

Über Atom-Interferometrie mit einem ruhenden Ion

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereiches Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Ralf Huesmann
aus Hamburg

Hamburg

1999

Gutachter der Dissertation:

Prof. Dr. P.E. Toschek

Prof. Dr. E. Gerdau

Gutachter der Disputation:

Prof. Dr. P.E. Toschek

Prof. Dr. G. Mack

Datum der Disputation:

03.02.00

Sprecher des Fachbereichs Physik
und Vorsitzender des Promotionsausschusses:

Prof. Dr. F.-W. Büßer

Es werden phasenempfindliche mikrowellen- und optisch-spektroskopische Messungen an einem lokalisierten Ytterbium-Ion beschrieben.

Das Yb^+ -Ion wird in einer elektrodynamischen Ionenfalle gespeichert. Auf dem Dipolübergang ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$ wird es durch ein Laserlichtfeld bei 369nm zur Resonanzfluoreszenz angeregt und optisch gekühlt. Die Aufzeichnung der Resonanzfluoreszenz des Ions in Abhängigkeit von der Frequenz der anregenden Felder ermöglicht die Messung des inneren Energiezustandes und des äußeren Bewegungszustandes des Ions.

An einem einzelnen ${}^{171}\text{Yb}^+$ -Ion wird mikrowellen-optische Doppelresonanzspektroskopie durchgeführt. Paare von Mikrowellen- $\pi/2$ -Pulsen regen den Hyperfeinstrukturübergang $|{}^2\text{S}_{1/2}, F=0, m_F=0\rangle \leftrightarrow |{}^2\text{S}_{1/2}, F=1, m_F=0\rangle$ des Ions an. Verstimmt man die Mikrowellenfrequenz schrittweise über die Resonanz, zeigt die Resonanzfluoreszenz auf dem Übergang $|{}^2\text{S}_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |{}^2\text{P}_{1/2}, F=0\rangle$ bei Mittelung über viele Anregungsversuche Ramsey-Streifen. Die schmalste an einem einzelnen atomaren Teilchen aufgezeichnete Resonanz hat die volle Halbwertsbreite 5Hz.

Der Zustand des Ions nach dem zweiten $\pi/2$ -Puls ergibt sich aus der Interferenz zweier möglicher Entwicklungswege des Ions zwischen den Mikrowellenpulsen. Das realisierte Wechselwirkungsschema zwischen Atom und Mikrowelle wird als Mach-Zehnder-Atom-Interferometer im Konfigurationsraum interpretiert.

Durch kurzzeitige Änderung des äußeren Magnetfeldes zwischen den Mikrowellenpulsen wird in Analogie zum skalaren Aharonov-Bohm-Effekt eine Phasenverschiebung der Ramsey-Streifen induziert. Im semiklassischen Grenzfall gehen die Matrixelemente gegen den mikrokanonischen Mittelwert. Die Übereinstimmung der gemessenen Phasenverschiebungen für ein einzelnes Ion und eine kleine Gesamtheit von Ionen stellt eine experimentelle Bestätigung der quantenmechanischen Variante der Ergodenhypothese dar.

An einem einzelnen ${}^{172}\text{Yb}^+$ -Ion wird opto-optische Doppelresonanzspektroskopie durchgeführt. Anregungen des E2-Übergangs ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$ bei 411nm durch das besonders schmalbandige Lichtfeld eines frequenzverdoppelten Diodenlasers erzeugen Dunkelzeiten in der Resonanzfluoreszenz des Übergangs ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$ eines ${}^{172}\text{Yb}^+$ -Ions. Ein Wechsel von hell nach dunkel im Fluoreszenzsignal ist ein direkter Nachweis eines einzelnen Absorptionsaktes (Quantensprung) auf dem E2-Übergang. Es wird die Absorptionswahrscheinlichkeit auf dem Quadrupolübergang in Abhängigkeit von der Verstimmung des anregenden Lichtfeldes gemessen. Die durch die harmonische Säkularbewegung des Ions im Fallenpotential verursachten Seitenbänder werden im Absorptionsspektrum nachgewiesen.

Die periodische Struktur der Absorptionsspektren widerspiegelt Rabi-Oszillationen der Besetzungswahrscheinlichkeiten auf dem E2-Übergang. Dies zeigt, daß erstmals ein optischer Übergang in einem einzelnen Atom kohärent angeregt wurde.

Nach versuchter Anregung des Quadrupolübergangs erfolgt durch die Messung der Resonanzfluoreszenz des Übergangs ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$ eine Projektion des angeregten Überlagerungszustandes. Für die Absorptionswahrscheinlichkeiten Eins und Null ist das Ergebnis der Messung deterministisch, für andere Wahrscheinlichkeiten jedoch entsprechend zufällig. Es resultiert Projektionsrauschen, das im Absorptionsspektrum des E2-Übergangs erstmals im optischen Spektralbereich nachgewiesen wird.

This thesis presents phase sensitive microwave and optical spectroscopy applied to a single localized Ytterbium ion.

The Yb^+ ion is confined in an electrodynamic ion trap. A laser light field at 369nm excites the resonance line ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$ and provides optical cooling of the ion. By photocounting the scattered light at 369 nm the ions internal energy and external motion is determined.

The method of microwave-optical double resonance is applied to the groundstate hyperfinestructure of a single ${}^{171}\text{Yb}^+$ ion. Pairs of microwave $\pi/2$ pulses excite the transition $|{}^2\text{S}_{1/2}, F=0, m_F=0\rangle \leftrightarrow |{}^2\text{S}_{1/2}, F=1, m_F=0\rangle$. After the second pulse resonance fluorescence on the transition $|{}^2\text{S}_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |{}^2\text{P}_{1/2}, F=0\rangle$ is excited. While scanning the microwave frequency stepwise across the resonance Ramsey fringes appear in the mean rate of fluorescence after averaging over many observations. The narrowest fringe so far resolved with a single ion has a FWHM of 5Hz.

The ion's state, after the second $\pi/2$ pulse, results from interference of two pathways of evolution between the microwave pulses. The scheme of atom-microwave interaction is interpreted in terms of Mach-Zehnder atom interferometry.

Pulsed variation of the ambient field between the $\pi/2$ pulses gives rise to a phase shift of the observed fringes as known from the scalar Aharonov-Bohm effect. Matrix elements, in the semiclassical limit, approach the microcanonical average. The agreement of phaseshifts observed with an ensemble of ions and with a single ion represents an experimental proof of the quantum-version of ergodicity.

The method of opto-optical double resonance is applied on the electric quadrupole transition ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$ at 411 nm of a single ${}^{172}\text{Yb}^+$ ion. Absorptions on the E2-transition, induced by a narrowband frequency doubled diode laser, cause dark times in the resonance fluorescence of the ions transition ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$. A change in the fluorescence signal from bright to dark indicates a single absorption event (quantum jump) on the transition ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$.

The probability for an absorption event on the E2-transition is measured versus the detuning of the exciting light field. Due to the ion's harmonic motion in the trapping potential a monochromatic light field has sidebands in the ion's center of mass system. The corresponding sidebands in an excitation spectrum at 411 nm are resolved.

Rabi-oscillations of the population probability of the two levels, coupled via the E2-transition, generate fringes in an absorption spectrum. This shows that for the first time an optical transition in a single atom is excited coherently.

After an attempted excitation of the quadrupole transition a measurement of the resonance fluorescence on the transition ${}^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$ causes a projection of the excited superposition state. For absorption probabilities zero or one the measurements give deterministic results, but stochastic for probabilities inbetween. This causes quantum projection noise of periodically varying degrees superimposed upon an absorption spectrum. This is demonstrated for the first time with an optical transition.

Teile der vorliegenden Dissertation sind bereits in folgenden Publikationen veröffentlicht worden:

- R. Huesmann, Ch. Balzer, W. Neuhauser, and P.E. Toschek, *Single-Atom Interferometry*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1611 (1998)
- R. Huesmann, Ch. Balzer, B. Appasamy, Y. Stalgies, and P.E. Toschek, *Quantum Measurement and Nonclassical Vibration of an Ion in a Trap*, in Proceedings of the international conference *Trapped Charged Particles and Fundamental Physics*, Pacific Grove/Monterey, Cal., USA, August31-September4 (1998)
- B. Appasamy, Ph. Courteille, R. Huesmann, Y. Stalgies, W. Neuhauser, P.E. Toschek, *Contributions to the Implementation of a Single-Ion Frequency Standard*, PTB **OPT-51**, 31 (1996)
- P.E. Toschek, B. Appasamy, Ph. Courteille, R. Huesmann, and Y. Stalgies, *Noise of a Single-Ion Frequency Standard*, Ann. Télécommun. **7-8**, 373 (1996)

Inhalt

1 Einleitung	1
2 Eigenschaften des Ytterbium-Ions	11
2.1 Das Termschema des Ytterbium-Ions	11
2.2 Der M1-Übergang $^2S_{1/2}, F=0 \leftrightarrow F=1$	14
2.3 Der E2-Übergang $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2D_{5/2}$	18
3 Die Wechselwirkung von Atomen mit elektromagnetischen Wellen	24
3.1 Die optischen Bloch-Gleichungen.....	24
3.1.1 Das Drei-Niveau-System	27
3.1.2 Das Zwei-Niveau-System	31
3.2 Quantensprünge und Projektionsrauschen	34
3.3 Atom-Interferometrie mit einem ruhenden Atom	42
4 Speicherung und optische Kühlung einzelner Ionen.....	55
4.1 Die Paul-Falle.....	55
4.2 Die optische Kühlung.....	59
5 Der Aufbau des Experimentes.....	68
5.1 Die Fallenapparatur	70
5.2 Der frequenzverdoppelte Farbstofflaser bei 369nm	74
5.3 Der Farbstofflaser bei 609nm.....	76
5.4 Der Farbzentrenlaser bei 2,4 μ m	78
5.5 Der frequenzverdoppelte Diodenlaser bei 411nm.....	80
5.5.1 Die Frequenzstabilisierung	81
5.5.2 Die Frequenzverdopplung.....	84
5.5.3 Die Verstimmtheit.....	88
5.6 Der Diodenlaser bei 638nm.....	89
5.7 Das Lambdameter.....	90
5.8 Die Mikrowellenanlage	92

6 Ergebnisse.....	94
6.1 Präparation des Ions	94
6.2 Stoßinduzierte Quantensprünge	99
6.3 Mikrowellen-optische Doppelresonanz.....	105
6.3.1 Doppelresonanzmessungen an einer Gesamtheit gespeicherter Ionen.....	106
6.3.2 Doppelresonanz mit zeitlich getrennten Feldern	113
6.3.3 Phasenverschiebung im Interferometer.....	121
6.3.4 Projektionsrauschen	130
6.4 Opto-optische Doppelresonanz im Λ -System	135
6.5 Opto-optische Doppelresonanz im V-System	138
6.5.1 Quantensprünge	139
6.5.2 Absorptionsspektren	143
6.5.3 Projektionsrauschen	150
7 Zusammenfassung	154
Anhang.....	158
A Drehtransformationen.....	158
B JK-Kopplung	160
C Die Strahltaile im Verdopplerresonator.....	161
D Dunkelresonanzen	165
Geräteliste.....	168
Literaturverzeichnis	169

1 Einleitung

Optische Interferometrie gehört zu den bewährten Methoden der experimentellen Physik. Erste interferometrische Messungen wurden von Huygens Mitte des 17. Jahrhunderts und von Young im Jahre 1802 [YOU02] zur Klärung der physikalischen Natur des Lichtes durchgeführt. Sie zeigten die Wellennatur des Lichtes. Die klassische Theorie des Lichtes wurde 1864 in Form der Maxwell'schen Gleichungen zusammengefaßt. Sie beschreiben die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen, insbesondere Interferenz- und Beugungserscheinungen.

Bei der Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Licht und Atom erwies sich die Maxwell'sche Theorie jedoch als nicht ausreichend. Erscheinungen wie die diskreten Linienspektren der chemischen Elemente oder die Hohlraumstrahlung machten deutlich, daß die Kenntnis über den Aufbau der Atome und die Natur des Lichtes unzureichend war. Im Jahre 1900 legte Planck mit dem Postulat von der Quantelung der Energie des harmonischen Oszillators [PLA00] den Grundstein der Quantentheorie, als deren Teil die Quantenoptik die quantisierte Wechselwirkung von elektromagnetischer Strahlung und Materie beschreibt.

Auf Grundlage des Planckschen Postulats gelang es Einstein 1905, den Photoeffekt auf den Teilchencharakter des Lichtes zurückzuführen. Andererseits war durch Interferenz- und Beugungserscheinungen der Wellencharakter des Lichtes gesichert. Damit wurde erstmals ein zentrales Thema der Quantentheorie berührt, der Welle-Teilchen-Dualismus. Abhängig von der physikalischen Fragestellung verhält sich Licht als Welle oder Teilchen.

Bohr berücksichtigte 1913 die Quantentheorie bei der Entwicklung seines Atommodells [BOH13], mit dem die diskreten Linienspektren der Elemente plausibel wurden. Er postulierte diskrete Energiezustände der Elektronen in der Atomhülle. Beim Übergang eines Elektrons von einem Zustand höherer Energie E_2 zu einem Zustand niedrigerer Energie E_1 , einem Quantensprung, emittiert das Atom die freiwerdende Energie $\Delta E = E_2 - E_1$ in Form eines Lichtquants, dessen Frequenz ν mit dem energetischen Abstand der Elektronenzustände durch die Plancksche Konstante h verknüpft ist: $\Delta E = h\nu$.

Kurz nachdem deBroglie 1923 postulierte, daß der Welle-Teilchen-Dualismus auch für massive Partikel gilt, gelang der Nachweis im Jahre 1927 Davisson und Germer [DAV27], sowie Thomson [THO27]. Sie beobachteten Interferenzen in einem langsamen Elektronenstrahl, der an einem Kristallgitter reflektiert wurde. Ihr experimenteller Befund war in Übereinstimmung mit deBroglies Forderung, einem Teilchen mit Gesamtenergie E und Impuls p die Frequenz $\nu=E/h$ und die Wellenlänge $\lambda=h/p$ zuzuordnen. Die dem Teilchen zugeordnete Welle wird als Wahrscheinlichkeitswelle interpretiert. Ihr Betragsquadrat ergibt die Wahrscheinlichkeitsdichte, das Teilchen zu einem bestimmten Zeitpunkt an einem bestimmten Ort zu finden. Die Wellennatur von Atomen wurde erstmals von Estermann und Stern 1931 bei der Reflexion von Helium-Atomstrahlen an der Oberfläche eines LiF-Kristalls gezeigt [EST30]. Interferenz zwischen räumlich aufgespaltenen Teilchenstrahlen zeigten Marton und Mitarbeiter 1954 mit Elektronenstrahlen [MAR54], die an dünnen Metallfilmen gebeugt wurden.

Ramsey entwickelte ein Atom- bzw. Molekülstrahl-Resonanzverfahren, bei dem ein Atomstrahl zwei räumlich getrennte, phasenstarr gekoppelte, kohärente Mikrowellenfelder durchfliegt [RAM49, RAM56]. In den beiden Wechselwirkungszonen wird jeweils mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ eine atomare Resonanz angeregt. Wenn nach der zweiten Wechselwirkungszone ein Übergang registriert wird, ist unbekannt, ob er in der ersten oder der zweiten Wechselwirkungszone erfolgte. Die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsamplituden interferieren. Die induzierten Übergänge werden in Abhängigkeit von der Verstimmung des Mikrowellenfeldes gezählt. Das resultierende Spektrum zeigt eine als Ramsey-Streifen bezeichnete Interferenzstruktur.

Mit der Entwicklung des Lasers wurde es möglich, die Ramsey-Methode auch auf optische Übergänge anzuwenden. Im Ramsey-Bordé-Interferometer [BOR82, BOR89] durchquert ein Atomstrahl zwei Paare senkrecht zum Atomstrahl ausgerichteter, lasererzeugter optischer Wanderwellen, die resonant mit einem atomaren Übergang sind. Innerhalb eines Paares haben die Felder dieselbe Ausbreitungsrichtung, während

die Paare untereinander sich entgegengesetzt ausbreiten. Die vier kohärenten Lichtfelder sind räumlich getrennt und phasenstarr gekoppelt.

In den Wechselwirkungszonen beträgt die Wahrscheinlichkeit für die Absorption eines Lichtquants durch ein Atom im Grundzustand bzw. für die stimulierte Emission eines Atoms im angeregten Zustand jeweils $1/2$. Bei der Absorption oder Emission eines Lichtquants ändert sich gemäß Energie- und Impulserhaltung der laterale Impuls des Atoms, d.h. die Ausbreitungsrichtung und gleichzeitig die innere Energie, also die Besetzung der atomaren Energieniveaus. Wenn keine Absorption bzw. Emission stattfindet, breitet sich die atomare deBroglie-Welle ungestört weiter aus. Jede Wechselwirkungszone entspricht somit einem kohärenten Strahlteiler für die atomare Materiewelle.

Der äußere Freiheitsgrad des Atoms ist durch die Besetzung eines bestimmten Energieniveaus gekennzeichnet, so daß auch bei unvollständiger räumlicher Aufspaltung die einzelnen Komponenten durch spektroskopische Methoden zugänglich sind. Durch die Anzahl und Ausbreitungsrichtung der Laserlichtfelder wird erreicht, daß sich die Arme des Interferometers nach der letzten Wechselwirkungszone wieder überlappen und die Interferenz der Materiewellen beobachtet werden kann. Die Anordnung stellt ein Interferometer für atomare deBroglie-Wellen dar.

Bei Anwendung des Ramsey-Verfahrens auf eine Kernspin-Resonanz ändert der Kernspin seine Orientierung, wenn die Frequenz des Mikrowellenfeldes mit der Larmor-Frequenz des Kernspins im Magnetfeld übereinstimmt. Die Kernspin-Resonanz kann empfindlich durch Streuung eines Lichtfeldes an einer angekoppelten elektronischen Resonanzlinie nachgewiesen werden, wenn nur für eine bestimmte Orientierung des Spins Licht gestreut wird. Diese Methode ist eine Variante der mikrowellen-optischen Doppelresonanz [KAS49,BRO52].

Das Resonanzverfahren nach Ramsey ermöglicht gegenüber dem Rabi-Resonanzverfahren [RAB37], bei dem die Wechselwirkung zwischen Atomstrahl und anregendem Feld in nur einer Zone erfolgt, eine höhere spektrale Auflösung. Bei hochauflösenden spektroskopischen Messungen an ruhenden Atomen wechselwirken die Atome mit elektromagnetischen Pulsen endlicher Dauer. Analog zur Ramsey-

Methode steigt die spektrale Auflösung, wenn die Atome nicht mit einzelnen, sondern mit Paaren von zeitlich getrennten Pulsen wechselwirken.

Die theoretischen Beschreibungen der zeitlich getrennten Wechselwirkungen eines ruhenden Atoms und der räumlich getrennten Wechselwirkungen eines bewegten Atoms stimmen nur näherungsweise überein. Sie lassen sich nicht durch eine einfache Koordinatentransformation vom Laborsystem in das atomare Ruhesystem überführen [BOR97]. Beide Methoden werden jedoch als Ramsey-Verfahren bezeichnet.

Die Dynamik eines atomaren Zwei-Niveau-Systems bei Wechselwirkung mit einem elektromagnetischen Feld kann durch die klassische Kreiselgleichung beschrieben werden: Der Pseudospin - er beschreibt eindeutig die atomare Wellenfunktion - präzediert um den Drehmomentvektor, der die Störung durch das anregende Feld beschreibt [FEY57]. Bei Ramseys Methode der getrennten Felder entsprechen die möglichen Entwicklungswege des Atoms verschiedenen Orientierungen des Pseudospins im Konfigurationsraum. Die Orientierung des Pseudospins entspricht der räumlichen Aufspaltung eines herkömmlichen Interferometers. In diesem Sinne kann die Anwendung der Ramsey-Methode auf ein Zwei-Niveau-Atom als Atom-Interferometer im Konfigurationsraum interpretiert werden [SAN93]. Sind die beiden Energieniveaus durch einen magnetischen Dipolübergang gekoppelt, entspricht der Konfigurationsraum gerade dem Ortsraum.

Aharonov und Bohm [AHA59] betrachteten 1959 in einem Gedankenexperiment ein Elektroneninterferometer, bei dem die Elektronen sich in einem feldfreien, d.h. kräftefreien, Gebiet bewegen. Das Potential ist jedoch von Null verschieden und beeinflußt die Elektroneninterferenz. Während in der klassischen Physik den Feldern physikalische Realität zugesprochen wurde und die Potentiale lediglich als Hilfsgrößen betrachtet wurden, zeigt dieser Effekt, daß in der Quantenmechanik die Potentiale die bestimmenden Größen sind. Abhängig davon, ob die Phasenverschiebung durch ein skalares oder vektorielles Potential verursacht wird, spricht man vom skalaren oder vektorialen Aharonov-Bohm-Effekt [FUR60].

Quantenoptische Experimente beinhalten meist die Wechselwirkung eines Lichtfeldes mit einer Gesamtheit von Atomen oder Molekülen. Ist das Lichtfeld nahresonant zu einem atomaren Übergang, wird das Lichtfeld gestreut; das Atom wird zur Resonanzfluoreszenz angeregt. Durch Nachweis und zeitliche oder spektrale Analyse des gestreuten Lichtfeldes kann auf die Lage der atomaren Energieniveaus, die Bewegung der Atome oder die Qualität der Wechselwirkung mit dem Lichtfeld geschlossen werden. Messungen an atomaren Gesamtheiten haben stets statistischen Charakter, d.h. es werden Ensemblemittelwerte gemessen, die nur beschränkte Aussagekraft für das einzelne Teilchen haben. Im Gegensatz zu Messungen an Gesamtheiten kann bei Messungen an einzelnen Atomen der vollständige mikroskopische Zustand des Systems ermittelt werden. Fortwährende Beobachtung liefert die vollständige Information über die Entwicklung eines bestimmten Freiheitsgrades des einzelnen Atoms. Derartige Messungen werden als selektiv bezeichnet [GAG92]. Messungen an Gesamtheiten sind notwendigerweise nicht-selektiv. Zum Beispiel weist die Resonanzfluoreszenz eines einzelnen Atoms durch Quantensprünge verursachte Hell- und Dunkelzeiten auf. Da die Wechsel zwischen Hell- und Dunkelzeiten stochastisch auftreten, mitteln sie sich bei der Fluoreszenzmessung an einer Gesamtheit heraus.

Bei Messungen an atomaren Gesamtheiten begrenzen die Bewegung der Atome und die Stöße untereinander die spektrale Auflösung durch Doppler- und Stoßverbreiterung. Wenn auch der Doppler-Effekt erster Ordnung durch Verwendung spezieller Spektroskopiemethoden überwunden werden kann, z.B. Sättigungsspektroskopie oder Atomstrahlverfahren, so verbleiben bei der Spektroskopie an Gesamtheiten doch stets noch mehrere Verbreiterungsmechanismen: Die Stoßverbreiterung, der auf die Zeitdilatation zurückzuführende relativistische Doppler-Effekt sowie die Flugzeitverbreiterung, die ihren Ursprung in der begrenzten Wechselwirkungsdauer hat.

Mit der Präparation eines einzelnen Ions in einer Paul-Falle [PAU58] können diese Verbreiterungsmechanismen deutlich reduziert werden. Das Ion wird im Hochvakuum elektrodynamisch gespeichert. Durch optische Kühlung kann die Bewegungsenergie auf

ein Minimum reduziert werden. Erstmals realisiert wurde diese Anordnung mit einem einzelnen Ba^+ -Ion [NEU80]. Gegenüber anderen Ionenfallen bietet die Paul-Falle den Vorteil, daß sie die Speicherung des Ions im nahezu feldfreien Zentrum der Falle ermöglicht. In der Pseudopotentialnäherung wird die Schwerpunktsbewegung des gekühlten Ions als quantenmechanischer harmonischer Oszillator beschrieben.

Durch die harmonische Schwingung des Ions erscheint ein anregendes Lichtfeld im Ruhesystem des Ions phasenmoduliert. Das Anregungsspektrum zeigt Seitenbänder im Abstand der Bewegungsfrequenz. Einem elektronischen Übergang sind die Oszillatorstufen der Schwerpunktsbewegung überlagert. Durch Anregung auf einem Seitenband lassen sich gezielt Schwingungsquanten der Schwerpunktsbewegung erzeugen oder vernichten. Dies kann z.B. für eine besonders wirksame Kühlung des Ions genutzt werden, die sogenannte Seitenbandkühlung, mit der das Ion bis in den niedrigsten Oszillatorzustand gekühlt werden kann [NEU78,DIE89]. Da die Schwingungsfrequenz des Ions und damit auch der Abstand zwischen Träger und Seitenband i.d.R. unter einem Megahertz liegen, ist die Voraussetzung hierfür ein sehr schmalbandiger atomarer Übergang und ein entsprechend schmalbandiges Lichtfeld.

Ein in einer Paul-Falle präpariertes, optisch gekühltes einzelnes Ion befindet sich nahezu in Ruhe, ist weitestgehend von störenden Einflüssen seiner Umgebung isoliert und steht für beliebig lange Zeit für Messungen zur Verfügung. Es eignet sich für das Studium von Ein-Atom-Effekten, d.h. von Erscheinungen die an einer Gesamtheit von Atomen prinzipiell nicht meßbar sind.

Da spektrale Verbreiterungsmechanismen vernachlässigbar klein werden, eignet sich eine schmale Resonanz in einem einzelnen, gespeicherten Ion als Frequenznormal. Bei den sogenannten Atomuhren wird die Frequenz eines Mikrowellen- oder Laseroszillators auf die Übergangsfrequenz einer atomaren Resonanz hoher Güte eingeregelt und gibt so eine Normalfrequenz vor.

Die Aufzeichnung der Intensität der Resonanzfluoreszenz des Atoms in Abhängigkeit von der Verstimmung des anregenden Lichtfeldes ergibt das Anregungsspektrum. Ist lediglich eine Resonanzlinie an der Wechselwirkung beteiligt und ist das anregende

Lichtfeld hinreichend schmalbandig, wird das Anregungsspektrum durch ein Lorentz-Profil beschrieben, dessen Halbwertsbreite durch die natürliche Linienbreite gegeben ist. Für hohe Intensität des anregenden Lichtfeldes wird die Lebensdauer des angeregten Zustandes durch stimulierte Emission verkürzt und das Lorentz-Profil verbreitert. Dieser Effekt wird als Leistungsverbreiterung bezeichnet.

Werden zwei dipolerlaubte Übergänge durch zwei anregende Lichtfelder Λ -förmig (entsprechend der Lage der Niveaus im Termschema) gekoppelt und bleibt die Summe der Besetzungen der drei atomaren Zustände erhalten, zeigt das Anregungsspektrum bei gleicher Verstimmung der Lichtfelder bezüglich des gemeinsamen Niveaus einen Einbruch, die sogenannte Dunkelresonanz [HÄN69,ALZ76,ORR79]. Die Übergangsamplituden der beiden angeregten Übergänge interferieren destruktiv. Das Atom absorbiert kein Licht mehr und kann demnach auch kein Licht emittieren. Es wird transparent.

Werden ein starker Dipolübergang und ein schwacher dipolverbotener Übergang zu einem metastabilen Niveau durch zwei anregende Lichtfelder V-förmig gekoppelt, zeigt die Resonanzfluoreszenz eines einzelnen Ions eine bemerkenswerte Eigenschaft. Die im Vergleich zur Anregungsrate des starken Übergangs selten auftretenden Absorptionsakte des schwachen Übergangs schalten die Resonanzfluoreszenz des starken Übergangs aus. Während der Besetzungsdauer des metastabilen Niveaus kann kein Licht an dem starken Übergang gestreut werden. Erst ein Emissionsakt auf dem schwachen Übergang schaltet die Resonanzfluoreszenz wieder ein. Beim einzelnen Ion zeigt sie statistisch verteilte Hell- und Dunkelzeiten, deren Wechsel jeweils einen Bohrschen Quantensprung auf dem schwachen Übergang anzeigt. Dieses Prinzip wird als Quantenverstärkung bezeichnet. Es wurde 1975 von Dehmelt [DEH75] vorhergesagt und 1986 experimentell bestätigt [NAG86,SAU86,BER86]. Die Aufzeichnung der Quantensprungrate in Abhängigkeit von der Verstimmung des den schwachen Übergang anregenden Lichtfeldes ergibt das Anregungsspektrum. Es wird möglich, Spektren von atomaren Resonanzen zu vermessen, deren Zerfallsrate so gering ist, daß ihre Anregung nicht durch Beobachtung der Fluoreszenz auf diesem Übergang nachweisbar ist. Es können feinste spektrale Strukturen aufgelöst werden, beispielsweise die durch die Säkularbewegung des Ions verursachten Bewegungsseitenbänder.

Wird ein einzelnes Atom in einem Überlagerungszustand zweier interner Energieeigenzustände präpariert und anschließend die Besetzung der Energieniveaus gemessen, sind die Ergebnisse bei häufiger Wiederholung der Messung entsprechend den Besetzungswahrscheinlichkeiten zufällig verteilt. Nur wenn die Wahrscheinlichkeitsamplitude eines der beiden Zustände Null ist, kann das Meßergebnis mit Sicherheit vorhergesagt werden. Die Unsicherheit der Messung wird maximal, wenn die Amplituden gleich groß sind. Da eine Besetzungsmessung die Projektion auf einen Energieeigenzustand darstellt, wird die Meßunsicherheit als Projektionsrauschen bezeichnet [ITA92]. Mit steigender Anzahl der beteiligten Quantensysteme ist das Projektionsrauschen immer weniger ausgeprägt, d.h. es kann nur an einzelnen oder wenigen Quantensystemen beobachtet werden; es handelt sich um einen Ein-Atom-Effekt.

Den Schwerpunkt dieser Arbeit bilden phasenempfindliche mikrowellen- und optisch-spektroskopische Messungen an einem einzelnen, in einer miniaturisierten Paul-Falle gespeicherten und optisch gekühlten Ion.

Das einfach positiv geladene Ytterbium-Ion bietet einen starken Dipolübergang vom Grundzustand $^2S_{1/2}$ zum Niveau $^2P_{1/2}$. Auf diesem Übergang wird das Ion durch ein Laserlichtfeld bei 369nm zur Resonanzfluoreszenz angeregt und optisch gekühlt. Anhand der Resonanzfluoreszenz wird das Ion nachgewiesen. Optisches Pumpen in das metastabile Niveau $^2D_{3/2}$ wird durch ein Lichtfeld bei 2,4 μ m kompensiert, welches den Übergang zurück zum $^2P_{1/2}$ -Niveau treibt, oder alternativ durch ein Lichtfeld bei 609nm, welches das Ion über das Niveau $^3[1/2]_{1/2}$ in den Grundzustand zurückpumpt.

Anregungsspektren bei 2,4 μ m zeigen Dunkelresonanzen mit den zugehörigen Zeeman-Komponenten. Aufgrund der geringen Linienbreite des Übergangs $^2D_{3/2} \leftrightarrow ^3[1/2]_{1/2}$ kann aus der Seitenbandstruktur der Anregungsspektren bei 609nm mit hoher Genauigkeit die restliche kinetische Energie des Ions ermittelt werden.

Die Anregung des E2-Übergangs $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2D_{5/2}$ kann aufgrund der großen Lebensdauer des $^2D_{5/2}$ -Niveaus nicht durch Beobachtung der gestreuten Fluoreszenz nachgewiesen werden. Auf das V-förmig angeordnete Niveau-System $^2P_{1/2} \leftrightarrow ^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2D_{5/2}$ des einzelnen Yb^+ -Ions läßt sich jedoch das Prinzip der Quantenverstärkung anwenden.

Einzelne Absorptions- und Emissionsakte auf der E2-Resonanz schalten die starke Resonanzfluoreszenz des Übergangs ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ aus und an. Aus der relativen Häufigkeit der Absorptionsereignisse wird die Absorptionswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Verstimmung des anregenden Lichtfeldes ermittelt. Die Analyse der Spektren zeigt, daß erstmals ein optischer Übergang in einem einzelnen Atom kohärent angeregt wird. Aus der bei der Messung der Resonanzfluoreszenz auftretenden Zustandsprojektion resultiert Projektionsrauschen, das in dieser Arbeit erstmals auf einem optischen Übergang nachgewiesen wird.

Die Zustände $F=0$ und $F=1$ des hyperfeinaufgespaltenen Grundzustandes ${}^2S_{1/2}$ des ${}^{171}\text{Yb}^+$ -Ions entsprechen unterschiedlichen Orientierungen des Kernspins $S = 1/2$ relativ zum Hüllendrehimpuls. Durch optisches Pumpen wird das Ion im Zustand $F=0$ präpariert. Anschließend wird versucht, den entsprechenden M1-Übergang $|{}^2S_{1/2}, F=0\rangle \leftrightarrow |{}^2S_{1/2}, F=1\rangle$ durch zwei zeitlich getrennte $\pi/2$ -Pulse eines kohärenten Mikrowellenfeldes anzuregen. Durch die anschließende Messung der Resonanzfluoreszenz des angekoppelten Übergangs $|{}^2S_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |{}^2P_{1/2}, F=0\rangle$ wird überprüft, ob der Anregungsversuch erfolgreich war. Bei Mittelung über viele Messungen zeigt die Zählrate der Resonanzfluoreszenz in Abhängigkeit von der Mikrowellenfrequenz Ramsey-Streifen.

Der Zustand des Ions nach dem zweiten $\pi/2$ -Puls ergibt sich aus der Interferenz zweier möglicher Entwicklungswege des Ions zwischen den Mikrowellenpulsen. Die beiden möglichen Wege sind durch die Quantenzahlen $F=0$ und $F=1$ gekennzeichnet und entsprechen unterschiedlichen Orientierungen des Pseudospins im Konfigurationsraum, der für den verwendeten M1-Übergang dem Ortsraum entspricht. Das realisierte Wechselwirkungsschema zwischen Atom und Mikrowelle wird als Mach-Zehnder-Atom-Interferometer im Konfigurationsraum interpretiert.

