb nicht aus, in den isolierenden Bereichen den Quantentopf wegzuzäten; es müssen hier alle Dotierschichten entfernt werden. Als weitere Sicherheitsmaßnahme gegen Kurzschlüsse zwischen den Kontakten im nicht aufgerollten Bereich, empfiehlt es sich, die A2DES nur direkt durch Einlegieren von mit eingerollten Metallpads zu kontaktieren. Diese werden dann durch eine weitere nicht einlegierte Metallschicht nach außen geführt (siehe Abschnitt 4.1.3). Bei einem indirekten Anschluss über die Elektronensysteme im flachen nicht abgelösten Bereich besteht insbesondere für das asymmetrische Strukturdesign außerdem die Gefahr, dass erhebliche Widerstände am Übergang zwischen abgelöstem und nicht abgelöstem Bereich auftreten. Es ist nämlich durchaus möglich, dass im nicht abgelösten Zustand das obere Elektronensystem (vergl. Abb. 22) komplett verarmt ist und zum Anschluss des A2DES am oben genannten Übergang ein Tunnelstrom fließen muss.

Vergleich und Optimierung der Konzepte

An dieser Stelle sei vorweggenommen, dass funktionierende A2DES im Rahmen dieser Arbeit nur auf Grundlage des eingerollten GaAs-Quantentopfes, wie in Abb. 21 links gezeigt, hergestellt werden konnten. Der Hauptvorteil dieses Ansatzes ist, dass

hier der Oberflächenabstand des Elektronensystems auf beiden Seiten frei einstellbar ist. Der maximal mögliche Abstand zur Oberfläche der indiumhaltigen Schicht ist dagegen für ein Elektronensystem direkt am verspannten Heteroübergang begrenzt. Das Leitungsband muss hier nämlich durch Dotierung auf einer Strecke, die die kritische Schichtdicke zur Versetzungsbildung für die jeweilige verspannte InGaAs-Schicht nicht überschreiten darf (vergl. Abschnitt 2.3.2, Gl. 2.21), unter die Fermienergie gebogen werden. In von uns nach diesem Rezept hergestellten Proben ist das nicht gelungen. Die Verwendung von δ -Dotierungen könnte hier zwar Abhilfe schaffen, die notwendigen Dotierstärken scheinen allerdings so hoch zu sein, dass in diesen Strukturen leicht Parallellleitung auftreten kann und Streueffekte an den Donatorrümpfen die Qualität des Elektronensystems stark herabsetzen. Insbesondere der letzte Punkt war ausschlaggebend dafür, dass in dieser Arbeit aufgerollte GaAs-Quantentöpfe zur Herstellung von A2DES bevorzugt wurden. Durch Verwendung dieses Konzeptes ist es gelungen, A2DES mit einstellbarer Ladungsträgerdichte zwischen $n = 2.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und $n = 7.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und Beweglichkeiten bis zu $125.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ herzustellen.

Eine erhebliche Schwierigkeit bei der Optimierung von A2DES ist die Tatsache, dass ihre Qualität auch wesentlich von der lithographischen Präparation beeinträchtigt wird. Übereinstimmend mit Erfahrungen anderer Gruppen an flachen frei schwebenden Elektronensystemen [Hö04] haben wir festgestellt, dass sowohl die Ladungsträgerdichte, als auch die Beweglichkeit der Strukturen für denselben Wafer stark schwanken können. Ursache dafür ist sehr wahrscheinlich der starke Einfluss der Oberflächen, aufgrund ihrer Nähe zu den Dotierschichten und zum Elektronensystem. Für eine Optimierung der Heterostruktur ist es deshalb notwendig, Probenserien mit jeweils identischen Präparationsparametern herzustellen. Im Rahmen dieser Arbeit lag das Augenmerk nach der Herstellung erster funktionierender A2DES jedoch eher auf der Entwicklung und Durchführung erster Experimente an A2DES als auf der weiteren Optimierung der Schichtstrukturen. Auf die standardmäßige Ermittlung von Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit in aufgerollten Hallstreifen wird direkt im Zusammenhang mit den entsprechenden Experimenten in Abschnitt 4.3 eingegangen.

4.1.3 Vier-Punkt Geometrie: Definition und Kontaktierung

Die erste Frage, die es beim Design von Kontaktgeometrien zu beantworten gilt, ist die nach der Anzahl der nötigen Kontakte. Bei Magnetotransportexperimenten an A2DES ist diese Frage mit dem genauen Ort der jeweiligen Kontakte verknüpft. Offenkundig macht es schon aus geometrischen Gründen kaum einen Sinn, Metall im nicht abgelösten Bereich einzulegen und das A2DES über flache 2DES Zuleitungen anzuschließen. In diesem Fall misst man nämlich eine Überlagerung der Magnetowiderstände von 2DES-Zuleitungen und A2DES. Oszillationen in solchen Messungen können also nicht zugeordnet werden und führen leicht zu Fehlinterpretationen wie in Ref. [Vor04]. Eine Möglichkeit, mit solchen Zweipunktgeometrien

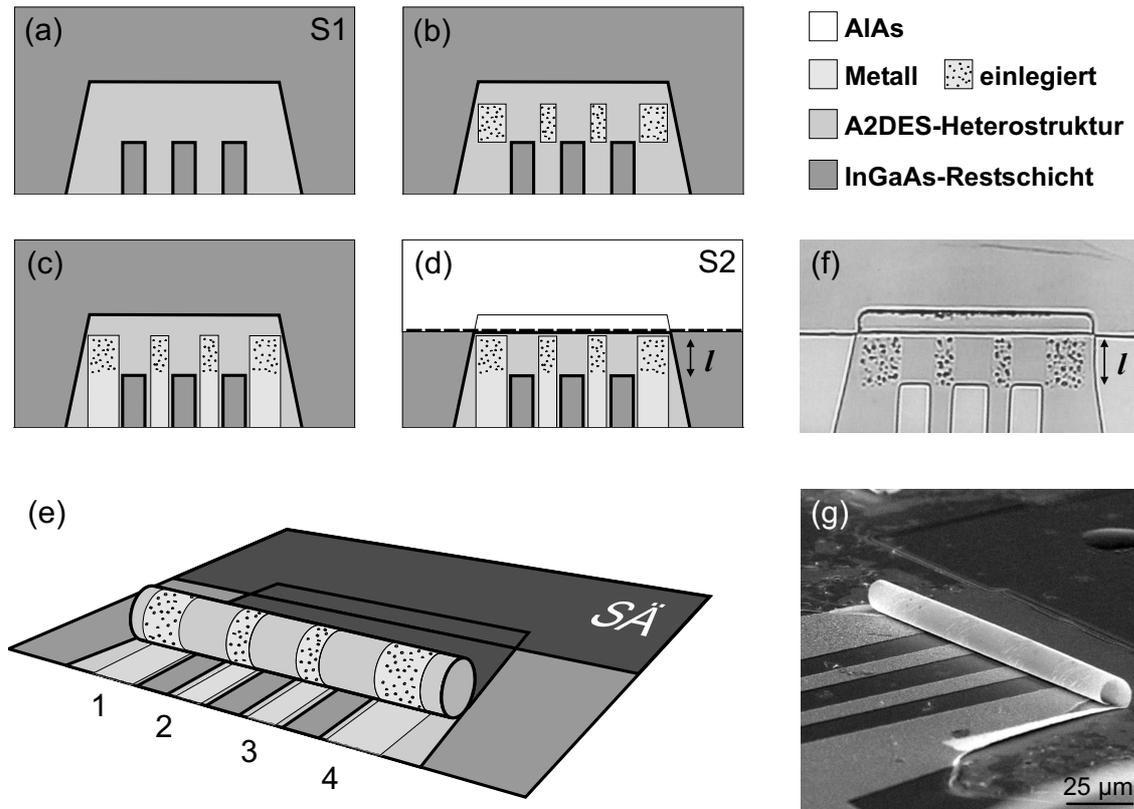


Abb. 24: Vierpunktkontaktgeometrie für Transportmessungen an A2DES. (a) Gleichzeitige Definition von verspannten Mesa (S1) und Kontaktgeometrie. (b) Kontaktierung des späteren A2DES durch einlegiertes Metall. (c) Definition der Metallzuleitungen. (d) Startkantendefinition an der gestrichelten Linie (S2). (e) Aufrollen durch selektives Wegätzen der AIAs-Opferschicht (SÄ), $N = l/U$. (f) Lichtmikroskopische Aufnahme entsprechend (d). (g) REM-Aufnahme entsprechend (e), $r = 8 \mu\text{m}$, $N = 0.6$.

zumindest die Existenz eines A2DES in der jeweiligen Struktur zu beweisen, ist eine parallele Orientierung der 2DES-Zuleitungen relativ zum Magnetfeld. Der Widerstand der Zuleitungen ist dann nämlich unabhängig vom Magnetfeld, und auftretende oszillierende Magnetowiderstände können dem A2DES zugeordnet werden. Da diese Orientierung aber die einzige bleibt, in der das A2DES isoliert gemessen werden kann, lässt sich ein sehr interessanter Parameter, nämlich die Phase der Modulation des senkrechten Magnetfeldes nicht ändern. Die Zweipunktgeometrie mit 2DES-Zuleitungen ist also wenig sinnvoll. Ähnliche Erfahrungen wurden im Rahmen dieser Arbeit auch mit Zweipunktgeometrien, in denen die Kontaktierung durch bis in den aufgerollten Bereich geführte und überall einlegierte Metallstreifen bewerkstelligt wurde, gemacht. Da das Metall nur einige Nanometer dick sein darf, damit es den Aufrollvorgang nicht stört, wird die Leitfähigkeit des 2DES im nicht abgelösten Bereich nach dem Einlegieren vergleichbar mit der des Metalls. Als Folge fließt ein

Teil des Stroms durch das 2DES unter den Zuleitungen, so dass diese wie oben einen Magnetowiderstand zeigen, der sich mit dem Signal des A2DES überlagert. Zuleitungen ohne magnetfeldabhängigen Widerstand lassen sich realisieren, indem man nur direkt im aufgerollten Bereich das A2DES durch einlegierte Metallstreifen kontaktiert und diese Kontakte durch eine weitere dünne Metallschicht, die nicht einlegiert wird, nach außen führt. Wie bereits im letzten Abschnitt erwähnt, wird dadurch zusätzlich die Gefahr von Kurzschlüssen zwischen den Zuleitungen minimiert. Um schließlich auch einen möglichen Einfluss der Kontaktwiderstände zwischen einlegiertem Metall und A2DES auszuschließen, haben wir in unseren Strukturen zum zweifelsfreien Nachweis von A2DES vier solcher Kontakte nebeneinander eingerollt. Abbildung 24(a)-(e) zeigt das entsprechende lithographische Schema. Zu Grunde liegt die in Abschnitt 3.1 beschriebene 2-Schritt-Lithographie. Die verwendeten Ätzlösungen sind mit den dort angegebenen identisch, Lack- und Belichtungsparameter finden sich im Anhang A. Beim ersten Ätzschritt zur Definition der verspannten Mesa (S1) werden in den hier verwendeten Heterostrukturen auf Basis eines beidseitig dotierten GaAs-Quantentopfes (siehe Abb. 21 links) automatisch um diese Mesa herum auch alle elektronisch aktiven Schichten weggeätzt (Abb. 24(a)). Anschließend werden Metallkontakte (AuGe/Ni/AuGe, 6 nm/1 nm/6 nm) in dem Bereich, der sich später aufrollen wird, zum direkten Anschluß des A2DES aufgedampft und einlegiert (Abb. 24(b)). Der Anschluß dieser Kontakte zur Außenwelt erfolgt wie in Abb. 24(c) gezeigt und oben bereits diskutiert über dünne nicht einlegierte Metallzuleitungen (Cr/Au, 1 nm/9 nm). Danach wird durch Tiefmesaätzen (S2) die Startkante definiert (Abb. 24(d) gestrichelte Linie) und schließlich im letzten hochselektiven Ätzschritt (SÄ) die Struktur aufgerollt (Abb. 24(e)). Abbildung 24(g) zeigt eine rasterelektronenmikroskopische Aufnahme einer solchen aufgerollten Kontaktstruktur. Der Biegeradius der Struktur beträgt $8 \mu\text{m}$. Die Anzahl der Umdrehungen $N = l/U$ wird, wie bereits in Abschnitt 3.1 diskutiert, über die Länge der verspannten Mesa, d.h. in diesem Fall über die im Schema in Abb. 24(d) eingezeichnete Länge l , bestimmt. Nach Überschreiten der Ätzzeit, die notwendig ist, um die verspannte Mesa auf der Länge l aufzurollen (vergl. t_m in Abschnitt 3.1), kommt das entstehende Mikroröhrchen freischwebend auf den Zuleitungen zum Liegen. Für die gezeigte Struktur ist $N=0.6$. Abbildung 36 in Abschnitt 4.3.1 zeigt ein entsprechendes Röhrchen mit $N=0.14$. Die Variation von N ist für Magnetotransportmessungen besonders interessant, weil dadurch der Ausschnitt der Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente variiert werden kann. In Abschnitt 4.3.1 wird im Zusammenhang mit dem ersten Nachweis von A2DES in unseren Strukturen [Men04a] der Einfluß von N auf die Transportmessungen in einfacher Vierpunktgeometrie untersucht.

4.1.4 Hallgeometrie: Definition und Kontaktierung

Durch Verwendung des in Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Konzeptes zum Aufrollen von dickenmodulierten verspannten Schichten lassen sich nicht nur einfache Vierpunktgeometrien, wie sie im letzten Abschnitt beschrieben wurden, sondern auch

komplizierte Kontaktgeometrien mit praktisch beliebiger Form herstellen. Dieses ermöglicht insbesondere die Verwendung der für Magnetotransportmessungen üblichen Hallgeometrie. Man beachte, dass es hier nun auch möglich ist, im Gegensatz zur Vierpunktgeometrie des vorherigen Abschnitts, wo der Strom stets entlang der Röhrenachse getrieben wird, die Stromrichtung relativ zur Magnetfeldmodulation beliebig zu variieren.

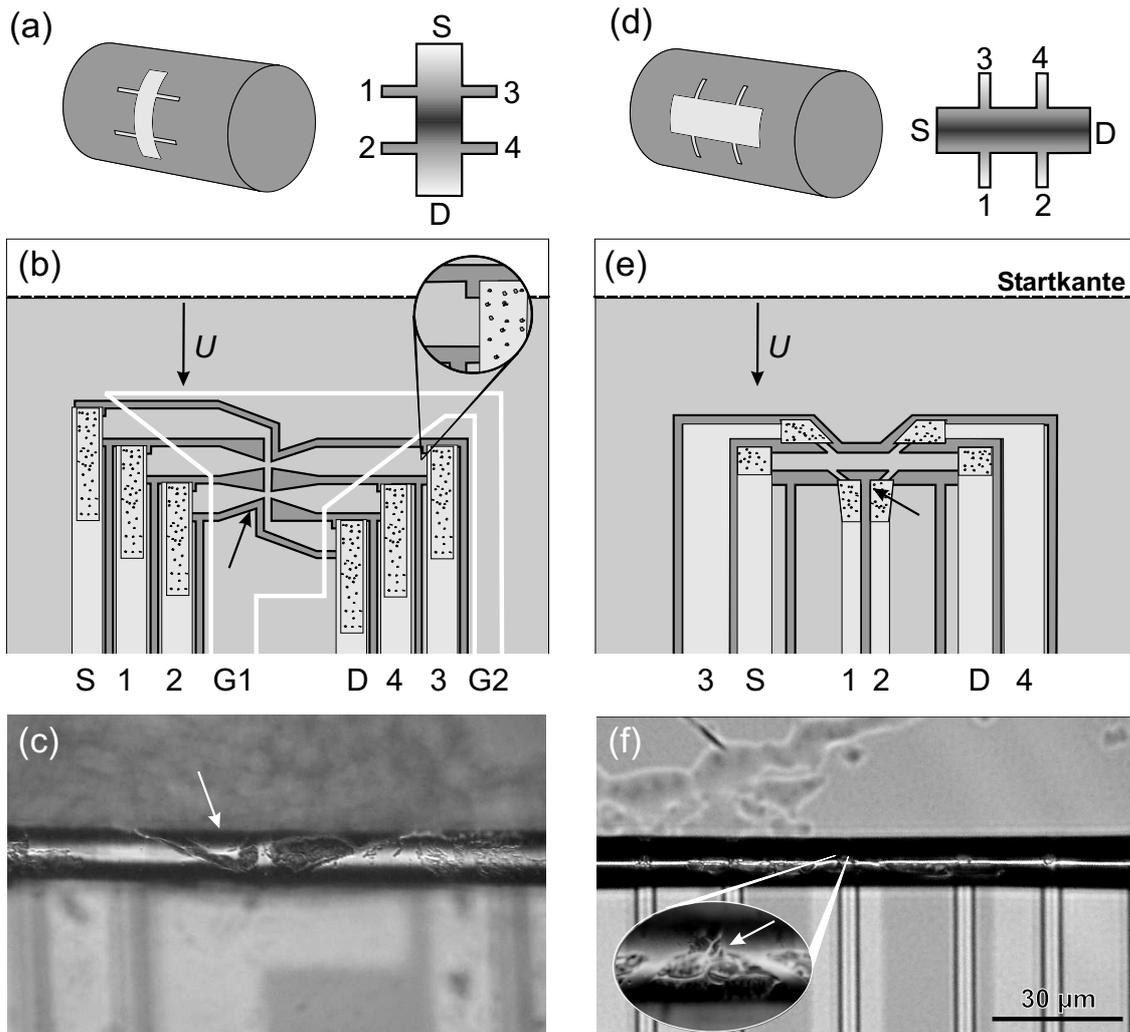


Abb. 25: Hallgeometrie für Transportmessungen an A2DES. (a),(d) Der Farbverlauf illustriert jeweils die Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente parallel (a) bzw. senkrecht (d) zur Hallstreifenorientierung. (b),(e) Schema der Kontaktgeometrien vor dem Aufrollen, Farbkodierung siehe Abb. 24. Die weiße Umrandung in (b) kennzeichnet den Bereich der Gateelektrode. (c),(f) Lichtmikroskopische Aufnahme realer Strukturen mit Radius $r = 8 \mu\text{m}$ und Modulationsausschnitt $N = 0.24$ (c) bzw. $N = 0.48$ (f). Die weißen Pfeile entsprechen den schwarzen im Schema. Die rauhen, pelzig erscheinenden Areale entsprechen den dünn geätzten isolierenden Bereichen.

Abbildung 25(a) zeigt z.B. eine Hallgeometrie, in der der Strom von Source nach Drain entlang der Krümmung getrieben wird. Der Farbverlauf im rechten Schema von Abb. 25(a) illustriert, dass die Stromrichtung in diesem Fall parallel zur Magnetfeldmodulation orientiert ist. Abbildung 25(d) zeigt eine entsprechende Struktur mit Stromrichtung entlang der Röhrenachse, d.h. senkrecht zur Magnetfeldmodulation.

Die Präparation solcher Strukturen verläuft komplett analog zu der im letzten Abschnitt beschriebenen einfachen Vierpunktgeometrie, mit dem einzigen Unterschied, dass dem Konzept aus Abschnitt 3.2.2 folgend die empfindliche Hallgeometrie auf ein Trägerröhrchen aufgerollt wird. Die Abbildungen 25(b) und (e) entsprechen Abb. 24(d) und zeigen schematisch die Hallstrukturen vor dem Aufrollen. Die Farbkodierung wurde aus Abb.24 übernommen. Die Trägerröhrchen werden jeweils dadurch erzeugt, dass vor den dickenmodulierten Hallgeometrien über eine dem Umfang entsprechende Strecke U unstrukturiertes verspanntes Material aufgerollt wird. Unter den Schemata sind die Bezeichnungen der Kontakte entsprechend Abb.25(a) und (d) angegeben. Der Einsatz in Abb. 25(b) zeigt exemplarisch, dass im Gegensatz zur einfachen Vierpunktgeometrie, wo der Anschluss über Corbino-ähnliche Kontakte [Fai91] erfolgte, hier die Kontakte immer jeweils über die Ränder des Elektronensystems hinausgehen, die äußeren Randkanäle also definiert angeschlossen werden. Bei der Platzierung der Kontakte muss außerdem eine wichtige Bedingung, die bei der einfachen Vierpunktgeometrie automatisch erfüllt ist, eingehalten werden: Nach einem einlegierten Kontakt darf keine fremde Zuleitung auf der Breite dieses Kontaktes aufgerollt werden. Da das Metall beim Einlegieren nämlich die späteren Röhrenwände komplett durchdringt, kann es an diesen Stellen beim Aufrollen von Metallzuleitungen zu Kurzschlüssen kommen. Entsprechend sind die Kontakte für beide Hallstreifenorientierungen angeordnet. Da sie bei Orientierung des Hallstreifens entlang der Röhrenachse (Abb. 25(d)-(e)) aus Gründen, die in Abschnitt 4.3.3 erläutert werden, möglichst nahe am Hallstreifen platziert werden müssen, wird die Kontaktierung hier etwas komplizierter. Die Kontaktflächen sind hier kleiner, und auf das Aufbringen einer Gateelektrode, wie sie in Abb. 25(b) schematisch durch eine weiße Umrandung dargestellt wird, wurde aus Platzgründen sogar komplett verzichtet. Abbildung 25(c) und (f) zeigen schließlich lichtmikroskopische Aufnahmen von realen Strukturen. Die weißen Pfeile kennzeichnen die Teile der Kontaktgeometrie, die sich im Bild wiederfinden lassen. Der Radius der Röhren beträgt $8 \mu\text{m}$, der Ausschnitt der Modulation (vergl. N im letzten Abschnitt) kann je nach Hallstreifenorientierung durch den Kontaktabstand (Abb. 25(a)) oder über die Hallstreifenbreite (Abb. 25(d)) eingestellt werden. Theoretisch kann der Ausschnitt beliebig gewählt werden. Die obere Grenze wird durch die mögliche Anzahl von Umdrehungen bestimmt. Die untere Grenze ist durch den minimalen Abstand der Kontakte bzw. durch die minimale Breite des Hallstreifens, d.h. letztendlich durch die Auflösung der verwendeten lithographischen Methode, festgesetzt. In den gezeigten Beispielen wurde ein Kontaktabstand von $24 \mu\text{m}$ bzw. eine Hallstreifenbreite von $12 \mu\text{m}$ und damit ein Modulationsausschnitt von $N = 0.24$ bzw. $N = 0.48$ gewählt.

4.2 Theoretische Beschreibung

In diesem Abschnitt sollen die theoretischen Grundlagen zur Interpretation der in Abschnitt 4.3 gezeigten Messungen an aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystemen diskutiert werden.

Die Physik zweidimensionaler Elektronensysteme in Zylindergeometrie wurde schon Jahre vor den ersten experimentellen Verwirklichungen [Lor03, Men04a] in zahlreichen theoretischen Arbeiten behandelt. Aus der Betrachtung der Schrödinger-Gleichung für verschiedene Grenzfälle lassen sich eine Reihe interessanter neuer Effekte ableiten [Mag98, Mag96]. Die Lösung der Schrödinger-Gleichung für ein zylinderförmiges zweidimensionales Elektronensystem im konstanten Magnetfeld führt bei Berücksichtigung der Zeeman-Aufspaltung zu den bereits am Beginn des Kapitels erwähnten Spinstreifen [Kle03]. Aber auch ohne äußeres Magnetfeld ergeben sich alleine aufgrund der Geometrie des Systems Veränderungen des Energiespektrums. So führt z.B. die Bewegung der Elektronen entlang der Krümmung zu einer Wechselwirkung mit ihrem Spin, die für sehr kleine Biegeradien zu einer Energieaufspaltung in der Größenordnung des Rashba-Effektes führen kann [Ent01]. Rein geometrische Potentiale wurden bereits in frühen Arbeiten zur Quantenmechanik in gekrümmten Mannigfaltigkeiten eingeführt [Jen71, Cos81]: Die Bewegung von Wellen in gekrümmten Wellenleitern kann durch Verwendung eines Hamilton Operators, bestehend aus dem Operator für die kinetische Energie und einem Potential rein geometrischen Ursprungs, beschrieben werden. Chaplik und Mitarbeiter haben vorgeschlagen, dieses geometrisch einstellbare Potential zur Phasenmanipulation von Elektronen zu nutzen und auf diese Weise mechanische Quanteninterferometer zu realisieren [Cha04]. Bei der experimentellen Verwirklichung von Halbleiterstrukturen mit variierender Geometrie stellt allerdings die Separation von Effekten aufgrund geometrischer Potentiale von den im Vergleich viel größeren Potentialmodulation aufgrund variierender Verspannung (siehe Abschnitt 4.1.1) eine große Herausforderung dar.

Neben theoretischen Arbeiten, die sich direkt auf Magnetotransport in zylinderförmigen Geometrien beziehen, können auch viele theoretische Betrachtungen, die stark oder schwach modulierte Magnetfelder behandeln [Hof96, Ger96, Bee89, Man97, Guo98], auf unseren Fall übertragen werden. Dasselbe gilt insbesondere auch für die bereits genannten Arbeiten zu magnetischen Barrieren [Ibr97, Pee93] und sogenannte Snakeorbits [Mü92, Rei00].

Im Folgenden soll nun zunächst das Energiespektrum eines zweidimensionalen Elektronensystems auf einem Zylinderausschnitt im Magnetfeld behandelt werden. Die wesentliche Erkenntnis dieser Betrachtung ist die cosinusförmige Dispersion der Landauniveaus. Unter der Annahme einer über die Struktur konstanten Fermienergie führt diese Dispersion zu magnetisch erzeugten eindimensionalen Stromkanälen. Die Diskussion dieser Kanäle erfolgt anschließend im Rahmen des Landauer-Büttiker-Formalismus. Die Auswirkungen der aufgebogenen Landauniveaus auf die Shubnikov-de Haas Oszillationen in diesen Systemen wird danach durch Einführung einer mittleren Zustandsdichte behandelt. Zum Verständnis der Messungen auch im Bereich

kleiner Magnetfelder werden danach klassische Rechnungen auf Grundlage der Finite Elemente Methode (FEM) vorgestellt. Diese beschränken sich allerdings in Analogie zu Arbeiten an magnetischen Barrieren auf Strukturen, in denen der Strom entlang der Krümmung, d.h. entlang der Magnetfeldmodulation, getrieben wird. Am Ende des Kapitels wird schließlich noch das Auftreten von Spinkanälen und Snakeorbits in Strukturen mit Stromrichtung quer zur Magnetfeldmodulation kurz beleuchtet.

4.2.1 Energiespektrum

In den folgenden Betrachtungen gehen wir von einem strikt zweidimensionalen Elektronensystem ($\Delta E_z \gg \hbar\omega_c$) aus und vernachlässigen alle Spin-Bahn Effekte und zunächst auch die Zeemann-Aufspaltung. Ein aufgerolltes zweidimensionales Elektronensystem im homogenen Magnetfeld \vec{B} entspricht in diesem einfachsten Fall einem flachen System mit cosinusförmig moduliertem Magnetfeld $\vec{B} \cdot \vec{n}_\perp$, wobei \vec{n}_\perp die ortsabhängige Flächennormale des aufgerollten Systems ist. Die Komponenten des Magnetfeldes parallel zum 2DES werden vollständig vernachlässigt.

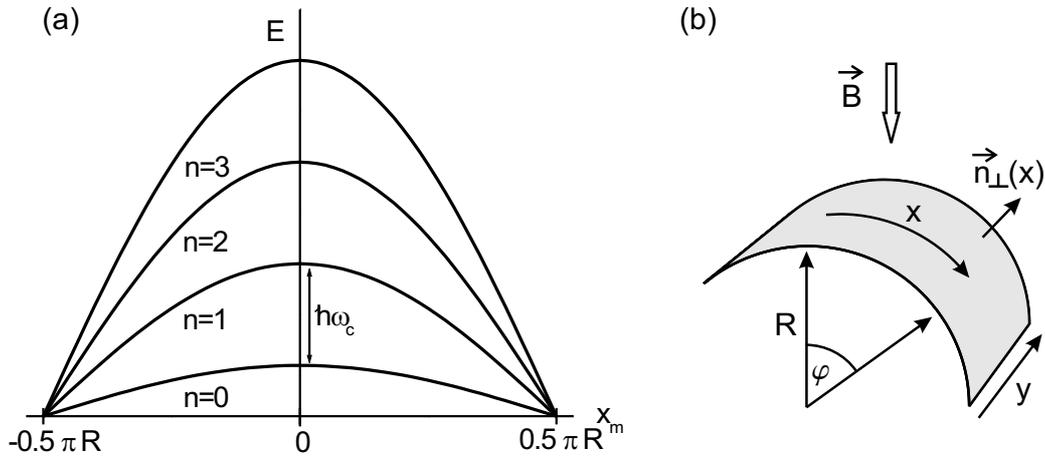


Abb. 26: (a) Energiespektrum für ein A2DES im homogenen Magnetfeld ohne Berücksichtigung von Spin-Effekten. Im Gegensatz zum dispersionsfreien Spektrum eines flachen 2DES besitzen die Energieniveaus eine cosinusförmige Dispersion. (b) Schema eines gekrümmten 2DES im homogenen Magnetfeld zur Erklärung der unten verwendeten Größen.

Für dieses Problem lässt sich die zweidimensionale Schrödingergleichung

$$\frac{1}{2m^*}(-i\hbar\nabla + e\vec{A})^2\Psi(x, y) = E\Psi(x, y) \quad (4.1)$$

mit Hilfe des Separationsansatzes $\Psi(x, y) = e^{-ik_y y} \cdot \Phi(x)$ unter Landau-Eichung ($\vec{B} = (0, 0, B \cos(\varphi)) \Rightarrow \vec{A} = (0, RB \sin(\varphi), 0)$) wie folgt darstellen:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Phi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(R \sin \frac{x}{R} - \frac{\hbar k_y}{eB} \right)^2 \Phi(x) = E \Phi(x) \quad (4.2)$$

Die Definition von B , x , φ , R und y findet sich in Abb. 26(b). m^* ist die effektive Masse, k_y ist der Wellenvektor der Bewegung in y -Richtung und $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ entspricht der Zyklotronfrequenz des Systems für $R \rightarrow \infty$. Für $R \rightarrow \infty$, d.h. für ein flaches System, reduziert sich Gl. 4.2 auf das bekannte Problem des harmonischen Oszillators:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Phi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (x - x_0)^2 \Phi(x) = E \Phi(x) \quad (4.3)$$

Dabei hat $x_0 = -k_y l_B^2$ die Bedeutung einer Zentrumsordinate für die Ausdehnung der Wellenfunktion in x -Richtung auf der Längenskala der sogenannten magnetischen Länge $l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$. Für gebogene Systeme, d.h. endliche R , lässt sich Gl. 4.2 unter der Annahme hoher Magnetfelder ($l_B \ll R$) durch eine Koordinatentransformation ebenfalls auf das Problem des harmonischen Oszillators zurückführen [Mag98, Lor03]. Zu diesem Zweck wird zunächst der Ausdruck in den Klammern in Gl. 4.2 um sein Minimum $x_m = R \cdot \arcsin(x_0/R)$ entwickelt:

$$\sin \frac{x_m + x'}{R} - \frac{x_0}{R} = \underbrace{\sin \frac{x_m}{R}}_{=x_0/R} \underbrace{\cos \frac{x'}{R}}_{\approx 1} + \cos \frac{x_m}{R} \underbrace{\sin \frac{x'}{R}}_{\approx x'/R} - \frac{x_0}{R} \approx \frac{x'}{R} \cos \frac{x_m}{R} \quad (4.4)$$

Bei dieser Umformung wird ausgenutzt, dass $x' \sim l_B \ll R$ ist. Aus Gl. 4.2 und Gl. 4.4 erhält man schließlich die Schrödingergleichung für ein gekrümmtes System in der gewünschten Form:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Phi(x')}{\partial x'^2} + \frac{1}{2} m^* \left(\underbrace{\omega_c \cdot \cos \frac{x_m}{R}}_{\omega_{c,R}} \right)^2 (x' - x_m)^2 \Phi(x') = E \Phi(x') \quad (4.5)$$

In Abhängigkeit von der neuen Zentrumsordinate x_m lautet die Zyklotronfrequenz $\omega_{c,R}$ des gekrümmten Systems:

$$\omega_{c,R} = \omega_c \cdot \cos \frac{x_m}{R} \quad (4.6)$$

Für die Energieeigenwerte der Lösungen von Gl. 4.5 gilt analog zu den Lösungen des harmonischen Oszillators:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \cdot \hbar \omega_{c,R} = \left(n + \frac{1}{2} \right) \cdot \hbar \omega_c \cdot \cos \frac{x_m}{R} \quad (4.7)$$

Wie in Abb. 26(a) illustriert, weisen die Energieniveaus eines gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystems im hohen Magnetfeld im Gegensatz zu den dispersionsfreien Landau-niveaus eines flachen Systems eine cosinusförmige Dispersion auf.

4.2.2 Randkanalbild und Landauer Büttiker Formalismus für A2DES

Büttikers Beschreibung des Transportverhaltens durch dissipationslose eindimensionale Strompfade am Rande der Probe [Büt85, Bü86, Bü88] ist neben dem Gedankenexperiment von Laughlin [Lau81] wohl der bekannteste Ansatz zum Verständnis der 1980 von Klaus von Klitzing entdeckten Quantisierung des Hallwiderstandes von 2DES in hohen Magnetfeldern [Kli80]. Darüberhinaus lassen sich mit diesem Modell aber auch Experimente, in denen die eindimensionalen Strompfade durch elektrostatische Potentiale in das Probeninnere reflektiert werden, beschreiben [Hau88, Was88, Hir88]. Wie in Abschnitt 4.3 durch Vergleich der Experimente mit den nun folgenden theoretischen Betrachtungen klar werden wird, gilt das auch für Kanäle, die an magnetisch erzeugte Barrieren reflektiert werden [Men05b]. Zunächst folgt eine kurze Einführung des Formalismus anhand eines flachen 2DES im homogenen Magnetfeld, danach wird der Landauer Büttiker Formalismus auf A2DES angewendet.

2DES im homogenen Magnetfeld

Die Berücksichtigung der Probenränder in realen Proben durch Einführung von unendlich hohen Potentialbarrieren führt dazu, dass die Energieeigenwerte der Lösungen der entsprechenden Schrödingergleichung zu den Probenrändern hin stark ansteigen [Hal82]. Dieser Umstand wird in Abb. 27(a) für ein flaches 2DES im homogenen Magnetfeld illustriert. Im Randkanalbild geht man nun davon aus, dass Nettoströme gemäß der Einstein-Relation nur am Übergang von besetzten zu unbesetzten Zuständen, d.h. nahe den Schnittstellen der Energieniveaus mit der Fermienergie, fließen können. Für eine über die Struktur konstante Fermienergie E_F , die in diesem Modell stets zwischen den Landauniveaus liegt, tragen deshalb alle Zustände mit Energien $E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) \leq E_F$ durch ihre Schnittlinien mit der Fermienergie am Rand der Probe zum Stromfluss bei (vergl. Abb. 27(b)). Aufgrund ihrer geringen Ausdehnung senkrecht zum Probenrand haben diese als Randkanäle bezeichneten Schnittlinien jeweils die Eigenschaften eines eindimensionalen Systems. Für die Zustandsdichte eines solchen eindimensionalen Randkanals, der zum n-ten Landau-Niveau gehört, gilt folglich:

$$D_{1D}(E) = \left(\frac{dN}{dE}\right)_n = \left(\frac{dN}{dk}\right)\left(\frac{dk}{dE}\right)_n = \frac{1}{2\pi\hbar v_{nk}} \quad (4.8)$$

Die Geschwindigkeit v_{nk} der Zustände entlang des Randes ist dabei gegeben durch die Steigung der Energieniveaus:

$$v_{nk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_{nk}}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_{nk}}{dx_m} \frac{dx_m}{dk} \quad (4.9)$$

Für das in Abb. 27 gezeigte flache System im homogenen Magnetfeld ist sie in der Mitte der Probe null und besitzt an gegenüberliegenden Rändern der Probe entgegengesetzte Vorzeichen. Betrachtet man nun in Analogie zu Landauer [Lan70]

einen eindimensionalen Zustand ohne Streuung zwischen zwei Reservoirs mit den chemischen Potentialen μ_1 und μ_2 , so erhält man mit Gl. 4.8 und Gl. 4.9 für den Strom durch einen Randkanal zwischen zwei Metallkontakten, an denen die Spannung $V = \frac{\mu_1 - \mu_2}{e} = \frac{\Delta\mu}{e}$ abfällt:

$$I_{1D} = ev_{nk}N = ev_{nk}D_{1D}(E_F)\Delta\mu = \frac{e}{\hbar}\Delta\mu = \frac{e^2}{\hbar}V \quad (4.10)$$

Dieser sehr einfache Ausdruck für den Strom durch einen Randkanal, der insbesondere unabhängig vom Betrag der Geschwindigkeit v_{nk} , d.h. von der speziellen Form der Landauniveaus an der Fermienergie ist, legt es nahe, den Magnetotransport in komplizierten Kontaktgeometrien durch eine Strombilanz zu beschreiben. Büttiker geht in seinem Modell [Büt85, Bü86, Bü88] von dissipationsfreien eindimensionalem Transport aus. Diese Annahme kann man dadurch rechtfertigen, dass Streuprozesse die Randkanäle an den gegenüberliegenden Seiten der Probe koppeln müssten. In Büttikers Modell findet Streuung nur an den Übergängen zu den Metallkontakten, beschrieben durch Reflektions- und Transmissionskoeffizienten, statt. Für die Strombilanz am Kontakt i findet man mit diesem Ansatz:

$$I_i = \frac{e}{\hbar} \left((M - \sum_{k=1}^M r_{ki})\mu_i - \sum_j t_{ij}\mu_j \right) \quad (4.11)$$

M ist dabei die Anzahl der Kanäle mit Stromrichtung weg vom Kontakt, μ_i das chemische Potential des i -ten Kontaktes. Der Reflektionskoeffizient r_{ki} beschreibt den Anteil des Stroms im k -ten Kanal, der in den i -ten Kontakt reflektiert wird. Die Summe über alle M Kanäle ergibt also den am Übergang zwischen i -ten Kontakt und den M Kanälen direkt zurückreflektierten Gesamtstrom. Der Strom, der aus den anderen Kontakten in den i -ten Kontakt fließt, wird durch die Summe über die Transmissionskoeffizienten t_{ij} multipliziert mit dem jeweiligen chemischen Potential μ_j des entsprechenden anderen Kontaktes j beschrieben. Vernachlässigt man nun jegliche Streuung und lässt Transport ausschließlich durch Randkanäle zu, so gilt:

$$r_{ki} = 0 \text{ für alle } k, i \quad (4.12)$$

$$t_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ und } j \text{ sind über Randkanal verbunden} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Für den in Abbildung 27(b) gezeigte flachen Hallstreifen im homogenen Magnetfeld mit M Randkanälen, d.h. M -Landauniveaus mit $E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) \leq E_F$, lässt sich die Strombilanz aus Gl. 4.11 für die sechs Kontakte dann folgendermaßen darstellen:

$$\begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ -I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{e}{\hbar} \underbrace{\begin{pmatrix} -M & 0 & 0 & 0 & 0 & M \\ M & -M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & -M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & -M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M & -M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M & -M \end{pmatrix}}_{\hat{T}} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \\ \mu_6 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

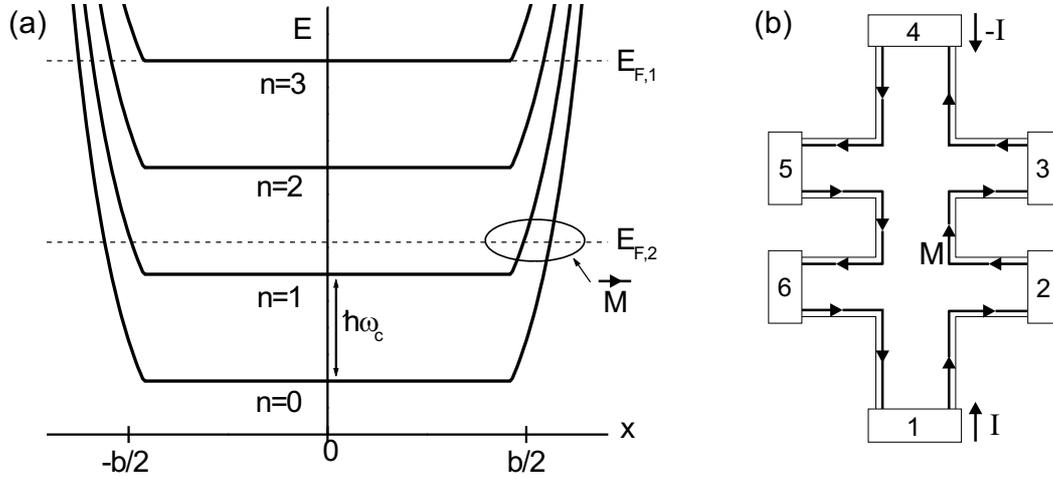


Abb. 27: (a) Berücksichtigung der Probenränder durch unendlich hohe Potentialbarrieren für das Energiespektrum eines flachen 2DES im homogenen Magnetfeld. An den Rändern entstehen eindimensionale Randkanäle. (b) Schema eines Hallbars mit M Randkanälen entsprechend der Anzahl von Landauniveaus unterhalb der Fermienergie. Die Pfeile deuten die Stromrichtung in den Randkanälen an.

Aus der Lösung dieser Gleichung erhält man unmittelbar die Quantisierung des Hallwiderstandes für zweidimensionale Elektronensysteme in hohen Magnetfeldern, wie sie 1980 von Klaus von Klitzing entdeckt wurde [Kli80]:

$$R_H = R_{26,14} = \frac{U_{26}}{I} = \frac{\mu_6 - \mu_2}{eI} = \frac{h}{e^2 M} = \frac{h}{e^2 \nu} \quad (4.14)$$

Der Hallwiderstand steigt nicht wie im klassischen Fall kontinuierlich mit dem Magnetfeld an [Hal79], sondern zeigt Plateaus, deren Wert nur von der von Klitzing Konstante $R_k = \frac{h}{e^2} = 25812.807 \Omega$ und dem sogenannten Füllfaktor ν abhängen. Er ist identisch mit der Anzahl der Randkanäle M und ergibt sich aus dem Verhältnis von Gesamtzahl der Ladungsträger N_S und Entartung der Landauniveaus N_L :

$$M = \nu = \text{Int} \left[\frac{N_S}{N_L} \right] = \text{Int} \left[\frac{h N_S}{e B} \right] \quad (4.15)$$

Für die Entartung der Landauniveaus gilt:

$$N_L = D_{2D}(E) \hbar \omega_c = \frac{e B}{h} \quad (4.16)$$

Neben den richtigen Plateauwerten für den Hallwiderstand liefert die Lösung von Gl. 4.13 auch das gleichzeitige Verschwinden des Längswiderstandes:

$$R_{xx} = R_{23,14} = \frac{\mu_3 - \mu_2}{I} = 0 \quad (4.17)$$

A2DES im homogenen Magnetfeld

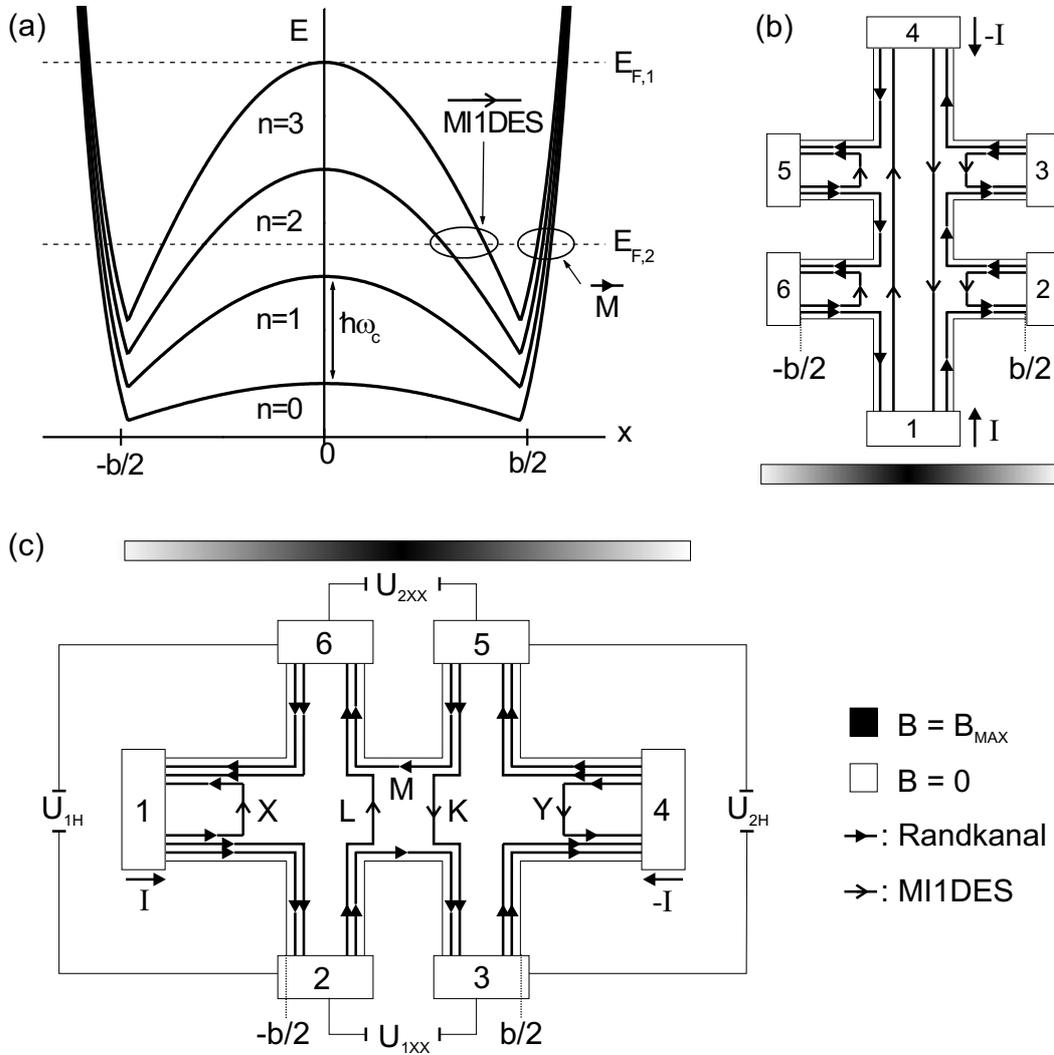


Abb. 28: (a) Büttikers Konzept der eindimensionalen Strompfade für ein 2DES im sinusförmig modulierten Magnetfeld (A2DES im homogenen Magnetfeld). Neben den Randkanälen (M) entstehen im Probeninnern zusätzlich magnetisch induzierte eindimensionale Elektronensysteme (MI1DES, offene Pfeile). (b) Hallstreifen mit Orientierung senkrecht zur Magnetfeldmodulation: Im Inneren des Hallstreifens entstehen MI1DES, die direkt vom Source- zum Drainkontakt verlaufen. (c) Hallstreifen mit Orientierung entlang der Magnetfeldmodulation: Die MI1DES entsprechen den im Innern der Probe verlaufenden Teilstücken von reflektierten Randkanälen.

Die sinusförmige Dispersion der Landau-niveaus in A2DES (Abb. 26, Abb. 28(a)) führt dazu, dass zusätzlich zu den Randkanälen weitere Schnittlinien der Landau-niveaus mit der Fermienergie, die hier als über die Probe konstant angenommen wird,

auftreten. Da diese zusätzlichen eindimensionalen Stromkanäle letztendlich aufgrund der Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente entstehen, werden sie im Folgenden als magnetisch induzierte eindimensionale Elektronensysteme (MIIDES) bezeichnet. Der Verlauf der MIIDES hängt von der Richtung der Magnetfeldmodulation auf dem Hallstreifen ab. Abbildung 28(b) zeigt, dass für eine Modulation des Magnetfeldes senkrecht zur Hallstreifenrichtung im Inneren des Hallstreifens MIIDES auftauchen, die auf direktem Wege vom Source- zum Drain-Kontakt verlaufen. Der Farbverlauf im Balken unter dem Hallstreifen zeigt die Stärke der senkrechten Magnetfeldkomponente. Für die in Abb. 28(c) gezeigte Konstellation mit Magnetfeldmodulation entlang des Hallstreifens verlaufen die MIIDES dagegen senkrecht zur Richtung des Hallstreifens. Sie stellen in diesem Fall den im Innern der Probe verlaufenden Teil von abknickenden Randkanälen dar. Abknickende Randkanäle treten hier in Analogie zu den oben genannten Arbeiten [Hau88, Was88, Hir88] aufgrund des sich entlang des Hallstreifens ändernden Füllfaktors ν auf.

Am Beispiel der Konstellation in Abb. 28(c) sollen nun im Rahmen des Landauer Büttiker Formalismus Ausdrücke für die Längs- und die Hallwiderstände gefunden werden. Man beachte, dass die Änderung des Füllfaktors hier nicht durch eine abrupte Änderung der Ladungsträgerdichte N_S mit Hilfe eines elektrostatischen Potentials, sondern durch eine stetige Änderung der Entartung der Landaniveaus N_L aufgrund des modulierten Magnetfeldes erzeugt wird. Deshalb knicken die Randkanäle nicht wie in den genannten Arbeiten alle am Rand der entsprechenden Gateelektrode, sondern über den gesamten Hallstreifen verteilt ab. Zur Berechnung der Transmissionskoeffizienten lassen sich drei Klassen von Randkanälen unterscheiden:

- X, Y : Reflektion in den Ausgangskontakt
- L, K : Reflektion in einen anderen Kontakt
- M : keine Reflektion

Nur die Anzahl der Kanäle M , L und K hat einen Einfluss auf den Magnetotransport, da nur sie gemäß Gl. 4.12 zu Transmissionskoeffizienten ungleich Null führen. Die Koeffizientenmatrix in Gl. 4.13 lautet für das Schema in Abb. 28(c) demzufolge:

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} -M-L & 0 & 0 & 0 & 0 & M+L \\ M+L & -M-L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & -M-L & 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & M+K & -M-K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M+K & -M-K & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 & M & -M-L \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Die Lösung von Gl. 4.13 mit der obigen Koeffizientenmatrix liefert:

$$R_{1H} = R_{26,14} = \frac{h}{e^2} \frac{1}{L+M} = -R_{1H}(B \rightarrow -B) \quad (4.19)$$

$$R_{2H} = R_{35,14} = \frac{h}{e^2} \frac{1}{K+M} = -R_{2H}(B \rightarrow -B) \quad (4.20)$$

$$R_{1xx} = R_{23,14} = \frac{h}{e^2} \frac{K}{(K+M)M} = |R_{2H}| \frac{K}{M} = R_{2xx}(B \rightarrow -B) \quad (4.21)$$

$$R_{2xx} = R_{65,14} = \frac{h}{e^2} \frac{L}{(L+M)M} = |R_{1H}| \frac{L}{M} = R_{1xx}(B \rightarrow -B) \quad (4.22)$$

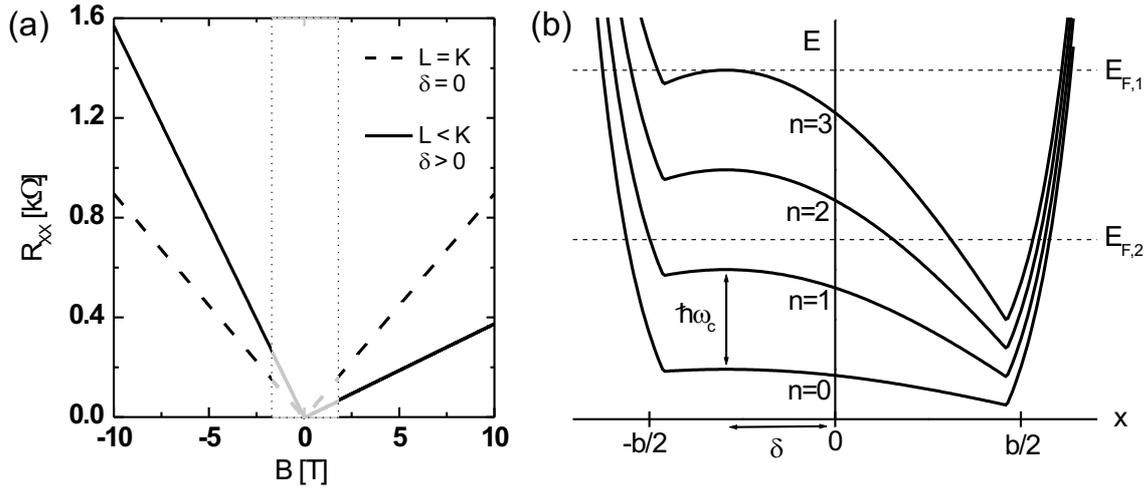


Abb. 29: (a) R_{xx} berechnet nach Gl. 4.21 bzw. Gl. 4.22 für eine symmetrische Magnetfeldmodulation mit $L = K$ (gestrichelte Linie) und eine asymmetrische Magnetfeldmodulation mit $L < K$. Die Kurven entsprechen einem Hallstreifen mit $9.5 \mu\text{m}$ Radius, $b = 12 \mu\text{m}$ Kontaktabstand und einer Ladungsträgerdichte von $N_S = 2.9 \cdot 10^{11}$. (b) Beispiel eines Energiespektrums für den asymmetrischen Fall. Das Maximum der Magnetfeldmodulation ist um δ aus der Mitte zwischen den Abgriffen verschoben. Rechts vom Energiemaximum gibt es beispielsweise zwei Schnittpunkte mit der Fermienergie $E_{F,2}$, während es auf der linken Seite keine Schnittpunkte gibt.