Durch kurzzeitige Änderung des angelegten Magnetfeldes zwischen den beiden Mikrowellenpulsen wird für die beiden Grundzustandskomponenten eine entgegengesetzt gleich große Phasenverschiebung der Larmor-Präzession induziert. Es resultiert eine Phasenverschiebung der Ramsey-Streifen in Analogie zum skalaren Aharonov-Bohm-Effekt [AHA59, FUR60]. Im semiklassischen Grenzfall gehen die

gemessenen Matrixelemente gegen den mikrokanonischen Mittelwert. Durch den Vergleich der an einer Gesamtheit gemessenen und durch häufiges Messen an einem einzelnen Ion ermittelten Phasenverschiebung wird die quantenmechanische Variante der Ergodenhypothese [FEI86] bestätigt.

2 Eigenschaften des Ytterbium-Ions

Gegenstand dieser Arbeit sind spektroskopische Messungen an einfach positiv geladenen Ytterbium-Ionen mit den Nukleonenzahlen 171, 172 und 174. Dieses Kapitel beschreibt die relevanten spektroskopischen Eigenschaften des Yb^+ -Ions. Es werden insbesondere zwei Übergänge hoher Güte betrachtet, ein magnetischer Dipol- und ein elektrischer Quadrupolübergang. Sie bilden die Grundlage der später beschriebenen mikrowellen-optischen und opto-optischen Doppelresonanzmessungen.

2.1 Das Termschema des Ytterbium-Ions

Ytterbium ist ein Metall der seltenen Erden und gehört zur Gruppe der Lanthaniden. Im Grundzustand hat Yb^+ einen mit 68 Elektronen abgeschlossenen Rumpf mit Gesamtdrehimpuls und Gesamtspin Null und ein Valenzelektron in der 6s-Schale. Es ergibt sich ein alkaliähnliches Spektrum.

In umfassenden experimentellen und theoretischen Arbeiten wurde das Spektrum des einfach ionisierten Ytterbiums untersucht. Meggers klassifizierte anhand des Bogenspektrums etwa 4000 Emissionslinien [MEG67]. Fawcett und Wilson berechneten numerisch die dazugehörigen Oszillatorstärken und Lebensdauern [FAW91]. Abb. 2.1.1 zeigt den relevanten Auszug aus dem Termschema des Yb^+ -Ions. Die entsprechenden Lebensdauern und Wellenlängen sind Tabelle 2.1.1 zu entnehmen.

Der Grundzustand $^2\text{S}_{1/2}$ unterliegt LS-Kopplung, ebenso die vier energetisch nächsthöheren Zustände. Der Zustand $^2\text{F}_{7/2}$ entsteht durch Innerschalenanregung. Ein Elektron der 4f-Schale füllt die 6s-Schale auf. Dieser Zustand kann nur durch einen E3-Übergang in den Grundzustand zerfallen. Es ergibt sich die Lebensdauer von etwa 10 Jahren [ROBE97]. Die mit eckigen Klammern gekennzeichneten Zustände unterliegen der im Anhang B beschriebenen JK-Kopplung.

Die Anregung der Resonanzlinie $^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{P}_{1/2}$ ermöglicht den Nachweis und die optische Kühlung des Ions. Zerfälle des $^2\text{P}_{1/2}$ -Niveaus in das metastabile Niveau $^2\text{D}_{3/2}$ lassen die

Resonanzfluoreszenz erlöschen und unterbrechen somit Kühlung und Nachweis. Das $^2D_{3/2}$ -Niveau kann durch Anregung verschiedener Übergänge entleert werden. Die Anregung des Übergangs $^2D_{3/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ bei $2,4\mu\text{m}$ treibt das Ion zurück zum $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ -Zyklus. Es liegt ein Λ -förmiges Drei-Niveau-Anregungsschema vor. Bei Verwendung der Übergänge $^2D_{3/2} \leftrightarrow [1/2]_{1/2}$ oder $^2D_{3/2} \leftrightarrow [3/2]_{1/2}$ bei 609nm bzw. 935nm liegt ein Vier-Niveau-Schema vor. Die JK-gekoppelten Zustände zerfallen schnell in den Grundzustand. Jeder der drei Übergänge ermöglicht die vollständige Entleerung des $^2D_{3/2}$ -Niveaus [COU95].

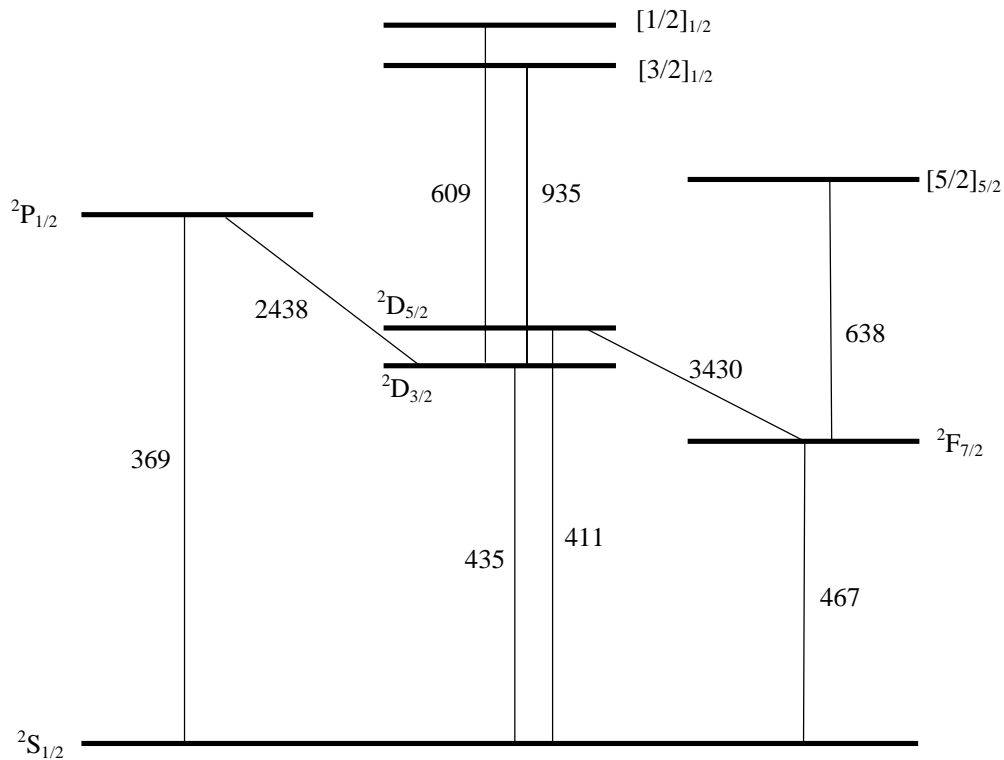


Abb. 2.1.1: Auszug aus dem Termschema des Yb^+ -Ions, Wellenlängen in nm

Bei Besetzung des Niveaus $^2F_{7/2}$ wird der Nachweis- und Kühlzyklus unterbrochen. Für Experimente mit einzelnen Yb^+ -Ionen ist es von Vorteil, das Niveau gezielt entleeren zu können. Dies kann durch ein Lichtfeld bei 638nm erfolgen, welches das Ion über das schnell zerfallende Niveau $[5/2]_{5/2}$ in den Kühlkreislauf zurückpumpt.

Das Yb^+ -Ion verfügt über mehrere Übergänge, die sich aufgrund ihrer hohen Güte ($>10^{13}$) für hochauflösende spektroskopische Messungen eignen. Es handelt sich um die in Tabelle 2.1.1 aufgeführten E2- und E3-Übergänge und den M1-Übergang $|^2S_{1/2}, F=0 \leftrightarrow ^2S_{1/2}, F=1$ bei 12,6GHz im Isotop 171.

Übergang	Lebensdauer	nat. Linienbreite	Wellenlänge
$^2P_{1/2} \leftrightarrow ^2S_{1/2}$	8,1ns [BER93]	22MHz	369nm
$^2P_{1/2} \leftrightarrow ^2D_{3/2}$	2,1 μ s [MIG80],[SCH82]	76kHz	2,44 μ m
$^2D_{3/2} \leftrightarrow ^2S_{1/2}$	52,2ms [GER88]	3Hz	435nm
$^2D_{5/2} \leftrightarrow ^2S_{1/2}$	29ms [FAW91]	6Hz	411nm
$^2D_{5/2} \leftrightarrow ^2F_{7/2}$	7,1ms [FAW91]	22Hz	3,43 μ m
$[1/2]_{1/2} \leftrightarrow ^2D_{3/2}$	25 μ s [MEG67]	0,9MHz	609nm
$[5/2]_{5/2} \leftrightarrow ^2F_{7/2}$	<50ms [ROB97]	>3Hz	638nm
$^2F_{7/2} \leftrightarrow ^2S_{1/2}$	10a [ROBE97]	$5 \cdot 10^{-10}$ Hz	467nm

Tab. 2.1.1: Relevante optische Übergänge, Lebensdauern, natürliche Linienbreiten und Wellenlängen im Yb^+ -Ion

2.2 Der M1-Übergang ${}^2S_{1/2}$, $F=0 \leftrightarrow F=1$

Während die Isotope mit gerader Nukleonenzahl keinen Kernspin aufweisen, beträgt er beim Isotop ${}^{171}\text{S}$ $S=\hbar/2$. Durch die Wechselwirkungsenergie zwischen magnetischem Moment des Kerns und dem von der Elektronenhülle am Ort des Kerns erzeugten Magnetfeld koppeln der Kernspin \mathbf{I} und der Gesamtdrehimpuls \mathbf{J} der Hülle zum neuen Gesamtdrehimpuls $\mathbf{F}=\mathbf{I}+\mathbf{J}$ mit $|\mathbf{I}-\mathbf{J}| \leq F \leq |\mathbf{I}+\mathbf{J}|$. Aus der resultierenden von F abhängigen Verschiebung ΔE_{HFS} der Energieniveaus ergibt sich die Hyperfeinaufspaltung. Sie ist für die am Kühlzyklus beteiligten Niveaus des ${}^{171}\text{Yb}^+$ -Ions in Abb. 2.2.1 dargestellt. Es gilt:

$$\Delta E_{\text{HFS}} = \frac{A}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] \quad (2.2.1)$$

mit $A = \frac{g_I \mu_K B_0}{\sqrt{J(J+1)}}$

Hierbei ist g_I der g -Faktor des Kerns, μ_K das Kernmagneton und B_0 das von der Elektronenhülle am Ort des Kerns erzeugte Magnetfeld. A ist die Hyperfeinstrukturkonstante. Die Energieverschiebung der einzelnen Niveaus in Einheiten von A ist Tabelle 2.2.1 zu entnehmen.

	$\Delta E/A$
$J=1/2, F=0$	$-3/4$
$J=1/2, F=1$	$+1/4$
$J=3/2, F=1$	$-5/4$
$J=3/2, F=2$	$+3/4$

Tab.2.2.1: Energetische Verschiebung ΔE der Energieniveaus durch die Hyperfeinwechselwirkung in Einheiten der Hyperfeinkonstanten A .

In einem äußeren Magnetfeld B wird die Entartung bezüglich der magnetischen Quantenzahl m_F aufgehoben. Es muß zwischen schwachem und starkem Magnetfeld unterschieden werden. Im starken Magnetfeld entkoppeln Kernspin und Gesamthüllendrehimpuls (Paschen-Back-Effekt der Hyperfeinstruktur).

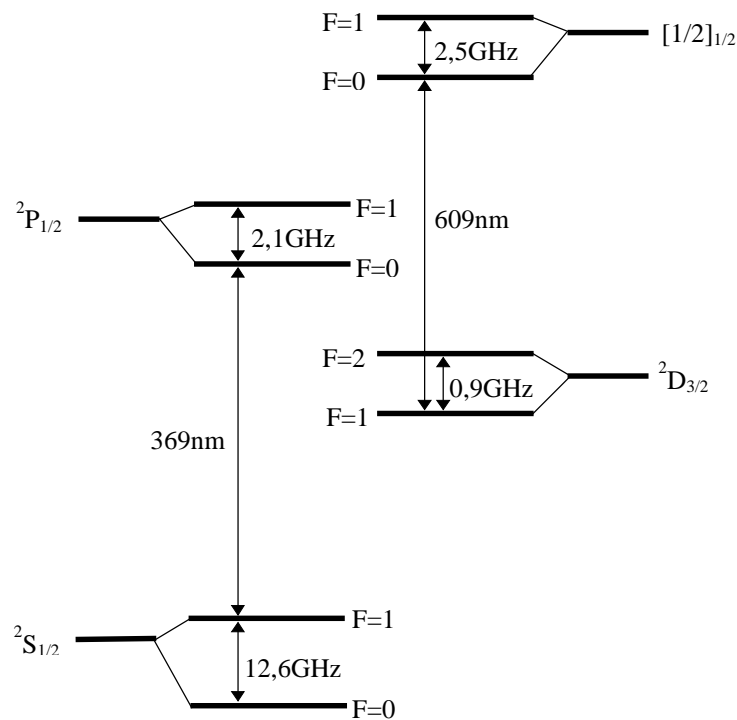


Abb. 2.2.1: Hyperfeinaufspaltung der Energieniveaus des $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions

Für den Grundzustand des Ytterbium-Ions läßt sich der Zeeman-Effekt jedoch geschlossen beschreiben, da gerade der Spezialfall $I=J=1/2$ erfüllt ist, für den die Breit-Rabi-Formel [May85] gilt:

$$\Delta E_B^{\text{HFS}}\left(F=I \pm \frac{1}{2}, m_F\right) = -\frac{\Delta E_0}{4I+2} + m_F g_I \mu_K B \pm \frac{\Delta E_0}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1} X + X^2} \quad (2.2.2)$$

$$\text{mit } \Delta E_0 = A \left(I + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{und } X = \frac{g_J \mu_B - g_I \mu_K}{A \left(I + \frac{1}{2}\right)} B \approx \frac{2\mu_B B}{\Delta E_0}$$

Hierbei bezeichnet ΔE_0 den Abstand der Hyperfeinstrukturterme ohne Magnetfeld, der für $I=1/2$ gerade gleich der Hyperfeinstrukturkonstanten A ist, g_J den g -Faktor der Hülle und μ_B das Bohrsche Magneton. Die Aufspaltung der Niveaus im Magnetfeld gemäß Gleichung (2.2.2) ist in Abb. 2.2.2 dargestellt.

Für $X \ll 1$ folgt für die Übergangsfrequenz ν_π der π -Komponente ($\Delta m_F=0$) und die Übergangsfrequenzen ν_{σ^\pm} der σ^\pm -Komponenten ($\Delta m_F=\pm 1$):

$$\nu_\pi = \frac{A}{h} \left| 1 + \frac{1}{2} X^2 \right| \quad (2.2.3)$$

$$\nu_{\sigma^\pm} = \frac{1}{h} \left| A \pm g_I \mu_K B \pm \frac{A}{2} X \right| \quad (2.2.4)$$

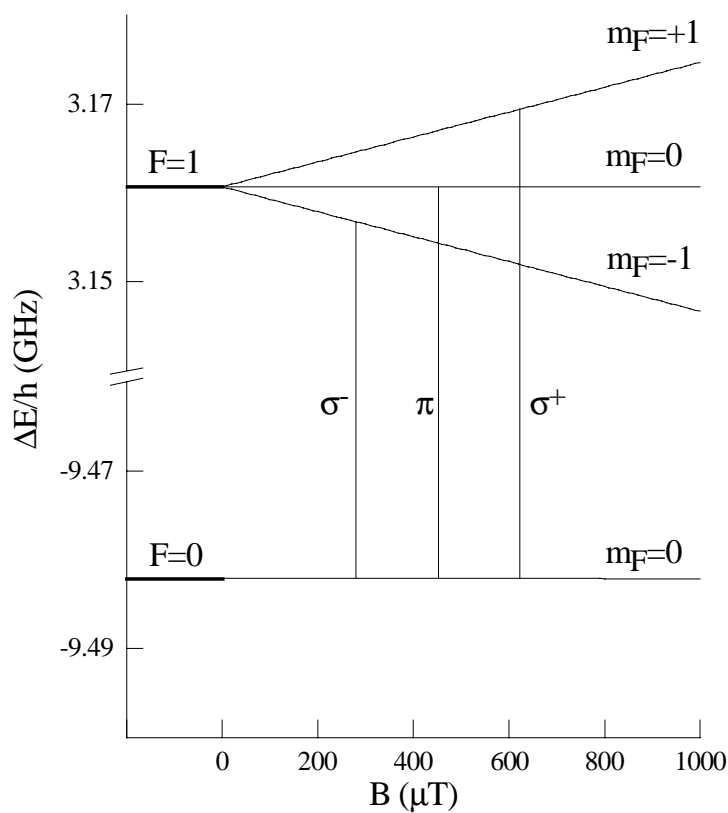


Abb. 2.2.2: Zeeman-Aufspaltung des Grundzustandes des $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions gemäß der Breit-Rabi-Formel.

Mit $\alpha_\pi = (g_I \mu_B - g_I \mu_K)^2 / 2Ah$ folgt für die Übergangsfrequenz der π -Komponente

$$\nu_\pi(B) = \nu_\pi(B=0) + \alpha_\pi \cdot B^2. \quad (2.2.5)$$

Die Übergangsfrequenz der π -Komponente bei Magnetfeld Null ist $\nu_{\pi}(B=0)=12,642812119\text{GHz}$ [SCHN92]. Für die Aufspaltungsfrequenz der σ -Komponenten gilt

$$\nu_{\sigma^+} - \nu_{\sigma^-} = \frac{B}{h} (g_J \mu_B - g_I \mu_K) = \alpha_{\sigma} \cdot B. \quad (2.2.6)$$

Mit den Werten $g_I=0,98376$, $\mu_K=5,0507866 \cdot 10^{-27} \text{Am}^2$, $g_J=2,00254032$, $\mu_B=9,2740154 \cdot 10^{-24} \text{Am}^2$, $h=6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{Js}$ folgt $\alpha_{\pi}=0,03191 \text{Hz}/\mu\text{T}^2$ und $\alpha_{\sigma}=28,0 \text{kHz}/\mu\text{T}$.

Die π -Komponente zeigt in erster Näherung keine Magnetfeldabhängigkeit und ist somit im Vergleich zu den σ^{\pm} -Komponenten besser für hochauflösende spektroskopische Messungen geeignet. Die Frequenzverschiebung $\Delta\nu_{\pi}=\alpha_{\pi} \cdot B^2$ der π -Komponente in Abhängigkeit vom Magnetfeld gemäß Gleichung (2.2.5) ist in Abb. 2.2.3 dargestellt.

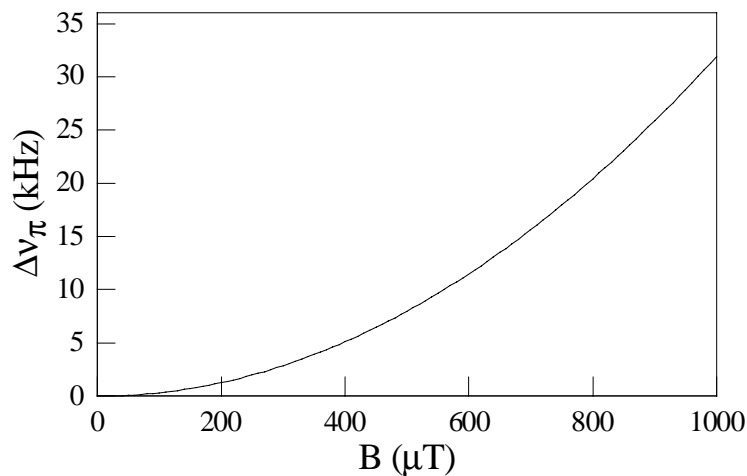


Abb. 2.2.3: Magnetfeldinduzierte Frequenzverschiebung der π -Komponente im Spektrum des hyperfeinaufgespaltenen Grundzustandes des $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions.

2.3 Der E2-Übergang ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$

Zeemanstruktur und Auswahlregeln

Im schwachen Magnetfeld B spaltet der E2-Übergang ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ in seine Zeeman-Komponenten auf. Wenn L die Quantenzahl des Bahndrehimpulses bezeichnet, S die des Spins, J die des Gesamtdrehimpulses und g_J den Landé-Faktor, ist die energetische Verschiebung der einzelnen Niveaus $|L, J, m\rangle$ bei den geradzahligten Isotopen, die keine Hyperfeinstruktur aufweisen, gegeben durch

$$\Delta E_{\text{Zeeman}} = g_J m_J \mu_B B. \quad (2.3.1)$$

Mit $u := \mu_B B / \hbar$ folgt für die Frequenzverschiebung $\Delta \nu = g_J m_J u$. Der Landé-Faktor wird berechnet mit

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (2.3.2)$$

Die relativen Intensitäten I und damit auch die Auswahlregeln eines elektrischen Quadrupolübergangs folgen mit [SOB79, COW81]:

$$I(m_J \rightarrow m_{J'}) \propto R_{|m_J - m_{J'}|} \begin{pmatrix} 5/2 & 2 & 1/2 \\ m_{J'} & m_J - m_{J'} & m_J \end{pmatrix}^2 \quad (2.3.3)$$

Hierbei gilt: $R_0 = 6 \sin^2 \Theta \cos^2 \Theta \cos^2 \Phi$ (2.3.4)

$$R_1 = \cos^2 \Phi (\sin^2 \Theta - \cos^2 \Theta)^2 + \sin^2 \Phi \cos^2 \Theta$$
 (2.3.5)

$$R_2 = \sin^2 \Theta (\cos^2 \Theta \cos^2 \Phi + \sin^2 \Phi)$$
 (2.3.6)

$$\begin{pmatrix} 5/2 & 2 & 1/2 \\ m_{J'} & m_J - m_{J'} & m_J \end{pmatrix} = (3j) \quad (\text{Wigner-3j-Symbol})$$

Die Winkel Φ und Θ sind entsprechend Abb.2.3.1 definiert und bestimmen die Orientierung des Magnetfeldes \mathbf{B} relativ zum Wellenvektor \mathbf{k} und zur linearen

Polarisation ε des Lichtfeldes. Die aus Gleichung (2.3.3) folgenden Auswahlregeln bzw. erlaubten Übergänge sind in Tabelle 2.3.1 zusammengefaßt.

$\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$	$\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$	
$\varepsilon \perp \mathbf{B}$	$\varepsilon \parallel \mathbf{B}$	$\varepsilon \perp \mathbf{B}$
$\Delta m = \pm 1$	$\Delta m = \pm 1$	$\Delta m = \pm 2$

Tab. 2.3.1: Erlaubte Übergänge für verschiedene relative Orientierungen von Magnetfeld \mathbf{B} , Lichtpolarisation ε und Wellenvektor \mathbf{k}

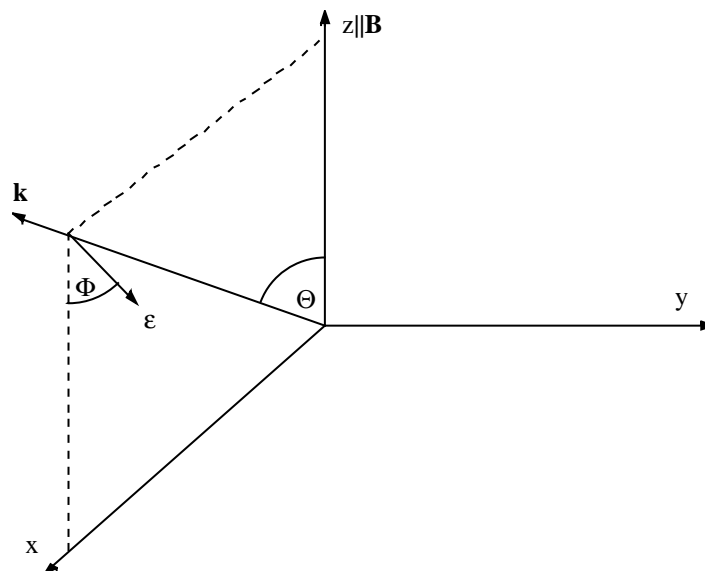


Abb.2.3.1: Relative Orientierung von Magnetfeld \mathbf{B} , Wellenvektor \mathbf{k} und Polarisation ε

Die relativen Linienstärken der Zeeman-Komponenten sind proportional zum Quadrat der entsprechenden Wigner-3j-Symbole. Sie sind zusammen mit der auf u normierten Verschiebung Δv_{SD} der Übergangsfrequenzen im Magnetfeld der Tabelle 2.3.2 zu entnehmen. Es gilt $\Delta v_{SD} = \Delta v(m_J^D) - \Delta v(m_J^S)$. Das vollständige Spektrum ist unter Berücksichtigung der relativen Linienstärken in Abb.2.3.2 dargestellt.

<i>Übergänge mit $\Delta m_J = \pm 2$</i>			
${}^2S_{1/2}, m_J =$	${}^2D_{5/2}, m_J =$	$\Delta v_{SD}/u$	$(3j)^2$
+1/2	+5/2	+2,0	1/6
+1/2	-3/2	-2,8	1/30
-1/2	+3/2	+2,8	1/30
-1/2	-5/2	-2,0	1/6

<i>Übergänge mit $\Delta m_J = \pm 1$</i>			
${}^2S_{1/2}, m_J =$	${}^2D_{5/2}, m_J =$	$\Delta v_{SD}/u$	$(3j)^2$
+1/2	+3/2	+0,8	2/15
+1/2	-1/2	-1,6	1/15
-1/2	+1/2	+1,6	1/15
-1/2	-3/2	-0,8	2/15

Tab.2.3.2: Frequenzverschiebungen und relative Linienstärken der Zeeman-Komponenten des E2-Übergangs; $(3j)$ bezeichnet das Wigner-3j-Symbol

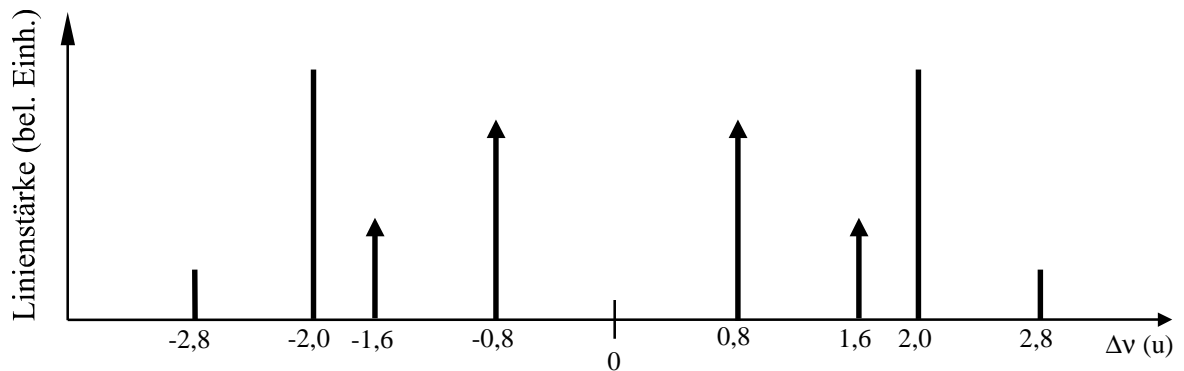


Abb.2.3.2: Zeeman-Spektrum des E2-Übergangs; Pfeile markieren Übergänge mit $\Delta m_J = \pm 1$, einfache Linien stehen für Übergänge mit $\Delta m_J = \pm 2$

Abschätzung der Anregungsrate

Ein atomares Zwei-Niveau-System, bestehend aus dem Grundzustand $|g\rangle$ und dem durch einen Multipolübergang der Ordnung $E\ell$ angekoppelten Zustand $|a\rangle$, mit der Resonanzfrequenz ω_0 befinde sich in Wechselwirkung mit einem Strahlungsfeld der Quantenstromdichte $S(\omega)$. Die Bandbreite γ des anregenden Lichtfeldes sei groß gegen die atomare Linienbreite $\Gamma=2\pi/\tau$. Die spektrale Quantenstromdichte beschreibt die Anzahl der einfallenden Lichtquanten je Zeit, Fläche und Frequenzintervall. Für ein Lichtbündel der Leistung P , mit Bündelquerschnitt πr^2 und einer durch die Lorentz-Funktion L beschriebenen spektralen Leistungsdichte ist die spektrale Quantenstromdichte gegeben durch

$$S(\omega) = \frac{P}{\hbar\omega\pi r^2} \cdot 2\pi L(\omega). \quad (2.3.7)$$

Die flächennormierte Lorentz-Funktion der Halbwertsbreite γ ist gegeben durch

$$L(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}. \quad (2.3.8)$$

Für nicht entartete Niveaus $|g\rangle$ und $|a\rangle$ ist die Wahrscheinlichkeit W einer Multipolabsorption der Ordnung $E\ell$ aus dem Strahlungsfeld mit der Rate des Spontanerfalls $1/\tau^{(E\ell)}$ durch den Reziprozitätssatz verknüpft [BLA59]:

$$W^{(E\ell)} = \frac{S(\omega)}{S_0^{(E\ell)}} \cdot \frac{1}{\tau^{(E\ell)}} \quad (2.3.9)$$

$$\text{mit } S_0^{(E\ell)} = \frac{2k^2}{(2\ell + 1)\pi^2}. \quad (2.3.10)$$

Hierbei ist k der Wellenvektor. Falls die Annahme einer breitbandigen Anregung nicht gerechtfertigt ist, d.h. die Bandbreite γ des Strahlungsfeldes sich in der Größenordnung der atomaren Linienbreite Γ befindet, wird die Substitution $\gamma \rightarrow \gamma + \Gamma/2$ durchgeführt [COU95].

Die Anregungsrate für einen elektrischen Quadrupolübergang ergibt sich zu

$$W^{(E2)} = 2\pi \frac{\gamma + \Gamma/2}{\pi \left[(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma + \Gamma/2)^2 \right]} \cdot \Gamma \cdot \frac{5\lambda^3}{16\pi hc} \frac{P}{\pi r^2}. \quad (2.3.11)$$

Die Anregungsrate wird also bestimmt durch die Überlappung der spektralen Leistungsdichte des Lichtfeldes mit dem Absorptionsprofil der atomaren Resonanz und ist proportional zur Intensität des Lichtfeldes.

Wird die Wechselwirkung durch den Hamiltonoperator H_{ww} beschrieben, lautet Fermis goldene Regel für den Absorptionsprozeß vom Grundzustand $|g\rangle$ zum angeregten Zustand $|a\rangle$:

$$W = 2\pi \delta(\omega - \omega_0) \cdot \frac{|\langle a | H_{\text{ww}} | g \rangle|^2}{\hbar^2} \quad (2.3.12)$$

Mit der Definition der Rabi-Frequenz

$$\Omega = \langle a | H_{\text{ww}} | g \rangle / \hbar \quad (2.3.13)$$

und dem Ersetzen der Deltafunktion durch die Lorentzfunktion können Rabi-Frequenz und Anregungsrate verknüpft werden:

$$W^{(E2)} = 2\pi L \cdot \Omega^2 \quad \text{mit} \quad \Omega^2 = \Gamma \cdot \frac{5\lambda^3 P}{16\pi hc \pi r^2} \quad (2.3.14)$$

Im Experiment spalten die atomaren Niveaus im angelegten Magnetfeld durch den Zeeman-Effekt auf. Die spontane Zerfallsrate $1/\tau^{(E\ell)}$ in Gleichung (2.3.9) muß für die

einzelnen Zeeman-Übergänge mit dem Quadrat des entsprechenden Wigner-3j-Symbols, vgl. Tabelle 2.3.2, gewichtet werden [SOB72]. Die Emissionsbandbreite des anregenden Lasers ist hinreichend schmal, um die einzelnen Zeeman-Komponenten selektiv anregen zu können. Für die realistische Annahme, daß die Zeeman-Niveaus des Grundzustandes gleichbesetzt sind, d.h. die Besetzungswahrscheinlichkeit für jedes Zeeman-Niveau beträgt $1/(2J_S+1)$, ist die Rate der Anregung vom Zustand $|S, m_J^S\rangle$ nach $|D, m_J^D\rangle$ gegeben durch

$$W_{m_J^S \rightarrow m_J^D}^{(E2)} = \frac{1}{2J_S + 1} \cdot (3j)^2 \cdot W^{(E2)}. \quad (2.3.15)$$

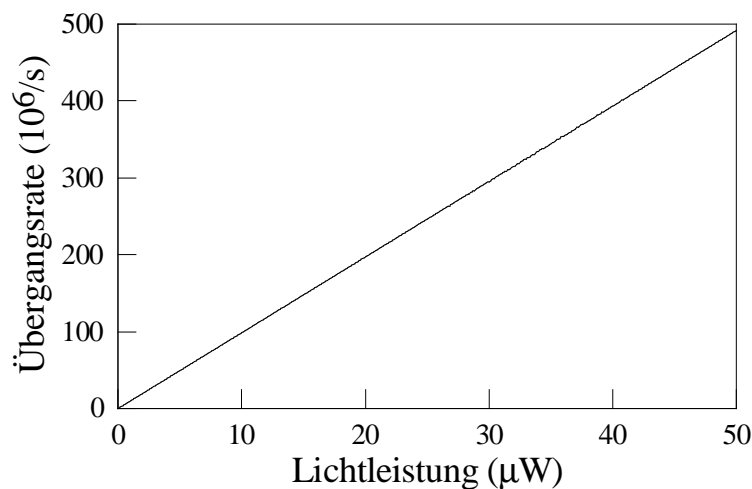


Abb. 2.3.3: Anregungsrate $W^{(E2)}$ des E2-Übergangs ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ im Yb^+ -Ion im Resonanzfall für den Strahlfokus $r=21\mu\text{m}$ und die Laserbandbreite $\gamma=2\pi \cdot 1\text{kHz}$.

Für den Strahlfokus $r=21\mu\text{m}$ und die Laserbandbreite $\gamma=2\pi \cdot 1\text{kHz}$ ist in Abb. 2.3.3 die mit Gleichung (2.3.11) berechnete Anregungsrate des E2-Übergangs gegen die Lichtleistung des anregenden Feldes aufgetragen. Die Anregungsraten der einzelnen Zeeman-Übergänge folgen mit Gleichung (2.3.15).