Für den Grenzfall $L, K \rightarrow 0$ gehen die Glg. 4.19 bis 4.22 entsprechend dem Fall eines flachen 2DES in Gl. 4.14 bzw. Gl. 4.17 über. Für $L, K \neq 0$ wird der Hallwiderstand erniedrigt, und zwar entsprechend einer Erhöhung der Halleitfähigkeit um $\frac{e^2}{h}L$ bzw. $\frac{e^2}{h}K$. Das Symmetrieverhalten der Hallwiderstände entspricht dem von flachen Systemen. Anders verhält es sich mit den Längswiderständen: In den Längswiderständen taucht je nach Vorzeichen des Magnetfeldes die Hallspannung $|R_{1H}|$ gewichtet mit dem Verhältnis aus abknickenden und durchlaufenden Kanälen $\xi_L = \frac{L}{M}$ oder $|R_{2H}|$ gewichtet mit $\xi_K = \frac{K}{M}$ auf. Das führt dazu, dass die Magnetfeldinversionssymmetrie für den Längswiderstand nur noch für den symmetrischen Fall $K = M$, d.h., wenn sich das Maximum der Magnetfeldmodulation exakt zwischen den Spannungsabgriffen befindet, gegeben ist. Abbildung 29(a) illustriert das. Zur Vereinfachung wurden hier kontinuierliche Füllfaktoren angenommen. Der Verlauf der gestrichelten Kurve entspricht dem in Abb. 28(a) gezeigten Spezialfall $L = K$. Ein Energiespektrum für den allgemeineren Fall $L \neq K$ ist in Abb. 29(b) dargestellt. Hier ist das Maximum der Modulation um die Strecke δ aus der Mitte zwischen den

Spannungsabgriffen verschoben. Als Folge ist die Anzahl L der MI1DES, die zwischen $b/2$ (Außenseite von Kontakt 3 bzw. 5 in Abb. 28(c)) und dem Maximum auftreten, kleiner als die Anzahl K der MI1DES zwischen $-b/2$ (Außenseite von Kontakt 2 bzw. 6) und Maximum. Daraus resultiert die gegen Inversion des Magnetfeldes asymmetrische durchgezogene Kurve in Abb. 29(a). Kleine Magnetfelder wurden in Abb. 29(a) ausgeblendet. Sie werden im Rahmen von klassischen FEM-Rechnungen in Abschnitt 4.2.4 behandelt. Zunächst soll jedoch noch auf die bisher nicht berücksichtigte Magnetooszillation des Längswiderstandes eingegangen werden.

4.2.3 Shubnikov-de Haas Oszillationen in A2DES

Der Längswiderstand von 2DES zeigt im kontinuierlich steigenden senkrechten Magnetfeld ein oszillatorisches Verhalten mit $1/B$ -Periode. Dieses von Shubnikov und de Haas erstmals an dünnen Metallfilmen beobachtete Phänomen [Shu30] lässt sich durch die im letzten Abschnitt betrachteten dissipationsfreien eindimensionalen Kanäle nicht erklären. Zum Verständnis der Shubnikov-de Haas Oszillationen betrachten wir nun die Leitfähigkeit im Innern der Probe unter Berücksichtigung der Einstein-Relation und der Kondensation aller besetzbaren Zustände auf die Landauniveaus

2DES im homogenen Magnetfeld

Während die Zustandsdichte $D_{B=0}(E)$ eines 2DES, in dem nur das unterste Subband besetzt ist, ohne Magnetfeld konstant ist, sind für endliche Magnetfelder nur noch Zustände mit den Energien der Landauniveaus erlaubt. Als Folge kondensieren in jedes Landauniveau die N_L Zustände (vergl. Gl. 4.16) aus dem jeweils umliegenden Energieintervall der Breite $\hbar\omega_c$. Die Zustandsdichte entspricht dann einer Summe von Dirac'schen Delta-Funktionen multipliziert mit N_L . Unter Berücksichtigung der Streuverbreiterung Γ , die ein Maß für die Streumechanismen in realen Systemen sein soll, lässt sich die Zustandsdichte gaußverbreitert folgendermaßen darstellen [And82]:

$$D_{B \neq 0}(E) = N_L \sum_n \frac{1}{\sqrt{2\pi\Gamma^2}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_n}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (4.23)$$

Die gestrichelte Linie in Abb. 30(d) zeigt $D_{B \neq 0}(E)$ aufgetragen in Einheiten von $E_F(B=0)$ für ein Magnetfeld mit $\frac{\hbar\omega_c}{E_F} = 0.25$. Die Kondensation der Zustände auf die Landauniveaus hat zur Folge, dass die Fermienergie, d.h. die energetische Lage des höchsten besetzten Zustandes bei $T=0$, in Abhängigkeit vom Magnetfeld nicht monoton verläuft (gestrichelte Linie Abb. 30(a)). Wegen der Einstein-Relation

$$\sigma_{xx} = e^2 D_{B \neq 0}(E_F) D_D \propto D_{B \neq 0}(E_F) \quad (4.24)$$

folgt für die Leitfähigkeit σ_{xx} das von Shubnikov und de Haas beobachtete oszillatorische Verhalten mit $1/B$ -Periode (gestrichelte Linie Abb. 30(c)). Die Diffusionskonstante D_D in Gl. 4.24 beinhaltet die mittlere Streuzeit τ des zweidimensionalen Systems und die Fermigeschwindigkeit v_F bei $B = 0$, $D_D = \frac{1}{2}v_F^2\tau$.

A2DES im homogenen Magnetfeld

Im Gegensatz zu flachen 2DES variiert in A2DES der Abstand und die Entartung der Landauniveaus über die Probe (vergl. Abb. 30(b)). Um die magnetfeldabhängige Lage der Fermienergie in einem solchen System zu ermitteln, muss jeweils die über die Probe variierende Anzahl der besetzbaren Zustände summiert und mit der Zahl der vorhandenen Ladungsträger gleichgesetzt werden. Im thermodynamischen Gleichgewicht, d.h. mit einer über die Probe konstanten Fermienergie, ergibt sich:

$$\int_0^{E_F} \underbrace{\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} D(B, E, x) dx}_{D^*(B, E) \cdot b} dE \stackrel{!}{=} N_s \cdot b \Rightarrow E_F(B) \quad (4.25)$$

Wählt man die Breite b der Probe so, dass sie nur einen geringen Anteil des Umfanges ausmacht ($b \ll U$), so entspricht der Verlauf der bezüglich des Ortes gemittelten Zustandsdichte $D^*(B, E)$ und damit auch der Verlauf der Fermienergie $E_F(B)$ und der Leitfähigkeit $\sigma_{xx}(B)$ qualitativ einem flachen 2DES (gestrichelte Linien in Abb. 30). Für Breiten $b \sim U$ bekommt $D^*(B, E)$ dann eine von der Zustandsdichte eines flachen 2DES abweichende Form. Abbildung 30(d) zeigt als Beispiel die gemittelte Zustandsdichte einer Probe mit Breite $b = 0.08 U$ für verschiedene Phasenlagen der Magnetfeldmodulation. Für die symmetrische Orientierung 1 (siehe Abb. 30(b)) verbreitern sich die zu den jeweiligen Landauniveaus gehörenden Spitzen in der gemittelten Zustandsdichte mit steigender Energie immer mehr, da die Krümmung der Landauniveaus mit der Landauquantenzahl steigt. Aufgrund der geringeren mittleren Entartung der gekrümmten Landauniveaus ist außerdem das Integral über die verbreiterten Spitzen geringer als für ein flaches 2DES. Als Folge werden die Oszillationen sowohl der Fermieenergie als auch der Leitfähigkeit gedämpft und schieben zu höheren Magnetfeldern. Dieser Effekt wird durch Verschieben der Probe aus der symmetrischen Position in die Positionen 2-4 immer stärker. Zusätzlich spiegelt sich die stufenförmige Verbreiterung in den Spitzen der gemittelten Zustandsdichte für Position 2-4 in der veränderten Form der Leitfähigkeitsoszillationen wider.

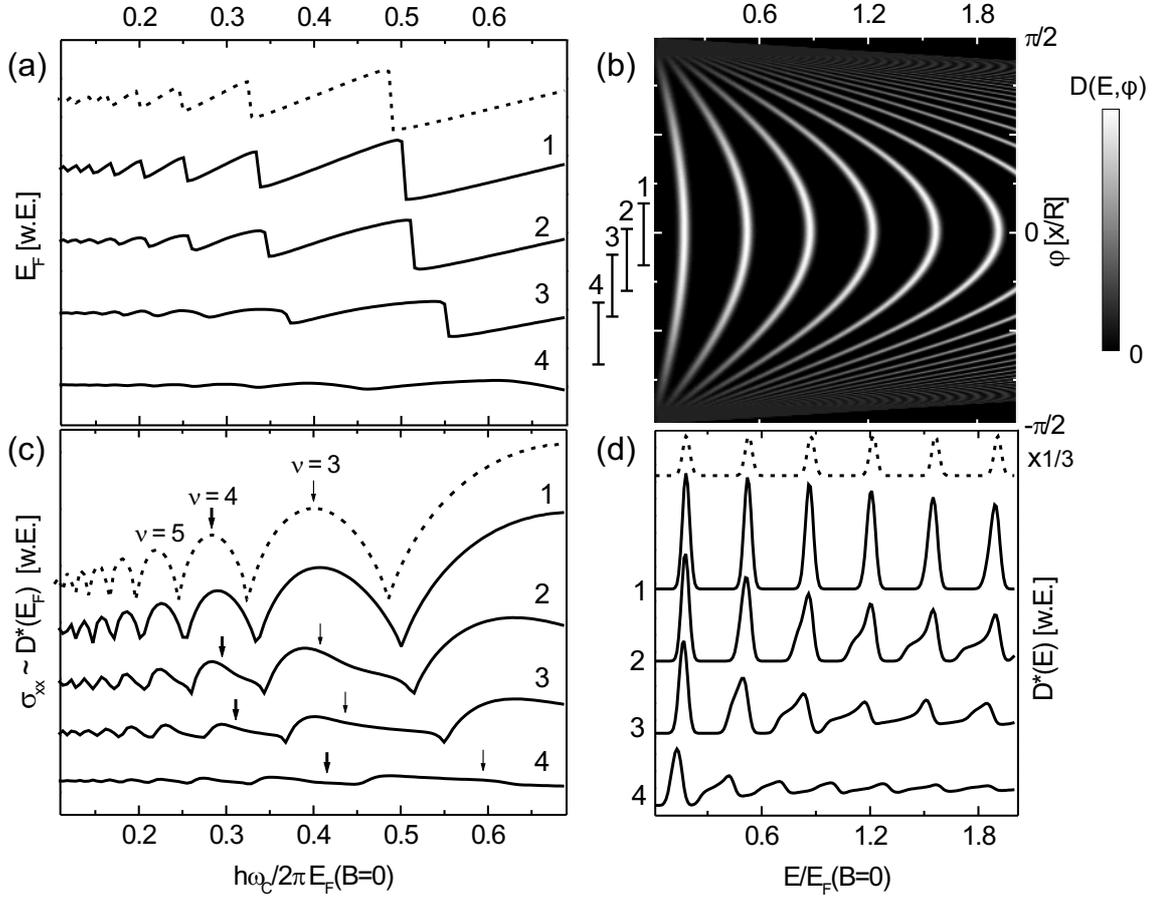


Abb. 30: Berechnung der lokalen Zustandsdichte (b), der mittleren Zustandsdichte (d), der Fermienergie (a) und der Längsleitfähigkeit (c) mit Gl. 4.23, 4.24 und 4.25. Zur Berechnung der lokalen und mittleren Zustandsdichten $D(E, \varphi, B)$ und $D^*(E, B)$ wurde eine Streuverbreiterung von $\Gamma = 0.02E_F$ angenommen. Für die Diagramme in (b) und (d) ist das Magnetfeld entsprechend $\frac{\hbar\omega_c}{E_F} = 0.25$ gewählt. Die gestrichelten Linien in (a), (c) und (d) entsprechen einem flachen System. Die Kurven 1 bis 4 gehören zu den in (b) gezeigten Orientierungen 1 bis 4 bei konstanter Breite. Zur besseren Übersicht sind die Kurven jeweils vertikal verschoben. Die Pfeile zeigen die durch Cosinusprojektion erwarteten Minimapositionen eines flachen 2DES für $\nu = 3$ und $\nu = 4$.

Der Einfluss der Probenbreite auf die SdH-Oszillationen ist in Abb. 31 illustriert. Hier bleibt die Magnetfeldmodulation entsprechend der Orientierung 1 in Abb. 30 symmetrisch. Die Breite wird zwischen $b = b_0 = 0.08 U$ und $b = 4 b_0 = 0.32 U$ variiert. Je breiter die Probe wird, desto stärker macht sich die Krümmung und geringere mittlere Entartung der Landaniveaus bemerkbar. Als Konsequenz werden die Magnetooszillationen wie oben gedämpft und zu höheren Magnetfeldern verschoben. Letzteres geschieht allerdings in geringerem Maße als oben, da für alle drei

Kurven der Transport durch die am stärksten entarteten Maxima der Landau-niveaus dominiert wird. Wie oben spiegelt sich auch hier die teilweise stufenartige Form der mittleren Zustandsdichte in den Magnetooszillationen wider.

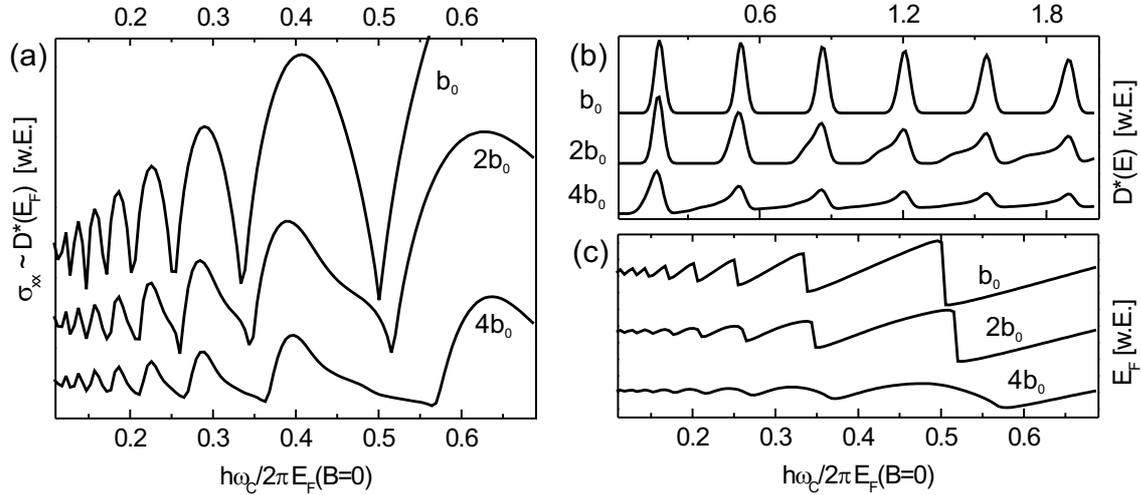


Abb. 31: Längsleitfähigkeit (a), mittlere Zustandsdichte (b) und Fermienergie (c) berechnet wie für Abb. 30 jedoch mit gleichbleibender Probenorientierung und variierender Probenbreite $b = b_0 = 0.08 U$, $b = 2 b_0$ und $b = 4 b_0$. Die Kurven sind zur besseren Übersicht vertikal verschoben.

4.2.4 Magnetische Barrieren

In diesem Abschnitt werden klassische FEM-Rechnungen (Finite Elemente Methode) für den bisher ausgeblendeten Bereich kleiner Magnetfelder vorgestellt. Diese wurden von M. Holz am I. Institut für theoretische Physik der Universität Hamburg durchgeführt [Hol03, Hol05, Men05b]. In Analogie zu früheren Rechnungen an magnetischen Stufen [Ibr97, Pee93] zeigt sich auch für die hier betrachtete cosinusförmige Magnetfeldmodulation ein Magnetotransportverhalten im Sinne von magnetischen Barrieren, d.h. ein mit dem Magnetfeld steigender klassischer Längswiderstand. Das verwendete Modell geht von volldispersivem Transport aus und basiert auf den folgenden Annahmen: Die Stromdichte ist durch das Ohm'sche Gesetz $\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E}$ gegeben, wobei \vec{E} das elektrostatische Feld und $\hat{\sigma}$ der Leitfähigkeitstensor sind. Mit der dimensionslosen Größe $\beta = \mu B \cdot \cos(x/R)$ (μ : Beweglichkeit, B : Magnetfeld, R : Biegeradius) und der Drude-Leitfähigkeit $\sigma_0 = ne\mu$ (n : 2D Ladungsträgerdichte, e : Elementarladung) bei $B = 0$ lautet der Leitfähigkeitstensor:

$$\hat{\sigma}(\beta) = \frac{\sigma_0}{1 + \beta^2} \begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Für den stationären Fall ergibt sich mit der Kontinuitätsgleichung:

$$\nabla \cdot (\hat{\sigma} \nabla \phi(x, y)) = 0 \quad (4.27)$$

Als Randbedingungen zur Lösung von Gl. 4.27 für einen Hallstreifen werden die senkrechten Komponenten der Stromdichte am Source- und Drain-Kontakt mit dem eingespeisten Strom und an den anderen Rändern der Probe mit Null gleichgesetzt:

$$\vec{j} \cdot \vec{n}_S = j_{ext} \quad (4.28)$$

$$\vec{j} \cdot \vec{n}_D = -j_{ext} \quad (4.29)$$

$$\vec{j} \cdot \vec{n}_R = 0 \quad (4.30)$$

\vec{n}_S und \vec{n}_D sind dabei die Normalenvektoren zum Source- bzw. Drainkontakt, mit \vec{n}_R sind die Normalenvektoren aller Probenränder zusammengefasst. Die Lösung von Gl. 4.27 mit den genannten Neumann'schen Randbedingungen Gl. 4.28-4.30 liefert die räumliche Verteilung des elektrostatischen Potentials $\phi(x, y)$ und damit auch die Stromdichteverteilung $\vec{j}(x, y) = \hat{\sigma} \nabla \phi(x, y)$. In der Praxis lässt sich Gl. 4.27 insbesondere auch für kompliziertere Geometrien im Rahmen der Finite Elemente Methode numerisch lösen. Eckpunkte dieses Verfahrens sind die Umformulierung von Gl. 4.27-4.30 in ein Variationsproblem, die Einteilung der Probe in sich nicht überlappende Dreiecke, die näherungsweise Lösung des Variationsproblems jeweils innerhalb dieser Dreiecke durch quadratische Ansatzfunktionen $\phi^{Ansatz}(x, y)$ und schließlich das Finden der Gesamtlösung unter Berücksichtigung der Stetigkeit von $\phi(x, y)$ an den Grenzen der Dreiecke und den Rändern der Probe. Eine genaue Beschreibung dieses Verfahrens findet sich in [Mou01, Hol04].

Abbildung 32(a) zeigt nun am Beispiel eines Hallstreifens mit Magnetfeldmodulation entlang des Streifens Stromdichtediagramme für verschiedene Magnetfelder, d.h. verschiedene Amplituden der Magnetfeldmodulation. Mit steigender Modulationsamplitude ergibt sich für den Strom in der Probe immer deutlicher ein schlangenförmiger Verlauf. Die Maxima des Magnetfeldes (hier: $R = 8 \mu\text{m} \Rightarrow x = 0 \mu\text{m}$, $x = -25 \mu\text{m}$, $x = 25 \mu\text{m}$) können dabei in Analogie zu den magnetischen Stufen in Ref. [Ibr97, Pee93] als magnetische Barrieren aufgefasst werden. Hier wechseln die Elektronen quer über das jeweilige Maximum von einem Rand der Probe zum anderen. Zwischen den Maxima verläuft der Strom dagegen mit steigendem Magnetfeld immer konzentrierter an einem der beiden Ränder des Hallstreifens. Abb. 32(b) zeigt exemplarisch die Stromdichte in Abhängigkeit von der y-Position an einer Nullstelle der Magnetfeldmodulation ($x = 12.5 \mu\text{m}$). Während der Strom für $B = 0.1 \text{ T}$ noch relativ gleichmäßig verteilt ist, fällt die Stromdichte für $B = 2 \text{ T}$ in der unteren Hälfte des Hallstreifens auf Null und steigt in der oberen Hälfte zum Rand hin auf das achtfache der mittleren Stromdichte j_{ext} an. Diese Stromeinschnürung hat für $B = 2 \text{ T}$ eine Halbwertsbreite von etwa $1 \mu\text{m}$.

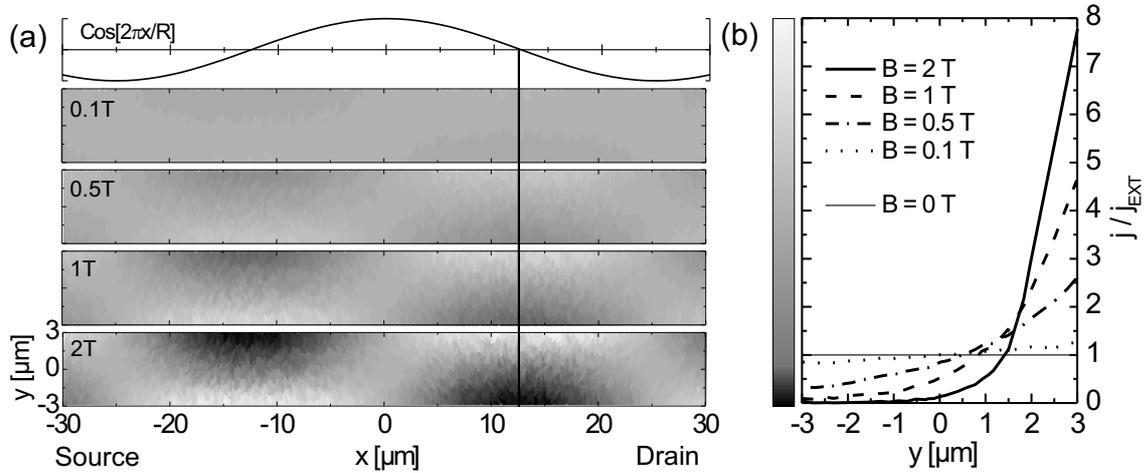


Abb. 32: (a) Mit FEM-Rechnungen [Mou01, Hol04] ermittelte Stromdichteverteilungen für die oben gezeigte Magnetfeldmodulation mit verschiedenen Modulationsamplituden. Die Farbkodierung ist in (b) angegeben. Als Beispiel wurde ein Hallstreifen mit einem Biegeradius von $8 \mu\text{m}$, einer Breite von $6 \mu\text{m}$, einer Beweglichkeit von $\mu=56400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ und einer Ladungsträgerdichte von $n=5,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ berechnet. (b) Stromeinschnürung am oberen Rand des Hallstreifens bei $x = 12,5 \mu\text{m}$. Die Einschnürung wird mit steigender Modulationsamplitude immer ausgeprägter. Für $B = 2 \text{ T}$ beträgt ihre Halbwertsbreite $1 \mu\text{m}$.