3 Die Wechselwirkung von Atomen mit elektromagnetischen Wellen

Gegenstand der Untersuchung sind ruhende Atome, die in Wechselwirkung mit kohärenten elektromagnetischen Feldern stehen. Mit den optischen Bloch-Gleichungen steht ein Modell zur Verfügung, welches die durch die Wechselwirkung induzierte Dynamik der Besetzungswahrscheinlichkeiten der atomaren Niveaus und der Kohärenzen zwischen ihnen beschreibt.

Es werden die optischen Bloch-Gleichungen für ein Drei-Niveau-System in Wechselwirkung mit zwei Lichtfeldern eingeführt. Als Grenzfall enthalten sie die Lösung für ein Zwei-Niveau-System, das mit nur einem Feld wechselwirkt. Dieser Fall ist für die später beschriebenen Messungen an der Mikrowellenresonanz und der E2-Resonanz im Yb^+ -Ion von Interesse.

3.1 Die optischen Bloch-Gleichungen

Es wird die Wechselwirkung eines Atoms mit einem kohärenten elektromagnetischen Feld in semiklassischer Näherung beschrieben. Das Atom wird quantisiert behandelt, mit den Niveaus $|i\rangle$ bei den Energien $\hbar\omega_i$, während das elektromagnetische Feld als klassische ebene Welle $e^{i\omega_j t}$ angenommen wird, deren Frequenz ω_j auf den atomaren Übergang $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$ abgestimmt ist. Das Gesamtsystem, bestehend aus Atom und Feld, wird durch den Dichteoperator ρ_{AF} beschrieben, dessen zeitliche Entwicklung der von Neumann-Gleichung folgt:

$$\frac{d}{dt}\rho_{AF} = \frac{-i}{\hbar}[\rho_{AF}, H] \quad \text{mit} \quad H = H_A + H_F + H_{WW} \quad (3.1.1)$$

H_A beschreibt den atomaren Anteil des Hamiltonoperators, H_F den Anteil des Feldes und H_{WW} den Wechselwirkungsanteil. Da die Meßgrößen stets atomare Größen sind,

wird der Anteil des Feldes am Dichteoperator durch Spurbildung über dieses Teilsystem eliminiert. Es bleibt der atomare Dichteoperator ρ :

$$\rho = \text{Spur}_F \rho_{AF} \quad (3.1.2)$$

Der entsprechende Hamiltonoperator enthält nur noch den atomaren und den Wechselwirkungsanteil. In der Bornschen und Markovschen Näherung wird die zeitliche Entwicklung des atomaren Dichteoperators durch die Master-Gleichung beschrieben:

$$\frac{d}{dt} \rho = L \rho \quad \text{mit } L = L_0 + L_\Gamma + L_\gamma \quad (3.1.3)$$

Hierbei bezeichnet L den Liouville-Superoperator, der sich aus drei Anteilen zusammensetzt:

L_0 steht für den relaxationsfreien Teil. L_Γ beschreibt die durch Spontanemission verursachte Dämpfung des atomaren Systems und L_γ die Wirkung phasenstörender Prozesse, die z.B. durch endliche Bandbreiten des elektromagnetischen Feldes verursacht sein können. Wenn Γ die Rate des Spontanzerfalls bezeichnet und γ die Ereignisrate der Phasenstörungen, dann kann die Master-Gleichung unter Verwendung von $a_{ij} = |i\rangle\langle j|$ in folgende Gleichungen separiert werden [GAR91]:

$$L_0 \rho = -\frac{i}{\hbar} [H_A + H_{WW}, \rho] \quad (3.1.4)$$

$$L_\Gamma \rho = \sum_{i,j} \Gamma_{ij} \left([a_{ij}, \rho a_{ij}^*] + [a_{ij} \rho, a_{ij}^*] \right) \quad (3.1.5)$$

$$L_\gamma \rho = \sum_{i,j} 2\gamma_{ij} \left([a_{ij} a_{ij}^*, \rho a_{ij} a_{ij}^*] + [a_{ij} a_{ij}^* \rho, a_{ij} a_{ij}^*] \right) \quad (3.1.6)$$

Als Kopplungskonstante von Atom und Feld dient die Rabi-Frequenz Ω_{ij} . Damit läßt sich der Hamiltonoperator schreiben als:

$$H = H_A + H_{WW} = \sum_i |i\rangle \omega_i \langle i| + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j \\ E_i < E_j}} |i\rangle \Omega_{ij} \langle j| e^{i\omega_{ij}t} + \text{c.c.} \quad (3.1.7)$$

Die Zeitabhängigkeit der Master-Gleichung kann durch Anwenden der Drehwellennäherung [COH92] vereinfacht werden. Zu diesem Zweck müssen der Dichte- und der Hamiltonoperator transformiert werden:

$$\rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} \cdot e^{i\omega_{ij}t} \quad \text{und} \quad H_{WW} \rightarrow e^{-iHt/\hbar} \cdot H_{WW} \cdot e^{iHt/\hbar} \quad (3.1.8)$$

Der Dichteoperator ist hermitesch, hat also positiv reelle Eigenwerte. Die Diagonalelemente ρ_{ii} geben die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Zustand $|i\rangle$ an. Somit muß in einem geschlossenen System für die Spur des Dichteoperators gelten:

$$\text{Sp} \rho = 1 \quad (3.1.9)$$

Die Nichtdiagonalelemente $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ mit $i \neq j$ werden als Kohärenzen bezeichnet und beschreiben die Überlagerungen der Zustände $|i\rangle$ und $|j\rangle$. Sie bestimmen die Dipolmomente der entsprechenden Übergänge.

Durch Einführung des verallgemeinerten Blochvektors ρ_v und der Matrixdarstellung L des Liouville-Superoperators kann die Master-Gleichung für ein n -Niveau-Atom als System von n^2 gekoppelten Differentialgleichungen geschrieben werden:

$$\frac{d}{dt} \rho_v = L \cdot \rho_v \quad \text{mit} \quad \rho_v = (\rho_{11} \cdots \rho_{nn} \rho_{12} \cdots \rho_{21} \rho_{n-1 \ n} \cdots \rho_{n \ n-1}) \quad (3.1.10)$$

Die Lösung dieser Gleichung ist formal gegeben durch:

$$\rho_v(t) = e^{Lt} \rho_v(0) \quad (3.1.11)$$

Sind der Ausgangszustand und die Matrix des Liouville-Superoperators bekannt, kann der Zustand zu jedem beliebigen späteren Zeitpunkt berechnet werden. Mit Hilfe der

Spurbedingung kann eine Komponente der Dichtematrix eliminiert werden, so daß der resultierende Zustandsvektor nur noch n^2-1 Komponenten hat.

3.1.1 Das Drei-Niveau-System

Bei Anregung des Kühl- und Monitorübergangs ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ im Yb^+ -Ion erfolgt optisches Pumpen in das metastabile ${}^2D_{3/2}$ -Niveau. Wird dieses durch Anregung des Übergangs ${}^2D_{3/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ bei $2,4\mu\text{m}$ vermieden, liegt ein geschlossenes Λ -förmiges Drei-Niveau-System vor, wie es in Abbildung 3.1.1 dargestellt ist.

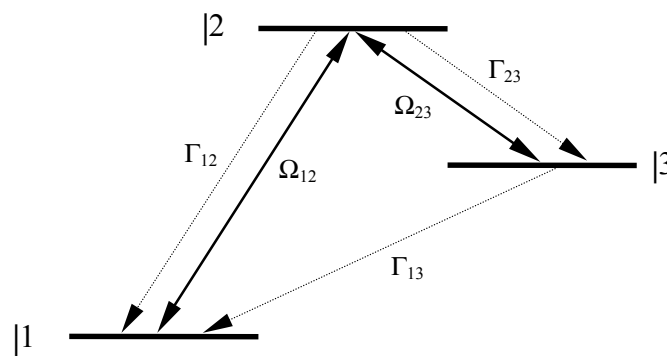


Abb. 3.1.1: Zerfallsraten Γ_{ij} und Rabi-Frequenzen Ω_{ij} des betrachteten Λ -Systems

Bei den Übergängen $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ und $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ handelt es sich um Dipolübergänge, während der Übergang $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ dipolverboten ist. Im Yb^+ -Ion entspricht das Niveau $|1\rangle$ dem Niveau ${}^2S_{1/2}$, das Niveau $|2\rangle$ dem ${}^2P_{1/2}$ - und das Niveau $|3\rangle$ dem ${}^2D_{3/2}$ -Niveau.

Es wird die Bewegungsmatrix L des Blochvektors $\rho_{\mathbf{v}} = (\rho_{11} \ \rho_{22} \ \rho_{33} \ \rho_{12} \ \rho_{21} \ \rho_{13} \ \rho_{31} \ \rho_{23} \ \rho_{32})$ aufgestellt. Zur vereinfachten Darstellung werden die Parameter Λ_{ij} eingeführt:

$$\Lambda_{12} = \left| \gamma_{12} + \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{23}}{2} \right| + i \Delta_{12} \quad (3.1.12)$$

$$\Lambda_{23} = \left| \gamma_{23} + \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{23} + \Gamma_{13}}{2} \right| + i \Delta_{23} \quad (3.1.13)$$

$$\Lambda_{13} = \frac{\Gamma_{13}}{2} + i \Delta_{13} \quad (3.1.14)$$

Γ_{ij} bezeichnet die Rate des Spontanzerfalls von $|i\rangle$ nach $|j\rangle$, γ_{ij} ist die Bandbreite des anregenden Lichtfeldes und $\Delta_{ij} = \omega_{ij} - \omega_{ij}^0$ ist die Verstimmung gegen die entsprechende Bohr-Frequenz ω_{ij}^0 . Für den nicht angetriebenen Übergang $|1\rangle$ nach $|3\rangle$ gilt

$$\Delta_{13} = \Delta_{23} - \Delta_{12}.$$

Die Bewegungsmatrix lautet [COU95]:

(3.1.15)

0	Γ_{12}	Γ_{13}	$i/2 \Omega_{12}$	$-i/2 \Omega_{12}$	0	0	0	0
0	$-\Gamma_{12} - \Gamma_{23}$	0	$-i/2 \Omega_{12}$	$i/2 \Omega_{12}$	0	0	$i/2 \Omega_{23}$	$-i/2 \Omega_{23}$
0	Γ_{23}	$-\Gamma_{13}$	0	0	0	0	$-i/2 \Omega_{23}$	$i/2 \Omega_{23}$
$i/2 \Omega_{12}$	$-i/2 \Omega_{12}$	0	$-\Lambda_{12}$	0	$i/2 \Omega_{23}$	0	0	0
$-i/2 \Omega_{12}$	$i/2 \Omega_{12}$	0	0	$-\Lambda_{12}^*$	0	$-i/2 \Omega_{23}$	0	0
0	0	0	$i/2 \Omega_{23}$	0	$-\Lambda_{13}$	0	$-i/2 \Omega_{12}$	0
0	0	0	0	$-i/2 \Omega_{23}$	0	$-\Lambda_{13}^*$	0	$i/2 \Omega_{12}$
0	$i/2 \Omega_{23}$	$-i/2 \Omega_{23}$	0	0	$-i/2 \Omega_{12}$	0	$-\Lambda_{23}^*$	0
0	$-i/2 \Omega_{23}$	$i/2 \Omega_{23}$	0	0	0	$i/2 \Omega_{12}$	0	$-\Lambda_{23}$

Die Zerfallsrate der Kohärenzen ist gegeben durch den Realteil von Λ_{12} , also die Bandbreite des elektromagnetischen Feldes und die spontane Zerfallsrate. Im Experiment wird die vom Atom emittierte Fluoreszenz nachgewiesen. Die mittlere

registrierte Zählrate ist proportional zur stationären Besetzung ρ_{22} des Niveau [2 [LOU83].

Abbildung 3.1.2 zeigt die mit obiger Bewegungsmatrix L und Gleichung (3.1.11) berechnete Besetzung des $^2P_{1/2}$ -Niveaus im Yb^+ -Ion in Abhängigkeit von der Verstimmung des Lichtfeldes bei $2,4\mu\text{m}$ bei konstanter Verstimmung des Lichtfeldes bei 369nm . Da im Experiment die optische Kühlung des Ions gewährleistet sein muß, wurde eine negative Verstimmung des UV-Lichtfeldes gewählt. Die Parameter der Rechnung sind der Bildunterschrift zu entnehmen.

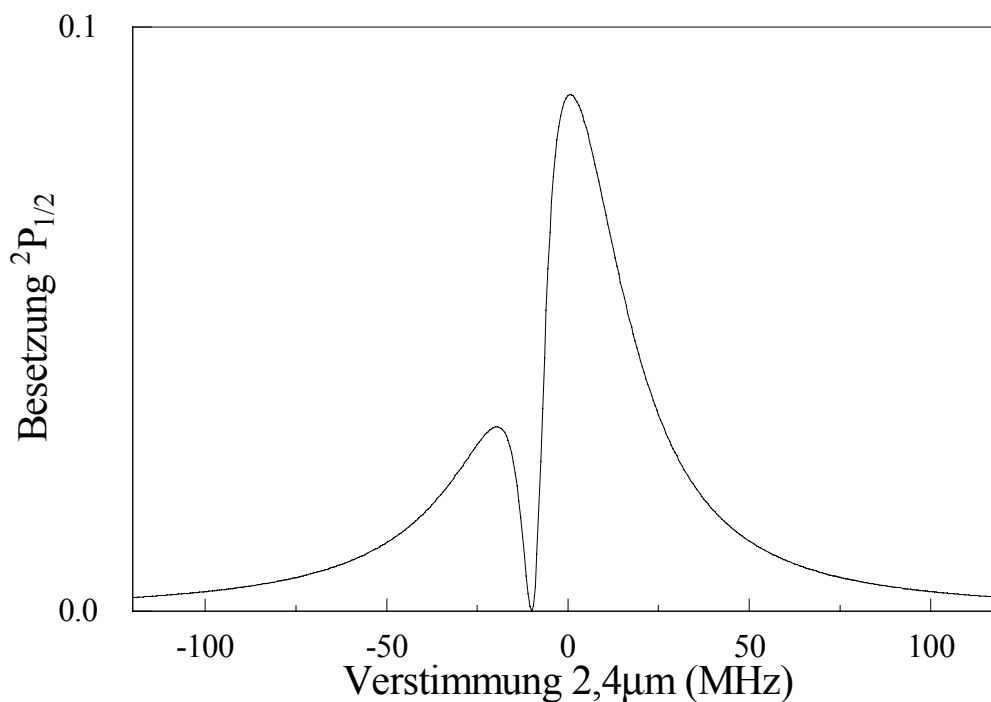


Abb. 3.1.2: Dunkelresonanz im Anregungsspektrum eines Yb^+ -Ions. Berechnet mit den Parametern $\Delta_{UV}=2\pi\cdot 10\text{MHz}$, $\gamma_{UV}=2\pi\cdot 80\text{kHz}$, $\gamma_{IR}=2\pi\cdot 300\text{kHz}$, $\Gamma_{12}=2\pi\cdot 18\text{MHz}$, $\Gamma_{23}=2\pi\cdot 76\text{kHz}$, $\Gamma_{13}=0$, $\Omega_{UV}=\Gamma_{12}$, $\Omega_{IR}=2\pi\cdot 10\cdot \Gamma_{23}$

Das Anregungsspektrum zeigt einen für geschlossene, Λ -förmige und durch zwei Lichtfelder getriebene Niveau-Systeme charakteristischen Einbruch der Fluoreszenz,

wenn die Verstimmungen der beiden Laser bezüglich des $^2P_{1/2}$ -Niveaus gleich sind, d.h. für $\Delta_{UV}=\Delta_{IR}$. In diesem Fall entspricht die Differenzfrequenz der beiden Lichtfelder der Aufspaltungsfrequenz $^2S_{1/2}\leftrightarrow^2D_{3/2}$. Das symmetrisch um diese Verstimmung liegende Minimum der Fluoreszenz wird als Dunkelresonanz bezeichnet. Die Bewegungsgleichungen (3.1.10) haben im stationären Grenzfall ($d\rho_V/dt=0$) eine analytische Lösung. Wird das Niveau $^2D_{3/2}$ als stabil angenommen, existiert für $\Delta_{UV}=\Delta_{IR}$ die folgende Lösung:

$$\rho_{11} = \frac{\Omega_{23}^2}{\Omega_{12}^2 + \Omega_{23}^2} = 1 - \rho_{33} \quad (3.1.16)$$

$$\rho_{22} = 0 \quad (3.1.17)$$

$$\rho_{13} = \frac{-\Omega_{12}\Omega_{23}}{\Omega_{12}^2 + \Omega_{23}^2} = \rho_{31} \quad (3.1.18)$$

$$\rho_{ij} = 0 \text{ für } i \neq j \quad (3.1.19)$$

Die Besetzung des obersten Niveaus verschwindet und es bildet sich eine kohärente Überlagerung der beiden tieferliegenden Zustände aus. Sämtliche übrigen Kohärenzen sind null.

Die Dunkelresonanz ist in einem Interferenzeffekt begründet: Befindet sich das Atom in einem Überlagerungszustand der beiden tiefliegenden Zustände, addieren sich die Übergangsamplituden zum obersten Niveau bei monochromatischer Anregung kohärent. Für gleiche Verstimmung der beiden Lichtfelder, $\Delta_{UV}=\Delta_{IR}$, liegt gerade destruktive Interferenz vor [SIE91], d.h. es findet keine Anregung des obersten Niveaus mehr statt. Die Fluoreszenz erlischt.

3.1.2 Das Zwei-Niveau-System

Bei den in Kapitel 6 beschriebenen Mikrowellenexperimenten liegt ein, wie in Abbildung 3.1.3a dargestelltes, kaskadenförmiges Drei-Niveau-System vor. Gegenstand der Untersuchung ist der Signalübergang $|1 \leftrightarrow |2$. Er entspricht dem Übergang zwischen den Hyperfeinstrukturkomponenten $F=0$ und $F=1$ des Grundzustandes im $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion und wird durch ein Mikrowellenfeld angeregt. Der angekoppelte Übergang zum Niveau $|3$ entspricht dem Übergang zum Niveau $|^2\text{P}_{1/2}, F=0$. Die auf diesem Übergang angeregte Resonanzfluoreszenz ist proportional zur Besetzung des Niveau $|1$ und dient als Monitor der Dynamik auf dem Mikrowellenübergang. Diese Methode wird als mikrowellen-optische Doppleresonanz (MODR) bezeichnet. Wenn die Wechselwirkungen auf den Übergängen $|1 \leftrightarrow |2$ und $|1 \leftrightarrow |3$ zeitlich getrennt stattfinden, liegen zwei separate Zwei-Niveau-Systeme vor. Für die Beschreibung der auf dem Mikrowellenübergang angeregten Kohärenz ist es dann ausreichend, nur das Teilsystem $|1 \leftrightarrow |2$ zu berücksichtigen.

Im Falle der opto-optischen Doppelresonanz (OODR) $^2\text{P}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{D}_{5/2}$ im Yb^+ -Ion wird das schematisch in Abbildung 3.1.3b dargestellte V-System angeregt. Wieder dient

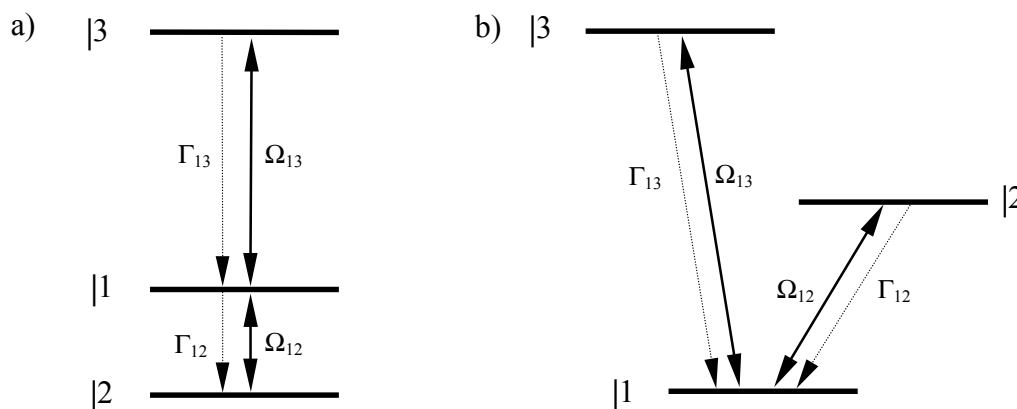


Abb. 3.1.3: Drei-Niveau-Systeme in kaskadenförmiger (a) und V-förmiger Anordnung (b). Gegenstand der Untersuchung ist der Signalübergang $|1 \leftrightarrow |2$. Der Übergang $|1 \leftrightarrow |3$ dient als Monitor der Dynamik auf dem Signalübergang.

die Resonanz $|1 \leftrightarrow |3$ dem Nachweis der Dynamik auf dem Übergang $|1 \leftrightarrow |2$. Analog zum Kaskadensystem ist es bei zeitlicher Trennung der Wechselwirkungen auf den beiden Übergängen ausreichend, nur die Dynamik auf dem Übergang $|1 \leftrightarrow |2$, der dem E2-Übergang ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ im Yb^+ -Ion entspricht, zu betrachten.

Die Bewegungsmatrix für ein Zwei-Niveau-System folgt aus derjenigen für das Drei-Niveau-System (3.1.15) mit $\Gamma_{13}=\Gamma_{23}=\Omega_{23}=0$. Die gemäß Gleichung (3.1.10) resultierenden vier gekoppelten Differentialgleichungen lauten hier:

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho}_{11} \\ \dot{\rho}_{22} \\ \dot{\rho}_{12} \\ \dot{\rho}_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_{12} & \frac{1}{2}\Omega_{12} & -\frac{1}{2}\Omega_{12} \\ 0 & -\Gamma_{12} & -\frac{1}{2}\Omega_{12} & \frac{1}{2}\Omega_{12} \\ \frac{1}{2}\Omega_{12} & -\frac{1}{2}\Omega_{12} & -\Lambda_{12} & 0 \\ -\frac{1}{2}\Omega_{12} & \frac{1}{2}\Omega_{12} & 0 & -\Lambda_{12}^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{22} \\ \rho_{12} \\ \rho_{21} \end{pmatrix} \quad (3.1.20)$$

Bei Vernachlässigung jeglicher Relaxation und monochromatischer Anregung lassen sich die Gleichungen (3.1.20) in die klassische Kreisgleichung transformieren [FEY57]:

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\rho}_B = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\rho}_B \quad (3.1.21)$$

$$\text{mit } \boldsymbol{\rho}_B = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{21} + \rho_{12} \\ i(\rho_{21} - \rho_{12}) \\ \rho_{22} - \rho_{11} \end{pmatrix} \quad (3.1.22)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_{12} \\ 0 \\ \Delta_{12} \end{pmatrix} \quad (3.1.23)$$

Analog zur Präzession eines magnetischen Momentes im Magnetfeld präzediert der Blochvektor $\boldsymbol{\rho}_B$ um den Drehmomentvektor $\boldsymbol{\Omega}$. Da der Bloch-Vektor die Länge $(u^2+v^2+w^2)^{1/2}=1$ hat, bewegt er sich auf der Oberfläche der Einheitskugel. Die Komponente w des Blochvektors zeigt die innere Energie des Systems an, während

u^2+v^2 das Betragsquadrat des induzierten Dipolmomentes angibt. Der Betrag von Ω ist gegeben durch die verallgemeinerte Rabi-Frequenz Ω_v :

$$\Omega_v = \sqrt{\Omega_{12}^2 + \Delta^2} \quad (3.1.24)$$

Wird der Übergang $|1 \leftrightarrow 2\rangle$ exakt resonant angetrieben, liegt Ω parallel zur x-Achse und der Blochvektor wird in der y-z-Ebene um den Winkel Θ gedreht, vergleiche Abbildung 3.1.4 a). Der Nutationswinkel Θ ist gegeben durch die zeitlich integrierte Rabi-Frequenz, die Pulsfläche, vgl. Abb. 3.1.4 b):

$$\Theta(t) = \int_0^t \Omega dt \quad (3.1.25)$$

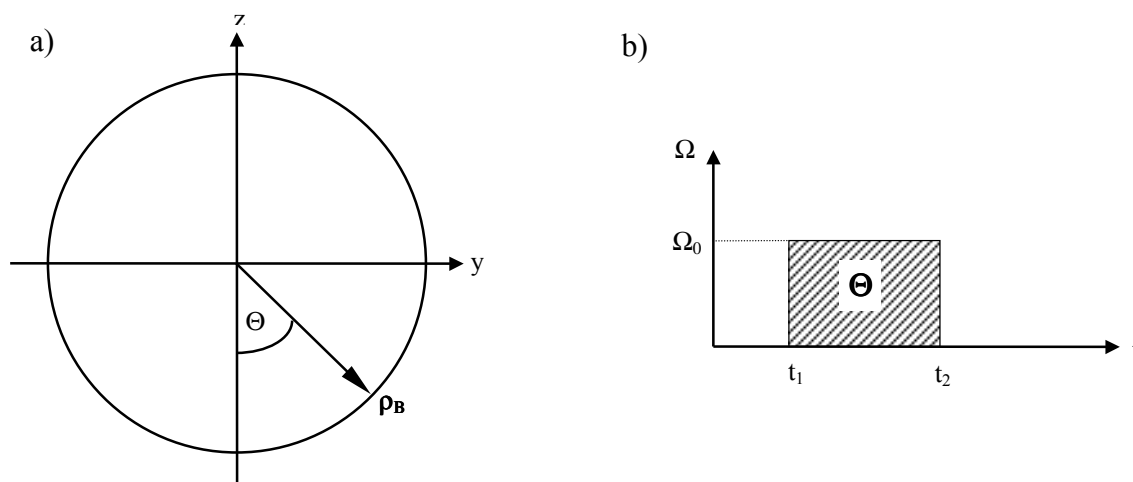


Abb. 3.1.4: a) Drehung des Blochvektors um den Winkel Θ im Resonanzfall.

b) Entsprechende Pulsfläche Θ

3.2 Quantensprünge und Projektionsrauschen

Es wird ein atomares Drei-Niveau-System betrachtet, das durch zwei Lichtfelder mit den Rabi-Frequenzen Ω_{01} und Ω_{02} angetrieben wird, vgl. Abbildung 3.2.1. Der Übergang $|0 \rightarrow |2$ ist ein dipolverbotener Übergang, während der Übergang $|0 \rightarrow |1$ eine starke Resonanzlinie ist, deren Resonanzfluoreszenz nachgewiesen werden kann. Entsprechend gilt für die Zerfallsraten $\Gamma_{20} \ll \Gamma_{10}$.

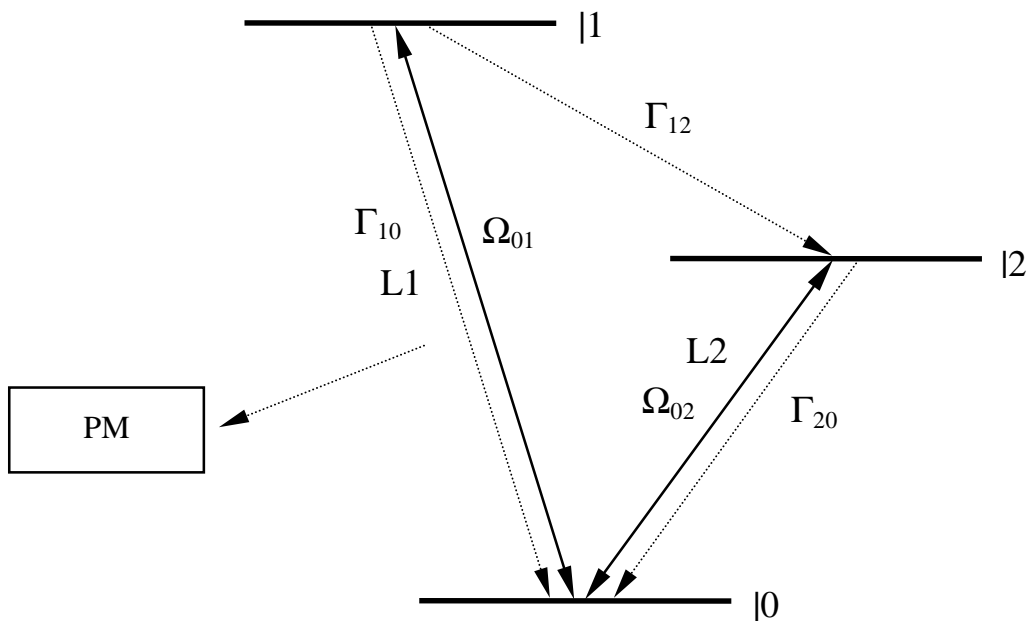


Abb. 3.2.1: Quantenverstärkung. Ein Lichtfeld $L1$ regt bei Rabi-Frequenz Ω_{01} den starken Übergang $|0 \leftrightarrow |1$ an, ein Lichtfeld $L2$ den schwachen Übergang $|0 \leftrightarrow |2$ bei Ω_{02} . Γ_{ij} bezeichnet die Zerfallsrate $|i \rightarrow |j$. Die Resonanzfluoreszenz des starken Übergangs wird mit einem Photomultiplier PM nachgewiesen. Das Signal erlischt bei Besetzung von Niveau $|2$.

Findet eine Absorption auf dem schwachen Übergang statt, oder ein Zerfall $|1 \rightarrow |2$, kann das Atom auf dem Übergang $|0 \rightarrow |1$ nicht mehr mit dem antreibenden Lichtfeld $L1$ wechselwirken. Die Resonanzfluoreszenz erlischt abrupt. Erst wenn das Atom

wieder in einen der Zustände $|0\rangle$ oder $|1\rangle$ gelangt, wird die Resonanzfluoreszenz sprunghaft wieder einsetzen. Eine Dunkelzeit in der Fluoreszenz sagt also mit Gewißheit aus, daß das Atom sich im Zustand $|2\rangle$ befindet, eine Hellzeit, daß es sich im Zyklus $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ befindet.

Einzelne Absorptions- und Emissionsprozesse auf dem schwachen Übergang schalten die Resonanzfluoreszenz des starken Dipolübergangs an und aus (Prinzip der Quantenverstärkung oder „electron shelving“ [DEH75]). Für $\Gamma_{12}=0$ zeigen die Schaltstellen in der Fluoreszenzzählrate eindeutig Bohrsche Quantensprünge auf dem schwachen Übergang an.

Beleuchten beide Lichtfelder das Atom gleichzeitig, springt die registrierte Zählrate im zeitlichen Verlauf zufällig verteilt zwischen zwei Werten hin und her, entsprechend den Fällen „Fluoreszenz an“ oder „Fluoreszenz aus“ („random telegraph signal“). Abbildung 3.2.2 zeigt ein am einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ion gemessenes „random telegraph“-Signal. Das Niveau $|0\rangle$ entspricht hier dem Grundzustand $^2S_{1/2}$, $|1\rangle$ dem $^2P_{1/2}$ - und $|2\rangle$ dem $^2D_{5/2}$ -Niveau. Die mittlere Länge der Hell- und Dunkelzeiten hängt von den vorliegenden Rabi-Frequenzen und den Zerfallsraten ab [COO85,NIE87].

Da der starke und der schwache Übergang durch den Grundzustand gekoppelt sind, führt beim gleichzeitigen Einstrahlen beider Lichtfelder die Wechselwirkung auf dem

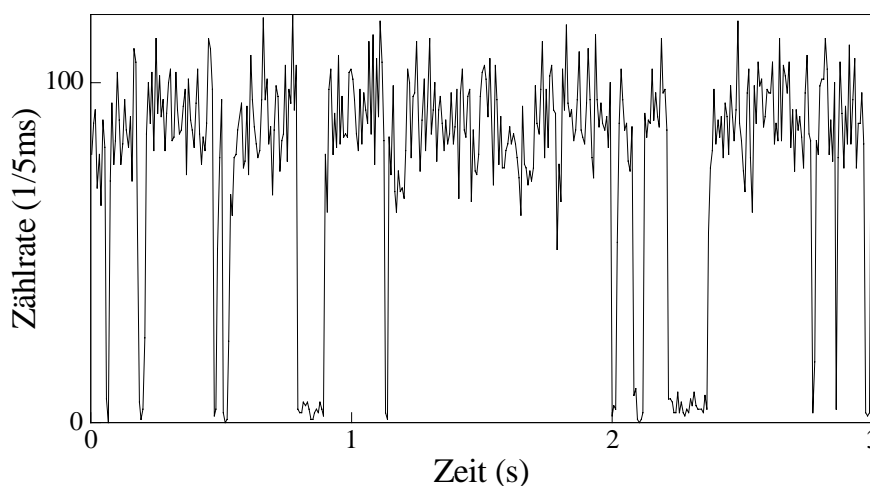


Abb. 3.2.2: „Random telegraph“-Signal eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions bei Ankopplung des E2-Übergangs $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2D_{5/2}$ an den Monitorübergang $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$

starken Übergang zu Linienverschiebungen und -verbreiterungen auf dem schwachen Übergang und verhindert dadurch eine hohe Auflösung der Resonanz. Dies wird vermieden, wenn die beiden Lichtfelder alternierend eingestrahlt werden. Dann kommt es zu einer Entkopplung des 3-Niveau-Systems in zwei unabhängige 2-Niveau-Systeme, deren Dynamik durch die in Kapitel 3.1.2 dargestellten optischen Bloch-Gleichungen beschrieben wird.

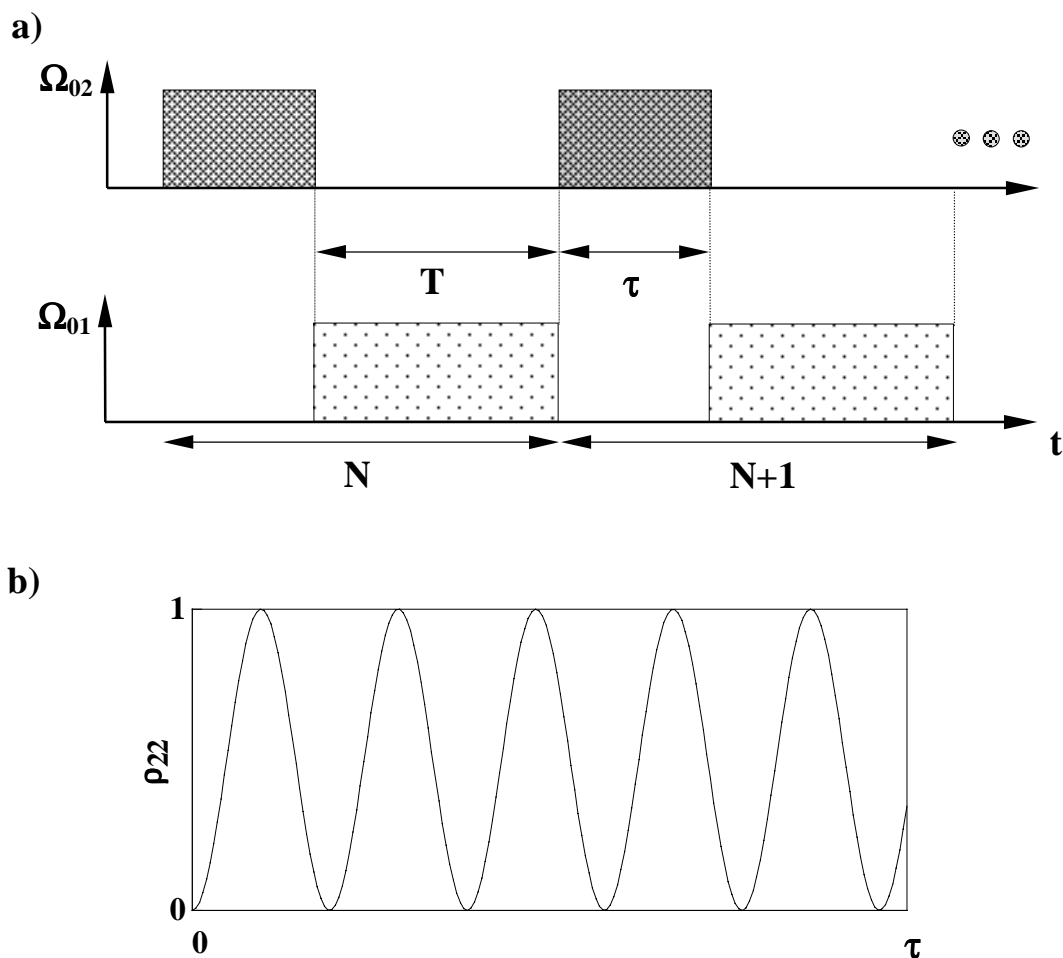


Abb. 3.2.3: Schaltzyklus der Lichtfelder (a) und zeitliche Entwicklung der Besetzung ρ_{22} im Zustand $|2\rangle$ für Verstimmung $\Delta=0$ während der Wechselwirkung auf dem schwachen Übergang (b)

Abbildung 3.2.3 zeigt den entsprechenden Schaltzyklus und die zeitliche Entwicklung der Besetzung im Zustand $|2\rangle$ während der Wechselwirkung der Dauer τ , bei Rabi-Frequenz Ω_{02} auf dem schwachen Übergang. Zu Beginn der Wechselwirkung befindet sich das Atom im Grundzustand. N bezeichnet die fortlaufende Nummer des Schaltzyklus. Das Lichtfeld sei exakt resonant mit dem Übergang und monochromatisch. Aus der Nutation des Blochvektors, vgl. Abb 3.1.4, ergeben sich die Rabi-Oszillationen [LOU83]. Hierunter versteht man die Oszillation der Besetzung ρ_{22} des Niveaus $|2\rangle$ mit der Zeit gemäß

$$\rho_{22} = \sin^2 \left| \frac{1}{2} \Omega_{02} t \right|. \quad (3.2.1)$$

Nach dem Abschalten des Lichtfeldes $L2$ wird durch die Registrierung der auf dem starken Übergang im Zeitintervall T gestreuten Lichtquanten eine Messung der inneren Energie des Atoms durchgeführt. Das Meßergebnis „Fluoreszenz an“ entspricht einer Zustandsreduktion auf den Grundzustand $|0\rangle$, das Ergebnis „Fluoreszenz aus“ einer Reduktion auf den Zustand $|2\rangle$. Die Wahrscheinlichkeit, das Atom im Zustand $|2\rangle$ zu messen, ist gerade durch $\rho_{22}(\tau)$ gegeben.

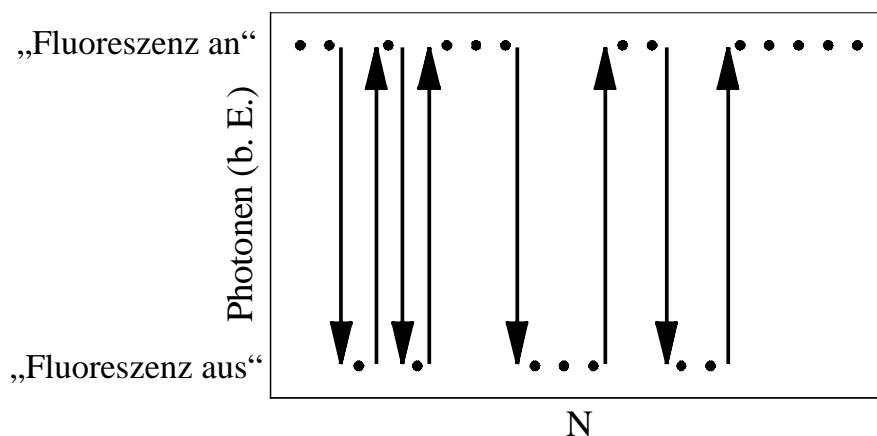


Abb. 3.2.4: Sprünge in der quantisierten Photonenzählrate werden als Absorptionen (Pfeil nach unten) und Emissionen (Pfeil nach oben) interpretiert

Die resultierende integrierte Zählrate je Zeitintervall T ist in Abbildung 3.2.4 schematisch gegen die fortlaufende Nummer N des Schaltzyklus aufgetragen. Ein Zyklus hat die Dauer $\tau+T$ und beginnt mit der Wechselwirkung auf dem schwachen Übergang. Wie beim „random telegraph“-Signal besteht die Menge M aller Meßwerte aus nur zwei Elementen: $M=\{\text{Fluoreszenz an, Fluoreszenz aus}\}$.

Bei der Analyse des Meßsignales müssen Paare aufeinander folgender Meßwerte betrachtet werden. Wenn der Meßwert $M(N)$ sich vom vorangegangenen Wert $M(N-1)$ unterscheidet, hat im Zyklus N ein Quantensprung auf dem schwachen Übergang stattgefunden. Findet ein Wechsel von „Fluoreszenz an“ zu „Fluoreszenz aus“ statt, wird dies als Absorption interpretiert, der umgekehrte Fall zeigt eine Emission an. Die Absorptions- und Emissionsprozesse sind in Abbildung 3.2.4 durch nach unten und oben gerichtete Pfeile gekennzeichnet.

Ein Anregungsspektrum des schwachen Übergangs wird ermittelt, indem jeweils viele Schaltzyklen für verschiedene Verstimmungen des anregenden Lichtfeldes auf das Atom angewendet werden. Dann wird die Anzahl der Absorptionen je Verstimmung Δ bestimmt und auf die Anzahl der erfolgversprechenden Versuche normiert, d.h. auf die Anzahl der Meßwerte „Fluoreszenz an“. Nur wenn das Atom im Zyklus N fluoresziert, kann im Zyklus $N+1$ eine Absorption auf dem Übergang $|1 \leftrightarrow |2$ stattfinden. Wird im Zyklus N keine Fluoreszenz gestreut, befindet sich das Atom bereits im Niveau $|2$. Das Auftragen der normierten Anzahl der Absorptionen gegen die Verstimmung Δ des Lichtfeldes $L2$ ergibt das Spektrum der Absorption.

Wenn die Lebensdauer τ_2 des metastabilen Niveaus sehr viel größer als die Dauer τ der Wechselwirkung ist, kann auch das Spektrum der stimulierten Emission bestimmt werden. Es wird die Anzahl der Emissionen je Verstimmung ermittelt und auf die Anzahl der Meßwerte „Fluoreszenz aus“ normiert, denn nur wenn sich das Atom im Zyklus N bereits im Niveau $|2$ befindet, kann im Zyklus $N+1$ eine stimulierte Emission erfolgen. Aus der Auftragung der normierten Anzahl der Emissionen gegen die Verstimmung ergibt sich das Spektrum der stimulierten Emission [APP97].

Projektionsrauschen

Das Atom befindet sich am Ende der Wechselwirkung mit dem Lichtfeld L2, vgl. Abb. 3.2.1 und 3.2.3, im Überlagerungszustand $|\Psi\rangle$:

$$|\Psi\rangle = C_0 |0\rangle + C_2 |2\rangle \quad (3.2.2)$$

Bei einer Besetzungsmessung erfolgt die Projektion auf einen der beiden atomaren Energieeigenzustände. Die Wahrscheinlichkeit, das Atom im Zustand $|0\rangle$ bzw. $|2\rangle$ zu finden ist $|C_0|^2$ bzw. $|C_2|^2$, mit $|C_0|^2 + |C_2|^2 = 1$. Wenn eine der beiden Wahrscheinlichkeiten eins ist, steht das Ergebnis der Messung fest; es ist deterministisch. In jedem anderen Fall ist die Messung mit Unsicherheit behaftet, d.h. die Meßergebnisse sind stochastisch verteilt.

Ein Anregungsspektrum wird ermittelt aus einer zweiwertigen Menge von Meßwerten, $M = \{\text{Fluoreszenz an, } \sim \text{ aus}\}$, die mit den Wahrscheinlichkeiten $p_{\text{an}} = |C_0|^2$ und $p_{\text{aus}} = 1 - p_{\text{an}}$ auftreten. Bei einer n -mal wiederholten Messung ist die Wahrscheinlichkeit W , k -mal den mit der Wahrscheinlichkeit p auftretenden Meßwert vorzufinden, durch die Binomialverteilung [HAI85] gegeben:

$$W(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{mit} \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (3.2.3)$$

Für den Erwartungswert $\langle k \rangle$ und die Varianz σ^2 der Verteilung gilt:

$$\langle k \rangle = n \cdot p \quad (3.2.4)$$

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) \quad (3.2.5)$$

Abbildung 3.2.5 zeigt Binomialverteilungen für verschiedene Wiederholungszahlen n und Wahrscheinlichkeiten p . Für verschwindende Wahrscheinlichkeit $p \rightarrow 0$ geht die

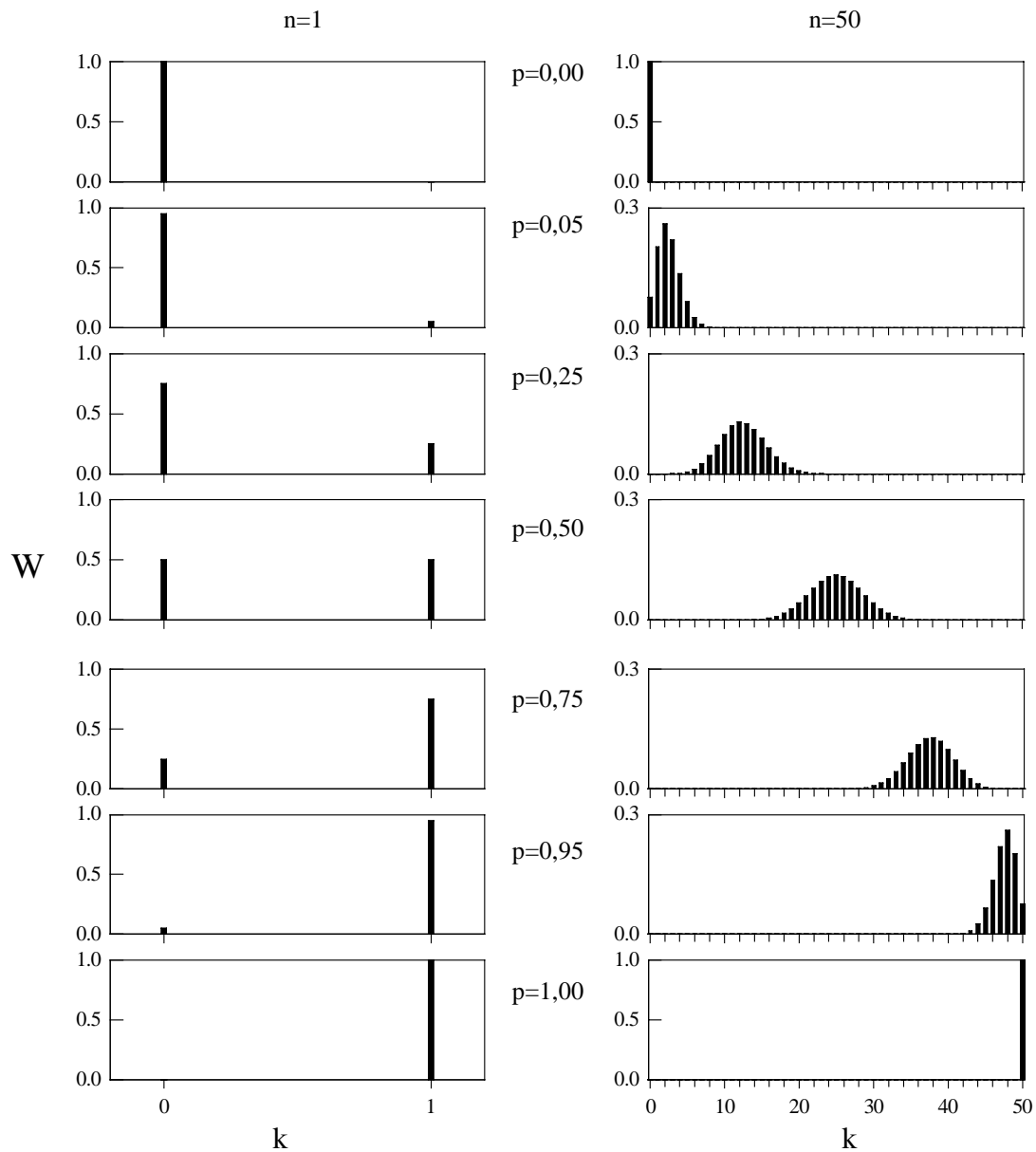


Abb. 3.2.5: Binomialverteilungen für Wiederholungszahl $n=1$ (links) und $n=50$ (rechts) und Wahrscheinlichkeiten p

Breite der Verteilung ebenfalls gegen Null. Für wachsende Wahrscheinlichkeit wird die Verteilung breiter und flacher. Die Breite erreicht ihr Maximum bei $p=1/2$ und sinkt dann, bis bei $p=1$ die Verteilung wieder vollständig kondensiert ist. Für Wahrscheinlichkeiten p nahe Null und Eins ist die Verteilung asymmetrisch.

Da die durch Gleichung (3.2.5) beschriebene Meßunsicherheit ihre Ursache in der Projektion eines Überlagerungszustandes auf einen Energieeigenzustand hat, wird sie als Projektionsrauschen bezeichnet [ITA93]. Die Auswirkung des Projektionsrauschens auf ein aus Quantensprungserien ermitteltes Spektrum wird am Beispiel der in Kapitel 3.3 beschriebenen Ramsey-Streifen untersucht. Die Wahrscheinlichkeit p der Induzierung eines Quantensprungs ist dann näherungsweise durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$p = \frac{1}{2} (1 + \cos \Phi_{\Delta}) \quad (3.2.6)$$

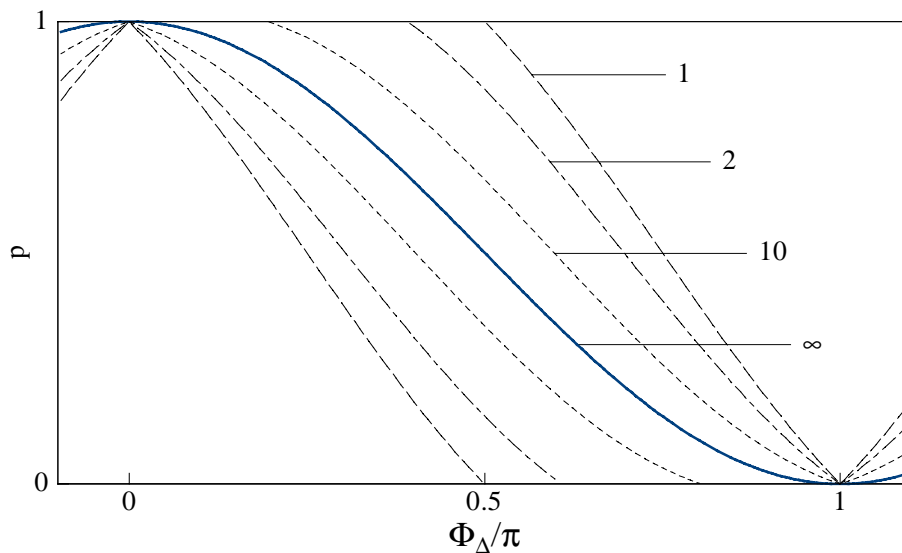


Abb. 3.2.6: Flanke eines Ramsey-Streifens mit überlagertem Projektionsrauschen für $n=1, 2, 10, \infty$ Messungen

In Abbildung 3.2.6 sind der auf n normierte Erwartungswert $\langle k \rangle_n$, bei n Versuchen k Quantensprünge zu induzieren, sowie die Fehlergrenzen F_n für verschiedene Wiederholungszahlen n aufgetragen.

$$\langle k \rangle_n = \frac{\langle k \rangle}{n} = p \quad (3.2.7)$$

$$F_n = \langle k \rangle_n \pm \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (3.2.8)$$

Für $p=1/2$ ist das Projektionsrauschen maximal, während es für $p=0$ und $p=1$, d.h. für $\Phi_\Delta=\pi$ oder 0 , verschwindet. Abbildung 3.2.6 zeigt, daß das Projektionsrauschen für steigende Wiederholungszahl n kleiner wird, um im Grenzfall $n \rightarrow \infty$ vollständig zu verschwinden. Genauso verschwindet das Projektionsrauschen bei Messungen an atomaren Gesamtheiten. Die Anzahl der Messungen n entspricht in diesem Fall der Anzahl der beteiligten Atome [ITA93]. Projektionsrauschen läßt sich nur an einem oder sehr wenigen Teilchen nachweisen.

3.3 Atom-Interferometrie mit einem ruhenden Atom

Bei den in dieser Arbeit an einem einzelnen, gespeicherten $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion durchgeführten mikrowellen-optischen Doppelresonanzexperimenten wurden der Signal-(Mikrowellen-) Übergang und der optische Monitorübergang zeitlich getrennt angeregt. So wurde eine spektrale Verbreiterung des Signalübergangs durch die Wechselwirkung auf dem Monitorübergang vermieden, also die bestmögliche spektrale Auflösung gewährleistet. Die verwendete Methode ist in Abb. 3.3.1 skizziert. In Phase I wird das Atom in einem Energieeigenzustand präpariert, hier Zustand $|1\rangle$. In Phase II erzeugt die Signalwechselwirkung der Dauer τ , bei Rabi-Frequenz Ω_{12} und Verstimmung Δ eine kohärente Überlagerung der atomaren Zustände. In Phase III wird die Besetzung ρ_{ii} in einem der beiden Eigenzustände, in diesem Fall Zustand $|2\rangle$, durch Fluoreszenzanregung auf einer angekoppelten Resonanz gemessen. Das Atom wird in den Energieeigenzustand $|1\rangle$ oder $|2\rangle$ reduziert.

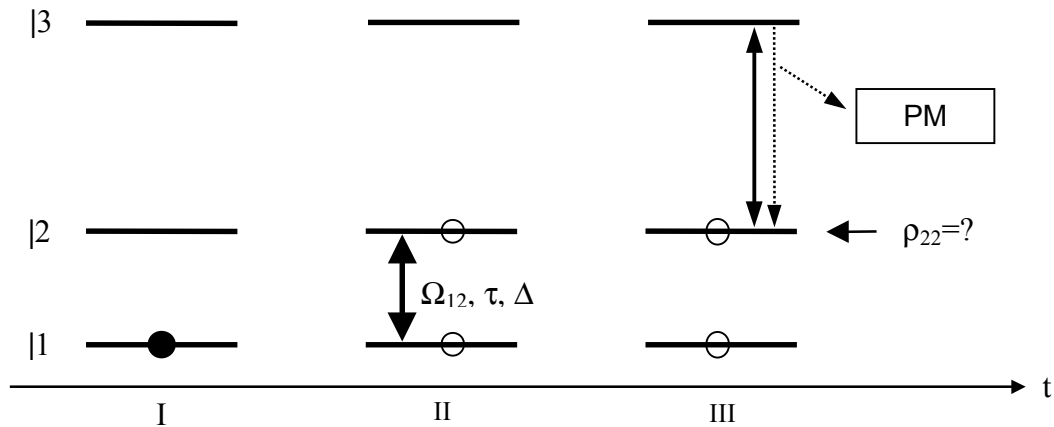


Abb. 3.3.1: Doppelresonanz nach der Rabi-Methode: Präparation des Atoms im Energieeigenzustand $|1\rangle$ (Phase I), Anregung des Atoms auf dem Signalübergang (Phase II), Messung der Besetzung von Zustand $|2\rangle$ durch Nachweis der Resonanzfluoreszenz auf dem Übergang $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ mit dem Photomultiplier PM (Phase III)

Die Dynamik des Systems wird durch Gleichung (3.1.21) beschrieben. In Phase I liegt der Bloch-Vektor antiparallel zur z-Achse, $\rho_B = (0, 0, -1)$. Abb. 3.3.2 zeigt die Orientierung des Drehmomentvektors $\mathbf{\Omega} = (\Omega_{12}, 0, \Delta)$ während Phase II. Er liegt in der x-z-Ebene und schließt mit der x-Achse den Winkel

$$\xi = \arctan \Delta / \Omega \quad (3.3.1)$$

ein. Die Signalwechselwirkung der Dauer τ erzeugt den Nutationswinkel Θ :

$$\Theta = \Omega_v \cdot \tau \quad \text{mit} \quad \Omega_v = \sqrt{\Omega_{12}^2 + \Delta^2} \quad (3.3.2)$$

Ω_v bezeichnet die verallgemeinerte Rabi-Frequenz. Erzeugt ein exakt resonanter Strahlungspuls (d.h. $\mathbf{\Omega} \parallel \mathbf{x}$) den Nutationswinkel π ($\pi/2$) wird er als π - ($\pi/2$ -) Puls bezeichnet. Durch Fluoreszenzbeobachtung auf dem Übergang $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ in Phase III wird die Besetzung ρ_{22} von Zustand $|2\rangle$ gemessen. Der Bloch-Vektor wird auf die z-Achse

projiziert. Die Drehungen des Bloch-Vektors werden durch orthogonale 3×3-Matrizen beschrieben, die mit der Matrizenmultiplikation die orthogonale Gruppe O(3) bilden.

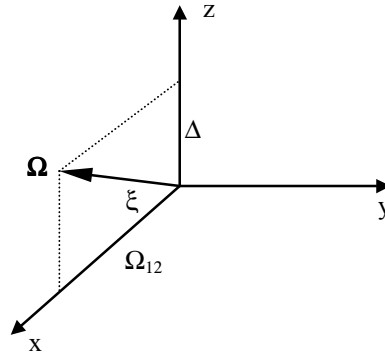


Abb. 3.3.2: Orientierung des Drehmomentvektors Ω im Konfigurationsraum in Phase II der Rabi-Methode

Da die Gruppe O(3) lokal isomorph zur speziellen orthogonalen Gruppe SO(2) ist [SAK85], kann eine beliebige Rotation im 3-dimensionalen Raum durch 2×2-Matrizen ausgedrückt werden, die auf zweikomponentige Spinoren χ wirken.

$$\chi \equiv \begin{pmatrix} C_+ \\ C_- \end{pmatrix} = C_+ |+\rangle + C_- |-\rangle \quad (3.3.3)$$

Hierbei sind

$$|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.3.4)$$

die Eigenzustände der Pauli-Spinmatrix σ_z und C_{\pm} komplexe Zahlen mit der Normierung $|C_+|^2 + |C_-|^2 = 1$. Eine Drehung im Spinraum um die Achse $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ um den Winkel ϑ wird durch die unitäre Transformation

$$U = \exp \frac{\vartheta}{2} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{1} \cdot \cos \frac{\vartheta}{2} + i \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \sin \frac{\vartheta}{2} \quad (3.3.5)$$

dargestellt [SAK85]. $\mathbf{1}$ bezeichnet die 2×2 -Einheitsmatrix und $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ setzt sich aus den Pauli-Spinmatrizen zusammen. Die atomaren Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ entsprechen den Zuständen $|-\rangle$ und $|+\rangle$. Eine Besonderheit der Gruppe $SO(2)$ ist, daß bei einer Drehung um den Nutationswinkel $\Theta = 2\pi$ die Phase des Ausgangszustandes $|\psi\rangle$ invertiert wird, $|\psi\rangle \rightarrow -|\psi\rangle$. Erst nach einer Drehung um 4π wird der Ausgangszustand wieder hergestellt.

Die Wahrscheinlichkeit P , einen Übergang vom Präparationszustand $|P\rangle$ zum Analysezustand $|A\rangle$ zu induzieren, ist gegeben durch

$$P = |\langle A | D(\xi, \Theta) | P \rangle|^2. \quad (3.3.6)$$

$D(\xi, \Theta)$ ist eine zusammengesetzte unitäre Drehtransformation, die im Anhang A angegeben ist. Sei das Atom in Phase I im Zustand $|P\rangle = |-\rangle$ präpariert, dann ist die Wahrscheinlichkeit, es nach der in Phase II stattfindenden Signalwechselwirkung in Phase III im Analysezustand $|A\rangle = |+\rangle$ zu finden, gegeben durch:

$$P(\xi, \theta) = \sin^2 \frac{\theta}{2} \left| 1 - 2 \sin^2 \frac{\xi}{2} \right|^2 \quad (3.3.7a)$$

Mit Gl. (3.3.1) und (3.3.2) folgt

$$P(\Omega, \Delta, \tau) = \left| \frac{\Omega}{\Omega_V} \right|^2 \sin^2 \left(\frac{\Omega_V \tau}{2} \right). \quad (3.3.7b)$$

Da die Besetzung des Analysezustandes die Meßgröße ist, gibt die Übergangswahrscheinlichkeit P auch die Form des Anregungsspektrums vor. Die Übergangswahrscheinlichkeit ist für verschiedene Parameter in Abbildung 3.3.3 dargestellt. Sie beträgt $P=1$ für die Verstimmung $\Delta=0$ und die Pulsfläche $\Omega\tau=\pi$. Die volle Halbwertsbreite (FWHM) hängt dann nur noch von der Wechselwirkungsdauer τ ab:

$$2\pi \cdot \text{FWHM} = \frac{5,02}{\tau} \quad (3.3.8)$$

Für Pulsflächen größer als π verändert sich die Form des Spektrums. Die lorentzförmige Einhüllende ist verbreitert und enthält eine Vielzahl von Maxima. Für kleinere Pulsflächen bleibt die Linienform unverändert, aber die Signalamplitude nimmt ab. Ein zu den Gleichungen (3.3.7) analoger Ausdruck wurde erstmals von Rabi im Zusammenhang mit der von ihm entwickelten Atomstrahl Resonanzmethode hergeleitet [RAB37].

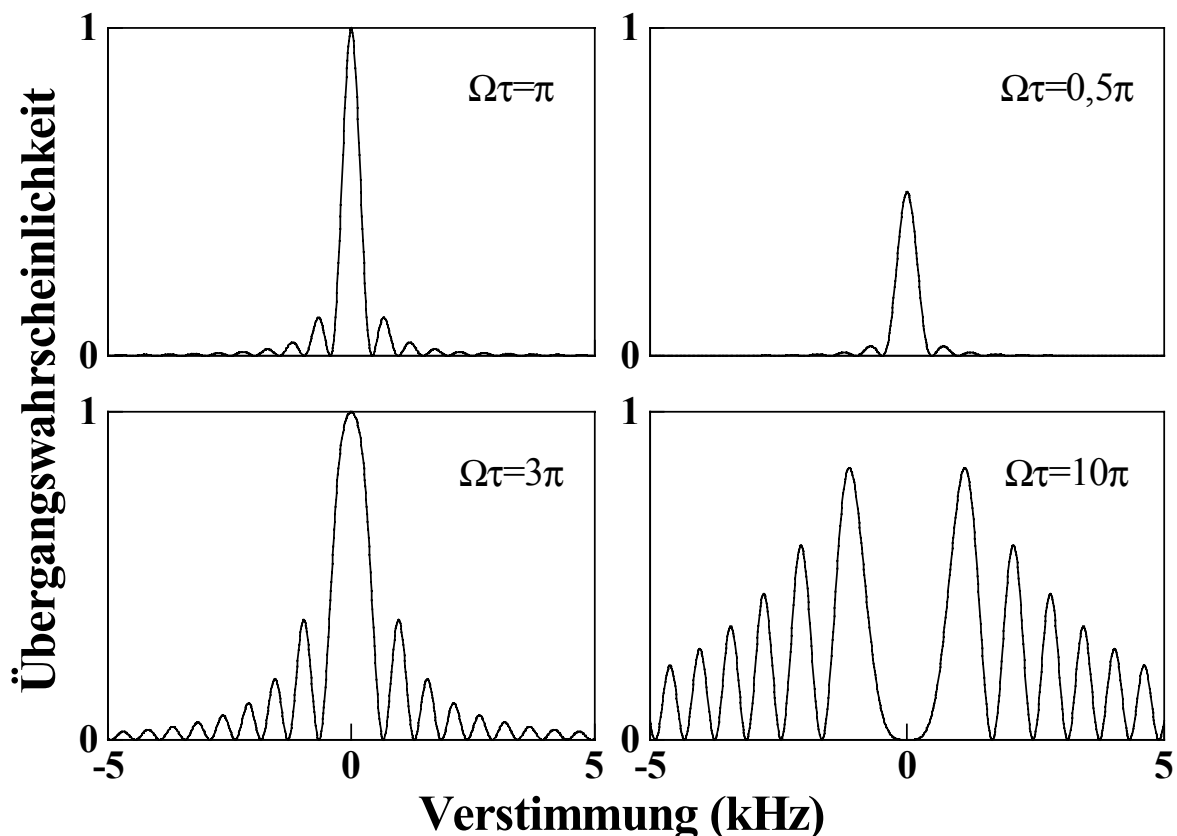


Abb. 3.3.3: Rabi-Spektrum für die Pulsdauer $\tau=2\text{ms}$ und verschiedene Pulsflächen $\Omega\tau$. Für $\Omega\tau=\pi$ beträgt die volle Halbwertsbreite des zentralen Streifens $\text{FWHM}=400\text{Hz}$.

Bei kontinuierlicher Wechselwirkung auf dem Signalübergang beschreibt die Übergangswahrscheinlichkeit die Oszillation der Besetzung zwischen den beiden gekoppelten Energieeigenzuständen, die Rabi-Oszillationen, vgl. Gleichung (3.2.1). Aus

diesem Grund wird im folgenden die in Abbildung 3.3.1 skizzierte Vorgehensweise als Rabi-Methode bezeichnet und das resultierende Spektrum als Rabi-Spektrum.

Mit dem in Abb. 3.3.4 skizzierten Ramsey-Verfahren [Ram56] wird die spektrale Auflösung der Rabi-Methode weiter erhöht. Die Wechselwirkung des Atoms mit dem anregenden elektromagnetischen Feld wird für die Dauer T unterbrochen. Das Atom kann sich in dieser Zeit frei entwickeln.