Den zunächst erstaunlich erscheinenden Umstand, dass die magnetisch erzeugte Einschnürung an den Nulldurchgängen der Modulation am stärksten ist, kann man sich mit Hilfe von Abb. 33(a) klarmachen. Sie zeigt das Stromdichtediagramm für $B = 2 \text{ T}$ aus Abb. 32 zusammen mit der Magnetfeldmodulation und den Ladungsverteilungen am oberen und unteren Rand der Probe. Die auf die Elektronen wirkende Kraft setzt sich aus Lorentzkraft und der elektrostatischen Kraft aufgrund der Ladung an den Rändern der Probe zusammen: $\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_L = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Während in einem Hallstreifen ohne Modulation des Magnetfeldes im Gleichgewichtszustand die Lorentzkraft durch die elektrostatische Kraft exakt aufgehoben wird und die Ladung an jedem Rand gleichmäßig verteilt ist, dominiert hier in verschiedenen Bereichen des Hallstreifens jeweils eine der beiden Kräfte. Im Bereich großer Magnetfelder zwingt die dominierende Lorentzkraft je nach Vorzeichen des Magnetfeldes die Elektronen an einen der beiden Ränder und verursacht so an diesem Rand Ladungsansammlung (-) und an dem anderen Ladungsverarmung (+). Das dabei entstehende elektrische Feld wirkt der Lorentzkraft zwar entgegen, hebt sie aber nicht auf, so dass die Elektronen im Ergebnis quer über das Magnetfeldmaximum von einem Rand der Probe zum anderen fließen. Im Bereich der Nulldurchgänge der Modulation dominiert nun das elektrostatische Feld aufgrund der Ladungsansammlung des gerade überwundenen Magnetfeldmaximums (z.B. -(1), siehe Abb. 33(a)) und der Ladungsverarmung des folgenden Magnetfeldmaximums (+(2)). Die an den

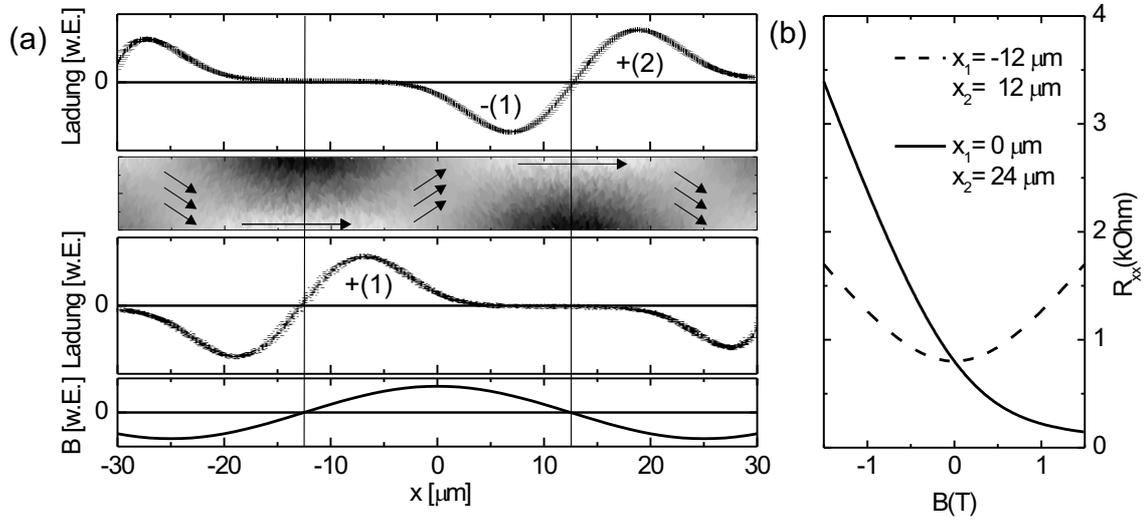


Abb. 33: (a) von oben nach unten: Ladungsverteilung am oberen Rand des Hallstreifens, Stromdichteverteilung über den Hallstreifen (Skala entsprechend Abb. 32), Ladungsverteilung am unteren Rand des Hallstreifens, Magnetfeldmodulation über den Hallstreifen. (b) klassischer Längswiderstand für eine symmetrische (gestrichelte Linie) und eine asymmetrische (durchgezogene Linie) Kurve; vergl. Abb. 29(a).

Rand gedrängten Elektronen erfahren dominierend eine elektrostatische Kraft parallel zum Rand. Das folgende Magnetfeldmaximum zwingt die Elektronen danach wieder an den anderen Probenrand usw.

Da die Stromdichteverteilung und auch die damit verbundene Verteilung des elektrostatischen Potentials $\Phi(x, y)$ wie gezeigt magnetfeldabhängig ist, ist auch der (klassische) Längswiderstand im Gegensatz zu Hallstreifen im homogenen Magnetfeld hier abhängig vom Magnetfeld. Abbildung 33(b) zeigt den Längswiderstand einer Beispielstruktur für zwei verschiedene Phasen der Magnetfeldmodulation. Weil die Magnetfeldinversion einer Spiegelung der Struktur an der y -Achse mit gleichzeitiger Umkehr der Stromrichtung entspricht [Ons31, Cas45], erhält man für Konstellationen, die symmetrisch gegen diese Operation sind, folgerichtig gegen Magnetfeldinversion symmetrische Magnetotransportkurven. Die symmetrische gestrichelte Kurve in Abb. 33(b) gehört z.B. zu einer Konstellation mit Magnetfeldmaximum genau zwischen den Spannungsabgriffen. Durch Verschieben des Magnetfeldmaximums weg aus der Mitte der Spannungsabgriffe, erhält man immer stärker asymmetrische Kurven (durchgezogene Linie). Dieses Verhalten entspricht dem in Abschnitt 4.2.2 aus dem Landauer Büttiker Formalismus für hohe Magnetfelder gewonnenen Symmetrieverhalten.

4.2.5 Strompfade an den Nullstellen der Modulation - Snake Orbits

Im letzten Abschnitt wurde der klassische Magnetowiderstand von A2DES für den Bereich geringer Magnetfelder beschrieben. In diesem Abschnitt sollen nun die Ergebnisse quantenmechanischer Betrachtungen dieses Bereiches insbesondere im Hinblick auf die Nullstellen der Magnetfeldmodulation genannt werden. Die Richtung in der der Strom getrieben wird, wird in diesem und dem folgenden Abschnitt im Vergleich zu Abschnitt 4.2.4 um 90° gedreht. Die Modulation des Magnetfeldes verläuft nun also quer zur eingepprägten Stromrichtung. Die cosinusförmige Modulation des Magnetfeldes kann an den Nulldurchgängen linear angenähert werden; $B_z = B \cdot y/R$ (Modulation in y -Richtung). Die Schrödingergleichung entsprechend Gl. 4.2 aus Abschnitt 4.2.1 lautet für eine solche lineare Modulation:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Phi(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(\frac{\hbar k_x}{eB} - \frac{y^2}{2R} \right)^2 \Phi(y) = E \Phi(y) \quad (4.31)$$

Eine numerische Lösung von Gl. 4.31 unter Berücksichtigung der Probenränder durch entsprechende Randbedingungen liefert Müller [Mü92] für einen schmalen Hallstreifen. Der Einfachheit halber wählt er den Nulldurchgang genau in der Mitte des Hallstreifens. Abbildung 34(a) zeigt das Energiespektrum.

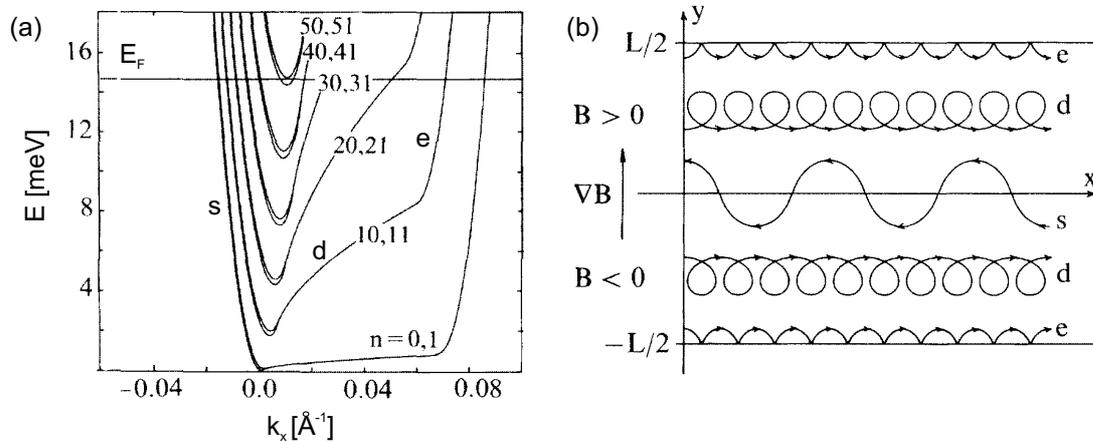


Abb. 34: aus [Mü92]: (a) Energiespektrum für einen schmalen Hallstreifen mit Magnetfeldgradient $\nabla B_z = 1 \frac{T}{\mu m}$ quer zur Streifenrichtung. Zur besseren Übersicht sind nur für einige Werte der Energiequantenzahl n die Energieniveaus gezeigt. Die Probenränder wurden durch entsprechende Randbedingungen bei der Lösung von Gl. 4.31 berücksichtigt. Für hohe positive k_x sind die Energieniveaus aufgrund der gewählten Symmetrie des Problems ($B_z = 0$ genau in der Mitte des Hallstreifens, siehe (b)) zweifach entartet. Es lassen sich drei Bereiche unterscheiden: e (Randkanäle), d (Driftzustände/MI1DS) und s (Snake Orbits). (b) klassische Veranschaulichung von e, d und s.

Bezüglich k_x lässt sich das Spektrum in drei Bereiche einteilen. Abbildung 34(b) zeigt

zur Veranschaulichung jeweils entsprechende klassische Trajektorien. Für große positive k_x steigen die Energieniveaus aufgrund der Randpotentiale des Hallstreifens steil an. Die Schnittlinien der Zustände in diesem Bereich entsprechen den in Abschnitt 4.2.2 bereits diskutierten Randkanälen (e). Für etwas kleinere positive k_x verlaufen die Energieniveaus entsprechend den Landauniveaus von nichtmodulierten Systemen. Aufgrund der Magnetfeldmodulation sind diese aber nicht flach, sondern zeigen ein dispersives Verhalten mit $v_x = \hbar^{-1} \frac{\partial E_N}{\partial k_x} > 0$, so dass die dazugehörigen Zustände nicht lokalisiert sind, sondern durch die Probe driften (d). Schnittlinien solcher dispersiver Landauniveaus mit der Fermienegie wurden in Abschnitt 4.2.2 als MIIDES, d.h. magnetisch induzierte eindimensionale Elektronensysteme, bezeichnet. Im klassischen Bild kann man sich die Drift dieser Zustände durch die lokal variierenden Zyklotronradien verursacht vorstellen. Für negative k_x bekommt man schließlich eine Art von Zuständen, die nur an den Nulldurchgängen der Modulation vorkommen, nämlich die sogenannten Snake Orbits. Zustände für kleine negative k_x sind aufgrund des effektiven Potentials $V(k_x, x) = \frac{1}{2m} (\hbar k_x - \frac{eB}{2R} y^2)^2$ auf y -Werte um den Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation lokalisiert und driften mit einer hohen negativen Geschwindigkeit durch die Probe. Klassisch stellt man sich diese Zustände als schlangenlinienförmige Bahnen vor, die ständig von einer Seite des Nulldurchgangs der Magnetfeldmodulation zur anderen wechseln und dabei jeweils den Drehsinn ändern. Kein klassisches Analogon gibt es zu den Zuständen mit $n > 0$ bei sehr kleinen positiven k_x -Werten. Diese besitzen ebenfalls eine negative Geschwindigkeit, d.h. das Vorzeichen von Impuls- und Geschwindigkeitsvektor ist nicht gleich. Das Bemerkenswerte an den genannten Snake Orbit-artigen Zuständen ist nun, dass sie nicht nur eine hohe Driftgeschwindigkeit besitzen, sondern gleichzeitig auch bezüglich der y -Richtung auf das Innere der Probe lokalisiert sind. Beides führt zu einer Verminderung der Streuung dieser Zustände: Da die Bahngeschwindigkeit, d.h. die Fermigeschwindigkeit, aller Zustände gleich ist, bedeutet eine hohe Driftgeschwindigkeit nichts anderes als einen kurzen Weg durch die Probe mit weniger Streueignissen. Die Lokalisierung auf das Innere der Probe bedeutet, dass die Snake Orbits keinerlei Streuung an den Rändern erfahren. Diese Eigenschaft teilen sie zwar mit den in die Kategorie (d) eingeteilten Driftzuständen, diese legen allerdings einen viel längeren Weg in der Probe zurück. Reijniers und Peeters haben die verminderte Streuung von Drift- und Snake Orbit-artigen Zuständen in Form von Transmissionskoeffizienten in den Landauer Büttiker Formalismus einfließen lassen [Rei00]:

$$T_{12}(n) \sim \frac{v_x(n)\tau}{L_x} \quad (4.32)$$

Für den Widerstand zwischen zwei Kontakten finden sie dementsprechend:

$$R_{12,12} = \frac{1}{\alpha(\tau, L_x)} \frac{h}{e^2} \frac{1}{\sum_n v_x(n)} \quad (4.33)$$

α ist dabei eine Funktion der mittleren Streuzeit τ und des Abstandes L_x zwischen den Kontakten. Die Summe über die Driftgeschwindigkeiten der jeweiligen Zustände

an der Fermienergie läuft über alle besetzten Zustände. Es sei hier erwähnt, dass, wie auch in Abb. 34(a) illustriert, um den Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation immer eine große Zahl von besetzten Snake Orbits vorhanden ist. Mit dem Auftreten von Nulldurchgängen der Magnetfeldmodulation in einer Probe ist also mit einer deutlichen Verminderung des Widerstandes zu rechnen. Erste experimentelle Hinweise auf ein solches Verhalten haben Nogaret und Mitarbeiter in einem Hallstreifen gefunden, in dem durch einen schmalen ferromagnetischen Streifen auf der Probe eine Magnetfeldmodulation erzeugt wurde [Nog00, Nog03]. Die Signaturen in den Messkurven konnten mit Hilfe der oben genannten Annahmen von Reijners und Peeters modelliert werden [Rei00]. In A2DES sollte es nun möglich sein, auch den Einfluss von Parametern, die in dem Experiment von Nogaret nur in Grenzen bzw. nicht in-situ variiert werden können, wie z.B. die Steilheit der Modulation am Nulldurchgang oder die Lage des Nulldurchganges auf der Probe, zu untersuchen.

4.2.6 Zeeman Aufspaltung in A2DES - Spinstreifen

Zum Abschluss soll nun noch, einer Arbeit von Kleiner [Kle03] folgend, der Einfluss des Zeeman Terms im Hamilton Operator für das A2DES Problem diskutiert werden. Der Strom soll hier wieder entlang der Röhrenachse, d.h. quer zur Magnetfeldmodulation, getrieben werden. Der Hamiltonoperator aus Gl. 4.2 lautet mit Zeeman Term:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left[\frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(R \sin \frac{y}{R} - \frac{\hbar k_x}{eB} \right)^2 \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B \right] \quad (4.34)$$

Dabei ist μ_B das Bohr'sche Magneton und g^* der effektive Landé-Faktor. Normiert auf $E_R \equiv \hbar^2/2mR^2$ und mit $\eta \equiv R^2 eB/\hbar = (R/l_B)^2 \gg 1$ wird aus Gl. 4.34:

$$H = -R^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \underbrace{\left[\left(\eta \sin \frac{y}{R} + k_x R \right)^2 \pm \eta \right]}_{V_{eff}(k_x, y)} \quad (4.35)$$

Abbildung 35(a) zeigt das von Kleiner für Gl. 4.35 numerisch ermittelte Energiespektrum mit $\eta = 20$ (z.B. $R = 80 \text{ nm}$, $B = 2 \text{ T}$). Die aus dem effektiven Potential $V_{eff}(k_x, y)$ gewonnene räumliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von k_x ist in Abb. 35(b) gezeigt. Aus der Kombination von Abb. 35(a) und (b) ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Energie eines Zustandes und seiner Position auf der gekrümmten A2DES Fläche. Zustände mit kleinem k_x sind bezüglich der entlang der Krümmung definierten y -Richtung in der Nähe des Nord- bzw. Südpols ($y = 0$ bzw. $y = \pi r$; vergl. Abb. 35(c)) lokalisiert. Die zur Dispersion der Energieniveaus proportionale Driftgeschwindigkeit dieser Zustände ist hier relativ gering. Mit steigendem k_x wandern die Zustände immer weiter Richtung der Äquatoren. Für $k_x \geq \eta/R$ mischen sich schließlich die Zustände von Nord- und Südseite an den beiden Äquatoren unter Aufhebung der für kleine k_x -Werte vorhandenen zweifachen

Entartung. Die Driftgeschwindigkeit dieser Äquatorzustände ist deutlich höher als die der Polzustände. Sie entsprechen den im letzten Abschnitt eingeführten Snake Orbits.

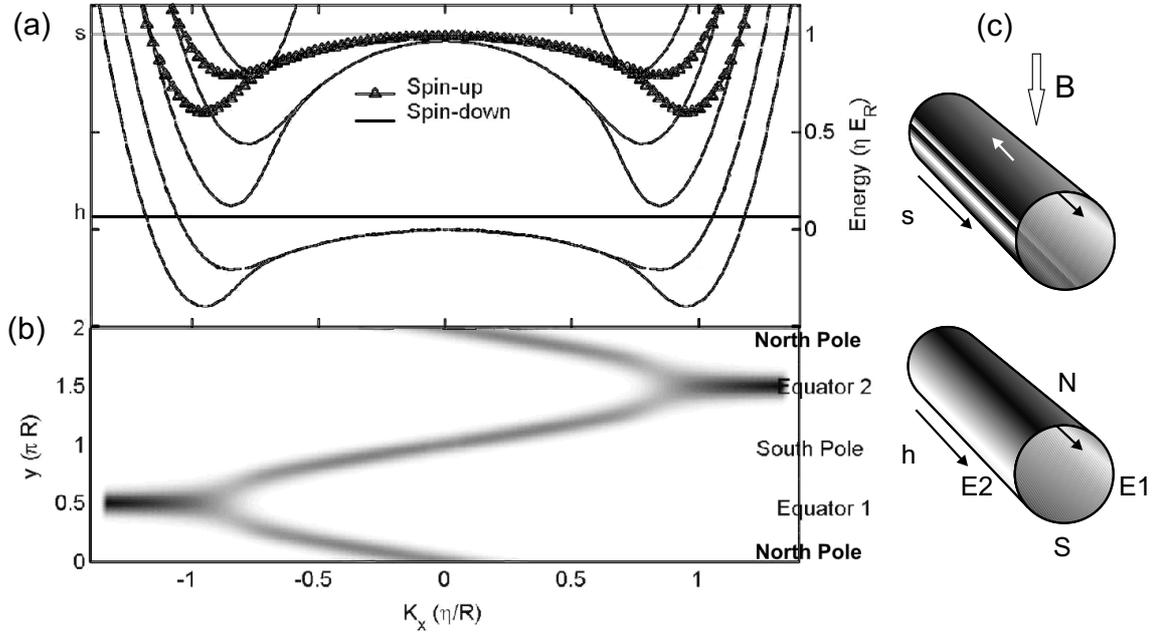


Abb. 35: aus [Kle03]: (a) Energiespektrum für die in (c) gezeigte Konstellation unter Berücksichtigung des Zeeman-Terms (Gl. 4.35). Die Linien gehören zu Energieniveaus mit Spin-down, die Dreiecke kennzeichnen Energieniveaus mit Spin-up. Die Rechnungen wurden für einen Landé-Faktor von $g^* = 2$ durchgeführt. (b) Räumliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von k_x . (c) Spinstreifenmuster für eine Fermienergie entsprechend h bzw. s . Die Pfeile geben die Stromrichtung an; ihre Länge die Driftgeschwindigkeit. Die Schattierung illustriert die Spinpolarisation (weiß: Spin-down, schwarz: Spin-up).

Bis hierher gibt es im Vergleich zum letzten Abschnitt keine neu gewonnenen Erkenntnisse. Betrachtet man nun aber zusätzlich die Spinquantenzahl der jeweiligen Energieniveaus, so wird sofort klar, dass die energieabhängige räumliche Verteilung der Zustände spinpolarisierte Streifen auf dem A2DES erzeugt. Eine Fermienergie entsprechend der Markierung h in Abb. 35(a) führt beispielsweise, wie in Abb. 35(c) gezeigt, auf je zwei schnelle Snake Orbits mit Spin-down Polarisierung an den Äquatoren. Eine Fermienergie entsprechend s verursacht dagegen ein komplexes Muster von Snake Orbits mit Spin up, Spin down und gemischten Spinzuständen an den Äquatoren und langsame Driftzustände mit entgegengesetzter Richtung und Spin-up Polarisierung an den Polen der Röhre (Abb. 35(c)).

Da die Betrachtungen von Kleiner sich auf den Grenzfall $\eta \equiv R^2 e B / \hbar = (R/l_B)^2 \gg 1$ beziehen, d.h. auf Radien, die wesentlich größer sind als die magnetische Länge der bezüglich der y -Achse lokalisierten Zustände, lassen sie sich ohne Weiteres auf unse-

re Strukturen übertragen. Es ist nicht notwendig, dass die A2DES eine geschlossene Röhre bilden. Insbesondere sind auch in gekrümmten Lamellen mit $N = l/U < 1$ (vergl. Abschnitt 4.1.3) Spinstreifen zu erwarten. In realen Halbleiterstrukturen ist die Spinaufspaltung zwar im Verhältnis viel kleiner als in Abb. 35(a) für $g^* = 2$ berechnet, ein Spinstreifenmuster ist aber auch dort zu erwarten.

4.3 Messungen

4.3.1 Messungen in einfacher Vierpunktgeometrie - Nachweis von A2DES

Bei den ersten Messungen in einfacher Vierpunktgeometrie stand zunächst der zweifelsfreie Nachweis von A2DES in unseren Strukturen im Vordergrund [Men04a]. Wie bereits in Abschnitt 4.1 ausführlich diskutiert, lag anfangs dabei ein besonderes Augenmerk auf möglichen Artefakten aufgrund von Parallelleitung durch das Substrat. Obwohl dieser Effekt eigentlich schon durch die besondere Konstruktion der Kontakte (vergl. Abschnitt 4.1.3) ausgeschlossen wird, wurde für das im Folgenden beschriebene Experiment deshalb außerdem die Orientierung der gebogenen A2DES so gewählt, dass das Signal der A2DES bei Parallelstellung des Substrats zum Magnetfeld maximal wird. Zum Nachweis eines Effektes der Krümmung auf die Transportkurven wurden Transportmessungen an zwei A2DES mit unterschiedlichem Modulationsausschnitt $N = l/U = 0.14$ bzw. $N = 0.6$ verglichen. Abbildung 36(a) zeigt eine rasterelektronenmikroskopische Aufnahme erstgenannter Struktur. In der Draufsicht in Abbildung 36(b) ist zu erkennen, dass die Lamelle senkrecht zum Substrat orientiert ist. Die verwendete MBE-Struktur #1280 basiert, wie alle im Folgenden zur Herstellung von A2DES verwendeten MBE-Strukturen, auf dem in Abschnitt 4.1.1 vorgestellten asymmetrischen Probendesign. Der genaue Aufbau findet sich im Anhang C.

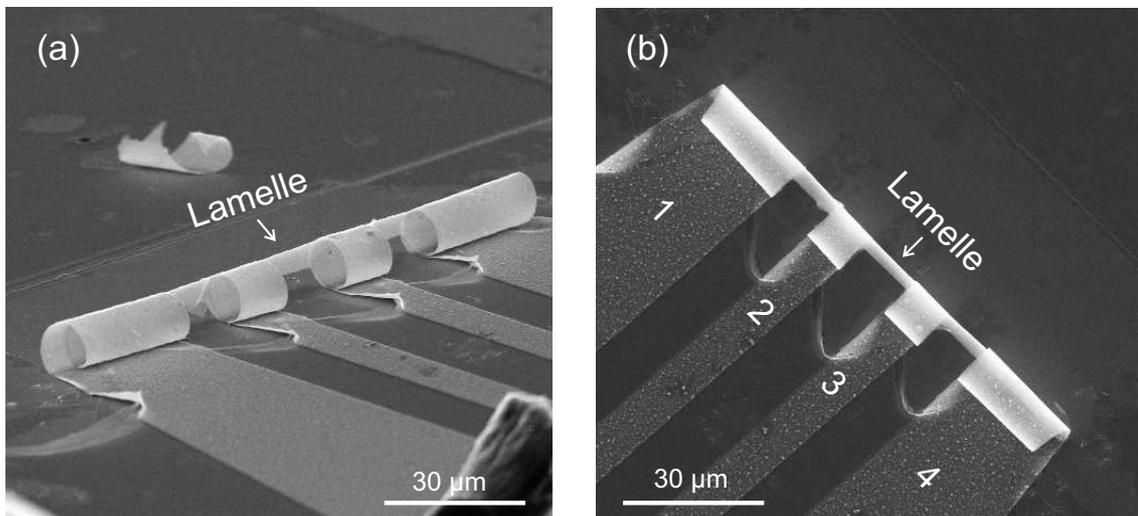


Abb. 36: Gemäß Abschnitt 4.1.3 hergestellte A2DES Lamelle mit $N = 0.14$ (L1). Der Biegeradius beträgt $8 \mu\text{m}$, der Kontaktabstand $25 \mu\text{m}$ und die Lamellenbreite $7 \mu\text{m}$. (b) Draufsicht. Die Lamelle wurde durch Wahl der entsprechenden Ätzzeit senkrecht zum Substrat orientiert.

Transportdaten für Lamelle $L1$ mit $N = 0.14$ und für die breitere Lamelle $L2$ mit $N = 0.60$ zeigt Abb. 37. Die Messungen wurden mit konventioneller Lock-In Technik im Heliumbad bei einer Temperatur von $T = 4.2$ K durchgeführt. Ein Wechselstrom mit einem RMS-Wert von 10 nA wurde durch die äußeren Stromkontakte 1 und 4 parallel zur Röhrenachse getrieben, als Spannungsabgriffe dienten die inneren Kontakte 2 und 3. Abbildung 37(a) zeigt den normierten Magnetowiderstand $\rho_{23,14}/\rho_{23,14}(B = 0 \text{ T})$ von $L1$ und $L2$ jeweils mit dem Maximum der Magnetfeldmodulation genau in der Mitte der Lamelle und dem Substrat parallel zum Magnetfeld orientiert. Passend zum Konzept der aufgebogenen Energieniveaus und der daraus resultierenden mittleren Zustandsdichte (Abschn. 4.2.3, vergl. Abb. 31) zeigt die schmale Lamelle $L1$ schwach und die breite Lamelle $L2$ sehr stark gedämpfte SdH-Oszillationen. Die Positionen der Widerstandsminima sind für $L1$ periodisch in $1/B$. Unter der Annahme, dass die Minima der Oszillationen für $L1$ im Vergleich zum nicht gekrümmten 2DES nur wenig verschoben sind (vergl. Abb. 30(c) Kurve 1), kommt man für $L1$ auf eine Ladungsträgerdichte von $4.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Der Nullfeldwiderstand von $L1$ entspricht dann einer Beweglichkeit von $7000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Für $L2$ lässt sich aus den sehr stark gedämpften Oszillationen, die erwartungsgemäß keine Periodizität in $1/B$ mehr aufweisen, keine Aussage über die Ladungsträgerdichte und damit auch über die Beweglichkeit machen. Der auf die Lamellenbreite normierte Nullfeldwiderstand ist für diese Struktur aber ähnlich groß wie für $L1$, so dass bei ähnlicher Ladungsträgerdichte auch hier eine sehr geringe Beweglichkeit zu erwarten ist. In Abb. 37(b) und (c) wird nun gezeigt, wie sich die Transportkurven für $L1$ und $L2$ ändern, wenn die Orientierung zum Magnetfeld, d.h. die Phase der Magnetfeldmodulation, geändert wird. Die Schemata in den Diagrammen zeigen entsprechend den Angaben in Abb. 37(a) jeweils die Orientierung von Substrat und Lamelle zum Magnetfeld. Für $L1$ verschieben sich die Positionen der Minima bei gleichzeitig immer stärker werdender Dämpfung zu höheren Magnetfeldern. Man beachte, dass diese Verschiebung nicht wie bei flachen 2DES einem einfachen Sinusgesetz folgt. Die Minimapositionen, entsprechend Füllfaktor 4 für ein flaches 2DES mit $n = 4.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, sind in Form von Pfeilen mit in Abb. 37(b) eingetragen. Sowohl die Dämpfung der Oszillationen in $L1$ als auch die langsame Verschiebung der Minima in Abhängigkeit von der Phase der Magnetfeldmodulation lassen sich qualitativ gut im Rahmen des in Abschnitt 4.2.3 vorgestellten Konzeptes der mittleren Zustandsdichte an der Fermienergie verstehen (vergl. Abb 30). Im Gegensatz zu $L1$ zeigt die Dämpfung der Oszillationen in $L2$ für die gemessenen Orientierungen nur eine sehr schwache Abhängigkeit von der Modulationsphase. Auch das ist verträglich mit dem oben genannten Modell, da der Einfluss der Modulationsphase auf die Gestalt der mittleren Zustandsdichte für sehr große Modulationsausschnitte immer geringer wird. Für große Modulationsausschnitte ist die mittlere Zustandsdichte für alle Phasen stark verschmiert.

Magnetooszillationen, die mit der Orientierung des Substrates korreliert sind, werden erwartungsgemäß in den Messungen nicht gefunden. Mit dieser Erkenntnis und den davor genannten Punkten ist das ursprüngliche Ziel dieses Experimentes, nämlich der Nachweis von A2DES in den vermessenen Lamellen, bereits erreicht.

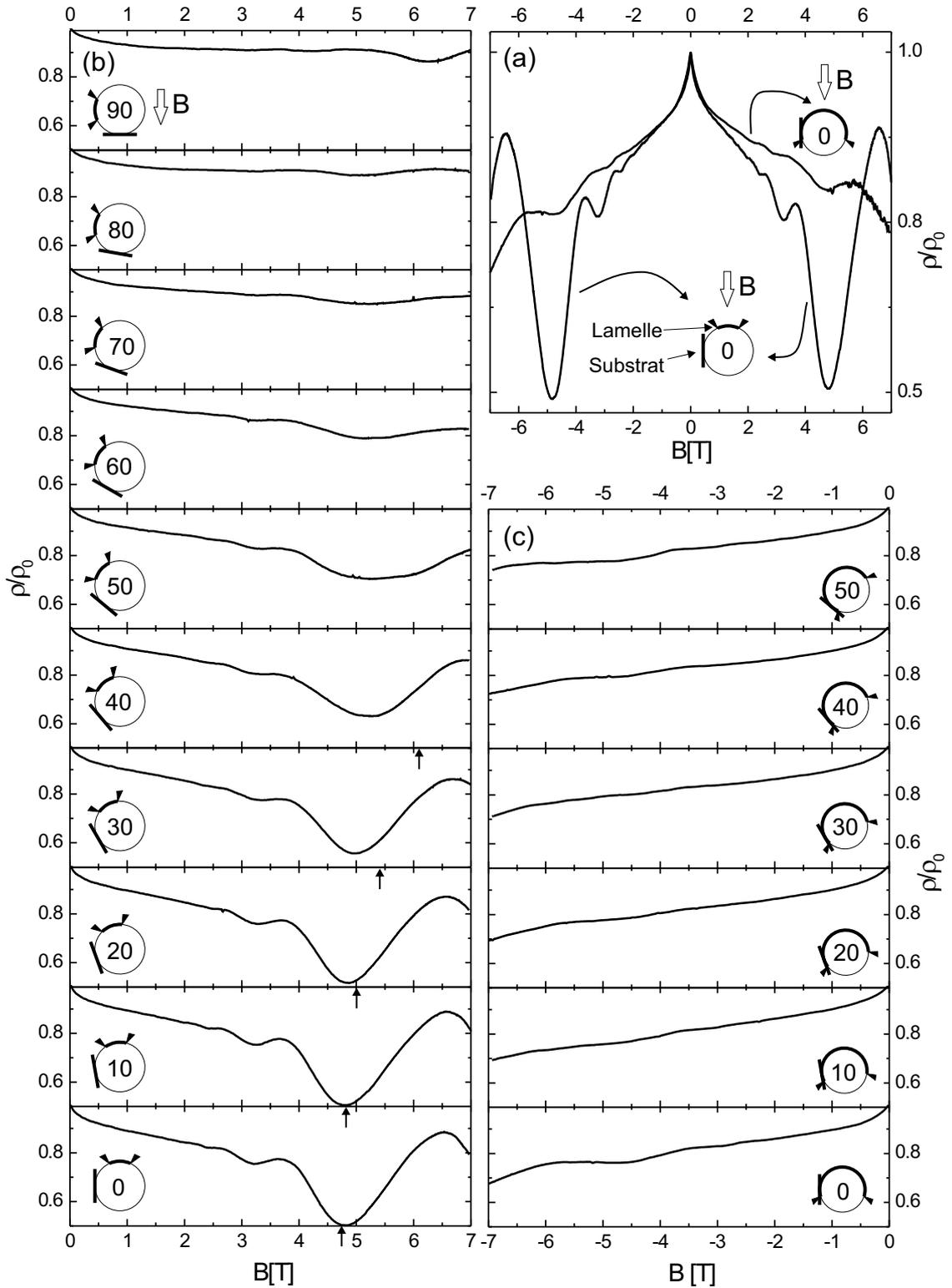


Abb. 37: (a) Transportmessungen in Vierpunktgeometrie für $L1$ mit $N = 0.14$ und $L2$ mit $N = 0.6$ in symmetrischer Orientierung. (b) Transportkurven von $L1$ in Abhängigkeit von der Modulationsphase. Die Pfeile zeigen zum Vergleich jeweils die Minimapositionen eines flachen 2DES mit derselben Ladungsträgerdichte für Füllfaktor 4. (c) Transportkurven von $L2$ in Abhängigkeit von der Modulationsphase.

Schließlich soll nun noch auf die bemerkenswerte Form des negativ magnetoresistiven Kurvenuntergrunds eingegangen werden. Dieser ähnelt für kleine Magnetfelder der Signatur der schwachen Lokalisierung und zeigt für hohe Magnetfelder ein lineares Verhalten. Für $L1$ nimmt die Steigung sowohl bei kleinen als auch bei großen Magnetfeldern mit der Verschiebung weg von der Orientierung (0) hin zur Orientierung (90) kontinuierlich ab. Der Untergrund der Kurven von $L2$ ändert sich dagegen nur wenig. Stark gestörte Elektronensysteme, z.B. GaAs-Heterostrukturen mit Beryllium-Störatomen in der Nähe des 2DES [But02] oder ohne Spacerschicht zwischen Dotierung und Elektronensystem [Jia93], zeigen Transportkurven mit ähnlicher Gestalt. Diese Interpretation passt zu der wahrscheinlich sehr niedrigen Beweglichkeit des Systems. Eine Erklärung des Untergrundes mit Hilfe der in Abschnitt 4.2.2 und 4.2.5 diskutierten Driftzustände bzw. MI1DES und Snake Orbits scheint hier dagegen unwahrscheinlich. Signaturen für diese Zustände erwartet man am stärksten ausgeprägt für Phasen nahe $\delta = 90$, da hier die Dispersion der Landauniveaus am stärksten ist und infolge dessen sehr hohe Driftgeschwindigkeiten $v_x = \hbar^{-1} \frac{\partial E_N}{\partial k_x}$ auftreten. Der hier beobachtete magnetoresistive Untergrund ist aber für $\delta = 0$ am stärksten ausgeprägt.

Direkt nach der Durchführung der gezeigten Experimente stand ausgehend von der ersten Realisierung von A2DES die Entwicklung einer aufrollbaren Hallgeometrie im Vordergrund. Diese bietet im Vergleich zu der in diesem Abschnitt verwendeten Geometrie eine Reihe von Vorteilen. Zum einen wird der Strom nicht mehr durch die Spannungsabgriffe getrieben, so dass mögliche Artefakte aufgrund dieser speziellen Konstellation, zu denen auch ein magnetoresistiver Untergrund und der ungewöhnlich hohe Nullfeldwiderstand zählen könnten, ausgeschlossen werden. Die gewonnenen Daten können direkt mit vorhandenen Experimenten an Hallstreifen, in denen Magnetfeldmodulationen auf andere Weise als hier erzeugt wurden, verglichen werden. Insbesondere ist es auch möglich, Hallspannungen zu messen. Der wichtigste Vorteil von aufgerollten Hallstreifen gegenüber der eben diskutierten einfachen Vierpunktgeometrie ist jedoch die Möglichkeit, den eingepprägten Strom nicht nur entlang der Röhrenachse, sondern auch in beliebige andere Richtungen treiben zu können.

4.3.2 Hallstreifen entlang der Krümmung

- Magnetische Barrieren und abknickende Randkanäle

In diesem Abschnitt werden Messungen an entlang der Krümmung der Mikroröhren verlaufenden Hallstreifen, die gemäß Abschnitt 4.1.4 hergestellt wurden, vorgestellt. Die Orientierung und Länge der Hallstreifen kann in dieser Konstellation direkt an den Hallspannungen, die an den beiden Kontaktpaaren des Hallstreifens abfallen, abgelesen werden. Selbstredend sind diese nicht mehr grundsätzlich identisch wie im Fall eines flachen 2DES, sondern hängen von der Orientierung des jeweiligen Kontaktpaares zum Magnetfeld ab. Der Zusammenhang zwischen den

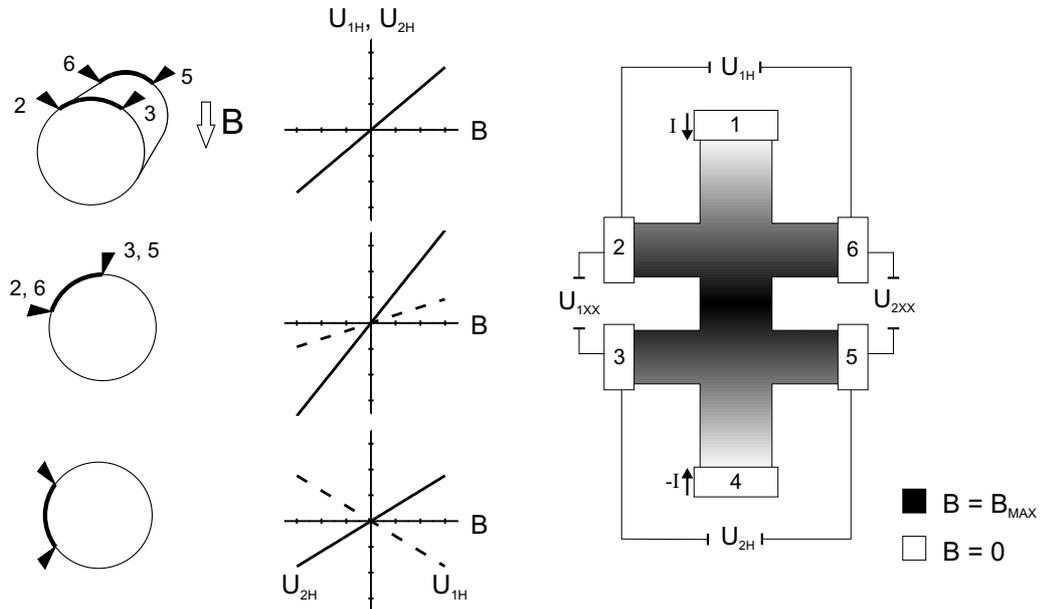


Abb. 38: Schemata zur Darstellung der Hallstreifenorientierung. Der Farbverlauf auf dem Hallstreifen rechts zeigt die Modulationsrichtung des Magnetfeldes. Die Bezeichnungen der Kontakte und Spannungen entsprechen denen im Text. In der Mitte sind schematisch die Hallgeraden für die gezeigten Orientierungen dargestellt.

Hallspannungen und der Orientierung der Probe ist in Abb. 38 illustriert. Wenn beide Hallspannungen die gleiche Steigung haben, befindet sich das Magnetfeldmaximum genau in der Mitte zwischen den Kontaktpaaren. Schiebt man nun durch Drehen der Probe die Phase der Magnetfeldmodulation über den Hallstreifen, so verläuft im Beispiel U_{2H} steiler und U_{1H} flacher. Die Steigung von U_{1H} wird bei weiterer Phasenverschiebung null und wechselt das Vorzeichen. Haben die Hallspannungen schließlich die gleiche Steigung mit entgegengesetztem Vorzeichen, so befindet sich ein Nulldurchgang der Modulation in der Mitte zwischen den Kontaktpaaren. Die Existenz der in Abschnitt 4.2.2 im Rahmen der Anwendung des Landauer Büttiker Formalismus auf A2DES eingeführten abknickenden Randkanäle sollte nun dazu führen, dass die Hallspannungen gemäß Gl. 4.21 und 4.22 in den Längsspannungen auftauchen. Abbildung 39 demonstriert dies für einen Hallstreifen mit einem Biegeradius von $9.3 \mu\text{m}$, einem Kontaktabstand von $12 \mu\text{m}$ ($\rightarrow 74^\circ$ Modulationsausschnitt) und einer Breite von $6 \mu\text{m}$. Präpariert wurde der Hallstreifen mit einer Beweglichkeit von $\mu=34000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bei einer Ladungsträgerdichte von $n=3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ aus der gegenüber #1280 optimierten MBE-Probe #1361 (siehe Anhang C). Die Ladungsträgerdichte wurde aus der maximalen Steigung der Hallspannungen ermittelt. Die Anzahl der in das entsprechende Kontaktpaar reflektierten Kanäle (M bzw. L) ist in diesem Fall nämlich null, so dass die Ladungsträgerdichte wie für ein flaches 2DES direkt aus der Steigung der Hallgeraden bestimmt werden kann.

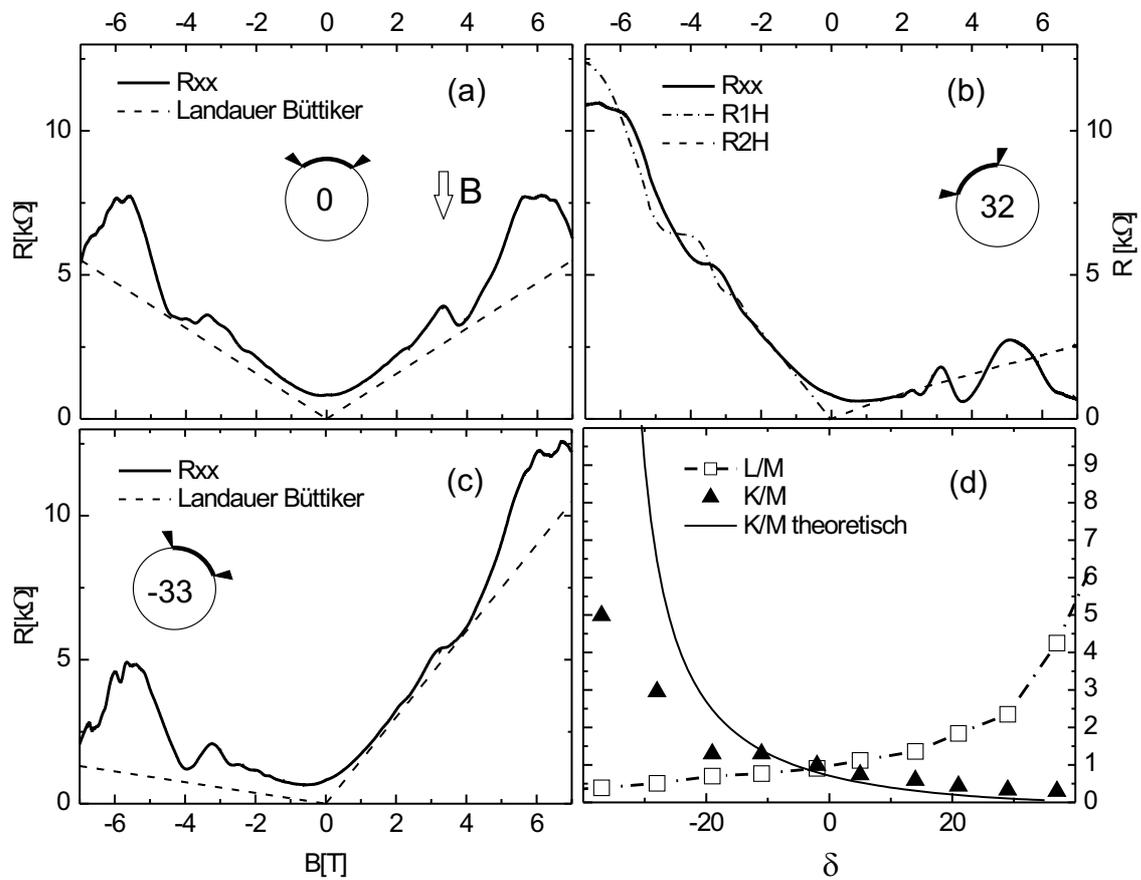


Abb. 39: (a)(b)(c) Längswiderstand für einen Hallstreifen mit Magnetfeldmodulation entlang des Streifens. Die Schemata zeigen die Orientierung im Magnetfeld. Der Biegradius beträgt $9.5 \mu\text{m}$, der Kontaktabstand $12 \mu\text{m}$, die Breite $6 \mu\text{m}$, die Ladungsträgerdichte $n=3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und die Beweglichkeit $\mu=34000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. (a) und (c) zeigen zudem nach Landauer Büttiker berechnete Längswiderstände. In (b) sind die Hallwiderstände mit eingezeichnet. (d) Verhältnis von abknickenden und durchlaufenden Randkanälen errechnet aus $R_{xx}/R_{1H} = K/M$ (Dreiecke) bzw. $R_{xx}/R_{2H} = L/M$ (offene Quadrate) zusammen mit der Theoriekurve für kontinuierliche Füllfaktoren. δ gibt die Phasenverschiebung aus der symmetrischen Orientierung an.

In den Abbildungen 39(a) bis (c) ist nun der Längswiderstand $R_{xx}(B)$ für verschiedene Orientierungen des Hallstreifens relativ zum Magnetfeld gezeigt. $R_{xx}(B)$ repräsentiert den am Kontaktpaar 2,3 gemessenen Widerstand $R_{1xx}(B)$ und aus Symmetriegründen auch den am Kontaktpaar 5,6 nach Magnetfeldinversion gemessenen Widerstand $R_{2xx}(-B)$. Dieser Umstand wird standardmäßig im Experiment verifiziert. Die Orientierung des Hallstreifens zum Magnetfeld ist in Analogie zum letzten Abschnitt jeweils im Einsatz schematisch dargestellt. Die Zahl gibt die Phasenlage der Modulation relativ zur Lage mit Magnetfeldmaximum genau zwischen den Kontakten an. Abbildung 39(a) zeigt den symmetrischen Fall (0), in dem in

beide Kontaktpaare die gleiche Anzahl von Randkanälen abknickt ($K = L$). Die gestrichelte Linie zeigt den nach Abschnitt 4.2.2 berechneten Längswiderstand R_{xx} . In Abb. 39(b) und (c) sind zwei asymmetrische Konstellationen mit $L < K$ bzw. $L > K$ dargestellt. Während die gestrichelte Linie in Abb. 39(c) wieder den nach Abschnitt 4.2.2 berechneten Längswiderstand darstellt, sind in Abb. 39(b) die gemessenen Hallwiderstände R_{1H} und R_{2H} mit eingezeichnet. Wegen Gl. 4.21 und 4.22 erhält man für $B > 0$ aus dem Quotienten R_{xx}/R_{1H} das Verhältnis aus abknickenden und durchlaufenden Randkanälen K/M und genauso für $B < 0$ aus R_{xx}/R_{2H} das Verhältnis L/M . Die in Abb. 39(d) gezeigten Datenpunkte wurden ermittelt, indem zunächst die Messkurven linear genähert und dann jeweils R_{xx} durch R_{1H} bzw. R_{2H} dividiert wurde. Zum Vergleich wurde K/M und L/M unter der Annahme kontinuierlicher Füllfaktoren errechnet. Eine Quantisierung von L, K und M ergibt Kurven, die sich abhängig vom Magnetfeld in unterschiedlicher Stufenform an die gezeigte Kurve anschließen. Beim Vergleich von Theorie und Messung findet man eine qualitative Übereinstimmung, quantitativ gibt es aber insbesondere für große Werte von δ starke Abweichungen. Hier muss man zum einen berücksichtigen, dass ab einem Winkel von etwa 37° das Maximum der Magnetfeldmodulation den Bereich zwischen den Kontakten verlässt, zum anderen kommt man am anderen Ende des Hallstreifens in die Nähe eines Nulldurchgangs der Modulation. Beides wird in dem benutzten Modell ausgeschlossen. Schließlich spielen auch noch die endlichen Längswiderstände des Hallstreifens eine Rolle. Sie haben im Gegensatz zu den Annahmen im Modell einen endlichen Wert und zeigen zudem SdH-Oszillationen. Insbesondere für Konstellationen, in denen der Untergrund klein ist, z.B. (32) für $B > 0$, treten die Oszillationen deutlich zu Tage.

Eine Möglichkeit, die Oszillationen für alle Orientierungen sichtbar zu machen und vom Hallanteil zu trennen, ist die Subtraktion der entsprechenden Hallwiderstände. Für das Beispiel in Abb. 39(b) subtrahiert man für $B > 0$ $|R_{2H}|$ und für $B < 0$ $|R_{1H}|$ vom Längswiderstand R_{xx} . Abbildung 40(a) zeigt die Differenzen $R_{xx} - |R_{1H}|$ bzw. $R_{xx} - |R_{2H}|$ für verschiedenen Modulationsphasen. Die Kurven sind zur besseren Übersicht vertikal verschoben und mit den jeweiligen Phasen der Magnetfeldmodulation gekennzeichnet. Zur Verdeutlichung sind rechts exemplarisch einige Orientierungen gezeigt. Man sieht, dass die Oszillationen im Gegensatz zu einem flachen 2DES für den gezeigten Winkelbereich nur schwach von der Orientierung der Probe abhängen. Die $1/B$ -Periode entspricht grob der Ladungsträgerdichte von $3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Zur Orientierung ist für diese Ladungsträgerdichte das Magnetfeld zum Füllfaktor 4 mit zwei vertikalen Linien gekennzeichnet. Bei genauerer Betrachtung der Position beispielsweise des Minimums zum Füllfaktor 4 kann man erkennen, dass die Kurven jeweils bei maximalem Feld auf den Kontaktpaaren (Orientierung (-33) und (32)) zu kleinen Magnetfeldern schieben. Liegt das Maximum dagegen zwischen den Kontaktpaaren oder außerhalb des Bereiches zwischen den Kontaktpaaren, so schieben die Kurven zu größeren Magnetfeldern. In der symmetrischen Orientierung (0) ist das Minimum zum Füllfaktor 4 am weitesten nach außen verschoben. An dieser Stelle sei bemerkt, dass diese Tendenz kein Artefakt der Subtraktion der Hallspannungen ist. Sowohl in den hier verwendeten

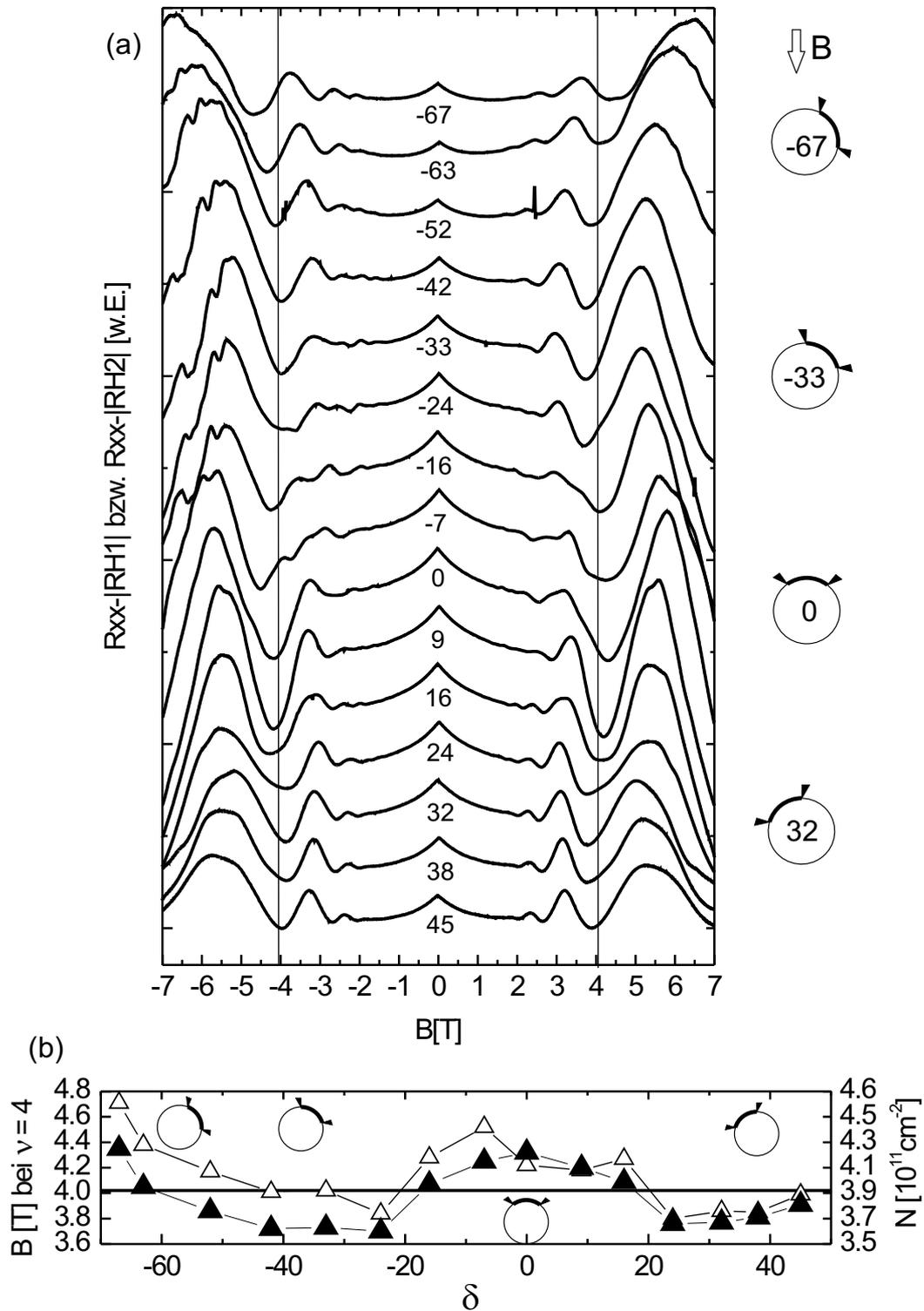


Abb. 40: (a) SdH-Anteil des Längswiderstandes. Die Kurven sind vertikal verschoben und mit der jeweiligen Phase gekennzeichnet. (b) Position des Minimums zu $\nu=4$ in Abhängigkeit von der Phase δ für $B > 0$ (gefüllte Dreiecke) und $B < 0$ (offene Dreiecke).