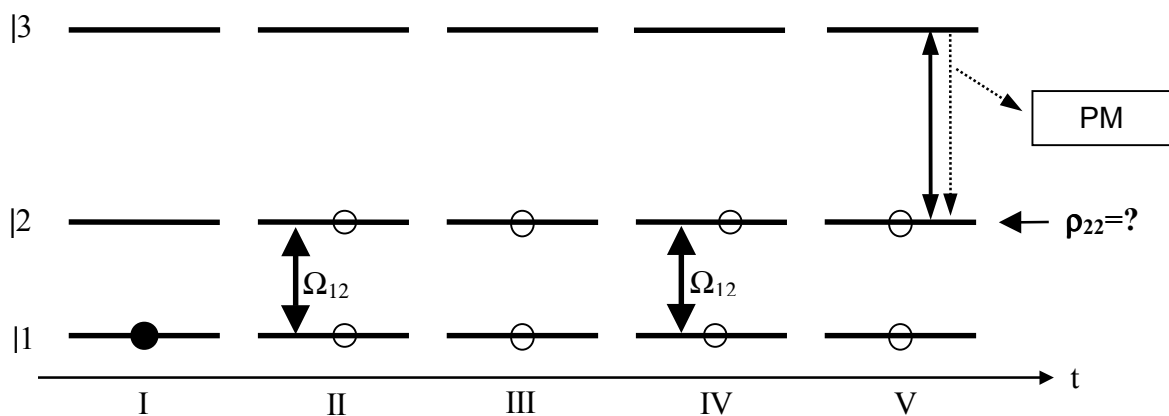


Abb. 3.3.4: Doppelresonanz mit der Ramsey-Methode: Präparation des Atoms im Energieeigenzustand $|1\rangle$ (Phase I), Anregung des Atoms auf dem Signalübergang bei Rabi-Frequenz Ω_{12} für die Dauer τ (Phase II), Freie Entwicklung der Dauer T (III), Phase IV wie Phase II, Messung der Besetzung von Zustand $|2\rangle$ durch Nachweis der Resonanzfluoreszenz auf dem Übergang $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ mit dem Photomultiplier PM (Phase V)

Die Signalwechselwirkungen in den Phasen II und IV werden wie bei der Rabi-Methode durch die Drehtransformationen $D(\xi, \Theta)$ beschrieben. Die Orientierung von Drehmoment und Bloch-Vektor im Konfigurationsraum während Phase III ist in Abb. 3.3.5 dargestellt. Da in Phase III keine Wechselwirkung stattfindet ($\Omega_{12}=0$), liegt der Drehmomentvektor $\mathbf{\Omega}$ parallel zur z-Achse, d.h. der Blochvektor führt eine, durch die Drehtransformation $D_z(\varphi)$ beschriebene, freie Präzession um die z-Achse durch. $D_z(\varphi)$

ist im Anhang angegeben. Der Präzessionswinkel φ wird bestimmt durch die Verstimmung Δ und den Abstand T der Signalwechselwirkungen [RAM57]:

$$\varphi = \int_0^T \Delta dt. \quad (3.3.9)$$

Mit der Substitution $D(\xi, \Theta) \rightarrow D(\xi, \Theta) U_z(\varphi) D(\xi, \Theta)$ in Gleichung (3.3.6) folgt die Übergangswahrscheinlichkeit $P(\xi, \Theta, \varphi)$ für den Übergang $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$:

$$P(\xi, \theta, \varphi) = \left| \cos \xi \sin \theta \cos \frac{\varphi}{2} - \sin 2\xi \sin^2 \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \right|^2 \quad (3.3.10a)$$

Mit den Gleichungen (3.3.1) und (3.3.2) lautet Gleichung (3.3.10a):

$$P(\Omega, \tau, \Delta, T) = \left| \frac{2\Omega}{\Omega_v} \right|^2 \sin^2 \frac{\Omega_v \tau}{2} \left(\cos \frac{\Delta \cdot T}{2} \cos \frac{\Omega_v \tau}{2} - \frac{\Delta}{\Omega_v} \sin \frac{\Delta \cdot T}{2} \sin \frac{\Omega_v \tau}{2} \right)^2 \quad (3.3.10b)$$

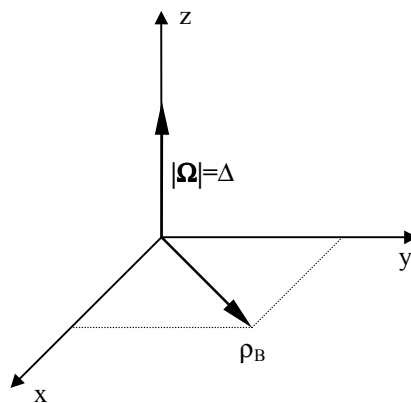


Abb. 3.3.5: Freie Präzession des Blochvektors um die z-Achse in Phase III ($\Omega_{12}=0$)

Das aus den Gleichungen (3.3.10) folgende Spektrum (Ramsey-Streifen) ist in Abbildung 3.3.6 dargestellt. Es zeigt eine Vielzahl von Oszillationen unter einer relativ

breiten Einhüllenden. Die volle Halbwertsbreite FWHM des bei der Verstimmung $\Delta=0$ liegenden Zentralstreifens ist für $\Omega\tau=\pi/2$ und $T\gg\tau$ gegeben durch:

$$2\pi \cdot \text{FWHM} = \frac{\pi}{T} \quad (3.3.11)$$

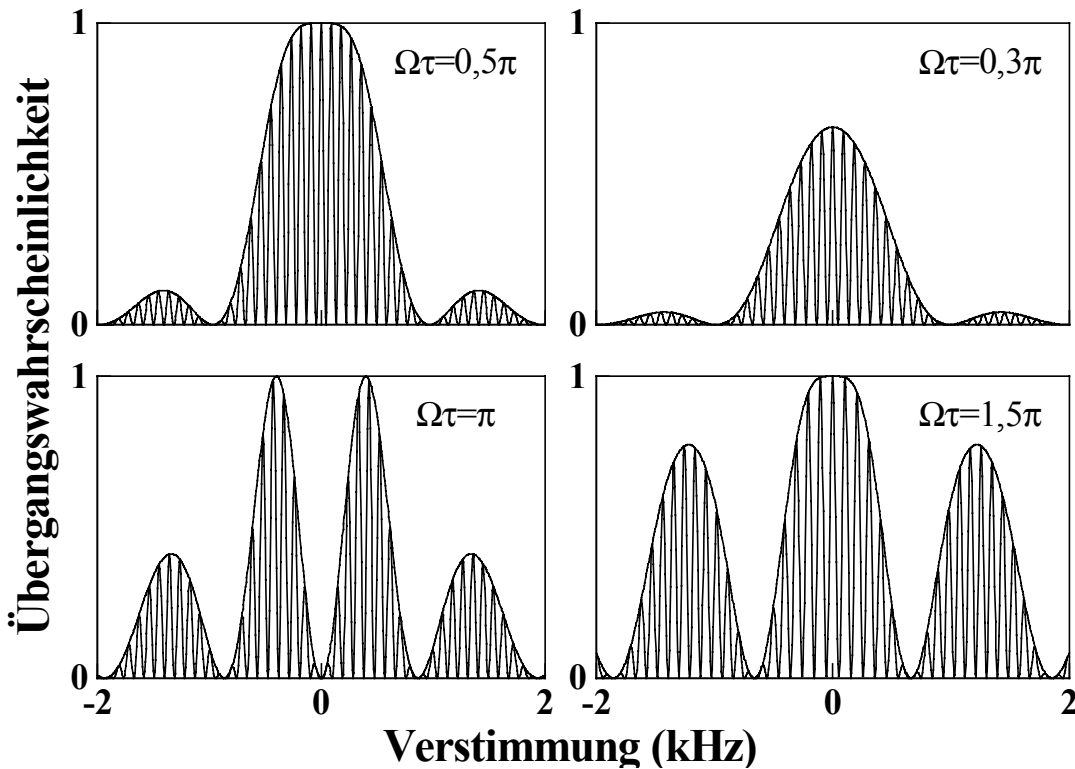


Abb. 3.3.6: Ramsey-Streifen für verschiedene Pulsflächen $\Omega\tau$ bei konstantem Pulsabstand $T=10\text{ms}$ und konstanter Pulsdauer $\tau=1\text{ms}$. Für $\Omega\tau=0,5\pi$ ergibt sich die volle Halbwertsbreite $\text{FWHM}=50\text{Hz}$

Die Halbwertsbreite hängt nur vom zeitlichen Abstand der beiden Wechselwirkungsphasen ab und beträgt etwa 60% der Halbwertsbreite eines Rabi-Spektrums bei gleicher Meßdauer. Die zentralen Ramsey-Streifen ($\xi\rightarrow 0$) lassen sich mit $\Omega\tau=\pi/2$ und für $T\gg\tau$ vereinfacht darstellen durch

Wahrscheinlichkeit $(1-w)$ im angeregten Zustand. Wird durch den ersten Puls kein Übergang induziert, wird das Ion im zweiten Puls mit Wahrscheinlichkeit w angeregt und verbleibt mit Wahrscheinlichkeit $(1-w)$ im Grundzustand.

Die $\pi/2$ -Pulse dienen als Strahlteiler des Interferometers. Die Interferenz findet zwischen Wahrscheinlichkeitswellen statt. Wird das Ion im Zustand $F=0$ präpariert und im Zustand $F=1$ nachgewiesen, kann der Übergang durch den ersten *oder* den zweiten Mikrowellen-Puls induziert worden sein. Den beiden Hyperfeinzuständen entsprechen unterschiedliche Orientierungen des Bloch-Vektors im Konfigurationsraum. Das Wechselwirkungsschema stellt ein Atom-Interferometer vom Typ Mach-Zehnder im Konfigurationsraum dar [SAN93, CHO94, GÖR95]. Da die Hyperfeinniveaus durch einen magnetischen Dipolübergang verbunden sind, entspricht der Konfigurationsraum dem Ortsraum [FEY57]. Der räumlichen Aufspaltung eines konventionellen Interferometers entsprechen unterschiedliche Neigungswinkel des magnetischen Momentes des Ions relativ zum Magnetfeld.

Mathematisch wird die Interferenz ausgedrückt durch

$$P(\xi, \theta, \varphi) = \left| \sum_{m' = \pm 1/2} \langle m' | D(\xi, \theta) | m' \rangle e^{im'\varphi} \langle m' | D(\xi, \theta) | m \rangle \right|^2. \quad (3.3.14)$$

P bezeichnet die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Übergang $|m \rightarrow |m''$ stattfindet. $m, m', m'' = \pm 1/2$ bezeichnen die Zustände $|F=1, m_F=0$ und $|F=0, m_F=0$ des Ions in Phase I (m), Phase III (m') und Phase V (m''), vgl. Abbildung 3.3.4. Das Matrixelement $\langle m' | D | m \rangle$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, daß bei einer durch den $\pi/2$ -Puls induzierten Drehung $D(\xi, \theta)$ ein Übergang $|m \rightarrow |m'$ stattfindet. Es repräsentiert den Strahlteiler des Interferometers. Durch $\exp(im'\varphi)$ wird die freie Präzession zwischen den $\pi/2$ -Pulsen beschrieben. Die Summe drückt aus, daß unbestimmt ist, entlang welchen Armes m' des Interferometers die Entwicklung des Systems stattfindet. Aus der Überlagerung der beiden entsprechenden Wahrscheinlichkeitsamplituden resultieren die Interferenz-Streifen.

Während die Auflösung des klassischen Mach-Zehnder-Interferometers (MZI) mit der Länge der Interferometerarme steigt, wird die Auflösung des Ramsey-Interferometers mit wachsendem zeitlichen Abstand der $\pi/2$ -Pulse verbessert. Voraussetzung hierfür ist eine entsprechend große Lebensdauer der angeregten Kohärenz. Sie entspricht im Zwei-Niveau-System der Lebensdauer des oberen Niveaus.

Im Falle des klassischen MZI hängt die Breite der Einhüllenden des Interferenzmusters von der Kohärenzlänge des eingekoppelten Lichtfeldes ab, während beim Ramsey-Interferometer die Einhüllende durch die Dauer der $\pi/2$ -Pulse bestimmt ist. Bei konstanter Pulsfläche wird die spektrale Periode der Einhüllenden um so kürzer, je länger die $\pi/2$ -Pulse werden. Mit der Einhüllenden wird die während der Wechselwirkung mit dem $\pi/2$ -Puls aufgesammelte Präzessionsphase abgetastet.

Der Erwartungswert der Präzessionsphase bei anfänglicher Präparation des Atoms in m ist gegeben durch

$$\langle \Phi_m \rangle = \sum_{m', m''} \langle A | DP \rangle \langle DP | \Phi | A \rangle \quad (3.3.15)$$

Hierbei ist der Phasenoperator Φ definiert durch:

$$\Phi = \varphi \frac{\sigma_z}{\hbar} \quad (3.3.16)$$

$$\Phi | m \rangle = m \varphi | m \rangle \quad (3.3.17)$$

$\sigma_z = -i\partial/\partial\varphi$ ist die z-Komponente des Pauli-Spin-Operators. Unter der Bedingung, daß das Ion in $m'' = +1/2$ nachgewiesen wird, d.h. Fluoreszenz registriert wird, folgt für kleine Verstimmungen $\xi \rightarrow 0$

$$\langle \Phi_{-1/2} \rangle_{m'' = +1/2} = \frac{\varphi}{2} \sin^2 \Theta \cos^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (3.3.18)$$

Mit
$$W(\varphi) = \sin^2 \Theta \cos^2 \frac{\varphi}{2} \quad (3.3.19)$$

ist $W(\varphi)d\varphi$ die Wahrscheinlichkeit, die Präzessionsphase im Bereich $\varphi+d\varphi$ zu finden.

Die Aufzeichnung der Ramsey-Streifen erfolgt bei Experimenten mit einzelnen Atomen durch das Auszählen von Quantensprüngen, vgl. Kapitel 3.2. Bei fester Verstimmung Δ wird n -mal ein Ramsey-Zyklus durchlaufen. Das Meßergebnis „Hell“ (es wurde Resonanzfluoreszenz registriert) liegt r -mal vor. Der Quotient r/n geht für große n gegen die Übergangswahrscheinlichkeit P aus Gleichung (3.3.8), so daß ein Auftragen von r/n gegen die Verstimmung die Ramsey-Streifen ergibt. Der Wertebereich der Messung ist zweiwertig, also ist die Wahrscheinlichkeit $P_{n,r}$, bei n Messungen r -mal den Meßwert $\varphi=0$ bzw. „Hell“ zu finden, durch die Binomialverteilung gegeben:

$$P_{n,r}(\theta, \varphi) = \binom{n}{r} \sin^{2r} \theta \cos^{2(n-r)} \theta \left(1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\varphi}{2}\right)^{n-r} \quad (3.3.20)$$

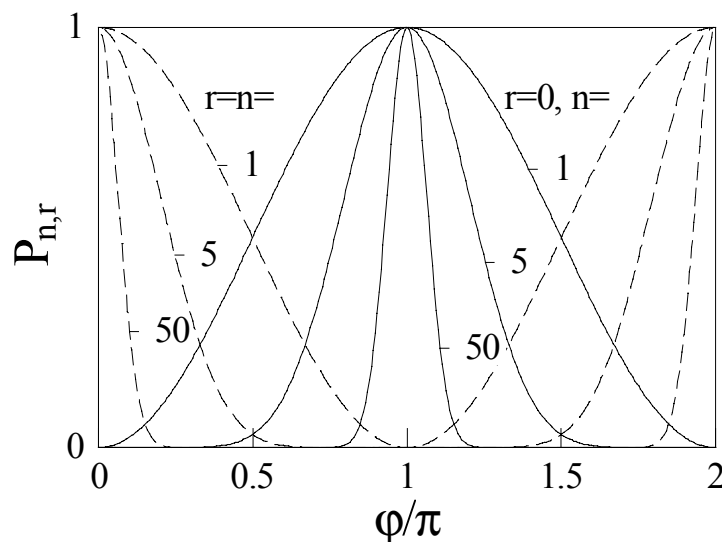


Abb. 3.3.8: Wahrscheinlichkeit $P_{n,r}$ für eine bestimmte Präzessionsphase φ bei n Messungen r -mal den Meßwert „Hell“ zu finden.

Für homogene Meßserien der Wiederholungszahl n , also $r=0$ oder $r=n$, ist $P_{n,r}$ in Abbildung 3.3.8 gegen die Präzessionsphase aufgetragen. Bereits für eine einzelne Messung wird der mögliche Wertebereich der Präzessionsphase eingeschränkt. Bei den

Präzessionsphasen $\varphi=0$ und $\varphi=\pi$ ist das Ergebnis der Messung deterministisch. Wenn also z.B. eine Messung das Ergebnis „Dunkel“ liefert, ist es ausgeschlossen, daß die Präzessionsphase $\varphi=0$ betrug. Für steigendes n kondensiert die Phase bei den Werten 0 oder π , entsprechend homogenen Meßserien mit den Werten „Hell“ oder „Dunkel“.

4 Speicherung und optische Kühlung einzelner Ionen

Die Paul-Falle [PAU58] ermöglicht die Lokalisierung von Gesamtheiten und sogar *einzelner* elektrisch geladener Teilchen für nahezu unbegrenzte Dauer. Durch Wechselwirkung mit einem Laserlichtfeld kann die kinetische Energie eines einzelnen in einer Paul-Falle gespeicherten Ions auf ein Minimum reduziert werden (optische Kühlung) [NEU80].

Ein so präpariertes einzelnes Ion befindet sich nahezu in Ruhe, ist weitestmöglich von Störeinflüssen seiner Umgebung isoliert und steht beliebig lange Zeit für Messungen zur Verfügung.

4.1 Die Paul-Falle

In Abbildung 4.1.1 ist die zylindersymmetrische Geometrie der Paul-Falle skizziert. Sie besteht aus einer Ringelektrode mit dem Innendurchmesser $2r_0$, die durch zwei Kappenelektroden mit dem Abstand $2z_0$ abgeschlossen wird. Alle Elektroden haben hyperbolische Oberflächen. Zwischen den kurzgeschlossenen Kappen und dem Ring wird eine elektrische Spannung U angelegt. Auf diese Weise wird im Inneren der Falle das Quadrupolpotential Φ erzeugt. In Zylinderkoordinaten lautet es

$$\Phi(r, z) = \Phi_0 \cdot (r^2 - 2z^2). \quad (4.1.1)$$

Da die Laplace-Gleichung erfüllt sein muß, haben das Potential und die resultierende Kraft in radialer und axialer Richtung unterschiedliche Vorzeichen. Im Falle einer statischen Spannung ist also keine Lokalisierung geladener Teilchen möglich. Hierfür ist eine periodische Umpolung notwendig, d.h. das Anlegen einer hochfrequenten Wechselspannung $U = V_{DC} + V_{AC} \cos \Omega_a t$ mit deren Hilfe ein schnell rotierendes Sattelpotential

$$\Phi(r, z) = \frac{V_{DC} + V_{AC} \cos \Omega_a t}{r_0^2 + 2z_0^2} \cdot (r^2 - 2z^2) \quad (4.1.2)$$

erzeugt wird. V_{DC} bezeichnet den Gleichspannungsanteil, V_{AC} den Wechselspannungsanteil und $\Omega_a/2\pi$ die Antriebsfrequenz der Falle.

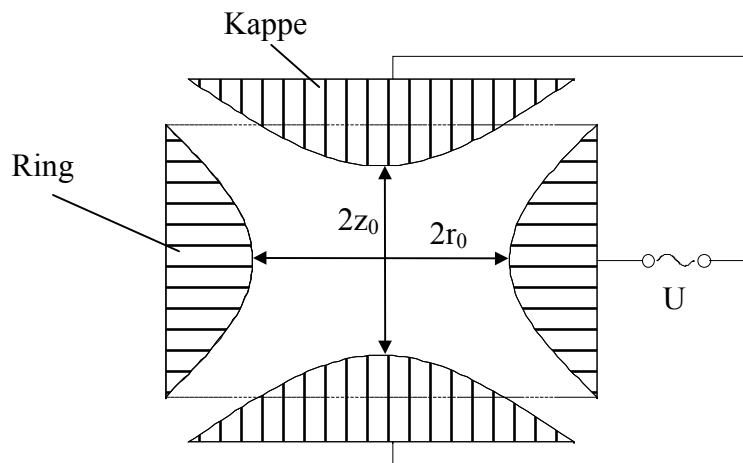


Abb. 4.1.1: Schnitt durch die Elektroden einer Paul-Falle. Ring- und Kappenelektroden haben hyperbolische Oberflächen.

In dem so erzeugten Potential wird ein Teilchen der Ladung e und Masse m gespeichert, wenn die Lösungen seiner Bewegungsgleichungen für alle Zeiten in einem beschränkten Raumgebiet innerhalb der Fallenelektroden liegen. Die Definitionen

$$a_z = \frac{-16 e V_{DC}}{m \Omega_a^2 (r_0^2 + 2z_0^2)} = -2a_r \quad (4.1.3a)$$

$$q_z = \frac{8 e V_{AC}}{m \Omega_a^2 (r_0^2 + 2z_0^2)} = -2q_r \quad (4.1.3b)$$

führen mit $\xi=r, z$ auf die Mathieschen Differentialgleichungen

$$\ddot{\xi} + \frac{1}{4} \Omega_a^2 \cdot (a_\xi - 2q_\xi \cdot \cos \Omega_a t) \cdot \xi = 0. \quad (4.1.4)$$

Stabile Lösungen existieren für bestimmte Wertepaare (a_z, q_z) der Speicherparameter [MEI54, FIS59], die dem Stabilitätsdiagramm in Abb. 4.1.2. zu entnehmen sind. Der Bereich nahe dem Koordinatenursprung ist mit dem geringsten technischen Aufwand verbunden. Integration des Potentials über eine Periode der Antriebsfrequenz ergibt ein harmonisches Potential, das Pseudopotential, in dem das Teilchen die Säkularbewegung ausführt. Überlagert führt das Teilchen eine durch das Speicherfeld getriebene periodische Bewegung mit der Antriebsfrequenz aus. Für $a_\xi=0$ wird die Bewegung des Teilchens beschrieben durch

$$\xi(t) = \xi_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} q_\xi \cos \Omega_a t\right) \cdot \cos \left| \beta_\xi \frac{\Omega_a}{2} t \right|. \quad (4.1.5)$$

Für $|a_\xi| \ll |q_\xi| \ll 1$ gilt näherungsweise $\beta_\xi^2 = a_\xi + q_\xi^2/2$. Die durch Gleichung (4.1.5) beschriebene Dynamik ist in Abbildung 4.1.3 für realistische Parameter für eine Dimension dargestellt. Die Säkularbewegung ist relativ langsam bei großer Amplitude, während die überlagerte getriebene Bewegung eine sehr viel höhere Frequenz und kleinere Bewegungsamplitude aufweist. Aus diesem Grund wird die Säkularbewegung auch *Makro-* und die getriebene Bewegung *Mikrobewegung* genannt.

Die Makrobewegung kann durch die im folgenden Kapitel beschriebene optische Kühlung gedämpft werden. Dies ist für die Mikrobewegung unmöglich, da sie durch das Speicherfeld angetrieben wird. Sie kann jedoch minimiert werden, indem der Abstand des Ions vom feldfreien Zentrum der Falle minimiert wird. Dies kann durch Überlagerung von Gleichspannungsfeldern in allen drei Raumrichtungen erfolgen. Die Bewegungsamplitude hängt linear vom Abstand zum Potentialzentrum ab. Die Tiefe D_ξ des harmonischen Potentialtopfes ist für $a_\xi=0$ gegeben durch

$$D_z = \frac{q_z}{8} \cdot e \cdot V_{AC} = 2D_r. \quad (4.1.6)$$

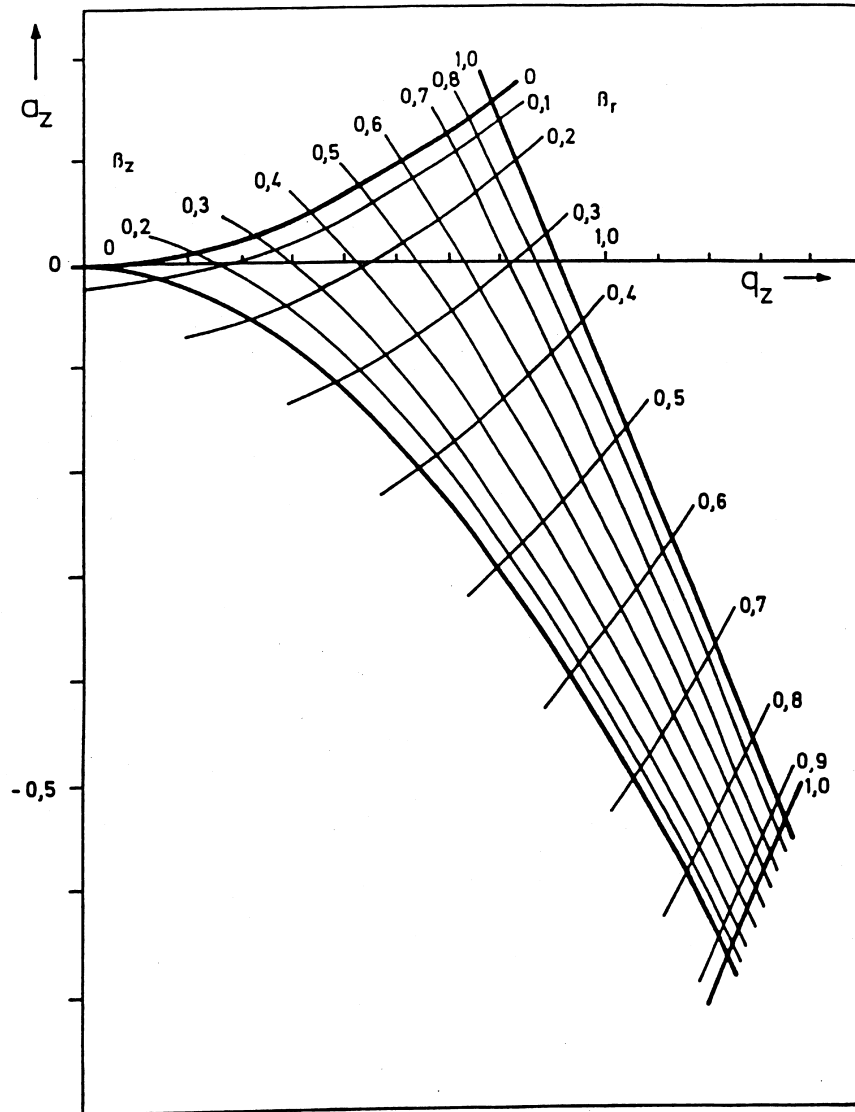


Abb. 4.1.2: Stabilitätsdiagramm für die Speicherparameter q_z und a_z

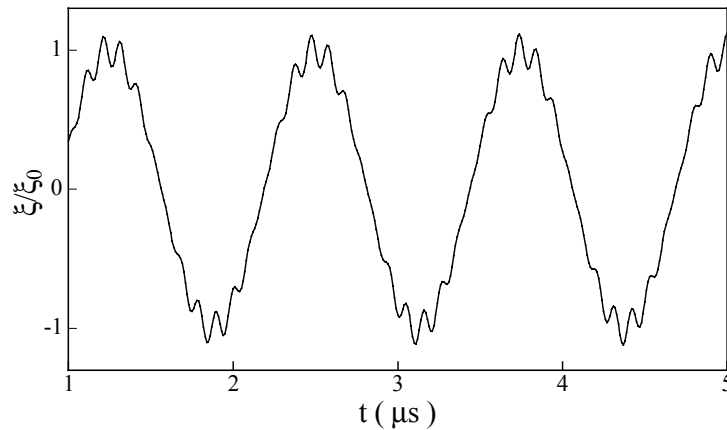


Abb. 4.1.3: Eindimensionale Bewegung eines gespeicherten Teilchens in einer Paul-Falle gemäß Gleichung (4.1.5) mit $\Omega_a=9,5\text{MHz}$, $q_\xi=0,3$

Abhängig von ihrem Vorzeichen führt die Gleichspannung V_{DC} zu einer größeren oder kleineren Potentialtopftiefe. Im Experiment beträgt die Tiefe des Potentialtopfes typischerweise einige 10eV.

4.2 Die optische Kühlung

Absorbiert ein freies Atom ein Lichtquant, findet der Impulsübertrag $\hbar k$ auf das Atom in Ausbreitungsrichtung des Lichtes statt; hierbei ist \hbar das Plancksche Wirkungsquant und k der Wellenvektor des Lichtfeldes. Bei spontaner Emission eines Lichtquants ändert sich der Impuls des Atoms durch den Rückstoß um den gleichen Betrag. Da die Richtungen der spontan emittierten Photonen jedoch innerhalb der räumlichen Abstrahlcharakteristik des Übergangs statistisch verteilt sind, ist die Summe über ihre Impulse bei Mittelung über viele Emissionsprozesse Null. Hierdurch entsteht eine gerichtete Kraft, die Strahlungsdruckkraft.

In Abbildung 4.2.4 ist ein Verfahren skizziert, das die Strahlungsdruckkraft zur Verminderung der kinetischen Energie von freien Atomen nutzt: Ein Zwei-Niveau-Atom der Übergangsfrequenz ω_0 und Zerfallsrate Γ wird durch ein monochromatisches Lichtfeld der Frequenz ω bei der Rabi-Frequenz Ω und negativer Verstimmung $\Delta=\omega-\omega_0$ angeregt.

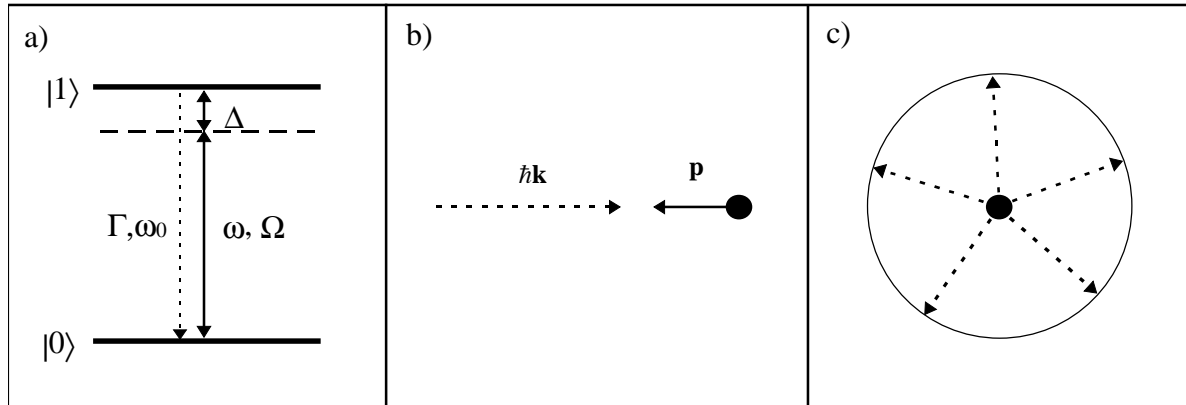


Abb. 4.2.1: Doppler-Kühlung. a) Wechselwirkung eines Atoms mit einem rotverstimmtten Lichtfeld ($\Delta < 0$) bei Rabi-Frequenz Ω . b) Die Absorption erfolgt aufgrund der Doppler-Verschiebung, wenn Photonen- und atomarer Impuls antiparallel sind. c) Die Spontanemission erfolgt im zeitlichen Mittel räumlich isotrop.

Aufgrund des Doppler-Effektes absorbiert das Atom für negative Verstimmungen $\Delta = \omega - \omega_0$ vorzugsweise dann, wenn es sich entgegen der Ausbreitungsrichtung des Lichtes bewegt. Ein Absorptionsprozeß vermindert den atomaren Impuls \mathbf{p} um den Photonenimpuls $\hbar\mathbf{k}$. Bei Mittelung über viele Absorptions- Emissionszyklen folgt der Impulsübertrag

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta \mathbf{p} &= \hbar \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_n \mathbf{k}_{\text{abs}} + \mathbf{k}_{\text{em}} \right) \\ &= \hbar \sum_n \mathbf{k}_{\text{abs}} \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

auf das Atom. Die resultierende Strahlungsdruckkraft beträgt dann [STE86]

$$\mathbf{F} = \hbar \mathbf{k} \Gamma \frac{\Gamma^2}{(\Delta + k v)^2 + \Gamma^2}. \quad (4.2.2)$$

Hierbei ist $I = \Omega^2/\Gamma^2$ der dimensionslose Sättigungsparameter. Für kleine Geschwindigkeiten v des Atoms kann die Kraft um $v=0$ entwickelt werden. Es folgt der Ausdruck

$$F = F_0 + \beta v \quad (4.2.3)$$

$$\text{mit } F_0 = \hbar k \Gamma I \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \Delta^2} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{4mI}{\left(1 + (\Delta/\Gamma)^2\right)^2} \frac{\varepsilon}{\Gamma} \Delta.$$

Hierbei ist $\varepsilon = \hbar k^2/2m$ die Rückstoßenergie des Atoms in Frequenzeinheiten. Die zeitunabhängige Kraft F_0 lenkt das Atom ab, während die geschwindigkeitsabhängige Komponente βv für negative Verstimmungen wie eine klassische Reibungskraft wirkt, d.h. die kinetische Energie der Bewegung exponentiell dämpft. Für die Parameter

$$\Delta = -\frac{\Gamma_{\text{nat}}}{\sqrt{3}} \quad \text{und} \quad \Omega \approx \Gamma_{\text{nat}}, \text{ d.h. Sättigung,} \quad (4.2.4)$$

wird die Dämpfung maximal. Es gilt $F_0 \approx \hbar k \Gamma$; der Photonenimpuls wird mit der Rate des Spontanzerfalls übertragen. Die kinetische Energie nimmt exponentiell ab:

$$E_{\text{kin}}(t) = E(0) e^{-2\epsilon t} \quad (4.2.5)$$

Der Verminderung der atomaren Bewegungsenergie durch die sogenannte Doppler-Kühlung ist eine untere Grenze gesetzt: Der stochastische Prozeß der Spontanemission führt zu einer Diffusion des atomaren Impulses im Phasenraum (Diffusionsheizung). Die minimal erreichbare kinetische Energie, die Doppler-Grenze, ist erreicht, wenn Diffusionsheizung und Doppler-Kühlung sich im Gleichgewicht befinden. Sie wird durch die Zerfallsrate des optischen Übergangs bestimmt:

$$E_{\text{min}} = \frac{\hbar \Gamma}{2} \quad (4.2.6)$$

Ein einzelnes Ion in der Paul-Falle ist durch das Fallenpotential gebunden, kann also nicht ohne weiteres als freies Atom beschrieben werden. Die Säkularbewegung des Ions stellt eine harmonische Schwingung der Kreisfrequenz ω_s dar. Ein einfallendes monochromatisches Lichtfeld E der Frequenz ω_L erscheint im Ruhesystem des Atoms phasenmoduliert:

$$E(t) = E_0 \exp[i(\omega_L t - M \sin \omega_s t)] \quad \text{mit} \quad M = k_L \cdot x_{\max} \quad (4.2.7)$$

k_L bezeichnet den Wellenvektor des Lichtes. Der Modulationsindex M wird auch als Lamb-Dicke-Parameter bezeichnet und gibt das Verhältnis der maximalen Auslenkung x_{\max} des Ions zur anregenden Wellenlänge an. Im Falle $M \ll 1$ befindet sich das Ion im sogenannten Lamb-Dicke-Bereich. Eine Entwicklung des Lichtfeldes nach Bessel-Funktionen $J_n(M)$ ergibt

$$E(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(M) \exp[-i(\omega_L + n\omega_s)t]. \quad (4.2.8)$$

Im Spektrum des Lichtfeldes entstehen symmetrisch um die Trägerfrequenz ω_L Seitenbänder im n -fachen Abstand der Säkularfrequenz. Ihre Höhe wird durch die entsprechende Bessel-Funktion bestimmt.

Diese Seitenbandstruktur findet sich auch in einem Anregungsspektrum wieder, jedoch ist die Breite von Träger und Seitenbändern dann durch die Linienbreite Γ des atomaren Übergangs gegeben. Mit dem Lorentzprofil

$$L(\Delta) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(\Delta - n\omega_s)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (4.2.9)$$

und $N > M$ wird das Anregungsspektrum $I(\Delta)$ beschrieben durch

$$I(\Delta) = \sum_{n=-N}^N J_n^2(M) \frac{1}{1 + L(\Delta)\Gamma} L(\Delta) \quad (4.2.10)$$

Hierbei bezeichnet Δ die Verstimmung und N die Anzahl der berücksichtigten Seitenbänder. Die Ersetzung der unendlichen Summe durch eine endliche ist gerechtfertigt durch die Tatsache, daß für $N > M$ die Seitenbandhöhe schnell gegen Null geht. Γ ist hier die leistungsverbreiterte Linienbreite. Sie wird bestimmt durch die natürliche Linienbreite Γ_{nat} und die Rabi-Frequenz Ω [LOU83]:

$$\Gamma^2 = \Gamma_{\text{nat}}^2 + 2\Omega^2 \quad (4.2.11)$$

Gleichung (4.2.10) beschreibt einen Kamm von lorentzförmigen Linien, deren Einhüllende durch einen Sättigungsfaktor bestimmt wird. Abbildung 4.2.2 zeigt entsprechende Spektren für die Modulationsindizes 1/2 und 3 für jeweils drei Rabi-Frequenzen. Sie zeigen die für große Rabi-Frequenzen auftretende Sättigungsverbreiterung, die ein Verschmieren der Seitenbandstruktur zur Folge hat. Nur für $\Gamma_{\text{nat}} \leq \Gamma \ll \omega_s$ können die Seitenbänder aufgelöst werden.

	M	$\Omega/2\pi$	Γ_{nat}	ω_s	N
a)	3,0	10kHz	100kHz	1MHz	7
b)	3,0	200kHz	100kHz	1MHz	7
c)	3,0	500kHz	100kHz	1MHz	7
d)	0,5	10kHz	100kHz	1MHz	3
e)	0,5	200kHz	100kHz	1MHz	3
f)	0,5	500kHz	100kHz	1MHz	3

Tab.4.2.1: Parameter für die Berechnung der in Abb. 4.2.5 dargestellten Spektren

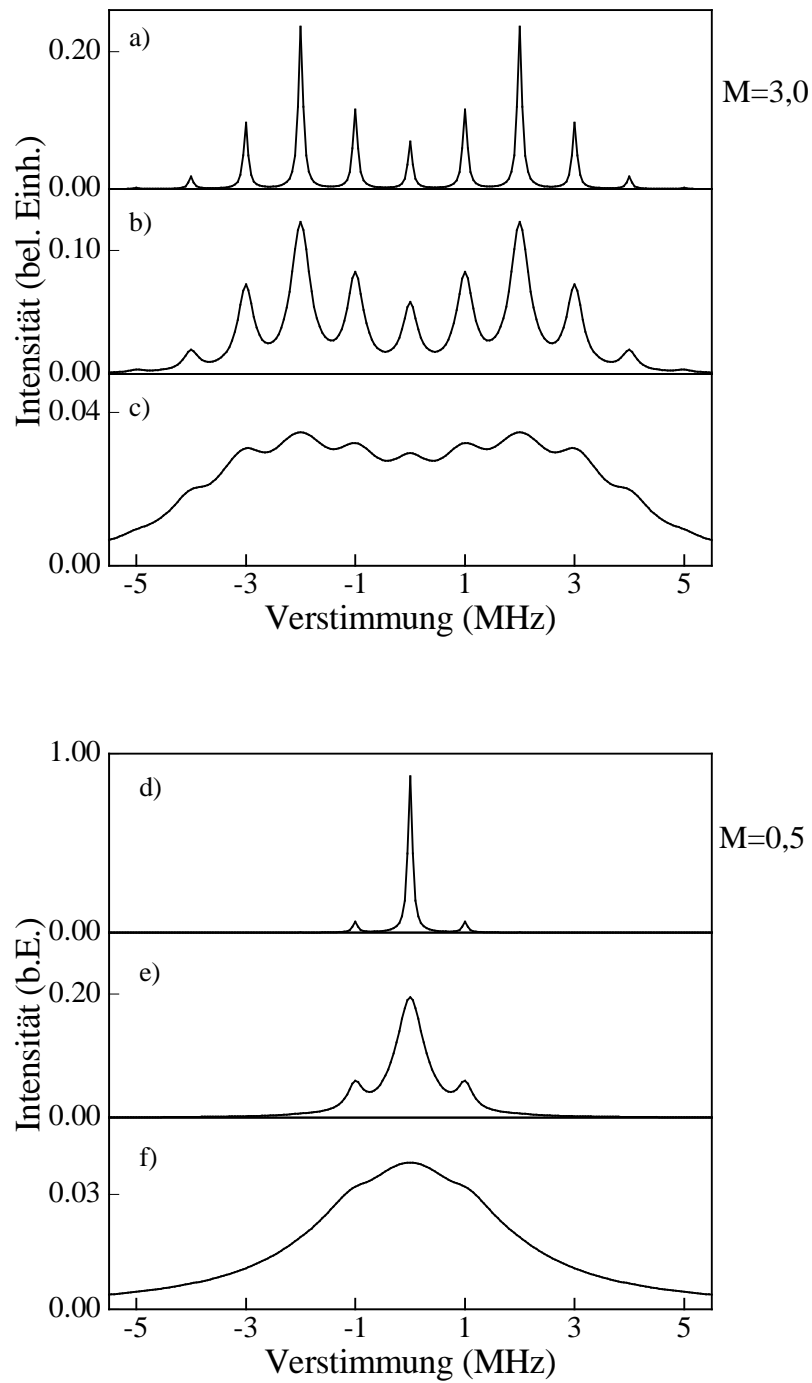


Abb. 4.2.2: Mit Gleichung (4.2.10) berechnete Anregungsspektren mit Seitenbändern, Parameter siehe Tab. 4.2.1

Die Speicherung einzelner Ionen läßt sich in zwei Klassen unterteilen, die bezüglich der optischen Kühlung unterschiedlich zu beschreiben sind:

$\Gamma_{\text{nat}} \gg \omega_s$: Das Atom ist so schwach gebunden, daß sich die Geschwindigkeit und Position des Teilchens während der Lebensdauer des angeregten atomaren Niveaus nur geringfügig verändert (*schwache Speicherung*). Es wird als quasifrei betrachtet und die Überlegungen zur Dopplerkühlung freier Teilchen sind vollständig übertragbar. Die Seitenbandstruktur im Anregungsspektrum kann prinzipiell nicht aufgelöst werden.

Für $\Gamma_{\text{nat}} \ll \omega_s$ liegt die sogenannte *starke Speicherung* vor. Die Seitenbandstruktur im Anregungsspektrum kann aufgelöst werden und die Geschwindigkeits- und Positionsänderung des Teilchens ist während der Zeitkonstanten der Spontanemission nicht mehr vernachlässigbar. Es ist nicht mehr ausreichend, lediglich die Kopplung des anregenden Lichtfeldes mit den inneren Freiheitsgraden des Atoms, also den elektronischen Zuständen, zu betrachten. Im Falle der starken Speicherung müssen auch die äußeren Freiheitsgrade, d.h. die Bewegung des Teilchens, in die Beschreibung der Wechselwirkung eingehen. Es ist zu berücksichtigen, daß die kinetische Energie des Teilchens

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} m \omega_s^2 x_{\text{max}}^2 \quad (4.2.12)$$

im harmonischen Speicherpotential gequantelt ist:

$$E_{\text{kin}} = \hbar \omega_s \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (4.2.13)$$

Es resultiert eine Überlagerung der elektronischen Zustände des Atoms mit den Schwingungszuständen des harmonischen Oszillators, beschrieben durch die Notation $|N, n\rangle$. Das Atom befindet sich im elektronischen Zustand $|N\rangle$ und Schwingungszustand $|n\rangle$, d.h. auf der n-ten Stufe des harmonischen Oszillators. Im thermischen Gleichgewicht sind die Schwingungszustände gemäß der Bose-Einstein-Verteilung

$$n = \left[\exp(\hbar \omega_s / k_B T) - 1 \right]^{-1} \quad (4.2.14)$$

besetzt. k_B bezeichnet die Boltzmann-Konstante und T die thermodynamische Temperatur. Die spektrale Auflösung der Schwingungszustände kann zur Seitenbandkühlung [NEU78, DIE89] ausgenutzt werden, vgl. Abbildung 4.2.6. Das anregende Lichtfeld wird auf das erste niederfrequente Bewegungsseitenband $\omega_0 - \omega_s$ abgestimmt. Bei einer Absorption geht das Atom in den angeregten elektronischen Zustand über und gleichzeitig in die nächsttiefere Oszillatorstufe, $|N, n\rangle \rightarrow |N+1, n-1\rangle$. Bei der folgenden Spontanemission fällt das Atom in den elektronischen Grundzustand zurück. Die Schwingungsquantenzahl bleibt bei der Spontanemission jedoch mit größter Wahrscheinlichkeit erhalten, so daß bei einem Absorptions-Emissionszyklus ein Schwingungsquant vernichtet wird.

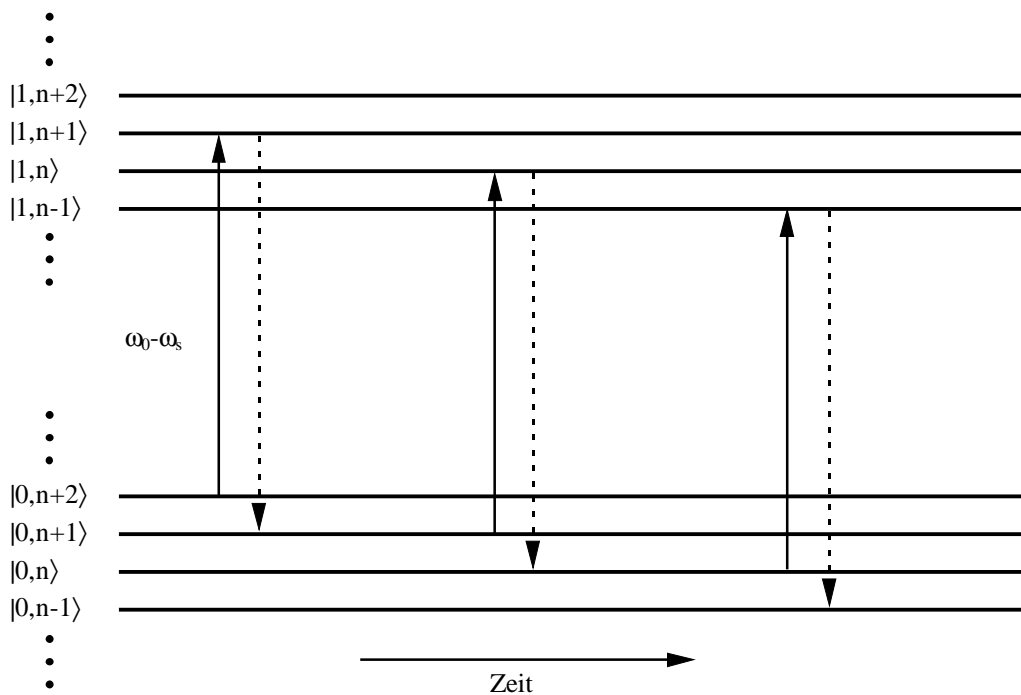


Abb. 4.2.3: Seitenbandkühlung; nach Anregung auf dem ersten unteren Bewegungsseitenband bleibt bei der folgenden Spontanemission die Schwingungsquantenzahl n erhalten. Ein Absorptions-Emissionszyklus erzwingt den Übergang $n \rightarrow n-1$

Die untere Grenze der Seitenbandkühlung liegt bei der Nullpunktsenergie des harmonischen Oszillators, d.h. bei

$$E_{\min} = \frac{1}{2} \hbar \omega_s. \quad (4.2.15)$$

Ein gespeichertes Ion kann sich bezüglich eines starken Übergangs im Bereich der schwachen Speicherung befinden, während es sich bezüglich eines schwachen, d.h. schmalbandigen, Übergangs im Bereich der starken Speicherung befindet. Dies kann dazu genutzt werden, das Ion zunächst auf einem starken Dipolübergang mittels Dopplerkühlung vorzukühlen, um es dann durch Seitenbandkühlung in den nullten Oszillatorzustand zu kühlen.

Beim Yb^+ -Ion wird der Übergang $^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{P}_{1/2}$ zur Doppler-Kühlung genutzt. Mit der natürlichen Linienbreite $\Gamma = 2\pi \cdot 18\text{MHz}$ folgt als Doppler-Grenze die Temperatur $290\mu\text{K}$. Eine weitere Verminderung der kinetischen Energie ist durch Seitenbandkühlung auf dem E2-Übergang $^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{D}_{5/2}$ möglich. Im Experiment liegen die Säkularfrequenzen der radialen und axialen Schwingung des Ions unterhalb 1MHz. Die minimale Temperatur bei Seitenbandkühlung beträgt dann weniger als $16\mu\text{K}$.

5 Der Aufbau des Experimentes

Dieses Kapitel beschreibt die Apparatur, mit der einzelne Ytterbium-Ionen und kleine Gesamtheiten in einer miniaturisierten Paul-Falle gespeichert und optisch gekühlt werden, um als Meßobjekt für hochauflösende mikrowellen-optische und opto-optische Doppelresonanzspektroskopie zu dienen.

Abbildung 5.1 gibt einen Überblick über den Aufbau des gesamten Experimentes. Das Zentrum der Apparatur bildet eine miniaturisierte Paul-Falle. Weitere Komponenten sind die Laserlichtquellen mit zwei Michelson-Interferometern zur Wellenlängenmessung, ein durchstimmbarer Mikrowellengenerator bei 12,6GHz und das Nachweissystem für die Resonanzfluoreszenz der Ionen bei 369nm.

Die Durchführung der später beschriebenen Experimente erfordert fünf kohärente Lichtfelder. Das Lichtfeld eines frequenzverdoppelten Farbstofflasers regt den zum Nachweis und zur optischen Kühlung verwendeten Dipolübergang ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ des Yb^+ -Ions an. Optisches Pumpen in das metastabile ${}^2D_{3/2}$ -Niveau wird vermieden durch Beleuchtung des Ions mit dem Licht eines Farbstofflasers bei 609nm oder eines Farbzentrenlasers bei $2,4\mu\text{m}$. Das Lichtfeld eines frequenzverdoppelten Diodenlasers regt den E2-Übergang ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ bei 411nm an und pumpt dadurch das Ion in das langlebige Niveau ${}^2F_{7/2}$. Das Lichtfeld eines Diodenlasers bei 638nm pumpt das Ion aus dem F-Zustand zurück in den Grundzustand.

Die Lichtfelder bei 369nm, 411nm und 609nm werden an einem Prisma überlagert und kollinear in die Paul-Falle fokussiert. Dem Lichtfeld bei 369nm kann an einem spektral selektiven Spiegel das Lichtfeld bei $2,4\mu\text{m}$ überlagert werden. Das Lichtfeld des Diodenlasers bei 638nm breitet sich in entgegengesetzter Richtung zu den übrigen Lichtfeldern aus. Alle Laser sind frequenzstabilisiert und verfügen über Emissionsbandbreiten unterhalb 1MHz. Mit einem akusto-optischen Modulator (AOM) fester Frequenz kann das Lichtfeld bei 369nm an- und ausgeschaltet werden.

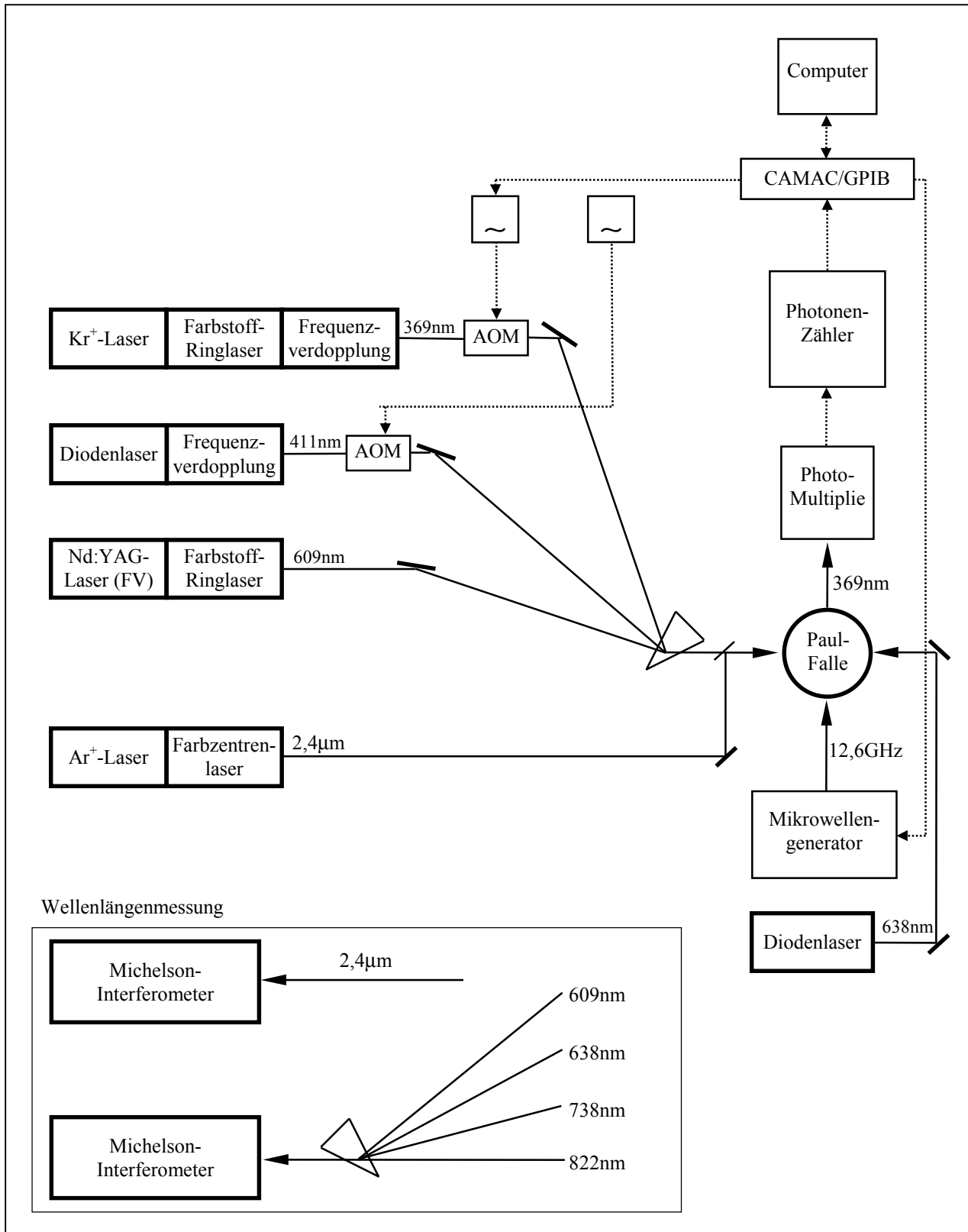


Abb. 5.1: Übersicht des experimentellen Aufbaus, FV: frequenzverdoppelt, ~: Frequenzgenerator, AOM: akusto-optischer Modulator, CAMAC/GPIB: Schnittstellen

Mit einem AOM variabler Frequenz können Leistung und Frequenz des Lichtfeldes bei 411nm kontrolliert werden. Ein Photomultiplier transformiert das Fluoreszenzlicht der Ytterbium-Ionen in Stromimpulse, die mit einem Photonenzähler registriert werden. Über eine GPIB-Schnittstelle wird der Zähler durch einen Computer ausgelesen, der die Meßdaten speichert und auf einem Monitor graphisch darstellt. Er steuert außerdem die in den Kapiteln 6.3 und 6.5 beschriebenen Schaltzyklen.

Die vier Lichtfelder zwischen 369nm und 638nm werden zur Wellenlängenmessung kollinear in ein hochauflösendes Michelson-Interferometer (Lambdameter) eingekoppelt. Bei den frequenzverdoppelten Lichtfeldern erfordert die spektrale Empfindlichkeit der verwendeten Photodetektoren die Messung der Grundwelle. Die infrarote Wellenlänge wird mit einem zweiten Lambdameter gemessen. Alle Komponenten werden in den folgenden Kapiteln näher beschrieben.

5.1 Die Fallenapparatur

Die Fallenapparatur besteht aus der in einem hochvakuumdichten Rezipienten montierten Paul-Falle, dem elektrischen Fallenantrieb und der Abbildungsoptik.

Die miniaturisierte Paul-Falle [END93] ist in Abbildung 5.1.1 skizziert. Ihre Ringelektrode, eine aus Molybdändraht gefertigte kreisförmige Schlaufe, hat den Innendurchmesser 2mm. Der Draht hat den Durchmesser 0,3mm. Die Kappenelektroden sind ebenfalls aus Molybdän gefertigt und an den Enden abgerundet. Die auf der Ringachse montierten Kappen haben den Abstand $\sqrt{2}$ mm.

Gegenüber der in Kapitel 4 beschriebenen Geometrie einer idealen Paul-Falle mit hyperbolisch geformten Elektrodenoberflächen bietet dieser Fallentyp einige Vorteile: Die offene Bauweise gewährleistet einen großen Beobachtungswinkel, d.h. eine hohe Fluoreszenzausbeute und erleichtert die Vermeidung von Streulicht durch die eingekoppelten Lichtfelder. Darüber hinaus ist die Fertigung der Falle wesentlich weniger aufwendig. Numerische Berechnungen ergeben, daß trotz der vom Ideal

abweichenden Elektrodenoberflächen das erzeugte Potential im Bereich von $100\mu\text{m}$ um das Fallenzentrum um weniger als 1% vom idealen Potential abweicht [RIT97].

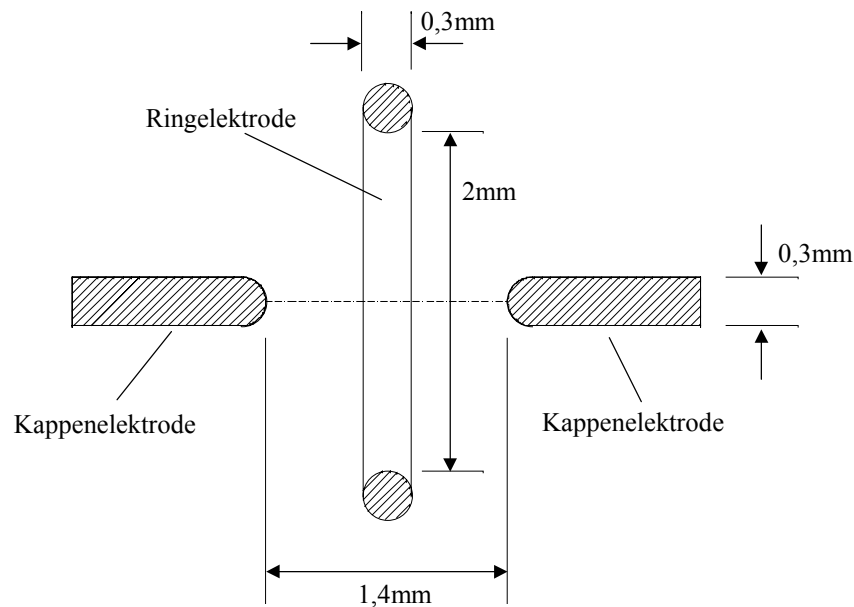


Abb. 5.1.1: Schnitt durch die Fallenelektroden

Bei geerdeten Kappelektroden wird an die Ringelektrode eine Wechselspannung von $9,5\text{MHz}$ angelegt. Die notwendige Spannungsamplitude von einigen hundert Volt wird erzeugt, indem zunächst die Ausgangsspannung eines Frequenzgenerators mit einem Leistungsverstärker verstärkt und anschließend durch einen Topfkreis [MAC59,NÜH89], d.i. ein elektrischer Schwingkreis, überhöht wird [END93].

Durch Störfelder, die z.B. durch Oberflächenladungen oder Kontaktspannungen verursacht werden, kann das Ion aus dem elektrischen Fallenzentrum ausgelenkt werden und dadurch eine starke Mikrobewegung ausführen, vgl. Kapitel 4. Zur Kompensation der Störfelder parallel zur Ringebene befinden sich zwei senkrecht zueinander angeordnete Elektrodenpaare außerhalb des Ringes in der Ringebene. Durch Anlegen geeigneter Gleichspannungen kann das Ion bezüglich der Ringebene in den elektrischen Nullpunkt der Falle geschoben werden. Die dritte Raumrichtung wird durch die

Kappenelektroden abgedeckt, die ebenfalls mit einer Gleichspannung angesteuert werden können.

Durch Ohmsche Heizung eines mit Ytterbium gefüllten Stahlröhrchens wird ein durch den Fallenring gerichteter Atomstrahl erzeugt. Eine Elektronenkanone erzeugt einen Elektronenstrahl in entgegengesetzter Richtung und ionisiert die Atome innerhalb der Falle. Durch die Montage dreier Öfen mit unterschiedlicher Befüllung können wahlweise die Isotope 171, 172 oder ein Isotopengemisch gespeichert werden. Bei Bedarf wird der Atomstrahl durch verminderte Heizung des Ofens abgeschwächt und die Dauer der Elektronenbestrahlung so weit verkürzt, daß nur noch ein einzelnes Ion gefangen wird.

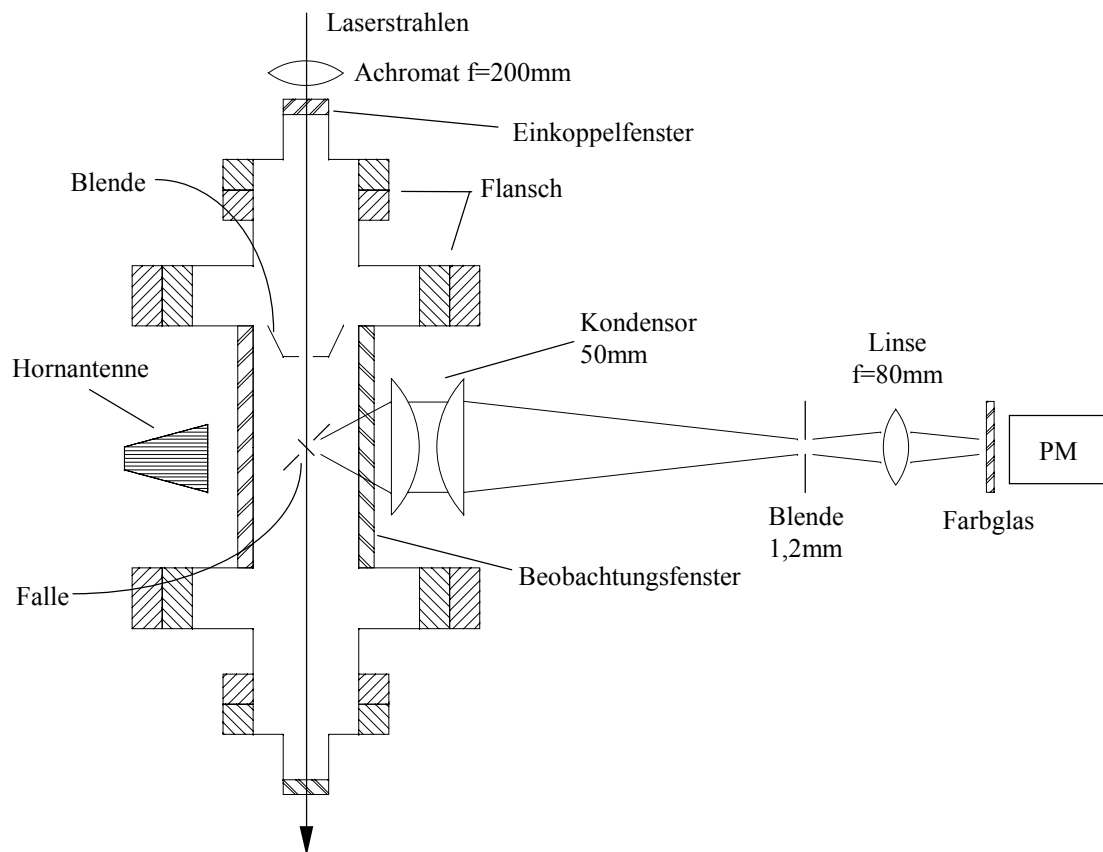


Abb. 5.1.2: Schnitt durch die Fallenapparatur (nicht maßstabsgetreu), PM: Photomultiplier

Abbildung 5.1.2 zeigt einen Schnitt durch den aus Edelstahl gefertigten Rezipienten und die Abbildungsoptik. Sämtliche Fenster bestehen aus Quarz. Die Beobachtungsfenster haben die Durchmesser 3,5'' und 4,0''. Durch einen Achromaten der Brennweite 200mm werden die Laserlichtfelder in die Falle fokussiert. Im Achromaten oder Einkoppelfenster erzeugtes Streulicht wird mit einer im Vakuum montierten kegelförmigen Lochblende weitestgehend ausgeblendet. Senkrecht zum Strahlengang sammelt ein Kondensorobjektiv der Brennweite 50mm aus 4% des Raumwinkels durch das größere Beobachtungsfenster die vom Ion gestreute Fluoreszenz auf. In der Bildebene erscheint die Falle sechsfach vergrößert. An den Fallenelektroden gestreutes Laserlicht wird durch eine Lochblende mit 1,2mm Durchmesser in der Bildebene des Objektivs ausgeblendet. Eine kurzbrennweitige Linse fokussiert das Licht durch ein nur für 369nm hochtransmittierendes Farbglasfilter hindurch auf die Kathode des Photomultipliers. Sämtliche optischen Komponenten der Abbildungsoptik sind für 369nm entspiegelt. Durch das zweite Beobachtungsfenster wird mit einer Hornantenne die Mikrowellenstrahlung bei 12,6GHz in die Falle eingekoppelt. Eine Ionengetterpumpe gewährleistet einen Druck von $1 \cdot 10^{-10}$ mbar innerhalb des Rezipienten. Zur Erzeugung eines Magnetfeldes bis zu 500 μ T sind in allen drei Raumrichtungen Spulenpaare angebracht.

5.2 Der frequenzverdoppelte Farbstofflaser bei 369nm

Das zur Anregung der Resonanzlinie $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ des Ytterbium-Ions benötigte Lichtfeld bei 369nm wird durch einen Farbstoff-Ringlaser mit anschließender Frequenzverdopplung erzeugt, der a.a.O. ausführlich beschrieben ist [END93]. Mit dem verwendeten Farbstoff LD700 steht ein Farbstoff mit hohem Wirkungsgrad für die Erzeugung der Grundwelle bei 738nm zur Verfügung. Als Pumpquelle wird ein Krypton-Ionenlaser mit der Emissionswellenlänge 647nm verwendet. Alternativ kann der Farbstoff Styryl 8 mit einem Argon-Ionenlaser als Pumpquelle verwendet werden.

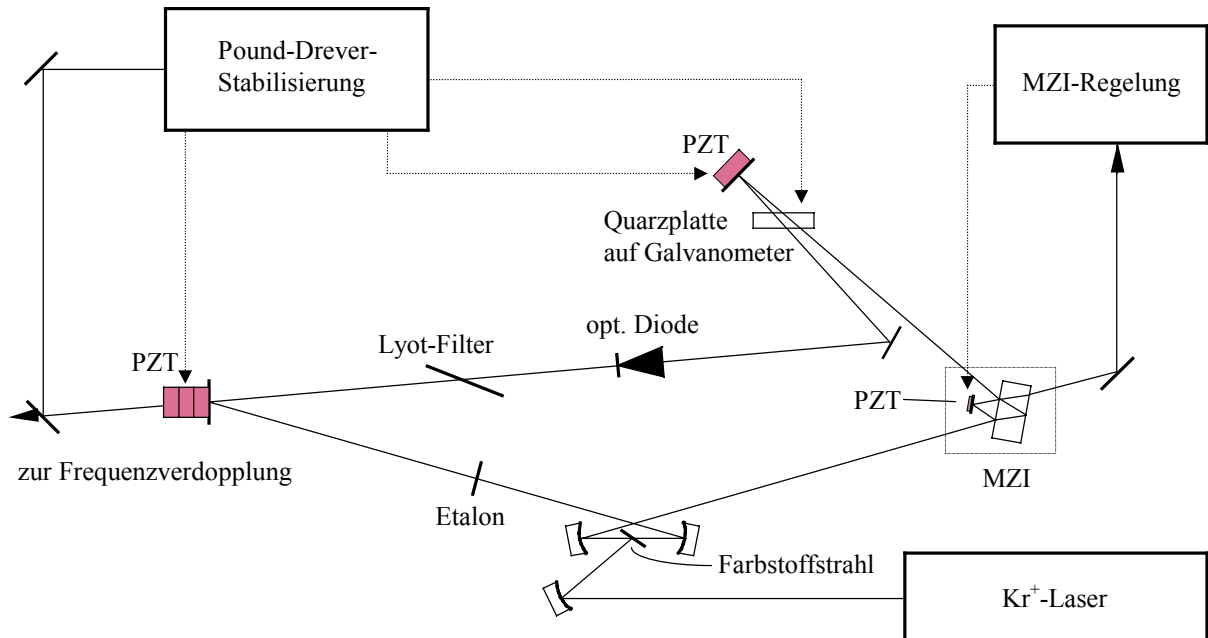


Abb. 5.2.1: Aufbau des Farbstoff-Ringlasers bei 738nm, MZI: Mach-Zehnder-Interferometer, PZT: Piezokeramik

In Abbildung 5.2.1 ist der Aufbau des Ringlasers skizziert. Der Pumplaserstrahl wird mit einem Hohlspiegel in den freifliegenden Farbstoffstrahl fokussiert. Die Flächennormale des Farbstoffstrahls steht im Brewsterwinkel zur Resonatorachse, um Reflexionsverluste zu minimieren. Als frequenzselektive Elemente sind ein dreistufiges

Lyot-Filter, ein Mach-Zehnder-Interferometer (MZI) und ein dünnes Etalon im Strahlengang montiert. Das MZI wird in Reflexion betrieben. Seine Resonanzfrequenz wird mit einem phasenempfindlichen Regelsystem in Übereinstimmung mit der Resonatoreigenfrequenz gehalten. Die Laserfrequenz wird durch ein phasenempfindliches Regelverfahren nach Pound, Drever und Hall [POU46, DRE83] auf die Eigenfrequenz eines externen, driftarmen optischen Resonators hoher Güte geregelt. Als Stellelemente innerhalb des Laserresonators stehen je eine Piezokeramik zur Kompensation hoch- und niederfrequenter Störungen zur Verfügung. Die obere Grenzfrequenz des geschlossenen Regelkreises liegt bei 300kHz. Langsame Driften werden durch Verkippen einer Quarzplatte mit Hilfe eines Galvanometers aufgefangen. Im Meßbereich zwischen 0,1ms und 10s beträgt die Emissionsbandbreite des Lasers relativ zum Referenzresonator 40kHz bei einer Leistung bis zu 500mW.