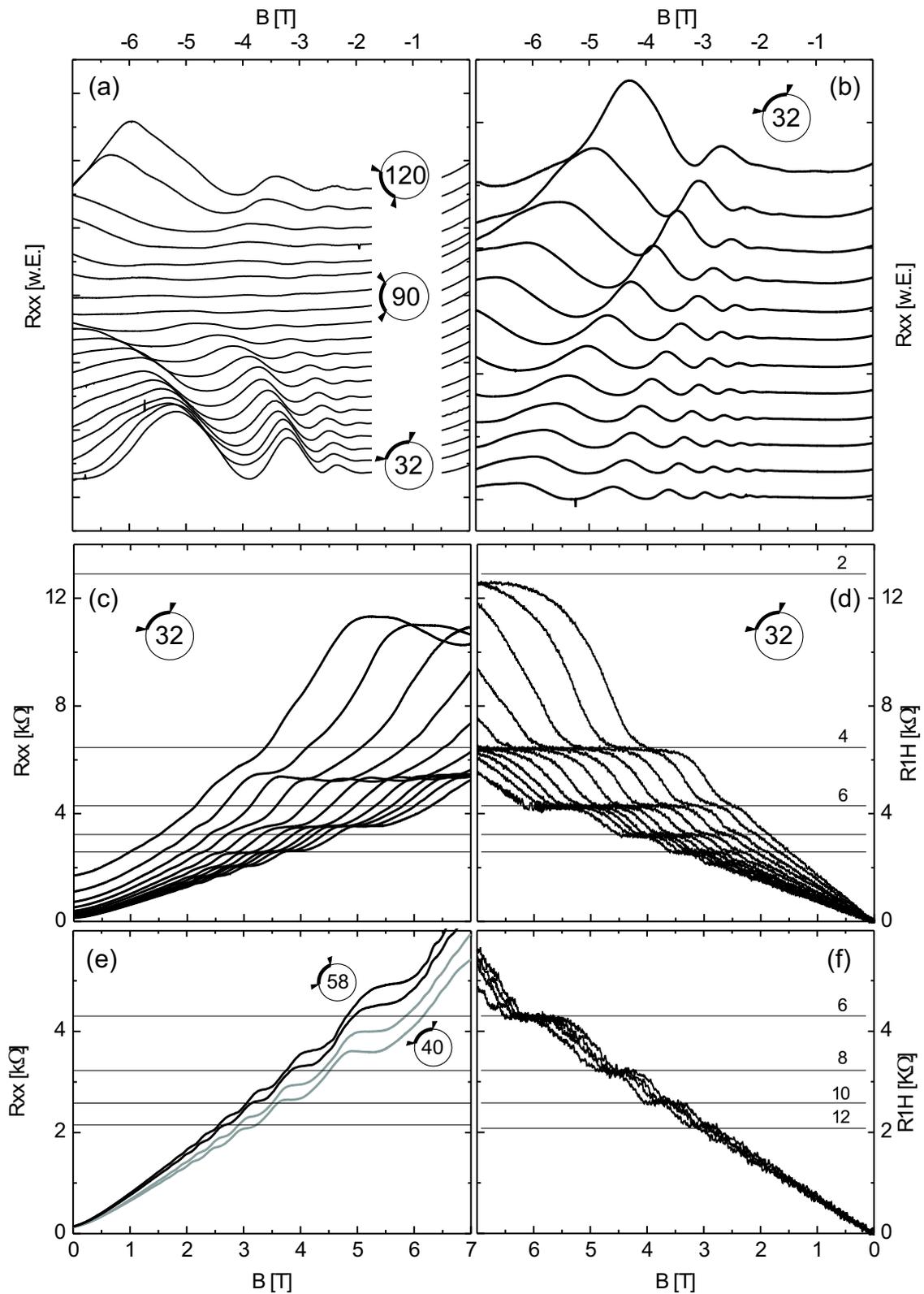


Abb. 41: (a) Längswiderstand für Phasen mit Modulationsmaximum außerhalb des Kontaktbereiches. (b),(c),(d) Variation des Längs- und Hallwiderstandes bei varrierender Ladungsträgerdichte. (e),(f) Position der Widerstandsplateaus für Längs- und Hallwiderstand bei varrierender Modulationsphase ($\delta = 40, 46, 52, 58$).

R_{xx} -Kurven, als auch in den Längswiderständen anderer gekrümmter Hallstreifen war die in Abb. 40(b) aufgetragene Schlangenlinienform für die Minimapositionen erkennbar. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass nicht nur Positionen entsprechend einer Sinusprojektion vorkommen, sondern die Minima teilweise auch bei deutlich kleineren Magnetfeldern liegen, als sie für die Ladungsträgerdichte zu erwarten sind. Diese Beobachtung lässt sich mit dem Konzept der mittleren Zustandsdichte aufgrund aufgebotener Landauniveaus nicht verstehen und könnte dahingehend gedeutet werden, dass es in der Probe Strompfade mit unterschiedlichen Ladungsträgerdichten gibt. Ein weiterer Hinweis für diese Annahme ist die Gestalt der Kurven in der Nähe der symmetrischen Orientierungen. Hier scheint es Überlagerungseffekte von mindestens zwei leicht unterschiedlichen Frequenzen zu geben¹. Eine aussagekräftige Fourieranalyse ist aufgrund der geringen Anzahl und der Dämpfung der Oszillationen aber nicht möglich. Es sei noch angemerkt, dass der üblicherweise in flachen 2DES als Ursache für unterschiedliche Ladungsträgerdichten aus Hallgerade und SdH-Oszillationen herangezogene Bypass durch ein zweites Elektronensystem hier sehr unwahrscheinlich ist. Erstens zeigen die Hallgeraden keinerlei Anzeichen für einen Bypass (vergl. Abschnitt 4.1.2) und zweitens haben diejenigen SdH-Kurven die sauberste $1/B$ -Periode, deren Frequenzen der Ladungsträgerdichte aus der Hallgeraden entsprechen.

Die Verschiebung der Oszillationen mit der Modulationsphase, für den Fall, dass sich das Maximum der Magnetfeldmodulation nicht mehr zwischen den Kontakten befindet, ist in Abb. 41(a) gezeigt. Die Oszillationen sind hier aufgrund des geringen Untergrundes auch direkt in R_{xx} gut zu erkennen. Sie wandern ausgehend von der Orientierung (32) mit $\cos(\delta - 32)$ nach außen und werden immer stärker gedämpft bis sie die Orientierung (90) erreichen. Von dort an werden die Oszillationen bei weiterer Phasenverschiebung wieder stärker und laufen zurück nach innen zu kleineren Magnetfeldern. Die $1/B$ -Periode der SdH-Oszillationen wird also durch das maximale Magnetfeld zwischen den Kontakten des Hallstreifens bestimmt.

In Abbildung 41(b) bis (d) ist zu sehen, wie sich die Transportkurven für eine feste Hallstreifenorientierung in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte verändern. Die Ladungsträgerdichte wurde durch eine Gatespannung zwischen -50 mV und 500 mV zwischen $2.9 \cdot 10^{11}$ cm⁻² und $7.7 \cdot 10^{11}$ cm⁻² variiert. Um die Ladungsträgerdichte jeweils aus dem Hallwiderstand bestimmen zu können, wurde die Orientierung (32) mit $K = 0$ gewählt. Die Abhängigkeit des Hallwiderstandes R_{1H} von der Ladungsträgerdichte ist in Abb. 41(d) gezeigt, sie entspricht der eines flachen 2DES. In Abb. 41(b) ist der Längswiderstand R_{xx} für negative Magnetfelder gezeigt. Wegen des geringen Halluntergrundes sind in dieser Konstellation die SdH-Oszillationen gut zu erkennen. Zur besseren Übersicht sind die Kurven vertikal verschoben. Wie bei einem flachen 2DES schieben die Minima linear mit der Ladungsträgerdichte nach außen. Der Nullfeldwiderstand sinkt mit steigender Ladungsträgerdichte von

¹Hier sind nicht die kurzperiodischen Oszillationen bei hohen negativen Magnetfeldern gemeint. Diese traten auch bei anderen Messungen zwar reproduzierbar, aber ohne dass bisher eine Systematik erkannt werden konnte, auf. Ihre Ursache ist nicht geklärt.

$\rho_{xx} = 848 \Omega$ auf $\rho_{xx} = 63 \Omega$. Die Beweglichkeit steigt dabei von $\mu=25000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bis auf einen für frei schwebende Lamellen sehr hohen Wert von $\mu=125000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ an [Hö04]. Entsprechend Abb. 41(b) ist in Abb. 41(c) der Längswiderstand für die positive Magnetfeldachse gezeigt. Hier wird der Längswiderstand durch den Hallwiderstand dominiert. Die Plateaus im Längswiderstand schieben mit steigender Ladungsträgerdichte zwar auch nach rechts, im Gegensatz zu den Plateaus im Hallwiderstand in Abb 41(d) liegen sie aber nicht bei den von Klitzing-Widerstandswerten. Die Widerstandswerte der Plateaus im Längswiderstand hängen vom Verhältnis aus abknickenden und durchlaufenden Randkanälen ab. Sie verändern sich also mit der Modulationsphase. Dieses ist in Abb. 41(e) und (f) noch einmal verdeutlicht. Während die Plateaus des Hallwiderstandes sich für alle Modulationsphasen bei den von Klitzing-Werten befinden (Abb. 41(f)), können die Plateaus im Längswiderstand sowohl oberhalb als auch unterhalb dieser Werte liegen (Abb. 41(e)).

Zum Schluss dieses Abschnittes sollen nun noch die in Abschnitt 4.2.4 ausführlich beschriebenen FEM-Rechnungen zu magnetischen Barrieren für den klassischen Bereich bei kleinen Magnetfeldern mit unseren Messdaten verglichen werden. Insbesondere direkt nachdem die ersten Messungen an Hallstreifen entlang der Krümmung von Mikroröhrchen gelungen waren, war der Vergleich mit FEM-Rechnungen zum ersten Verständnis hilfreich.

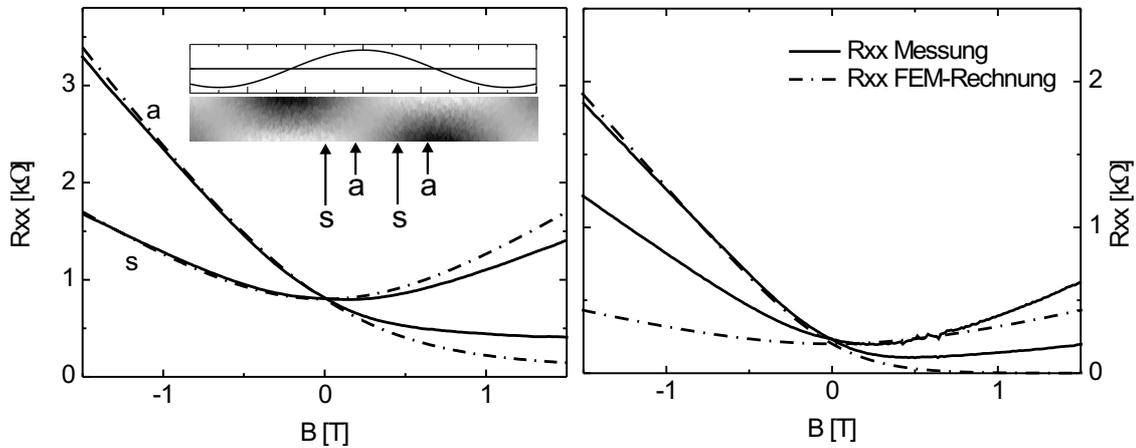


Abb. 42: Vergleich des Längswiderstandes aus FEM-Rechnungen und Messungen an zwei Hallstreifen mit 12 bzw. 24 μm Kontaktabstand für $\delta = 0$ und $\delta = 90$. Der Einsatz im linken Schema zeigt die Magnetfeldmodulation zusammen mit der Stromdichteverteilung. Die Pfeile kennzeichnen die Position der Kontakte für $\delta = 0$ (s) und $\delta = 90$ (a). Der 12 μm Hallstreifen hatte eine Beweglichkeit von $\mu=76000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bei einer Ladungsträgerdichte von $n = 7.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Der 24 μm Hallstreifen hatte eine Beweglichkeit von $\mu=56000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bei einer Ladungsträgerdichte von $n = 5.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Beide Hallstreifen wurden aus Probe #1362 (siehe Anhang C) hergestellt.

Abbildung 42 zeigt Messungen und FEM-Rechnungen zu zwei Hallstreifen mit 12 bzw. 24 μm Kontaktabstand für $\delta = 0$ und $\delta = 90$. Der Biegeradius beider Strukturen beträgt 8 μm . Wichtig ist zunächst die Feststellung, dass im groben Verlauf alle Kurven übereinstimmen. Quantitative Abweichungen können z.B. durch Fehler bei der Bestimmung von Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit, vor allem aber auch bei der Angabe des Kontaktabstandes entstehen. Besonders für den kurzen Hallstreifen führt die endliche Breite der Kontakte (6 μm) zu einer beträchtlichen Unsicherheit dieses Parameters. Die Abweichungen bei den symmetrischen Kurven rühren außerdem daher, dass sich das Magnetfeldmaximum bei den Messungen nicht exakt in der Mitte zwischen den Kontaktpaaren befand. Wesentlich für unsere Betrachtungen waren aber eher die qualitativen Unterschiede beider asymmetrischer Kurven für hohe positive Magnetfelder. Während die klassische Theoriekurve mit steigendem Magnetfeld gegen Null strebt, weicht die Messkurve mit steigendem Magnetfeld immer weiter ab und besitzt schließlich für große Magnetfelder einen positiven Magnetowiderstand. Diese Diskrepanz kann mit Hilfe der in Abb. 39 gezeigten Theoriekurven auf Grundlage der abknickenden Randkanäle erklärt werden. Nur für kleine Magnetfelder werden die Messungen von der klassischen Theorie dominiert. Für höhere Magnetfelder beginnen Quanteneffekte wie die abknickenden Randkanäle, eine Rolle zu spielen.

Eine wichtige für die Praxis relevante Erkenntnis aus den guten qualitativen Übereinstimmung mit den in Abschnitt 4.2.4 diskutierten FEM-Rechnungen war der dadurch geführte Nachweis der errechneten engen Stromkanäle mit hoher Stromdichte. Sie könnten eine Erklärung für die sehr hohe Empfindlichkeit und die teilweise geringe Lebensdauer der Hallstreifen sein und gaben Anlass, in den folgenden Experimenten nur kleine eingepreßte Ströme für die Messungen zu verwenden.

Zusammengefasst sind die Erkenntnisse aus diesem Abschnitt die folgenden:

Es ist gelungen, qualitativ hochwertige A2DES in Hallstreifen entlang der Krümmung von selbstaufrollenden Mikroröhrchen zu präparieren. Für den klassischen Bereich lassen die Messungen sich mit Hilfe von FEM-Rechnungen verstehen. Für höhere Magnetfelder konnte der magneto-resistive Untergrund in den Längswiderständen durch das Konzept der abknickenden Randkanäle im Rahmen des Landauer Büttiker Formalismus verstanden werden. Damit konnte indirekt die Existenz von den in Abschnitt 4.2.2 eingeführten magnetisch erzeugten eindimensionalen Stromkanälen (MI1DES) nachgewiesen werden. Die beobachteten SdH-Oszillationen werden im Wesentlichen durch die maximale Magnetfeldkomponente zwischen den Spannungsabgriffen bestimmt. Letztere Aussage wurde auch schon von Lorke und Mitarbeitern auf Grundlage von Messungen an 2DES mit einem Krümmungsradius von etwa 1 mm getroffen [Böh02, Lor03]. Diese Systeme wurden durch ein lift-off Verfahren vom Wafer auf ein Glasröhrchen übertragen. Das Symmetrieverhalten gegen Magnetfeldinversion wurde dort aber nicht untersucht.

4.3.3 Hallstreifen entlang der Röhrenachse - Erste Messungen

In den Experimenten des vorherigen Abschnitts wurden magnetisch induzierte Driftzustände (MI1DES) in Form von durch das Innere der Probe verlaufenden Teilstücken von abknickenden Randkanälen erzeugt. Diese Teilstücke verlaufen in der dort beschriebenen Konstellation mit Magnetfeldmodulation entlang des Hallstreifens quer zur eingepprägten Stromrichtung. Für Magnetfeldmodulationen quer zur Hallstreifenrichtung, d.h. Hallstreifen entlang der Röhrenachse, verlaufen die MI1DES dagegen parallel zur eingepprägten Stromrichtung (vergl. Abb. 28). In Hallstreifen entlang der Röhrenachse sollten die MI1DES deshalb den Längswiderstand maßgeblich beeinflussen (vergl. Abschnitt 4.2.5). Eine weitere Motivation zur Untersuchung dieser Hallstreifenorientierung ist das theoretisch vorhergesagte Auftreten von Spinstreifen (vergl. Abschnitt 4.2.6).

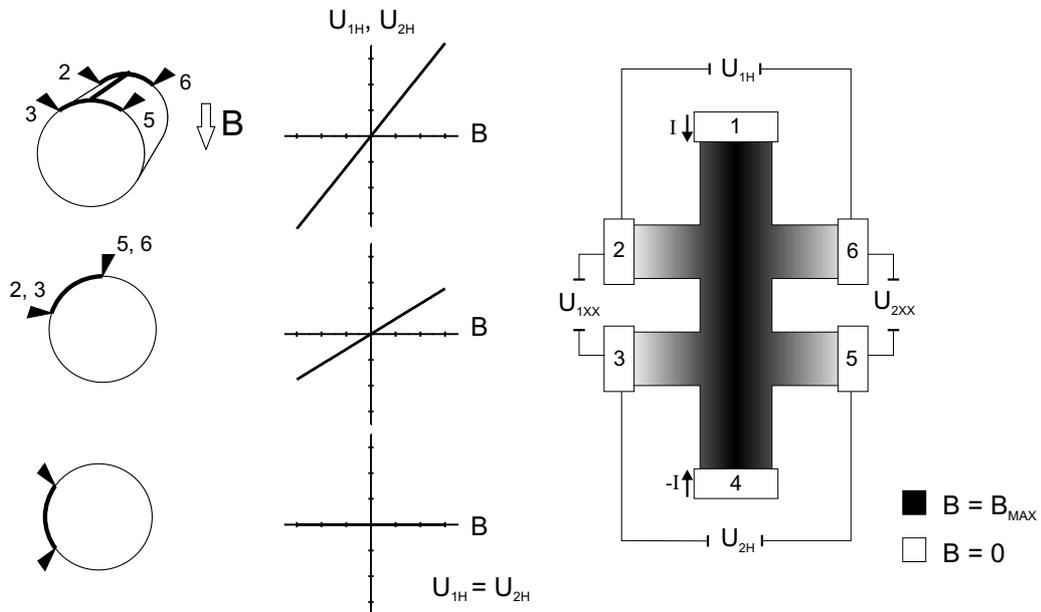


Abb. 43: Schemata zur Darstellung der Probenorientierung. Die Hallspannungen U_{1H} und U_{2H} müssen aus Symmetriegründen für alle Orientierungen jeweils identisch sein. Dasselbe gilt für die Längsspannungen U_{1xx} und U_{2xx} .

In diesem letzten Abschnitt zu A2DES in InGaAs/GaAs-Mikroröhren sollen nun erste Messungen an einem entlang der Röhrenachse orientierten Hallstreifen vorgestellt werden. In Analogie zum vorherigen Abschnitt zeigt Abb. 43 den zu erwartenden Verlauf der Hallspannungen für verschiedene Orientierungen des Hallstreifens relativ zum Magnetfeld. Aus Symmetriegründen sollten die Hallspannungen U_{1H} und U_{2H} wie bei einem flachen Hallstreifen immer identisch sein. Mit der Kirchhoff'schen Maschenregel folgt dasselbe für die Längsspannungen. An dieser Stelle sei vorweggenommen, dass eine Präparation von Hallstreifen entlang der Röhrenachse

mit sechs funktionierenden Kontakten bisher noch nicht gelungen ist und demzufolge eine Überprüfung der oben genannten Randbedingungen nicht möglich war. Die im Vergleich noch etwas filigranere Struktur dieser Hallstreifen bringt nämlich zum einen eine schlechtere Ausbeute an funktionierenden Kontakten bei der Präparation mit sich. Zudem hat die Erfahrung gezeigt, dass diese Struktur noch empfindlicher gegenüber dem Abkühlprozess im Kryostaten ist. Es lässt sich vermuten, dass Verspannungen aufgrund unterschiedlicher Wärmeausdehnungskoeffizienten an den sehr nahe am Hallstreifen platzierten Kontakten dafür verantwortlich sind. Die Platzierung der Kontakte nahe am Hallstreifen erfolgt, um den Einfluss der Magnetfeldmodulation entlang der 2DES Zuleitungen zu minimieren. Insbesondere die Source- und Drain-Kontakte müssen in dieser Konstellation direkt am Hallstreifen platziert werden, um den Anschluss aller Rand- und Driftkanäle für alle Orientierungen im Magnetfeld zu garantieren (vergl. Abb. 28).

Die Transportdaten einer gemäß Abschnitt 4.1.4 Abb. 25(e) präparierten Struktur, in der bis auf einen Spannungskontakt alle Kontakte funktionierten, zeigt Abb. 44. Die Kurven zeigen den Längswiderstand des Hallstreifens für verschiedene Modulationsphasen. Zur besseren Übersicht sind die Kurven vertikal gegeneinander verschoben und jeweils mit der entsprechenden Phase gekennzeichnet. Die Breite des Hallstreifens beträgt $12 \mu\text{m}$, der Biegeradius $10.5 \mu\text{m}$. Der Modulationsausschnitt erstreckt sich damit über einen Winkelbereich von 66° . Hergestellt wurde der Hallstreifen auf Grundlage von #1361. Der Kontaktabstand der Spannungsabgriffe beträgt $12 \mu\text{m}$. In Analogie zu der Messung in einfacher Vierpunktgeometrie (Abschnitt 4.3.1) findet man auch hier für die Kurve bei $\delta = 0$ Oszillation mit einer $1/B$ -Periode. Eine Phasenverschiebung weg von diesem Punkt resultiert zunächst in einer Dämpfung und einer schwachen Verschiebung der Oszillationen zu höheren Magnetfeldern. Sobald das Modulationsmaximum den Bereich zwischen den Kontakten verlässt, schieben die Oszillationen schließlich sehr viel stärker. Gleichzeitig treten in diesem Bereich schwächere Oszillationen mit anderer Periode zum Vorschein. Bei $\delta = 90$ ist die Dämpfung aller Oszillationen maximal, um danach passend zur Symmetrie der Anordnung wieder abzunehmen.

Interessant ist, dass ein dazu passendes Verhalten auch für den Hallwiderstand zu finden ist. Abbildung 45(a) zeigt R_{1H} normiert auf seinen maximalen Wert bei $\delta = 0$ in Abhängigkeit von der Phasenmodulation δ . Abweichend von der $\cos(\delta)$ -Abhängigkeit, wie man sie für flache 2DES und auch für die A2DES mit Modulation entlang der Hallstreifenrichtung findet, bleibt die Hallgerade praktisch gleich, solange sich das Modulationsmaximum zwischen den Kontakten befindet. Die entsprechenden Werte für δ sind durch die langen Striche in Abb. 45(a) gekennzeichnet. Im Bereich zwischen diesen Linien ändert sich R_{1H}/R_{1Hmax} annähernd linear. Abb. 45(b) zeigt exemplarisch R_{1H} für vier verschiedene Phasen. Wie schon bei den A2DES im letzten Abschnitt gibt es auch hier eine Diskrepanz aus der durch die Hallgeraden mit maximaler Steigung ermittelten Ladungsträgerdichte ($n = 4.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$) und der Ladungsträgerdichte aus den SdH-Oszillationen ($n = 4.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$) für $\delta = 0$.

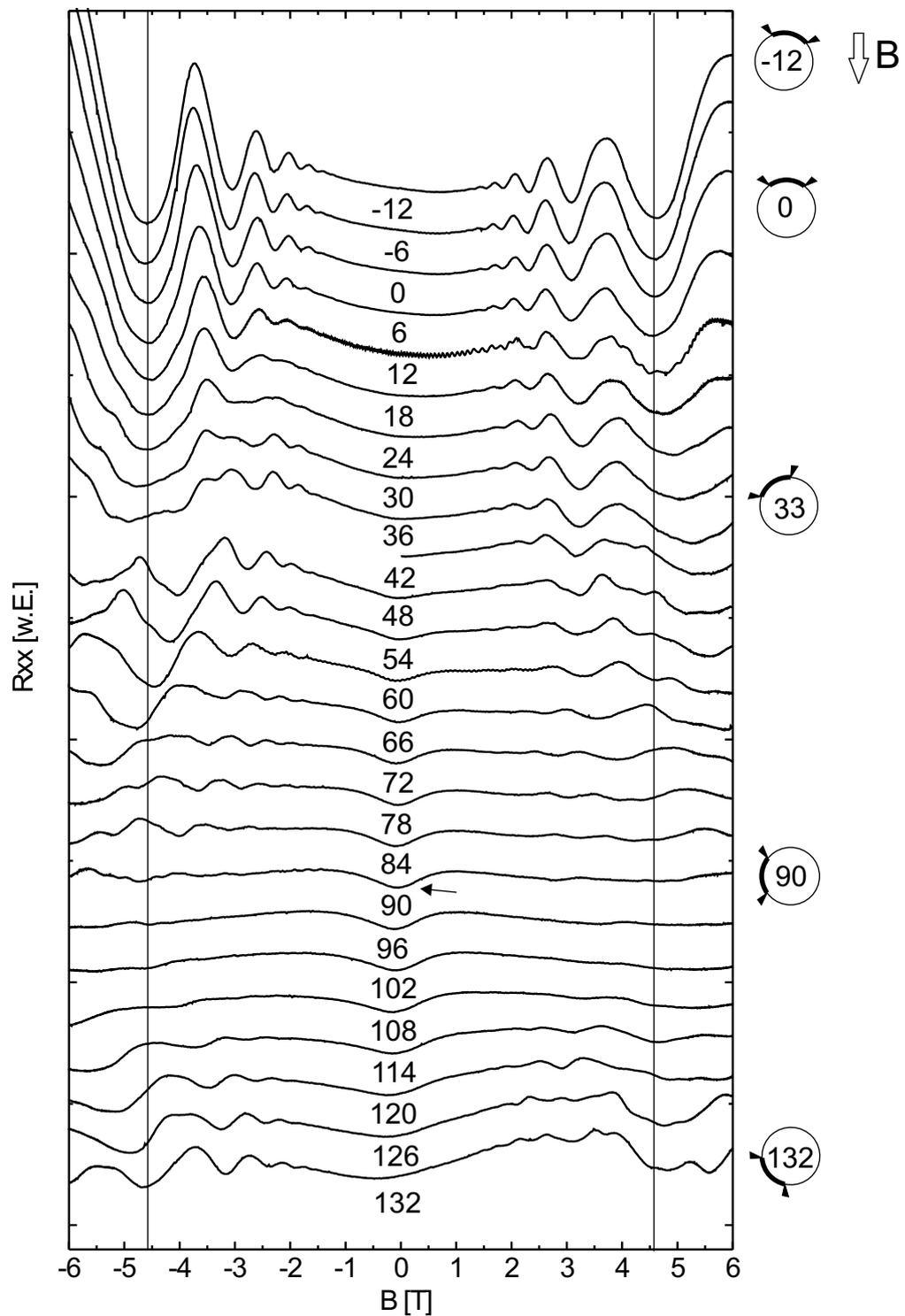


Abb. 44: Der Längswiderstand eines Hallstreifens mit Magnetfeldmodulation quer zur Streifenrichtung. Die Kurven sind zur besseren Übersicht vertikal verschoben und mit den jeweiligen Modulationsphasen bezeichnet. Die kleinen Oszillationen auf der Messkurve für $\delta = 12$ sind nicht reproduzierbar.

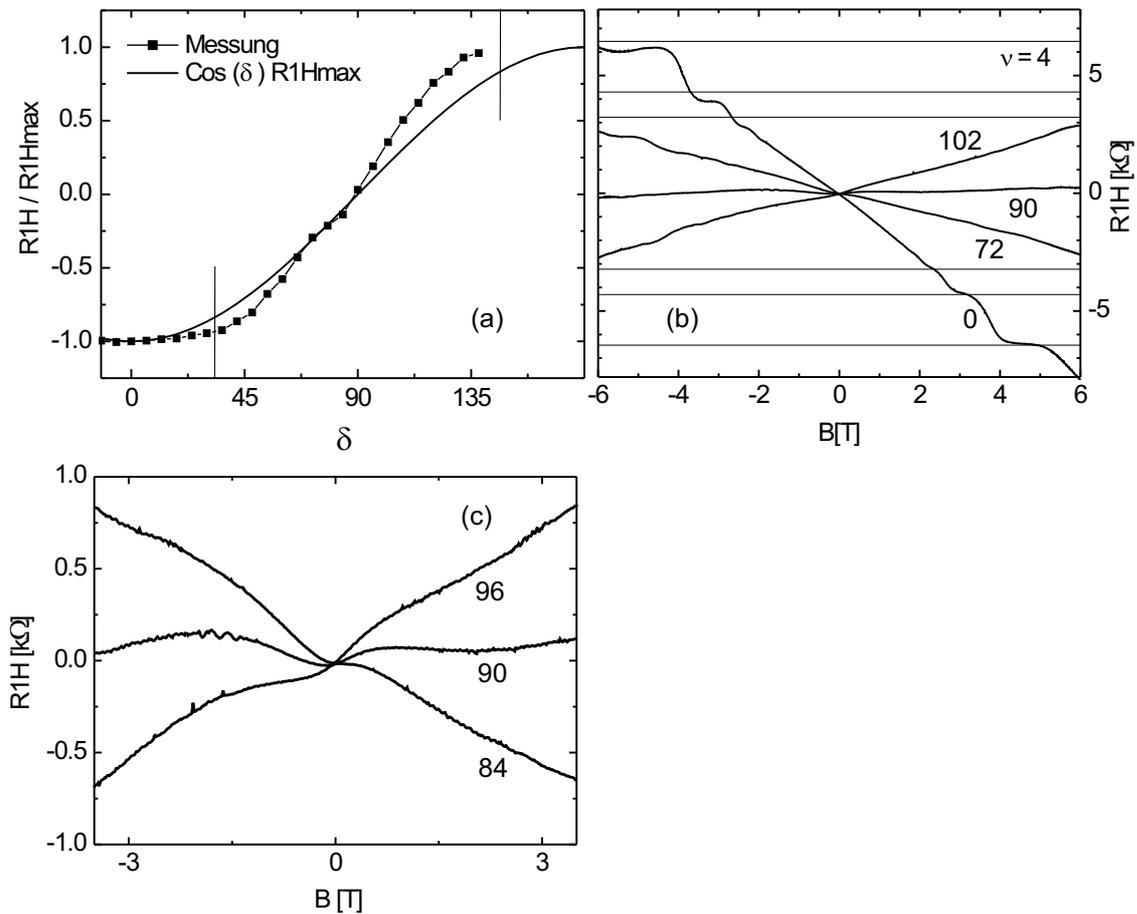


Abb. 45: (a) Normierter Hallwiderstand in Abhängigkeit von der Modulationsphase δ . Phasen im Bereich zwischen den Strichen entsprechen Orientierungen, für die sich das Modulationsmaximum nicht auf dem Hallstreifen befindet. (b) Hallgeraden für verschiedene δ . (c) Hallgeraden nahe $\delta = 90$ zeigen für kleine Magnetfelder Abweichungen vom linearen Verlauf.

In dieser Konstellation gibt es allerdings im Gegensatz zum vorherigen Abschnitt auch keine Hallstreifenorientierung, in der man davon ausgehen kann, dass man aus der Steigung der Hallgeraden die exakte Ladungsträgerdichte erhält. Die gute $1/B$ -Periodizität der SdH-Oszillationen für $\delta = 0$ dagegen lässt auf eine geringe Verschiebung der Oszillationen aufgrund der aufgebogenen Landau-niveaus (vergl. Abschnitt 4.2.3) schließen. Die so ermittelte Ladungsträgerdichte sollte deshalb nahe an der tatsächlichen liegen. Für die Beweglichkeit ergibt sich eine für #1361 bei dieser Ladungsträgerdichte vernünftige Beweglichkeit von $70.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Ein besonderes Augenmerk lag bei den Messungen auf dem Bereich geringer Magnetfelder für den Bereich um $\delta = 0$, d.h. wenn sich ein Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation zwischen den Spannungsabgriffen befindet. Hier wurden in Analogie

zu Experimenten von Nogaret und Mitarbeitern [Nog00] Signaturen aufgrund der dort vermuteten Snake Orbits erwartet. Tatsächlich bildet sich, wie in Abb. 44 (siehe Pfeil) erkennbar, in diesem Bereich um $B = 0$ eine Signatur mit positivem Magnetwiderstand heraus. Ebenso findet man in den Hallwiderständen dieser Orientierungen für kleine Magnetfelder Abweichungen vom linearen Verlauf (Abb. 45(c)). Eine Simulation dieser Messdaten mit Hilfe der Modelle von Reijniers und Mitarbeitern [Rei00] wäre sicherlich sehr interessant. Die Frage, warum solche Signaturen nicht auch schon in den Vierpunktmessungen in Abschnitt 4.3.1 auftauchen, ist nicht eindeutig zu beantworten. Interpretiert man den starken magneto-resistiven Untergrund dort allerdings als durch das stark gestörte Elektronensystem verursacht [Jia93, But02], so kann man argumentieren, dass Signaturen aufgrund von Snake Orbits dadurch überdeckt werden.

Die Erkenntnisse dieses Abschnittes fassen sich folgendermaßen zusammen: Es wurde ein entlang der Röhre orientierter Hallstreifen mit fünf funktionierenden Kontakten präpariert. Passend zu den ersten Vierpunktmessungen an einer schmalen Lamelle mit Magnetfeldmodulation quer zur Stromrichtung (Abschnitt 4.3.1) finden wir auch in der Hallgeometrie für $\delta = 0$ ausgeprägte SdH-Oszillationen im Längswiderstand. Ebenso ist auch hier die Abhängigkeit dieser Oszillationen von δ bezüglich ihrer Dämpfung und ihrer Verschiebung konform mit den Betrachtungen zu aufgebogenen Landauniveaus in Abschnitt 4.2.3. Die Abhängigkeit des Hallwiderstandes von δ zeigt, dass dieser durch das maximale Magnetfeld zwischen den Hallspannungsabgriffen determiniert wird. Im Bereich um $\delta = 90$ tauchen bei kleinen Magnetfeldern in Hall- und Längswiderstand Signaturen auf, die auf Snake Orbits hinweisen. Solche Signaturen werden in den Vierpunktmessungen in Abschnitt 4.3.1 wahrscheinlich durch den magneto-resistiven Untergrund, der durch das stark gestörte Elektronensystem verursacht wird, überdeckt.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden selbstaufrollende Mikro- und Nanoröhrchen aus verspannten Halbleiterschichten und Metall-Halbleiter-Hybridschichten realisiert und zur Herstellung und Untersuchung von gleichmäßig gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystemen genutzt.

Als Grundlage dienten dabei mittels Molekularstrahlepitaxie hergestellte verspannte InGaAlAs-Heterostrukturen auf einem GaAs-Substrat. Nach dem Ablösen vom Substrat durch das hochselektive Entfernen einer AlAs-Opferschicht minimieren solche Strukturen ihre Verspannungsenergie, indem sie sich mit einem definierten Radius aufrollen. Im Falle des InGaAlAs-Systems sorgt der Indiumanteil in den Mischkristallen für erhöhte Gitterkonstanten und damit für den Aufbau von pseudomorpher Verspannung. Die Abhängigkeit des Biegeradius von den Schichtdicken und -zusammensetzungen lässt sich mit Hilfe einfacher kontinuumsmechanischer Modelle vorhersagen.

Das oben genannte 1998 erstmals von Prinz und Mitarbeitern vorgestellte Herstellungsprinzip wurde in dieser Arbeit nun zunächst dahingehend erweitert, dass nicht nur der Radius der entstehenden 3D-Objekte, sondern auch ihre Form und ihr Ort auf dem Substrat genau vorherbestimmt werden konnten. Dazu wurde eine im Wesentlichen aus zwei Schritten bestehende Lithographiemethode (2-Schritt Lithographie) entwickelt, in der im ersten Schritt die Form der aufzurollenden Mesa und im zweiten Schritt die Rollrichtung bestimmt wird. Die Leistungsfähigkeit dieser Methode wurde anhand diverser 3D-Objekte, wie z.B. Halbleiterspulen, -greifern oder auch Objekten ähnlich einer Venusfalle mit ineinandergreifenden Stirnseiten, demonstriert. Der minimale Radius von auf diese Weise hergestellten Halbleiterröhrchen mit einstellbaren Parametern betrug $1 \mu\text{m}$.

Auf dem Weg zur Realisierung und Messung von aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystemen in solchen Strukturen mussten nun noch Heterostrukturen zur Erzeugung von 2DES in den Röhrchenwänden und Metallkontakte zu diesen Systemen realisiert werden.

Zur Realisierung von Metallkontakten wurden deshalb zunächst aufgedampfte Metallschichten mit in die verspannten Halbleiterschichten eingerollt. Es zeigte sich, dass diese trotz ihrer nicht einkristallinen Struktur im Bezug auf den Aufrollmecha-

nismus im Prinzip wie einkristallines Halbleitermaterial mit entsprechenden elastischen Konstanten behandelt werden können. Insbesondere wurde die Methode von Prinz vor diesem Hintergrund auch auf Metall-Halbleiterdoppelschichten mit Biegeradien im Nanometerbereich übertragen. Die Möglichkeit, die Metallschicht dieser Hybridsysteme lithographisch zu strukturieren, führte zu einer Sonderform der oben genannten 2-Schritt Lithographie, der sogenannten invertierten 2-Schritt Lithographie. Mit Hilfe dieser Methode war es erstmals möglich, Metall-Halbleiter-Hybridschichten mit Biegeradien im Nanometerbereich und definierter Form sowie definiertem Ort auf der Probe herzustellen. Beispielsweise zur Herstellung von nanoelektromechanischen Bauteilen sind solche Systeme von großem Interesse.

Zur Realisierung von 2DES in den Röhrenwänden hat sich ein Konzept auf Grundlage eines beidseitig delta-dotierten GaAs-Quantentopfes in der indiumfreien Schicht als beste Wahl herausgestellt. Die Charakterisierung dieser Systeme erfolgte zunächst in Van-der-Pauw Geometrie mit Hilfe von flachen freischwebenden Brücken. Dabei gewonnene Erkenntnisse über zusätzliche Elektronensysteme am verspannten InGaAs/GaAs-Heteroübergang in Bereichen, in denen die AlAs-Opferschicht nicht entfernt wurde, flossen mit in das spezielle Design der Kontakte für aufgerollte 2DES ein.

Mit Hilfe einer einfachen Vierpunktgeometrie konnte schließlich in Magnetotransportexperimenten erstmals die Existenz von aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystemen (A2DES) in Halbleitermikroröhren nachgewiesen werden. Die Messkurven konnten qualitativ mit dem Konzept von aufgrund der Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente aufgebogenen Landauniveaus verstanden werden.

Um Artefakte aufgrund der speziellen Kontaktgeometrie auszuschließen und die Stromrichtung relativ zur Magnetfeldmodulation variieren zu können, wurden für die folgenden Experimente Hallstreifen verwendet. Die Realisierung dieser Strukturen wurde durch Einführung des Konzeptes der Trägerröhren ermöglicht. Mit Hilfe von Trägerröhren können auch sehr filigrane Strukturen wie die Hallstreifen ohne einzureissen mit aufgerollt werden.

Messungen an solchen Hallstreifen mit Magnetfeldmodulation entlang der Streifenrichtung konnten hinsichtlich des magnetoresistiven Untergrundes im Rahmen des Landauer-Büttiker-Formalismus mit dem Konzept der abknickenden Randkanäle verstanden werden. Für den klassischen Bereich bei kleinen Magnetfeldern konnte eine gute Übereinstimmung mit FEM-Rechnungen gefunden werden. Die auftretenden Shubnikov-de Haas Oszillationen wurden durch die maximale Magnetfeldkomponente zwischen den Spannungsabgriffen dominiert. Durch den Nachweis der abknickenden Randkanäle wurde indirekt auch der Nachweis von magnetisch induzierten Stromkanälen (MI1DES) in den Proben geführt. Diese stellen den durch das Innere der Probe verlaufenden Teil der abknickenden Randkanäle dar. Im Vergleich zu der in den ersten Vierpunktexperimenten gemessenen Beweglichkeit von $7000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ erhält man für diese mit einem optimierten Probendesign hergestellten Proben für freischwebende Lamellen sehr hohe Werte bis zu $\mu=125000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Zuletzt wurden schließlich erste Experimente an einem Hallstreifen mit Magnetfeldmodulation quer zur Streifenrichtung durchgeführt. Hier wird die Steigung der Hall-

geraden durch das maximale senkrechte Magnetfeld zwischen den Spannungsabgriffen bestimmt. Das modulationsphasenabhängige Verhalten der SdH-Oszillationen lässt sich wie oben qualitativ mit dem Konzept der aufgebogenen Landaniveaus verstehen. In der Hallstreifenorientierung mit einem Nulldurchgang der Modulation zwischen den Spannungsabgriffen findet man bei kleinen Magnetfeldern Abweichungen der Hallgeraden vom linearen Verhalten und einen positiven Magnetowiderstand in der Längsspannung. Diese Signaturen könnten mit dem Auftreten von Snake Orbits in Verbindung gebracht werden.

Für zukünftige Experimente ergibt sich aufgrund der Einzigartigkeit und der nicht zuletzt auch mit Hilfe dieser Arbeit gewonnenen großen Flexibilität der selbstaufrollenden Mikro- und Nanoröhrchen eine Fülle von Möglichkeiten. Es seien hier drei besonders interessante Beispiele genannt.

Für das Gebiet der aufgerollten zweidimensionalen Elektronensysteme stellen die hier vorgestellten ersten Experimente bisher nur eine Machbarkeitsdemonstration dar. Insbesondere für die Charakterisierung von magnetisch induzierten Stromkanälen und Snake Orbits ist dieses System, in dem es außer der Magnetfeldmodulation keine weiteren Modulationen gibt, ausgezeichnet. Umgekehrt ist es denkbar, dass solche magnetisch induzierten Stromkanäle, die in bestimmten Probenorientierungen bei Veränderung des Magnetfeldes oder der Ladungsträgerdichte über die Probe wandern, gleichsam wie sehr feine Sonden zur Untersuchung von Defekten auf der Probe benutzt werden können.

Außer der Anwendung der von uns entwickelten Metall-Halbleiter-Hybridröhrchen als NEMS-Bauteile könnte man diese auch zur Untersuchung von Plasmonenmoden in Metallzylindern nutzen. Entlang der Krümmung erwartet man hier quantisierte Plasmonenanregungen und entlang der Achse eine freie Dispersion. Bei einem Röhrchenradius zwischen 250 und 1000 nm sollten diese Moden direkt an sichtbares bis nahinfrarotes Licht koppeln. Der hybride Charakter der Struktur ermöglicht außerdem die Integration eines Quantentopfes in das Schichtsystem und damit eventuell die Untersuchung der Kopplung zwischen Plasmonen der Metallschicht und Exziton-Polaritonmoden dieses Quantentopfes.

Die praktisch atomar glatten Oberflächen machen InGaAs-Mikroröhrchen außerdem zu einem vielversprechenden Kandidaten zur Herstellung von optischen Ringresonatoren sehr hoher Güte. In Zusammenarbeit mit Tobias Kipp aus der Arbeitsgruppe Heitmann wurden im Rahmen dieser Arbeit kürzlich erste Vorabexperimente zu solchen Resonatoren durchgeführt. Dabei konnten in einem ersten Schritt erfolgreich die als innere Lichtquellen fungierenden Quantenpunkte in die Röhrchenwände integriert werden (siehe Abb. 46 im Anhang D). Eine laterale Strukturierung des in Abb. 46 gezeigten Röhrchens, beispielsweise durch fokussierte Ionenstrahlen, könnte bereits auf die auch in Microdisks beobachteten Whispering Gallery Modes führen.

Anhang A

Belichtungs- und Entwicklungsparameter

Optischer Positivlack	
Name	Mikroposit S1813
Hersteller	Shipley
Beschichtung	Schleudern für 60 s bei 6000 U/Min
Ausbacken	2 Minuten Hotplate bei 100°C
Belichtung	4 s mit UV, 275 W bei 405 nm
Entwicklung	60 s Mikroposit Developer
Entfernen	Aceton/Ultraschall/Isopropanol

Optischer Negativlack	
Name	ma-N 1410
Hersteller	Microresist Technology
Beschichtung	Schleudern für 30 s bei 5000 U/Min
Ausbacken	1.5 Minuten Hotplate bei 100°C
Belichtung	10 s mit UV, 275 W bei 365 nm
Entwicklung	30 s ma-D 533 S
Entfernen	Aceton/Ultraschall/Isopropanol

Anhang B

Formeln zur Bestimmung der Längs- und Halleitfähigkeit für zwei parallel leitende Elektronensysteme mit Beweglichkeit μ_i und Ladungsträgerdichte n_i [Thu04]:

$$\rho_{xx} = \frac{\rho_{xx,1} \cdot \rho_{xx,2} \cdot (\rho_{xx,1} + \rho_{xx,2}) + (\rho_{xx,1} \cdot R_2^2 + \rho_{xx,2} \cdot R_1^2) \cdot B^2}{(\rho_{xx,1} + \rho_{xx,2})^2 + (R_1 + R_2)^2 \cdot B^2} \quad (5.1)$$

$$\rho_{xy} = \frac{R_2 \cdot \rho_{xx,1}^2 + R_1 \cdot \rho_{xx,2}^2 + R_1 \cdot R_2 \cdot (\rho_{xx,1} + \rho_{xx,2}) \cdot B^2}{(\rho_{xx,1} + \rho_{xx,2})^2 + (R_1 + R_2)^2 \cdot B^2} \cdot B \quad (5.2)$$

mit

$$R_i = \frac{1}{e \cdot n_i} \quad (5.3)$$

$$\rho_{xx,i} = \frac{1}{e \cdot n_i \cdot \mu_i} \quad (5.4)$$

Anhang C

Alle in dieser Arbeit untersuchten Heterostrukturen wurden in der Molekularstrahlepitaxie Anlage des Instituts für Angewandte Physik in Hamburg hergestellt. Die für die Messungen in Abschnitt 4.3 optimierten Wafer hatten den folgenden Aufbau:

#1280/#1361/#1362		
GaAs	Schutzschicht	5 nm
Al _{0.33} Ga _{0.67} As		10 nm
Si	δ -Dotierung	40/30/35 s
Al _{0.33} Ga _{0.67} As		10 nm
Si	δ -Dotierung	40/30/35 s
Al _{0.33} Ga _{0.67} As	Spacer	20 nm
GaAs	Quantentopf	10 nm
Al _{0.33} Ga _{0.67} As	Spacer	30 nm
Si	δ -Dotierung	40/30/35 s
Al _{0.33} Ga _{0.67} As		10 nm
In _{0.18} Ga _{0.82} As	Verspannte Schicht	20 nm
AlAs	Opferschicht	400 nm
GaAs	Pufferschicht	400 nm
GaAs-Substrat		

Anhang D

Erste Experimente zu optischen Resonatoren aus InGaAs-Mikroröhren

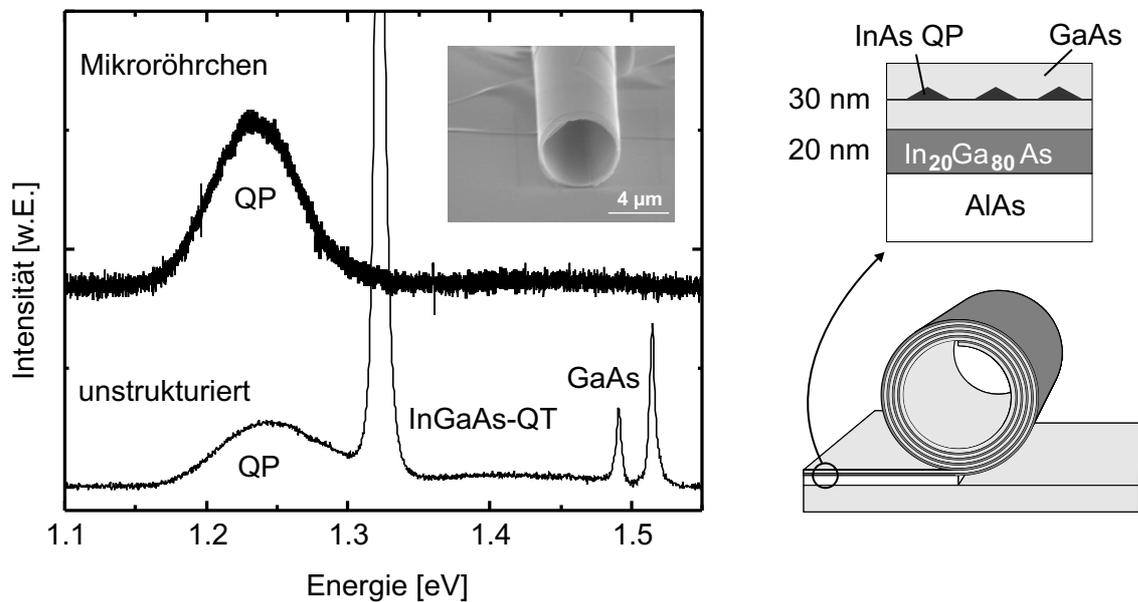


Abb. 46: Vorabexperiment zur Herstellung von Ringresonatoren aus InGaAs-Mikroröhren. Wie im Schema oben rechts gezeigt, sind in die Röhrenwände selbstorganisierte InAs-Quantenpunkte integriert. Nach dem Aufrollen des Schichtsystems zu einem mehrwandigen Mikroröhren bleibt das PL-Signal der Quantenpunkte erhalten. Eine laterale Strukturierung der im Einsatz gezeigten Röhre beispielsweise durch fokussierte Ionenstrahlen könnte schon zur Beobachtung von Whispering Gallery Modes führen.