Bei der optischen Frequenzverdopplung ist die Leistung der erzeugten Oberwelle proportional zum Quadrat der Grundwellenleistung und hängt von der Phasenanpassung von Grundwelle und Oberwelle ab. Frequenzverdopplung erfordert also zunächst einen Kristall hoher Konversionseffizienz, darüber hinaus jedoch eine möglichst hohe Leistung der Grundwelle und eine präzise Phasenanpassung. Zur Überhöhung der Lichtleistung wird das Lichtfeld bei 738nm in einen Ringresonator eingekoppelt [END93]. Der Resonator besteht aus zwei Hohlspiegeln mit $r=-200$ mm Krümmungsradius und zwei Planspiegeln. Der Umfang des Resonators beträgt 161cm. Die resonatorinternen Verluste durch Streuung und Absorption müssen durch eine entsprechend erhöhte Leistungseinkopplung der Grundwelle kompensiert werden. Aus diesem Grund beträgt die Reflektivität des Einkoppelspiegels nur 96,8%, während alle übrigen Spiegel eine Reflektivität größer als 99,9% haben. Es wird eine maximale Überhöhung der Grundwellenleistung um den Faktor 24,5 erreicht.

In der Strahltaille des Resonators wird ein LiJO_3 -Kristall positioniert. Dieser Kristalltyp verfügt über die größte Konversionseffizienz bei 370nm. Da er hygroskopisch ist, befindet er sich in einer Trockenzelle. Für optimale Phasenanpassung wird der Kristall entsprechend verkippt und die Strahltaille angepaßt. Es ergibt sich eine optimale Strahltaille von 44 μm . Mit dem verwendeten Aufbau beträgt die maximale Ausgangsleistung der Oberwelle 21mW für 650mW Eingangsleistung bei 738nm.

Die Leistungsüberhöhung im Resonator ist nur gegeben, wenn Laser- und Resonatoreigenfrequenz übereinstimmen. Dies wird gewährleistet, indem die Resonatorlänge mit einem phasenempfindlichen Regelverfahren nach Hänsch und Couillaud [HÄN80] geregelt wird. Stellglied dieser Regelung ist eine Piezokeramik, mit der die Resonatorlänge verändert werden kann.

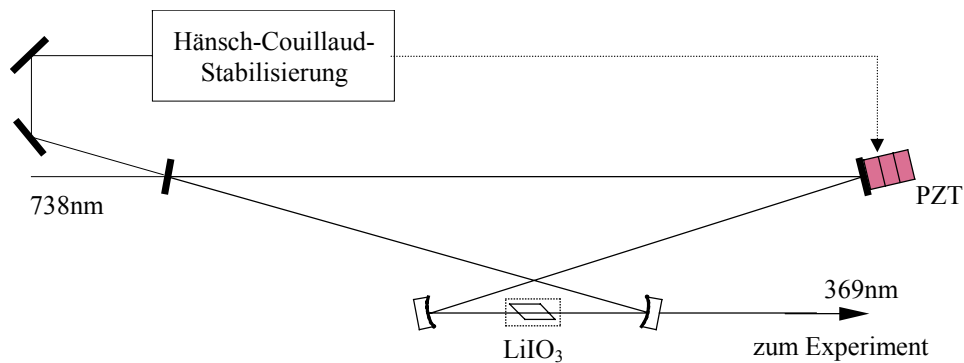


Abb. 5.2.2: Erzeugung des UV-Lichtes durch Frequenzverdopplung im Überhöhungsresonator

5.3 Der Farbstofflaser bei 609nm

Das Lichtfeld bei 609nm wird durch einen kommerziellen Farbstoff-Ringlaser (Spectra-Physics, Modell 380D) erzeugt. Als verstärkendes Medium dient der Farbstoff Rhodamin 6G, der mit dem Licht eines Argon-Ionen-Lasers (alle Linien) gepumpt wird. Einrichtungsbetrieb wird durch eine optische Diode sichergestellt. Stabiler Einmodenbetrieb wird durch je ein dickes und dünnes Etalon gewährleistet.

Mit einem dreistufigen Lyot-Filter wird die Wellenlänge eingestellt. Die Resonanzfrequenz des temperaturstabilisierten dicken Etalons wird durch ein phasenempfindliches Verfahren geregelt. Ein Resonatorspiegel ist auf einer Piezokeramik montiert, so daß die Eigenfrequenz verstimmbar ist. Großhubige Frequenzverstimmungen können durch Verkippen zweier auf Galvanometern gelagerter Quarzplatten erreicht werden. Sie werden entgegengesetzt verkippt, um einen Strahlversatz zu vermeiden.

Eine Flankenstabilisierung [BAR73] auf zwei externe temperaturstabilisierte Resonatoren engt die Emissionsbandbreite des Lasers auf weniger als 700kHz ein [JOH94] und garantiert geringe Frequenzdriften von weniger als 10MHz/Stunde. Stellglieder der Regelung sind die Piezokeramik und die Quarzplatten. Bei 6W Pumpleistung (alle Linien) beträgt die Ausgangsleistung bei 609nm 20mW.

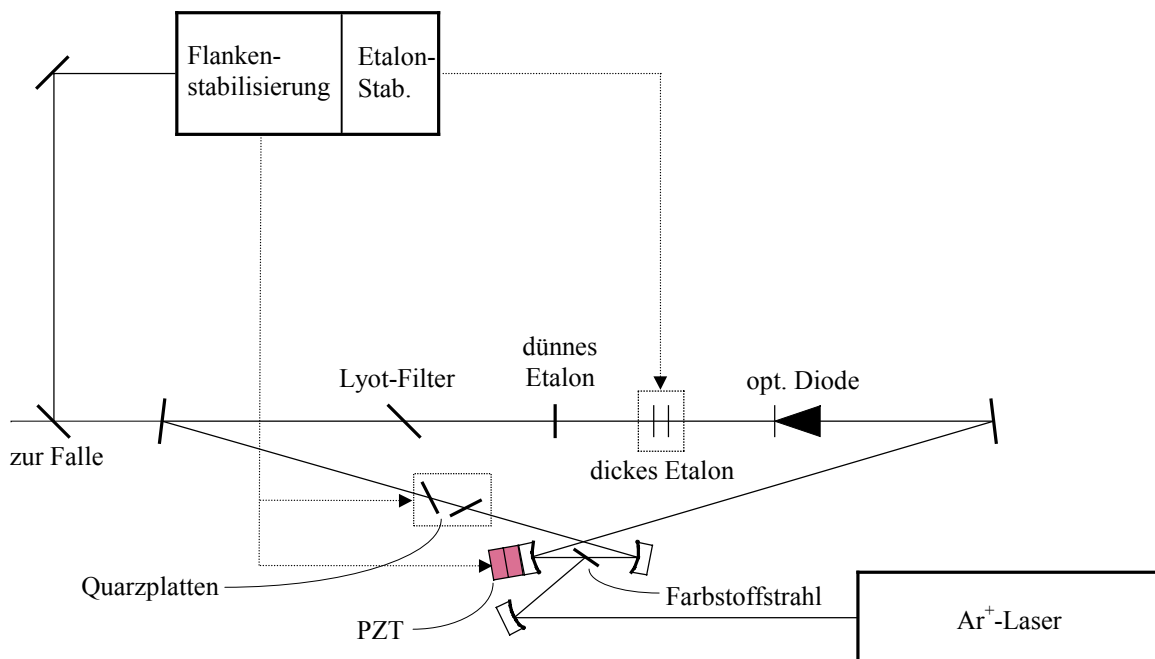


Abb 5.3.1: Der Farbstoff-Ringlaser bei 609nm

5.4 Der Farbzentrenlaser bei 2,4 μm

Das Lichtfeld bei 2,4 μm zur Anregung des Übergangs ${}^2D_{3/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ wird von einem kontinuierlichen Farbzentrenlaser erzeugt, der a.a.O. ausführlich beschrieben ist [GER91, END93, JOH94]. Das optisch aktive Medium wird von Farbzentren des Typs $F_A(\text{II})$ gebildet [LÜT68, MOL75, MOL85, GEL91]. Sie befinden sich in einem Kaliumchloridkristall, der zu 1% mit Lithium dotiert ist. Das Emissionsspektrum liegt zwischen 2,3 und 3,1 μm .

Der Aufbau des Farbzentrenlasers ist in Abb 5.4.1 dargestellt. Er wird durch einen Argon-Ionen-Laser bei der Wellenlänge 514nm optisch gepumpt.

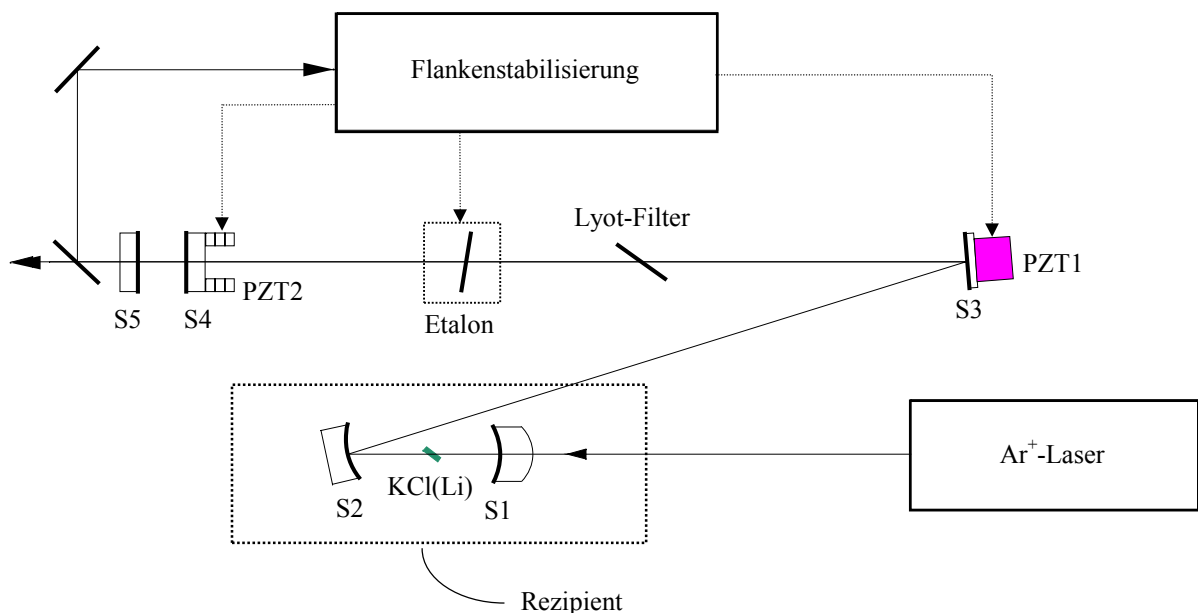


Abb. 5.4.1: Aufbau des Farbzentrenlasers bei 2,4 μm

Der lineare Laserresonator ist zweifach gefaltet. Durch das Substrat des Einkoppelspiegels $S1$ wird das Pumplicht in den $\text{KCl}(\text{Li})$ -Kristall fokussiert. Der Kristall ist im Brewster-Winkel im Strahlengang angebracht und wird auf die Siedepunkttemperatur von flüssigem Stickstoff (77K) gekühlt, um maximale Quantenausbeute und Stabilität der Farbzentren zu gewährleisten [GERM86]. Zur

Vermeidung von Vereisung befindet er sich in einem permanent durch eine Ionengetterpumpe evakuierten Rezipienten. Ein Lyot-Filter, ein dünnes Etalon und eine aus den zwei Spiegeln S4 und S5 bestehende frequenzselektive Auskoppelungseinheit gewährleisten, daß der Laser auf nur einer Resonatoreigenschwingung oszilliert.

Der Spiegel S3 ist auf der Piezokeramik PZT1 montiert, so daß durch Veränderung der angelegten Spannung die Resonatorlänge bzw. -eigenfrequenz und damit die Laserfrequenz geändert wird. Ein kontinuierliches Verstimmen der Laserfrequenz erfordert gleichzeitig das Verkippen des auf einem Galvanometer montierten dünnen Etalons, sowie die Änderung des Abstandes der Spiegel S4 und S5 mit Hilfe der Piezokeramik PZT2.

Durch Vergleich der Laserfrequenz mit der Resonanzfrequenz eines externen optischen Resonators wird ein Fehlersignal hergeleitet (Flankenstabilisierung [BAR73]), das nach entsprechender Verarbeitung durch einen Regelverstärker die Piezokeramik PZT1 ansteuert, so daß Schwankungen der Laserfrequenz relativ zum externen Resonator mit einer Bandbreite von etwa 10kHz ausgeglichen werden [JOH94]. Die Verkipfung des dünnen Etalons und der Abstand der Spiegel S4 und S5 werden mit einer Bandbreite von einigen Hertz geregelt. Der externe Resonator ist in einem druckdichten Gefäß gelagert und thermisch und akustisch von seiner Umgebung isoliert; die Resonanzfrequenz driftet um weniger als 100MHz je Stunde. Mit Hilfe von Piezokeramiken kann die Resonanzfrequenz des externen Resonators und damit bei geschlossenem Regelkreis die Laserfrequenz um etwa 4GHz kontinuierlich verstimmt werden. Aus Anregungsspektren eines einzelnen Ions wurde bei geschlossenem Regelkreis die Emissionsbandbreite $\Delta\nu \leq 150\text{kHz}$ ermittelt, vgl. Kapitel 6.4. Die maximale Ausgangsleistung bei $2,4\mu\text{m}$ beträgt 10mW bei 2W Pumpleistung.

5.5 Der frequenzverdoppelte Diodenlaser bei 411nm

Die kohärente Anregung des E2-Übergangs ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ bei 411nm stellt besondere Anforderungen an die Kohärenz der anregenden Lichtquelle. Die Emissionsbandbreite sollte im Zeitbereich einiger Millisekunden unterhalb von 1kHz liegen. Gleichzeitig muß die Lichtleistung ausreichend groß sein, um Rabi-Frequenzen oberhalb 1kHz zu erreichen. Mit dieser Zielsetzung wurde eine Lichtquelle entwickelt, die aus einem frequenzstabilisierten Diodenlaser mit anschließender externer Frequenzverdopplung und Verstimmereinheit besteht.

Freilaufende Diodenlaser weisen minimal einige Megahertz Emissionsbandbreite auf, sind also für die hochauflösende Spektroskopie ungeeignet. Durch Rückkopplung der Laserstrahlung von einem optischen Gitter [LUD72,MAC92] oder Resonator [DAH87] in den Diodenlaser kann die Emissionsbandbreite jedoch um bis zu vier Größenordnungen vermindert werden. Aufgrund der geringen Güte des durch die Endflächen des Halbleiters gebildeten Resonators reagieren Diodenlaser sehr empfindlich auf die Einstrahlung von Licht. Durch optische Rückkopplung des spektral gefilterten Laserlichtes kann ein optischer Regelkreis mit Bandbreiten im Bereich von 100MHz realisiert werden ('Self Injection Locking') [OHT92].

Bei Rückkopplung von optischen Gittern werden typische Emissionsbandbreiten von etwa 100kHz und kontinuierliche Durchstimmbereiche von einigen 10GHz erreicht.

Rückkopplung von optischen Resonatoren resultiert in Emissionsbandbreiten im kHz-Bereich und in Durchstimmbereichen von einigen GHz. Für die Zielsetzung dieser Arbeit ist also die Rückkopplung von optischen Resonatoren aufgrund der geringeren Emissionsbandbreite vorzuziehen. Der Durchstimmbereich ist ausreichend, da er ein Vielfaches der atomaren Linienbreite beträgt.

Der bei 822nm emittierende Diodenlaser wurde durch optische Rückkopplung auf einen externen konfokalen Referenzresonator stabilisiert. Aufgrund der geringen Lichtleistung bei 822nm findet die anschließende Frequenzverdopplung in einem Überhöhungsresonator statt, in dessen Strahltaile sich ein Lithiumtriboratkristall (LBO) befindet. Die Verstimmung erfolgt mit einer auf einem akusto-optischen-Modulator

basierenden Verstärker. Die einzelnen Komponenten werden in den folgenden Abschnitten näher beschrieben.

5.5.1 Die Frequenzstabilisierung

In Abbildung 5.5.1 ist schematisch die Frequenzstabilisierung des Diodenlasers dargestellt. Der mit einer kommerziellen Optik (Schäfter&Kirchhoff, T5 in Halterung SK9620) kollimierte Diodenlaser (SDL-5311-G1) ist in einem druckdichten Gehäuse montiert und auf wenige mK temperaturstabilisiert. Da der Diodenlaser Stromrauschen direkt in Frequenzrauschen umsetzt, wird als Spannungsquelle eine Autobatterie verwendet, die minimales Stromrauschen garantiert. Das emittierte Lichtfeld wird über einen hochreflektierenden Umlenkspiegel und einen Strahlteiler mit 9% Reflektivität nicht-axial in einen konfokalen Fabry-Perot-Resonator (KFP) der Finesse 50 und Länge 200mm eingekoppelt. Er befindet sich in einem druckdichten, thermisch isoliertem Aluminiumgehäuse. Im KFP ist eine Quarzplatte im Brewster-Winkel montiert, so daß eine bestimmte Polarisationsrichtung geringere Verluste erleidet, als die dazu senkrecht orientierte. Eine entspiegelte bikonvexe Quarzlinse der Brennweite 200mm paßt das Diodenlaserlichtfeldes an die Resonatormoden an. Sie wird leicht verkippt im Strahlengang montiert, um jegliche Reflexion zurück in den Diodenlaser zu vermeiden. Im KFP entsteht ein V-förmiger Strahlengang. So wird nur aus dem KFP transmittiertes Licht in den Diodenlaser zurückgekoppelt. Das am KFP reflektierte Licht gelangt hingegen in einen Polarisationsanalysator, bestehend aus einem $\lambda/4$ -Quarzplättchen, einem Polarisationsstrahlteiler (PST) und zwei Photodetektoren. Dem reflektierten Lichtfeld ist das aus dem KFP transmittierte Lichtfeld überlagert. Im Resonanzfall befinden sich beide Lichtfelder in Phase, außerhalb der Resonanz kommt es zu einer relativen Phasenverschiebung. Dies verändert die Polarisation des Summenlichtfeldes und wird zur Herleitung eines Hänsch-Couillaud-Fehlersignales [Hän80] durch Differenzbildung der Ausgangsspannungen der beiden Photodetektoren genutzt.

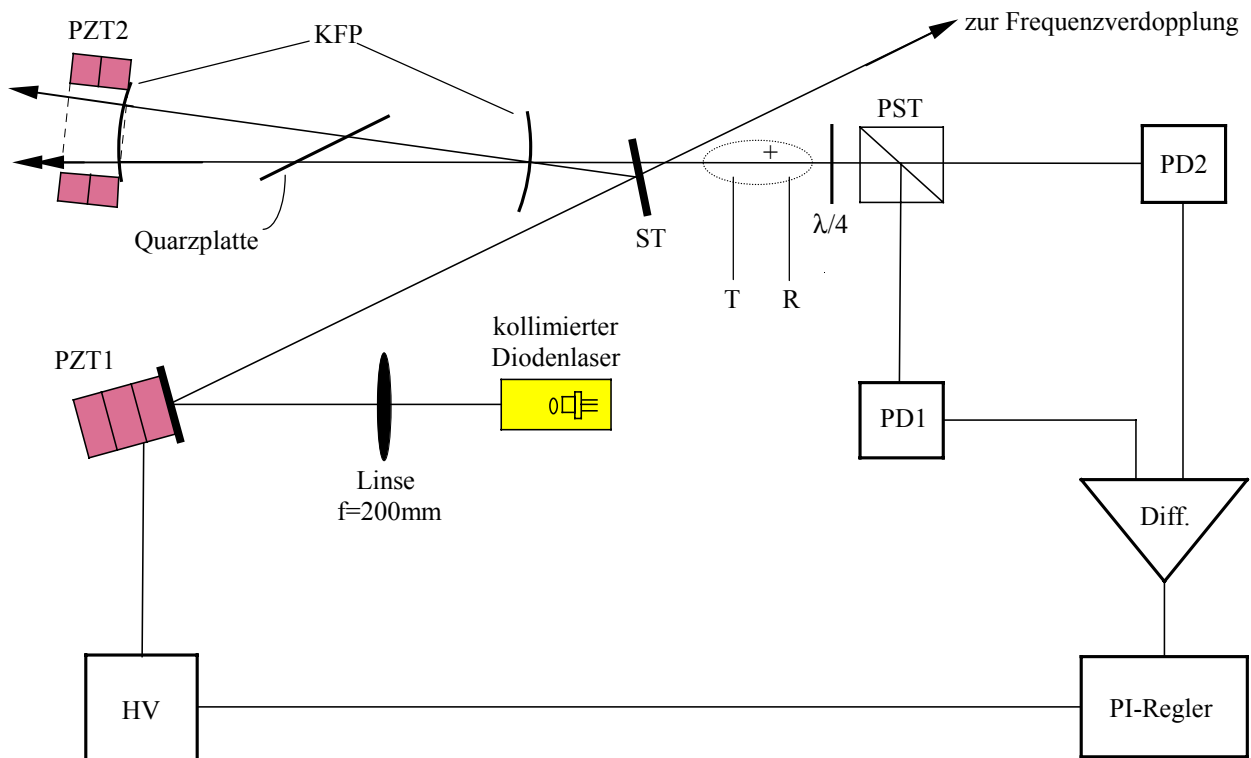


Abb. 5.5.1: Aufbau des Diodenlasers bei 822nm, PZT: Piezokeramik, PD: Photodetektor, Diff.: Differenzverstärker, KFP: konfokaler Fabry-Perot-Resonator, PST: Polarisationsstrahlteiler, PI: Proportional-Integral-Regelverstärker, HV: Hochspannungsverstärker, T: aus KFP transmittiertes Lichtfeld, R: am KFP reflektiertes Lichtfeld

Das Fehlersignal wird durch einen Proportional-Integral-Regelverstärker verarbeitet und steuert über einen Hochspannungsverstärker die Ausdehnung der Piezokeramik PZT1 und damit die Phasenlage des rückgekoppelten Lichtfeldes. Das durch den Strahlteiler transmittierte Lichtfeld wird durch einen optische Isolator (Gsänger, 60dB) zur Frequenzverdopplung geführt. Ein optischer Isolator ist notwendig, da bereits die diffuse Rückkopplung von einem Blatt weißen Papier das optische Regelverfahren unmöglich macht.

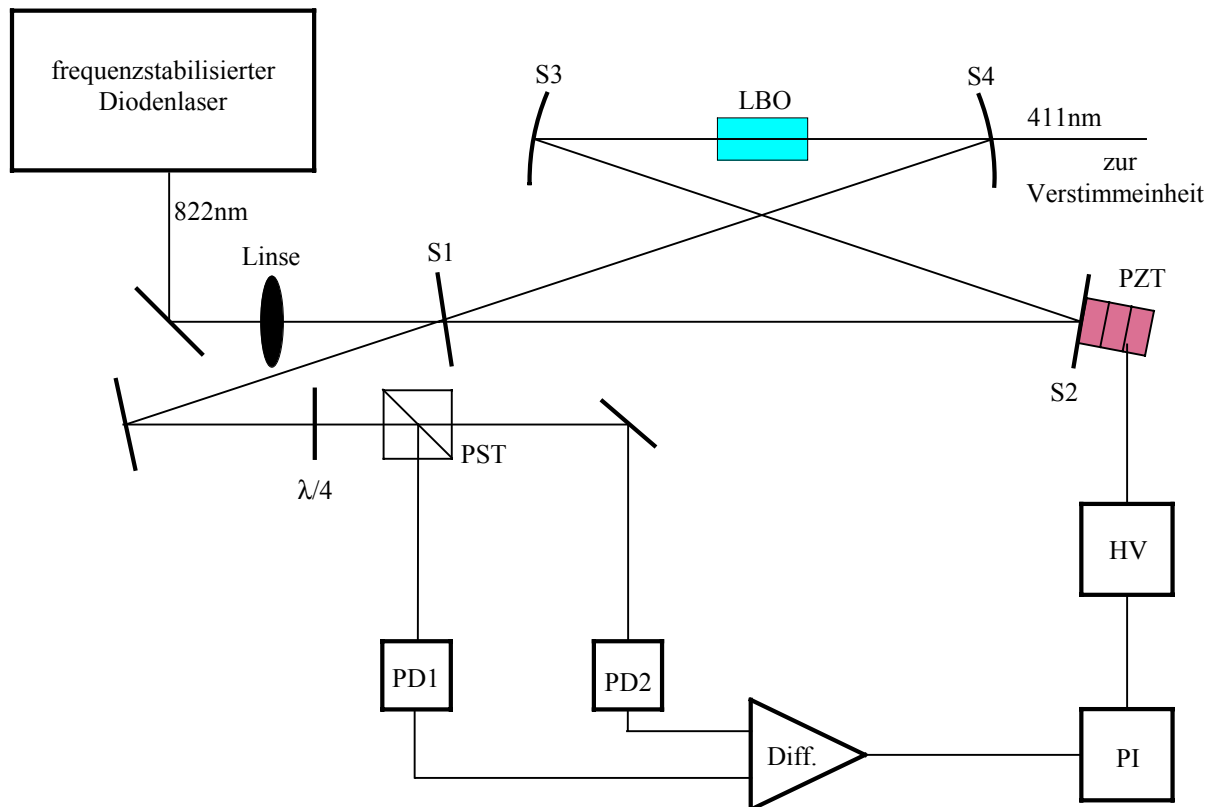


Abb. 5.5.2: Aufbau der Frequenzverdopplung von 822nm auf 411nm, LBO: Lithiumtriboratkristall, PD: Photodetektor, Diff: Differenzverstärker, PI: Proportional-Integral-Regelverstärker, HV: Hochspannungsverstärker

5.5.2 Die Frequenzverdopplung

Der für die Frequenzverdopplung bei 822nm effizienteste Kristall ist Lithiumtriborat (LBO). Die bei 411nm erzeugte Lichtleistung ist proportional zum Quadrat der Lichtintensität bei 822nm und zu $\sin^2(\Theta_{\max})$. Θ_{\max} bezeichnet den Phasenanpassungswinkel, also den Winkel zwischen der Kristallachse und der Ausbreitungsrichtung der Grundwelle, für den die fundamentale und harmonische Welle die gleiche Phasengeschwindigkeit haben. In diesem Fall interferieren die im Kristall erzeugten Teilwellen konstruktiv.

Es folgt, daß die Strahltaile der Grundwelle an die Kristalllänge angepaßt werden muß. Für einen kleinen Fokus folgt große Intensität, aber auch starke Divergenz, also schlechte Phasenanpassung. Für einen großen Fokus kann gute Phasenanpassung erreicht werden, aber die Intensität ist gering. Es existiert demnach ein optimaler Fokus w_0 , der gegeben ist durch [BOY68]

$$w_0^2 = \frac{\lambda \cdot L}{2\pi \cdot 1,392}. \quad (5.5.1)$$

Für die Kristalllänge $L=10\text{mm}$ und die Wellenlänge $\lambda=822\text{nm}$ folgt der optimale Fokus $w_0=31\mu\text{m}$. Da der Diodenlaser die relativ geringe Ausgangsleistung 100mW hat und die Frequenzverdopplung in diesem Wellenlängenbereich einen schlechten Wirkungsgrad hat, muß die Lichtleistung in einem externen Überhöhungsresonator vergrößert werden. Er sollte möglichst kompakt und damit stabil aufgebaut sein und eine Ringkonfiguration aufweisen, da die Wanderwelle im Ringresonator eine homogene Nutzung des Kristalles gewährleistet.

Es wurde die in Abbildung 5.5.2 dargestellte Anordnung von zwei Planspiegeln S1 und S2 und zwei Hohlspiegeln S3 und S4 mit Krümmungsradius $r=100\text{mm}$ gewählt. Das Licht des frequenzstabilisierten Diodenlasers wird durch eine entspiegelte Linse der Brennweite $f=1\text{m}$ in den Überhöhungsresonator eingekoppelt. Der beidseitig entspiegelte LBO-Kristall wird zentrisch zwischen den Hohlspiegeln positioniert. Durch einen Regelkreis nach dem Hänsch-Couillaud-Verfahren wird die Eigenfrequenz des Resonators in Resonanz mit dem eingekoppelten Lichtfeld gehalten. Der Resonator weist jeweils eine Strahltaile zwischen den Plan- und Hohlspiegeln auf. Abbildung

5.5.3 zeigt die berechnete Größe der Strahltaile zwischen den Hohlspiegeln in Abhängigkeit vom Abstand der Hohlspiegel für verschiedene Resonatorumfänge. Für Abstände der Hohlspiegel außerhalb der dargestellten Bereiche ist der Resonator instabil.

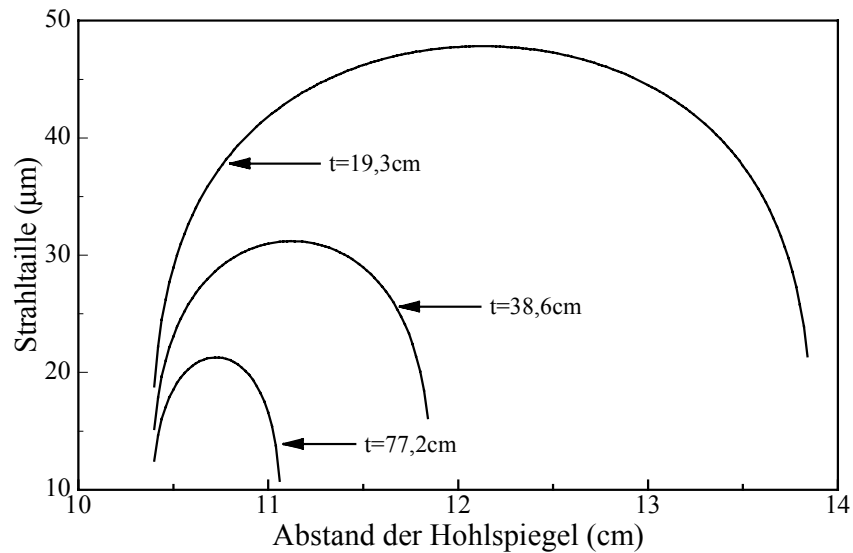


Abb. 5.5.3: Strahltaille im Kristall in Abhängigkeit vom Abstand der Hohlspiegel für drei verschiedene Ringumfänge, $t=0,5 \times (\text{Ringumfang} - \text{Abstand der Hohlspiegel})$

Da die Halterungen der Spiegel ausreichend stabil sind, wurde ein Hohlspiegelabstand nahe dem minimal erlaubten gewählt. Dort ist die Steigung der Kurve maximal, d.h. durch kleinste Veränderungen des Abstandes der Hohlspiegel (innerhalb des Verstellweges der Justierschrauben) kann der Fokus im Kristall über einen großen Bereich variiert werden. So ist eine optimale Anpassung der Strahltaille an die Kristall- und Strahlparameter gewährleistet, ohne dafür den Resonator umbauen zu müssen. Abbildung 5.5.4 zeigt den berechneten Verlauf des Strahlradius im gesamten Resonator für den im Experiment realisierten Umfang 49,2cm und einen größeren Vergleichsumfang. Die Rechnung ist im Anhang C beschrieben. In beiden Fällen gibt es einen kleinen Fokus im Kristall und einen großen zwischen den Planspiegeln, der mit größerem Umfang ausgeprägter wird.