In Vorabexperimenten zur Herstellung optischer Ringresonatoren, für die aufgrund der atomar glatten Röhrenwände sehr hohe Gütefaktoren erwartet werden, konnten im Rahmen dieser Arbeit in enger Zusammenarbeit mit Tobias Kipp aus der Gruppe Heitmann emittierende InAs-Quantenpunkte in die Röhrenwände integriert werden.

Literaturverzeichnis

- [And82] T. Ando, A.B. Fowler and F. Stern. *Electronic properties of two-dimensional systems*. Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
- [Bee89] C. W. J. Beenakker. *Guiding-center-drift resonance in a periodically modulated two-dimensional electron gas*. Phys. Rev. Lett. **62**, 2020 (1989).
- [Böh02] S. Böhm. *Der epitaktische Lift-off als Methode, elektrische- und optische Eigenschaften in III-V-Halbleiter-Strukturen zu beeinflussen*. Ph.D. thesis, LMU (2002).
- [Bü86] M. Büttiker. *Four-terminal phase-coherent conductance*. Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986).
- [Bü88] M. Büttiker. *Absence of backscattering in the Quantum Hall Effect in multiprobe conductors*. Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988).
- [Büt85] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer and S. Pinhas. *Generalized many-channel conductance formula with application to small rings*. Phys. Rev. B **31**, 6207 (1985).
- [But02] Katrin Buth. *Quantum Hall effect in intentionally disordered two-dimensional electron systems of GaAs/GaAlAs heterostructures*. Ph.D. thesis, IAP, Universität Hamburg (2002).
- [Car95] H.A. Carmona, A.K. Geim, A. Nogaret, P.C. Main, T.J. Foster, M. Henini, S.P. Beaumont and M.G. Blamire. *Two dimensional electrons in a lateral magnetic superlattice*. Phys. Rev. Lett. **74**, 3009 (1995).
- [Cas45] H.B.G. Casimir. *On Onsager's principle of microscopic reversibility*. Rev. Mod. Phys. **17**, 343 (1945).
- [Cha77] M. Chandrasekhar and F.H. Pollak. *Effects of uniaxial stress on the electoreflectance spectrum of Ge and GaAs*. Phys. Rev. B **15**, 2127 (1977).
- [Cha89] K.H. Chang. *Characteristics of dislocations at strained heteroepitaxial InGaAs/GaAs interfaces*. Journal of Applied Physics **66**, 7 (1989).
- [Cha04] A. V. Chaplik and R. H. Blick. *On geometric potentials in quantum-electromechanical circuits*. New Journal of Physics **6**, 33 (2004).

- [Cos81] R. C. T. Da Costa. *Quantum mechanics of a constrained particle*. Phys. Rev. A **23**, 1982 (1981).
- [Den02] Ch. Deneke, C. Müller, N.Y. Jin-Phillipp and O. G. Schmidt. *Diameter scalability of rolled-up In(Ga)As/GaAs nanotubes*. Semicond. Sci. Technol. **17**, 1278 (2002).
- [Den04a] Ch. Deneke, N.-Y. Jin-Phillipp, I. Loa and O. G. Schmidt. *Radial superlattices and single nanoreactors*. Applied Physics Letters **84** (22), 4475 (2004).
- [Den04b] Ch. Deneke and O. G. Schmidt. *Real-time formation, accurate positioning, and fluid filling of single rolled-up nanotubes*. Applied Physics Letters **85** (14), 2914 (2004).
- [dP59] L.J. Van der Pauw. *A method of measuring the resistivity and Hall coefficient on lamellae of arbitrary shape*. Philips Technical Review **20**, 220 (1959).
- [dW89] C.G. Van de Walle. *Band lineups and deformation potentials in the model-solid theory*. Phys. Rev. B **39**, 1871 (1989).
- [Edi95] S.P. Edirisighe and A. Staton-Bevan. *Transmission electron microscopy study of In_{0.25}Ga_{0.75}As epilayers grown on GaAs (001) by molecular beam epitaxy: The effect of epilayer thickness*. J. Vac. Sci. Technol. B **13**, 3 (1995).
- [Ent01] M. V. Entin and L. I. Magarill. *Spin-orbit interaction of electrons on a curved surface*. Phys. Rev. B **64**, 85330 (2001).
- [Fai91] J. Faist, P. Guéret and H.P. Meier. *Interior contacts for probing the equilibrium between magnetic edge channels in the quantum Hall effect*. Phys. Rev. B **43**, 9332 (1991).
- [Fle04] T. Fleischmann, K. Kubota, P.O. Vaccaro, T.-S. Wang, S. Saravanan and N. Saito. *Self-assembling GaAs mirror with electrostatic actuation using micro-origami*. Physica E **24**, 78 (2004).
- [Gar00] M. García, J.P. Silveira and F. Briones. *Strain relaxation and segregation effects during self-assembled InAs quantum dots formation on GaAs(001)*. Appl. Phys. Lett. 409 (2000).
- [Ger96] Rolf R. Gerhardts. *Quasiclassical calculation of magnetoresistance oscillations of a two-dimensional electron gas in spatially periodic magnetic and electrostatic fields*. Phys. Rev. B **53**, 11064 (1996).
- [Gol04] S. V. Golod, V. Ya. Prinz, P. Wägli, L. Zhang, O. Kirfel, E. Deckhardt, F. Glaus, C. David and D. Grützmacher. *Freestanding SiGe/Si/Cr and SiGe/Si/Si_xN_y/Cr microtubes*. Appl. Phys. Lett. **84**, 3391 (2004).

- [Gra04] M. Grayson, D. Schuh, M. Bichler, M. Huber, G. Abstreiter, L. Hoepfel, J. Smet and K. Von Klitzing. *Quantum Hall effect in a two-dimensional electron system bent by 90°* . Physica E **22**, 181 (2004).
- [Gru03] M. Grundmann. *Nanoscroll formation from strained heterostructures*. Appl. Phys. Lett. **83**, 2444 (2003).
- [Guo98] Y. Guo, B.L. Gu, Z.Q. Li, J.L. Zhu and Y. Kawazoe. *Transport properties of electrons in quasiperiodic magnetic superlattices*. J. Phys.: Condens. Matter **10**, 1549 (1998).
- [Gus99] G.M. Gusev, J.R. Leite, A.A. Bykov, N.T. Moshegov, V.M. Kudryashev, A.I. Toropov and Yu.V. Nastaushv. *Single-particle relaxation time in a spatially fluctuating magnetic field*. Phys. Rev. B **59**, 5711 (1999).
- [Hal79] E.H. Hall. *On a new action of the magnet on electric currents*. Amer. J. Math. **2**, 287 (1879).
- [Hal82] B.I. Halperin. *Quantized Hall conductance, current-carrying edge states, and the existence of extended states in a two-dimensional disordered potential*. Phys. Rev. B **25**, 2185 (1982).
- [Hau88] R.J. Haug, A.H. MacDonald, P. Streda and K. Von Klitzing. *Quantized multichannel magnetotransport through a barrier in two dimensions*. Phys. Rev. Lett. **61**, 2797 (1988).
- [Hey01] Ch. Heyn (2001). Private communication.
- [Hey05a] Ch. Heyn (2005). Private communication.
- [Hey05b] Ch. Heyn. *Shutter-transients during solid-source epitaxy* (2005). Submitted to Journal of Vacuum Science and Technology.
- [Hil90] D.G. Hill, K.L. Lear and J.R. Harris. *Two selective etching solutions for GaAs on InGaAs and GaAs/AlGaAs on InGaAs*. J. Electrochem. Soc. **137**, 2912 (1990).
- [Hil01] M. Hilke, D.C. Tsui, M. Grayson, L.N. Pfeiffer and K.W. West. *Fermi liquid to Luttinger liquid transition at the edge of a two-dimensional electron gas*. Phys. Rev. Lett. **87** (18) (2001).
- [Hir88] H. Hirai, S. Komiyama, S. Hiyamizu and S. Sasa. in Proc. ICPS **19**, 55 (1988). (W. Zawadaski, ed.). Institute of Physics, Polish Academy of Sciences.
- [Hjo96] Klas Hjort. *Sacrificial etching of III-V compounds for micromechanical devices*. J. Micromech. Microeng. **6**, 370 (1996).
- [Hö04] Eva Höhberger (2004). Private communication.

- [Hof96] E. Hofstetter, J.M.C. Taylor and A. MacKinnon. *Two-dimensional electron gas in a linearly varying magnetic field: Quantization of the electron and current density*. Phys. Rev. B **53**, 4676 (1996).
- [Hol03] M. Holz, O. Kronenwerth and D. Grundler. *Optimization of semiconductor-metal hybrid structures for application in magnetic-field sensors and read heads*. Appl. Phys. Lett. **83**, 3344 (2003).
- [Hol04] M. Holz. *The extraordinary magnetoresistance of semiconductor-metal hybrid structures: Modelling and optimization*. Ph.D. thesis, I. Institut für Theoretische Physik, Universität Hamburg (2004).
- [Hol05] M. Holz, O. Kronenwerth and D. Grundler. *Enhanced sensitivity due to current redistribution in the Hall effect of semiconductor-metal hybrid structures*. Appl. Phys. Lett. **86**, 072513 (2005).
- [Hos03] M. Hosoda, Y. Kishimoto, M. Sato, S. Nashima, K. Kubota, S. Saravanan, P.O. Vaccaro, T. Aida and N. Ohtani. *Quantum-well microtube constructed from a freestanding thin quantum-well layer*. Appl. Phys. Lett. **83** (5), 1017 (2003).
- [How94] S.J. Howard, Y.C. Tsui and T.W. Clyne. *The effect of residual stresses on the debonding of coatings-Part 1*. Acta Metall. Mater. **42**, 2823 (1994).
- [Ibr97] S. Ibrahim, V.A. Schweigert and F.M. Peeters. *Classical transport of electrons through magnetic barriers*. Phys. Rev. B **56**, 7508 (1997).
- [Jen71] H. Jensen and H. Koppe. *Quantum mechanics with constraints*. Annals of Physics **63**, 586 (1971).
- [Jia93] H.W. Jiang, C.E. Johnson, K.L. Wang and S.T. Hannahs. *Observation of magnetic-field-induced delocalization: Transition from Anderson insulator to Quantum Hall conductor*. Phys. Rev. Lett. 1439 (1993).
- [Kip04] T. Kipp, K. Petter, Ch. Heyn, D. Heitmann and C. Schüller. *Broadband emission and low absorption in microdisks with AlGaAs quantum wells*. APL **84**, 1477 (2004).
- [Kle03] A. Kleiner. *Chiral spin currents and Quantum Hall Effect in nanotubes*. Phys. Rev. B **67**, 155311 (2003).
- [Kli80] K.V. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper. *New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance*. Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [Kne04] M. Kneissl, M. Teepe, N. Miyashita, N. M. Johnson, G. D. Chern and R. K. Chang. *Current-injection spiral-shaped microcavity disk laser diodes with unidirectional emission*. APL **84**, 2485 (2004).

- [Kub02] K. Kubota, P.O. Vaccaro, N. Ohtani, Y. Hirose, M. Hosoda and T. Aida. *Photoluminescence of GaAs /AlGaAs micro-tubes containing uniaxially strained quantum wells*. Physica E **13**, 313 (2002).
- [Lan70] R. Landauer. *Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices*. Phil. Mag. **21**, 863 (1970).
- [Lau81] R.B. Laughlin. *Quantized Hall conductivity in two dimensions*. Phys. Rev. B **23**, 5632 (1981).
- [Lea95] M.L. Leadbeater, C.L. Foden, J.H. Burroughes, M. Pepper, T.M. Burke, L.L. Wang, M.P. Grimshaw and D.A. Ritchie. *Magnetotransport in a nonplanar two-dimensional electron gas*. Phys. Rev. B **52**, R8629 (1995).
- [Lev93] A. F. J. Levi, R. E. Slusher, S. L. McCall, J. L. Glass, S. J. Pearton and R. A. Logan. *Directional light coupling from microdisk lasers*. APL **62**, 561 (1993).
- [Lev99] M. Levinshtein, S. Rumyantsev and M. Shur. *Handbook series on semiconductor parameters*, volume 1 and 2. World Scientific (1999).
- [Lö03] S. Löhr, S. Mendach, T. Vonau, Ch. Heyn and W. Hansen. *Highly anisotropic electron transport in shallow InGaAs heterostructures*. Phys. Rev. B **67**, 45309 (2003).
- [Lor03] A. Lorke, S. Böhm and W. Wegscheider. *Curved two-dimensional electron gases*. Superlattices and Microstructures **33**, 347 (2003).
- [Mag96] L.I. Magarill, D.A. Romanov and A.V. Chaplik. *Kinetics of two-dimensional electrons on a curved surface*. JETP Letters **64**, 460 (1996).
- [Mag98] L.I. Magarill, D.A. Romanov and A.V. Chaplik. *Ballistic transport and spin-orbit interaction of two-dimensional electrons on a cylindrical surface*. Journal of Experimental and Theoretical Physics **86**, 771 (1998).
- [Man97] A. Manolescu and Rolf R. Gerhardts. *Coulomb effects on the quantum transport of a two-dimensional electron system in periodic electric and magnetic fields*. Phys. Rev. B **56**, 9707 (1997).
- [Mat74] J.W. Matthews and A.E. Blakeslee. *Defects in epitaxial multilayers, I. misfit dislocations*. Journal of Crystal Growth **27** (1974).
- [Men04a] S. Mendach, O. Schumacher, Ch. Heyn, S. Schnüll, H. Welsch and W. Hansen. *Preparation of curved two-dimensional electron systems in InGaAs/GaAs-microtubes*. Physica E **23**, 274 (2004).
- [Men04b] S. Mendach, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen. *Magnetotransport on evenly curved Hall-bars in InGaAs/GaAs-microtubes*. proceedings of the 27th ICPS (2004).

- [Men05a] S. Mendach, T. Kipp, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen. *Interlocking mechanism for the fabrication of closed single-walled semiconductor microtubes*. *Semiconductor Science and Technology* **20**, 402 (2005).
- [Men05b] S. Mendach, O. Schumacher, M. Holz, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen. *Evenly curved two-dimensional electron systems with arbitrary shape*. in preparation (2005).
- [Mia05] Z.L. Miao, Y.W. Zhang, S.J. Chua, Y.H. Chye, P. Chen and S. Tripathy. *Optical properties of InAs/ GaAs surface quantum dots*. *Appl. Phys. Lett.* **86**, 031914 (2005).
- [Mou01] J. Moussa, R. Ram-Mohan, J. Sullivan, T. Zhou, D.R. Hines and S. A. Solin. *Finite-Element Modeling of extraordinary magnetoresistance in thin film semiconductors with metallic inclusions*. *Phys. Rev. B* **64**, 184410 (2001).
- [Mü92] J.E. Müller. *Effect of a nonuniform magnetic field on a two-dimensional electron gas in the ballistic regime*. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 385 (1992).
- [Nog00] A. Nogaret, S.J. Bending and M. Henini. *Resistance resonance effects through magnetic edge states*. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2231 (2000).
- [Nog03] A. Nogaret, D.N. Lawton, D.K. Maude, J.C. Portal and M. Henini. *Hall anomaly of diffusive magnetic waveguides*. *Phys. Rev. B* **67**, 165317 (2003).
- [Ons31] L. Onsager. *Reciprocal relations in irreversible processes II*. *Phys. Rev.* **38**, 2265 (1931).
- [Pee93] F.M. Peeters and A. Matulis. *Quantum structures created by nonhomogeneous magnetic fields*. *Phys. Rev. B* **48**, 15166 (1993).
- [Peo85] R. People and J.C. Bean. *Calculation of critical layer thickness versus lattice mismatch for Ge_xSi_{1-x}/Si strained-layer heterostructures*. *Appl. Phys. Lett.* **47**, 3 (1985).
- [Pri98] V.Ya Prinz, V. A. Seleznev and A. K. Gutakovsky. *Proc. 24th Int. Conf. on the Physics of Semiconductors, Israel* (1998).
- [Pri00] V.Ya Prinz, V. A. Seleznev, A. K. Gutakovsky, A. V. Chehovskiy, V. V. Preobrazhenskii, M. A. Putyato and T. A. Gavrilova. *Free-standing and overgrown InGaAs/GaAs nanotubes, nanohelices and their arrays*. *Physica E* **6**, 828 (2000).
- [Rei00] J. Reijniers and F.M. Peeters. *Snake orbits and related magnetic edge states*. *J. Phys.: Condens. Matter* **12**, 9771 (2000).

- [Sch01] O.G. Schmidt and K. Eberl. *Nanotechnology: Thin solid films roll up into tubes*. Nature **410**, 168 (2001).
- [Sch02] O.G. Schmidt, C. Deneke, N. Schmarje, C. Müller and N.Y. Jin-Phillipp. *Free-standing semiconductor micro- and nano-objects*. Materials Science and Engineering C **19**, 393 (2002).
- [Sch03] O. Schumacher. *Mikro- und Nanoröllchen aus GaAs/InGaAs - Heterostrukturen*. Master's thesis (2003).
- [Sch05] O. Schumacher, S. Mendach, H. Welsch, A. Schramm, Ch. Heyn and W. Hansen. *Lithographically defined metal-semiconductor-hybrid nanoscrolls*. Appl. Phys. Lett. (2005).
- [Shu30] L. Shubnikov and W.J. de Haas. Leiden Comm. **207a**, **107c**, **207d**, **210a** (1930).
- [Sni] G. Snider. *1D Poisson: Software zur selbkonsistenten Lösung von Poisson- und Schrödingergleichung*. Frei im Internet erhältlich unter: <http://www.nd.edu/gsnider/>.
- [Tho89] J. A. Thornton and D. W. Hoffman. Thin Solid Films **171** (5) (1989).
- [Thu04] W. Thureau. *Kapazitätsspektroskopie und Magnetotransport an niederdimensionalen Elektronensystemen in Metall-Isolator-Halbleiterstrukturen mit epitaktischen Elektroden*. Ph.D. thesis, IAP, Universität Hamburg (2004).
- [Tsu97] Y.C. Tsui and T.W. Clyne. *An analytical model for predicting residual stresses in progressively deposited coatings - Part 1*. Thin Solid Films **306**, 23 (1997).
- [Vac01] P. O. Vaccaro, K. Kubota and T. Aida. *Strain-driven self-positioning of micromachined structures*. Appl. Phys. Lett. **78**, 2852 (2001).
- [Vor02] A. B. Vorob'ev and V. Ya. Prinz. *Directional rolling of strained heterofilms*. Semiconductor Science and Technology **17**, 614 (2002).
- [Vor04] A.B. Vorob'ev, V.Ya. Prinz, Yu.S. Yukecheva and A.I. Toropov. *Magnetotransport properties of two-dimensional electron gas on cylindrical surface*. Physica E **23**, 171 (2004).
- [Was88] S. Washburn, A. B. Fowler, H. Schmid and D. Kern. *Quantized Hall effect in the presence of backscattering*. Phys. Rev. Lett. **61**, 2801 (1988).
- [Wei79] Ch. Weißmantel. *Grundlagen der Festkörperphysik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1979).
- [Win] M. J. Winter. <http://www.Webelements.com>.

- [Ye95] P.D. Ye, D. Weiss, R.R. Gerhardts, M. Seeger, K.Von Klitzing, K. Eberl and H. Nickel. *Electrons in a periodic magnetic field induced by a regular array of micromagnets*. Phys. Rev. Lett. **74**, 3013 (1995).

Eigene Veröffentlichungen

Referierte Zeitschriftenbeiträge

Lithographically defined Metal-Semiconductor-Hybrid Nanoscrolls

O. Schumacher, S. Mendach, H. Welsch, A. Schramm, Ch. Heyn and W. Hansen
Appl. Phys. Lett. **86**, 143109 (2005)

selected for:

Virtual Journal of Nanoscale Science and Technology, **11** (14) (2005)

Nanovantage.com, Choice of May 2005, Category: Metal Nanoparticles

Interlocking mechanism for the fabrication of closed single-walled semiconductor microtubes

S. Mendach, T. Kipp, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen
Semiconductor Science and Technology **20**, 402-405 (2005)

Preparation of curved two-dimensional electron systems in InGaAs/GaAs-microtubes

S. Mendach, O. Schumacher, Ch. Heyn, S. Schnüll, H. Welsch and W. Hansen
PhysicaE **23**, 274 (2004)

Highly anisotropic electron transport in shallow InGaAs heterostructures

S. Löhr, S. Mendach, T. Vonau, Ch. Heyn and W. Hansen
Phys. Rev. B **67**, 45309 (2003)

Tagungsbeiträge

“Applications of self-rolling strained semiconductor and metal/semiconductor layers“

S. Mendach, O. Schumacher, T. Kipp, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen
International Symposium on “Quantum Hall Systems and Quantum Materials“
in Hamburg, September 2004
Beitragsform: Poster

“Magnetotransport on evenly curved Hall bars in InGaAs-microtubes“

S. Mendach, M. Holz, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen
27th ICPS’
in Flagstaff/Arizona, USA, Juli 2004
Beitragsform: Vortrag

“Preparation of curved two dimensional electron systems in InGaAs-microtubes“

S. Mendach, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen
DPG-Frühjahrstagung’
in Regensburg, Germany, März 2004
Beitragsform: Vortrag

“Transport on curved two dimensional electron systems in InGaAs microtubes“

S. Mendach, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen
13th International Winterschool on New Developments in Solid State Physics
in Mauterndorf, Austria, Februar 2004
Beitragsform: Poster

“Preparation of curved two-dimensional electron systems“

S. Mendach, H. Welsch, S. Schnüll, Ch. Heyn and W. Hansen
ESPS-NIS
in Stuttgart, Germany, Oktober 2003
Beitragsform: Vortrag

“Curved two-dimensional electron systems in InGaAs micro- and nanotubes“

S. Mendach, S. Schnüll, Ch. Heyn and W. Hansen
School on Nanosciences
in Les Houches, France, September 2003
Beitragsform: Vortrag

“Lithographic fabrication of InGaAs micro- and nanotubes“

S. Mendach, S. Schnüll, Ch. Heyn and W. Hansen
DPG-Frühjahrstagung
in Regensburg, Germany, März 2002
Beitragsform: Poster

Eingeladene Vorträge

“Evenly curved Hall-bars in InGaAs-Microtubes“

Seminar SG MBE WS 2004/5

eingeladen von PD Dr. O.G. Schmidt, MPI Stuttgart

“InGaAs Mikro- und Nanoröhrchen“

Seminar über spezielle Fragen der Halbleiterphysik SS 2004

eingeladen von Prof. Dr. J.P. Kotthaus, LMU München

“Präparation von gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystemen“

Seminar über Grundlagen und Anwendungen moderner Halbleiterstrukturen

WS 2003/4

eingeladen von Prof. Dr. M. Grundmann, Universität Leipzig

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt:

- Prof. Dr. Wolfgang Hansen dafür, dass er es mir ermöglicht hat, die wunderbare Welt der selbstaufrollenden Halbleiterschichten zu erforschen und weil seine Tür für Fragen und Diskussionen stets offen stand.
- Dr. Christian Heyn, dessen Begeisterung an neuen Messergebnissen mich immer sehr motiviert hat.
- Olrik Schumacher für die gute Zusammenarbeit, insbesondere für viele Messungen während und nach seiner Diplomarbeit.
- Holger Welsch, Sandra Schnüll und Stephan Schulz für das Wachstum der MBE-Proben und die fachkompetente Designberatung.
- Dr. Tobias Kipp für zahlreiche fruchtbare Diskussionen über Anwendungen und neue Konzepte im Zusammenhang mit selbstaufrollenden Halbleiterschichten.
- Dr. Wolfgang Thureau für die äußerst kritische Hinterfragung neuer Konzepte im Zusammenhang mit selbstaufrollenden Halbleiterschichten.
- Dr. Christian Weichsel für die Konstruktion des drehbaren Probenstabes.
- Dr. Matthias Holz für die FEM-Rechnungen.
- Prof. Dr. Ulrich Merkt, Prof. Dr. Detlef Heitmann und Prof. Dr. Robert Blick für die Übernahme der Zweitgutachten.
- Allen Mitgliedern des Instituts für Angewandte Physik, insbesondere den Mitgliedern der Gruppe W, für die sehr angenehme Arbeitsatmosphäre, die gute Zusammenarbeit und die schöne Zeit.
- Meiner Familie für die immerwährende Unterstützung.



- Meiner Freundin Nina Ziegel für ihre Unterstützung und ihr Verständnis.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die finanzielle Unterstützung über den Sonderforschungsbereich *Quantenmaterialien* und das Graduiertenkolleg *Physik nanostrukturierter Festkörper*.