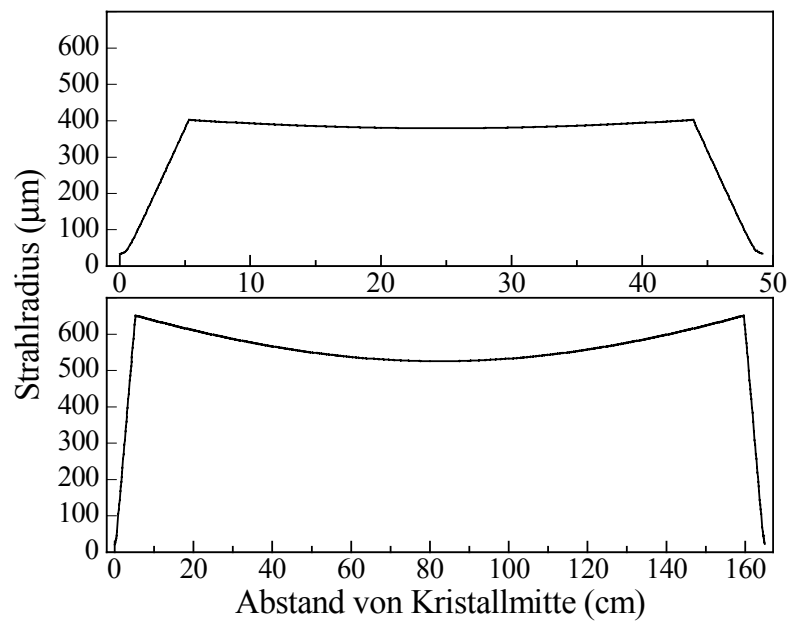


Abb. 5.5.4: Verlauf des Strahlradius im Verdopplerresonator, Resonatorumfang=49,2cm (oben) und 175,0cm (unten)

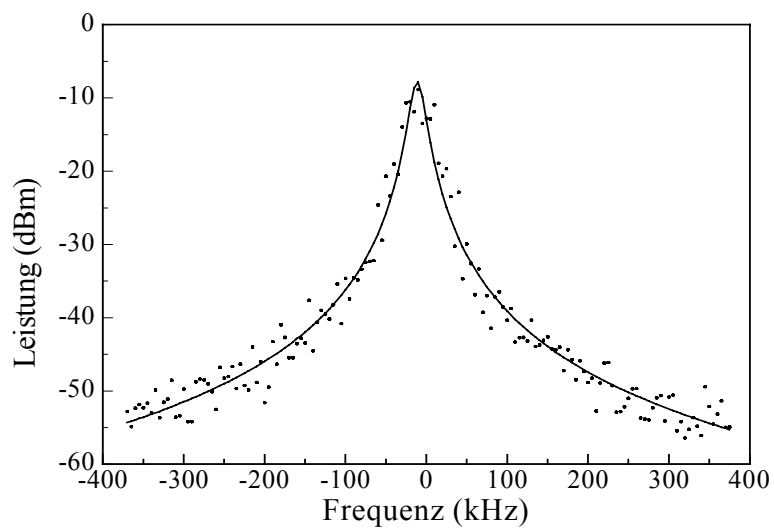


Abb. 5.5.5: Spektrum des Schwebungssignales zweier identisch frequenzstabilisierter Diodenlaser; volle Halbwertsbreite= 16kHz, Meßdauer=400ms

Abbildung 5.5.5 zeigt das in 400ms aufgezeichnete Schwebungssignal zweier identisch, unabhängig voneinander stabilisierter Diodenlaser vom Typ Hitachi, HL8314G und HL8330P4. Für die Annahme, daß die beiden Laser die gleiche Emissionsbandbreite aufweisen, folgt für den einzelnen Laser die Emissionsbandbreite 8kHz [HUE93].

Für das frequenzverdoppelte Licht ergibt sich die Bandbreite 16kHz in 400ms. Mit der Annahme eines linearen Anstiegs der Phasen- und Frequenzfluktuationen mit der Zeit ergibt sich für die in den Messungen am einzelnen Ion verwendete Einstrahldauer 1ms die Bandbreite 40Hz.

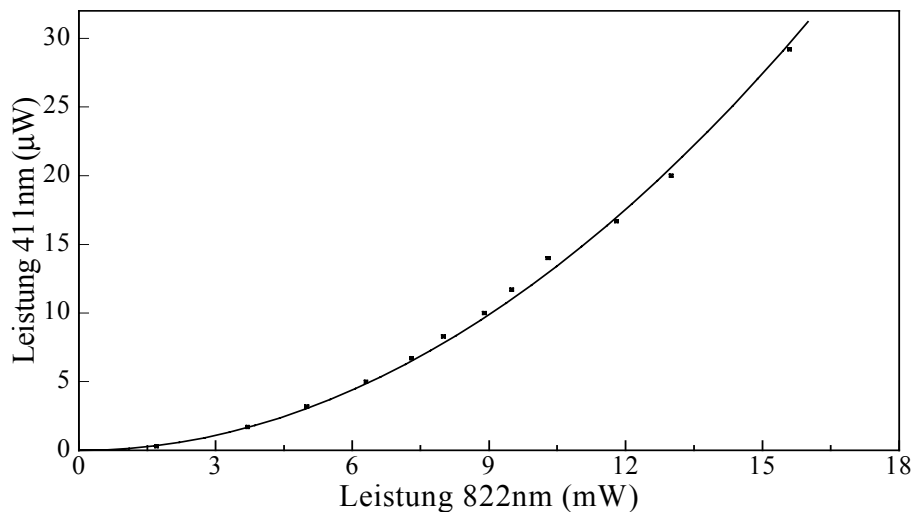


Abb. 5.5.6: Ausgangsleistung bei 411nm in Abhängigkeit von der eingekoppelten Lichtleistung bei 822nm. Quadrate: Meßwerte, Linie: quadratische Anpassung

Das Lichtfeld eines frequenzstabilisierten Diodenlasers wurde in den Verdopplerring eingekoppelt und die Ausgangsleistung in Abhängigkeit von der eingekoppelten Leistung gemessen, siehe Abbildung 5.5.6. Die gemessenen Werte (Punkte) lassen sich gut durch eine quadratische Funktion (Linie) anpassen. Nach Montage des leistungsstärkeren Diodenlasers SDL-5311-G1 wurde bei der Eingangsleistung 56mW die maximale Ausgangsleistung 341µW bei 411nm erreicht.

5.5.3 Die Verstimmereinheit

Die Verstimmung des Lichtfeldes bei 411nm erfolgt mit dem in Abbildung 5.5.7 dargestellten Aufbau. Ein Frequenzgenerator treibt einen akusto-optischen Modulator (AOM) mit der Modulationsfrequenz f_M an. Das linear polarisierte Lichtfeld der Frequenz f_0 wird durch die Linse L1 in den AOM fokussiert. Die nullte Beugungsordnung wird ausgeblendet. Die Frequenz f des transmittierten Lichtfeld der ersten Beugungsordnung ist gegenüber dem eintretenden Lichtfeld um die Modulationsfrequenz f_M verschoben, $f=f_0+f_M$, und kann durch deren Änderung verstimmt werden. Eine Änderung der Modulationsfrequenz hat aber auch einen geänderten Beugungswinkel und damit eine geänderte Strahllage zur Folge. Aus diesem Grund wird die erste Beugungsordnung des Lichtfeldes mit einem hochreflektierenden Spiegel in sich zurückreflektiert und durchquert den AOM erneut, jedoch in umgekehrter Richtung. Die Strahlablenkungen der beiden Durchläufe kompensieren sich gerade. Die Strahlablenkungen der beiden Durchläufe kompensieren sich gerade.

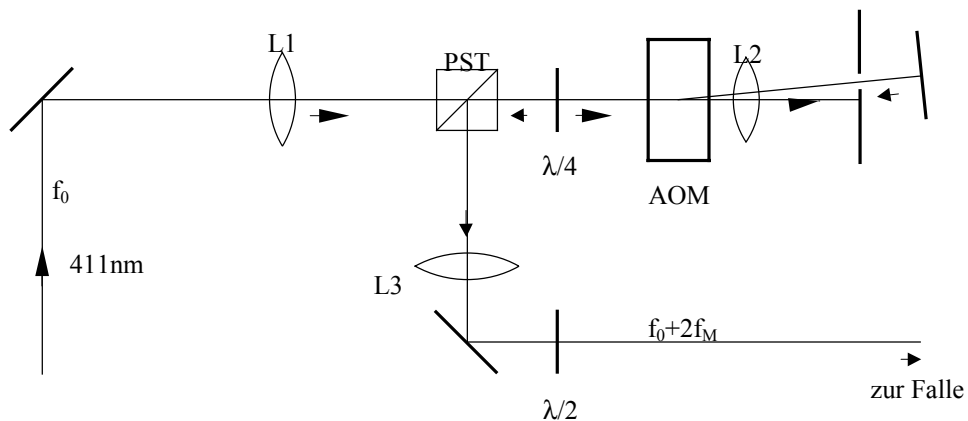


Abb. 5.5.7: Aufbau der Verstimmereinheit. AOM: Akusto-optischer Modulator, PST: Polarisationsstrahlteiler, L1: Linse $f=100\text{mm}$, L2: Linse $f=60\text{mm}$, L3: Linse $f=300\text{mm}$

Das Lichtfeld kann ohne Änderung der Strahllage mit Radiofrequenzgenauigkeit verstimmt werden. Ein weiterer Vorteil des doppelten Durchgangs liegt in dem verdoppelten Durchstimmbereich von $\pm 200\text{MHz}$, da sich die Frequenzverschiebungen

der beiden Durchgänge addieren. Das in sich zurückreflektierte Lichtfeld wird am Polarisationsstrahlteiler PST reflektiert. Es hat zweimal das $\lambda/4$ -Plättchen durchquert und somit eine um 90° gegenüber der ursprünglichen Richtung gedrehte Polarisation. Mit der Linse L3 wird das Lichtfeld kollimiert. Das $\lambda/2$ -Plättchen erlaubt die Verkippung der linearen Polarisation des Lichtfeldes.

5.6 Der Diodenlaser bei 638nm

Das Lichtfeld zur Anregung des Übergangs ${}^2F_{7/2} \leftrightarrow [5/2]_{5/2}$ bei 638nm wird durch einen Diodenlaser (HL6312G) erzeugt. Freilaufend beträgt seine Emissionsbandbreite etwa 10MHz bei der Ausgangsleistung 5mW.

Mit dem in Abbildung 5.6.1 skizzierten Aufbau werden sowohl die Emissionsbandbreite als auch die Frequenzdrift reduziert. Diodenlaser können leicht durch Spannungsspitzen beschädigt werden. Rauschen des Diodenstromes wird direkt in Frequenzrauschen des emittierten Lichtes umgesetzt. Beide Störeffekte werden durch Verwendung einer Autobatterie als Spannungsquelle minimiert. Der Diodenlaser wird kollimiert und mit gutem Wärmekontakt in einem Aluminiumblock montiert. Der Aluminiumblock ist mit einer massiven, auf wenige Millikelvin temperaturstabilisierten Aluminiumplatte verschraubt, um Frequenzdriften zu minimieren. In einem Abstand von etwa 3cm ist ein holographisches Gitter der Strichdichte 2100/mm auf einer um zwei Drehachsen justierbaren Halterung angebracht. Die erste Beugungsordnung des Gitters wird in den Diodenlaser zurückgekoppelt. Der Diodenlaser wird dadurch spektral selektiv entdämpft [PET88]. Die Emissionsbandbreite wird auf weniger als 1MHz reduziert. Die maximale Ausgangsleistung des frequenzstabilisierten Diodenlasers beträgt 3,5mW. Durch Verkippen des Gitters mit Hilfe der Piezokeramik PZT kann der Diodenlaser um etwa 6GHz kontinuierlich verstimmt werden.

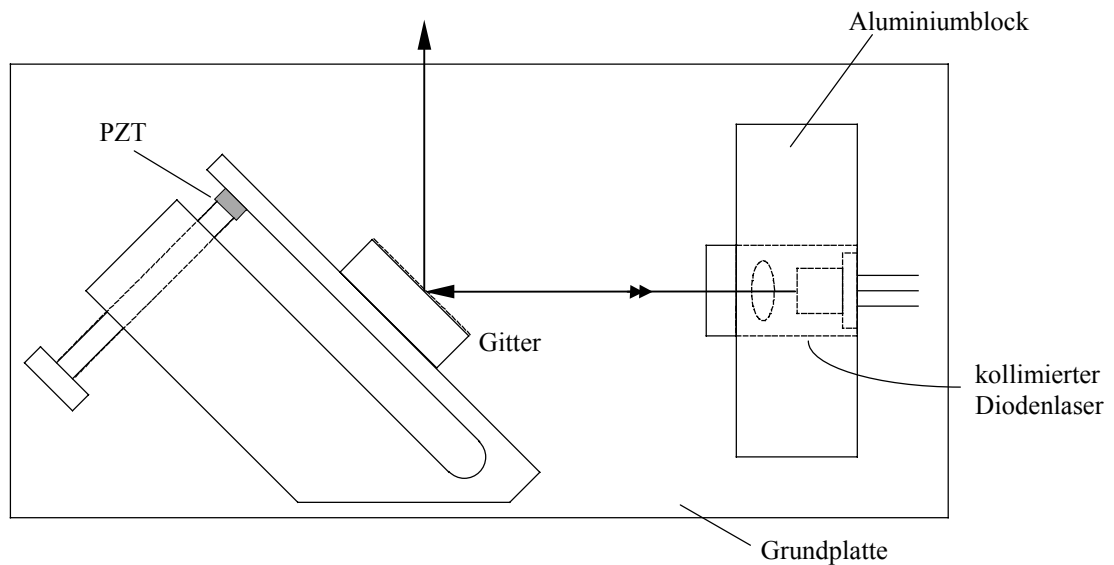


Abb. 5.6.1: Aufbau des Diodenlasers bei 638nm

5.7 Das Lambdameter

Voraussetzung für die Präparation eines einzelnen Ions ist die genaue Kenntnis der Wellenlängen der anzuregenden atomaren Übergänge sowie der anregenden Lichtfelder. Die Wellenlängen sämtlicher anregender Lichtfelder sollte reproduzierbar auf die Übergangswellenlängen einstellbar sein, mit einer Unsicherheit kleiner als die Linienbreite des entsprechenden Übergangs. Diese beträgt unter typischen experimentellen Bedingungen zunächst aufgrund verschiedener Verbreiterungsmechanismen (Lichtleistung, Mikrobewegung) einige 10MHz.

Für die präzise Wellenlängenmessung wurde ein auf einem Michelson-Interferometer basierendes Lambdameter entwickelt, vgl. Abbildung 5.7.1 [BUR98]. Mit dem Lambdameter wird eine unbekannte Wellenlänge mit der genau bekannten Wellenlänge eines HeNe-Laser verglichen. Für eine Wellenlängenmessung werden für beide Lichtfelder die Wechsel von Interferenzminima zu -maxima gezählt, die bei der Bewegung des Luftkissenwagens auftreten. Durch Verhältnisbildung der Zählereignisse wird die unbekannte Wellenlänge aus der bekannten ermittelt. Da sich Frequenzschwankungen des Referenzlasers direkt in Unsicherheiten der Wellenlängenmessung

niederschlagen, wurde der He-Ne-Laser frequenzstabilisiert. Die Unsicherheit der Wellenlängenmessung im relevanten Wellenlängenbereich von 609nm bis 822nm beträgt $5 \cdot 10^{-8}$. Durch Überlagerung an einem Prisma können alle Lichtfelder zwischen 609nm und 822nm gleichzeitig in das Interferometer eingekoppelt werden.

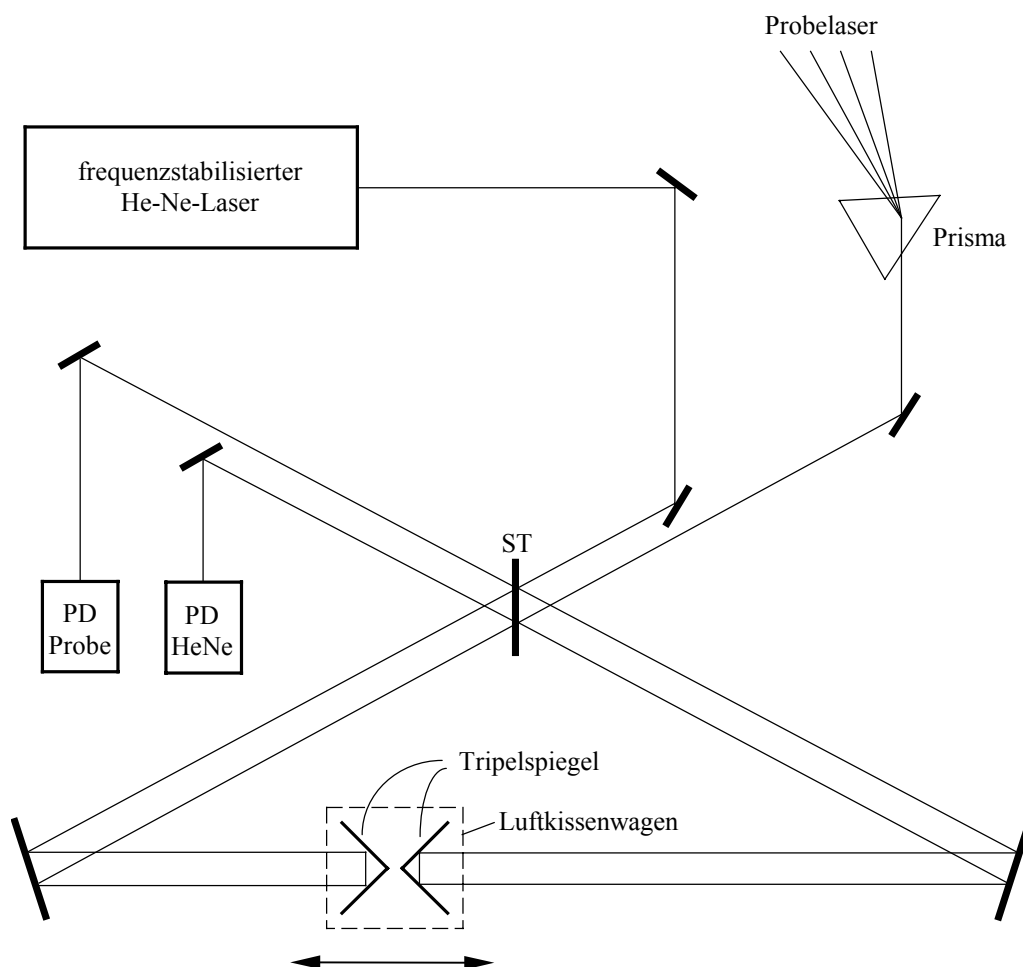


Abb. 5.7.1: Aufbau des Lambdameters, ST: Strahlteiler, PD: Photodetektor

5.8 Die Mikrowellenanlage

Die Synthese des Mikrowellenfeldes bei 12,642812GHz ist schematisch in Abbildung 5.8.1 dargestellt. Das Herz der Anlage bildet ein VCO (Voltage Controlled Oscillator), dessen spezifizierte Frequenzunsicherheit $\sigma=5\cdot 10^{-13}(\tau/s)^{-1/2}$ für Zeiten $0,1s<\tau<30s$ beträgt.

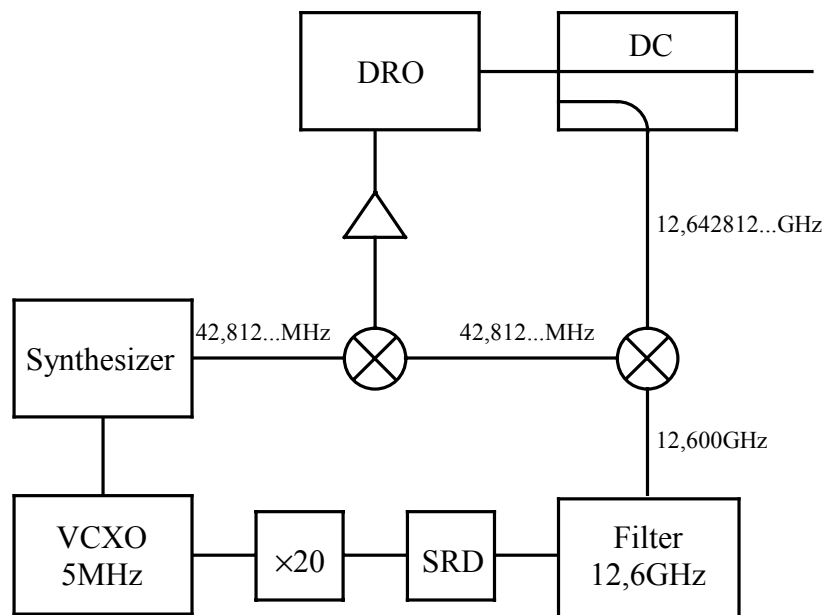


Abb. 5.8.1: Aufbau der Mikrowellenanlage, SRD: Step Recovery Diode, VCXO: Voltage Controlled Cristal Oscillator, DRO: Dielectric Resonator Oscillator

Seine Ausgangsfrequenz beträgt 5MHz und wird in vier Stufen auf 12,6GHz vervielfacht. Die ersten drei Stufen sind phasenrauscharme Transistorvervielfacher, welche die Frequenz um den Faktor 20 erhöhen. Die vierte Stufe besteht aus einer „step recovery“ Diode, einem Kammgenerator, der Oberwellen erzeugt. Die 126. Oberwelle wird durch einen Mikrowellenresonator herausgefiltert, d.h. die Ausgangsfrequenz des Resonators beträgt $f_R=12,600\text{GHz}$ und dient als Referenzfrequenz der eigentlichen Mikrowellenquelle. Diese besteht aus einem DRO (Dielectric Resonator Oscillator), dessen Ausgangsfrequenz $f_{DRO}=12,642\text{...GHz}$ durch eine Steuerspannung abgestimmt

wird. Die beiden Frequenzen f_{DRO} und f_{R} werden auf einen Ringmischer gegeben. Die resultierende Differenzfrequenz $f_{\text{Diff}}=42,812\dots\text{MHz}$ wird mit der Ausgangsfrequenz f_{Synth} eines Synthesizers (Schomandl MG520M, MG100M) verglichen, indem die beiden Frequenzen einem zweiten Ringmischer zugeführt werden. Es entsteht eine Schwebungsfrequenz, die durch einen Regelverstärker in eine Steuerspannung für den DRO umgesetzt wird. Hierdurch wird erreicht, daß die Ausgangsfrequenz des DRO stets $f_{\text{DRO}}=f_{\text{R}}+f_{\text{Synth}}$ beträgt. Durch Verwendung des VCXO als Referenz für den Synthesizer werden zusätzliche Frequenzschwankungen durch den Einsatz des Synthesizers vermieden. Die Frequenzstabilität des VCXO wird vollständig auf die Mikrowellenquelle übertragen.

6 Ergebnisse

6.1 Präparation des Ions

Unter der Präparation eines einzelnen Yb^+ -Ions in der Paul-Falle wird hier das Einspeichern des Ions, die Minimierung der Mikrobewegung und die Einstellung von Stärke und Orientierung des Magnetfeldes verstanden.

Vor dem Einspeichern werden alle Laserstrahlen durch den Fallenring justiert. Zur Gewährleistung der optischen Kühlung des Ions wird die UV-Lichtfrequenz etwa 100MHz zur niederfrequenten Seite der Resonanz $^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{P}_{1/2}$ verstimmt. Das Lichtfeld bei 609nm wird resonant zum Übergang $^2\text{D}_{3/2} \leftrightarrow [1/2]_{1/2}$ abgestimmt.

Durch Erhitzung des Ytterbium-Ofen entsteht ein zum Fallenzentrum gerichteter Atomstrahl geringer Dichte. Der ebenfalls durch das Fallenzentrum gerichtete Elektronenstrahl wird für einige Sekunden aktiviert, so daß durch Elektronenstoß wenige Ytterbium-Atome, im Grenzfall genau eines, innerhalb der Falle ionisiert werden.

Ein einzelnes kontinuierlich zur Resonanzfluoreszenz angeregtes Ion erzeugt im Nachweis eine bestimmte Zählrate Z . Für eine kleine Anzahl $N < 10$ gespeicherter Ionen folgt die Zählrate $N \cdot Z$. Im Falle eines Quantensprunges, d.h. dem Übergang eines der Ionen in ein metastabiles Niveau erlischt die Resonanzfluoreszenz des Ions abrupt. Die Zählrate fällt ab auf $(N-1) \cdot Z$. Da i.d.R. nicht alle Ionen gleichzeitig einen Quantensprung machen, tauchen im zeitlichen Verlauf des Fluoreszenzsignals zufällig verteilte Stufen auf. Durch Abzählen der erkennbaren konstanten Pegel der nachgewiesenen Fluoreszenz kann die Anzahl der gespeicherten Ionen ermittelt werden. Die in Abb. 6.1.1 dargestellten, gemessenen Fluoreszenzzählraten zweier $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen und eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions zeigen die entsprechenden Stufen. Befinden sich mehrere Ionen in der Falle, wird sie durch Abschalten der Speicherspannung entleert und erneut versucht, ein einzelnes Ion einzuspeichern.

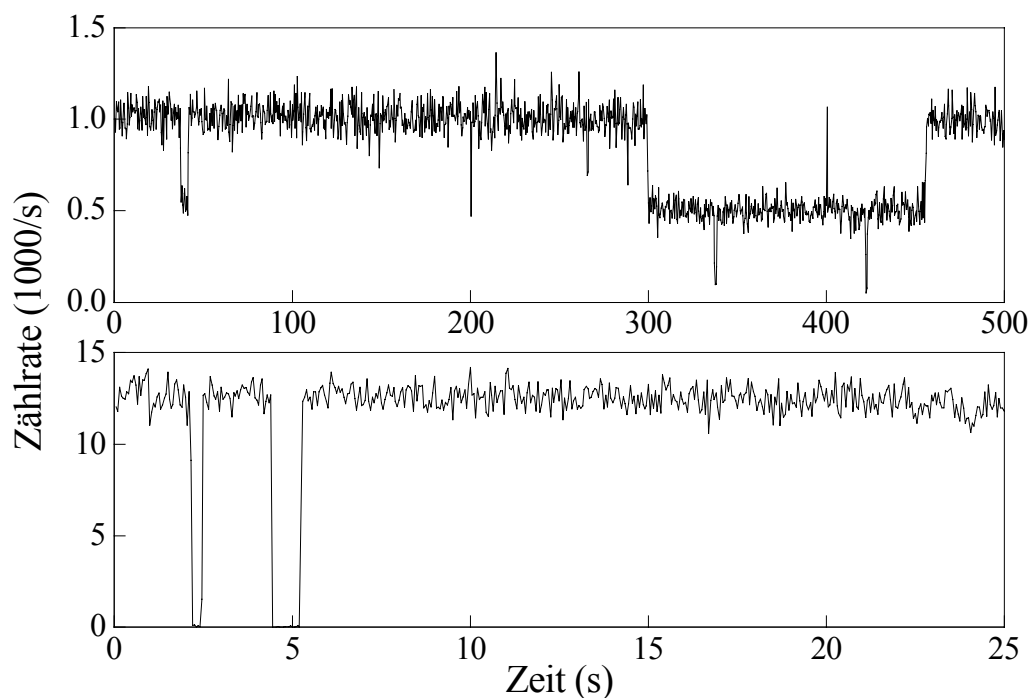


Abb. 6.1.1: Fluoreszenzsignal zweier Yb^+ -Ionen des Isotops 171 (oben), sowie eines einzelnen Ions des Isotops 172 (unten)

Befindet sich ein einzelnes Ion in der Falle, muß die Mikrobewegung minimiert werden. Der Nachweis der Mikrobewegung erfolgt durch die Aufzeichnung von Anregungsspektren bei 609nm, wie in Abb. 6.1.2 skizziert. Bei fester Verstimmung des UV-Lichtfeldes wird das Lichtfeld bei 609nm über die Resonanz hinweg verstimmt und die Fluoreszenz bei 369nm nachgewiesen.

Die Mikrobewegung äußert sich in Form von Seitenbändern im Spektrum. Je größer der Modulationsindex der Mikrobewegung ist, desto mehr Seitenbänder sind im Spektrum enthalten. Abbildung 6.1.3 zeigt drei Anregungsspektren für verschieden starke Mikrobewegungen. An die gemessenen Datenpunkte wurden die als Linien dargestellten Spektren mit Gleichung (4.2.10) angepaßt. Dabei wurden der Modulationsindex, die Rabi-Frequenz, die natürliche Linienbreite und der Skalierungsfaktor S , der die Fluoreszenzausbeute berücksichtigt, variiert. Die Parameter der Anpassung enthält Tabelle 6.1.1.

Aus dem Modulationsindex M folgt mit dem Wellenvektor $k_{609\text{nm}}$ des Lichtfeldes die maximale Auslenkung $x_{\text{max}}=M/k$ des Ions aus dem elektrischen Nullpunkt der Falle. Durch Veränderung der an den Korrektorelektroden anliegenden Spannungen wird das Ion in das Fallenzentrum verschoben. Anzahl und Höhe der Seitenbänder nimmt ab. Die bestmögliche Auflösung der Seitenbandstruktur wird erreicht, wenn die Intensität des Rückpump-Lasers unterhalb der Sättigungsintensität liegt, so daß keine Leistungsverbreiterung der Resonanz vorliegt. Abbildung 6.1.3c zeigt ein dementsprechendes Spektrum. Es sind keine Seitenbänder mehr zu erkennen, das Spektrum hat die volle Halbwertsbreite 1,3MHz und der Modulationsindex ist kleiner als 0,04. Die maximale Auslenkung des Ions aus dem Fallenzentrum beträgt 4nm.

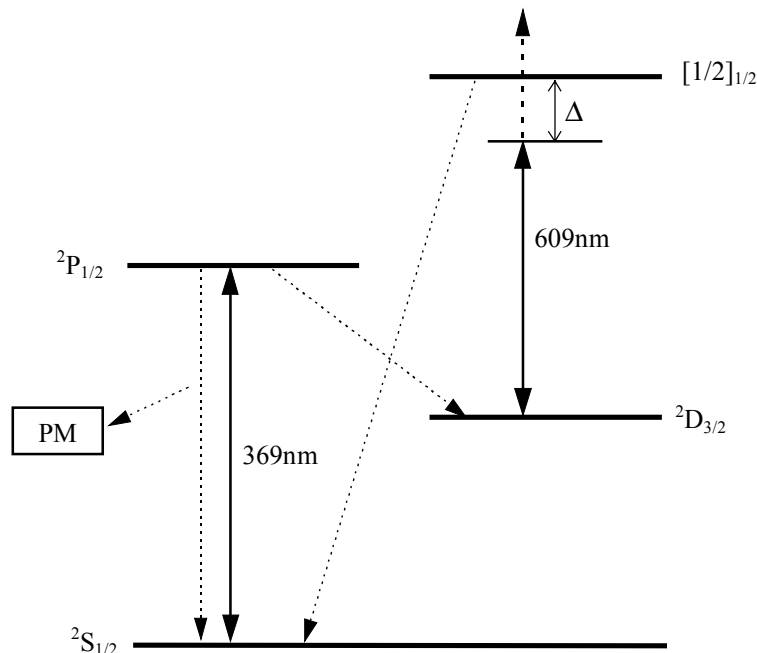


Abb. 6.1.2: Aufzeichnung von Anregungsspektren bei 609nm. PM: Photomultiplier

Spektrum	S	M	$\Omega/2\pi$	Γ_{nat}	E_{kin}	x_{max}
a)	1297	4,92	1,07MHz	53kHz	719 μeV	475nm
b)	779	0,31	0,65MHz	53kHz	2,7 μeV	29nm
c)	1013	0,04	0,67MHz	53kHz	48neV	4nm

Tab. 6.1.1: Parameter der in Abb. 6.1.3 dargestellten Anpassungen

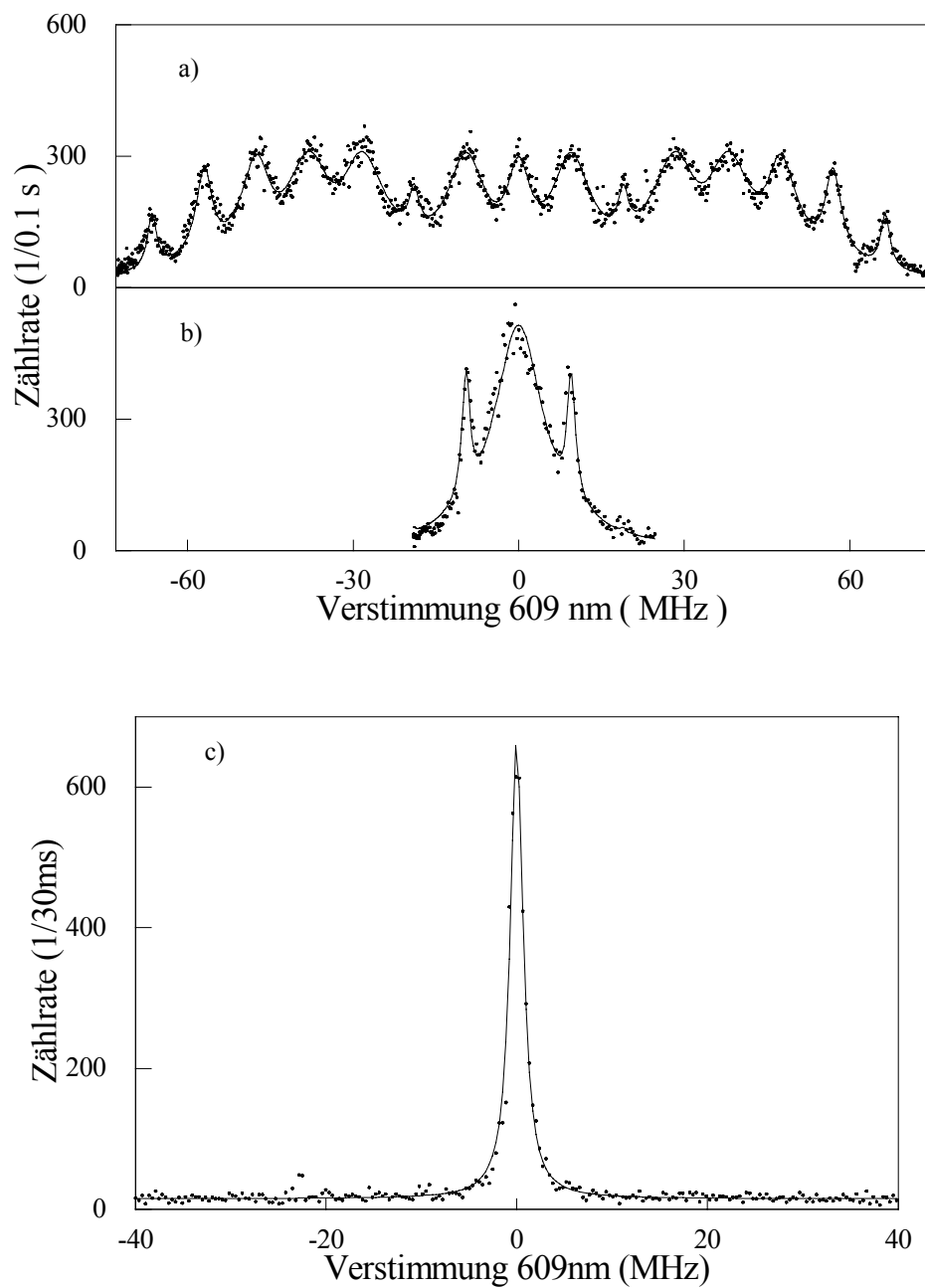


Abb. 6.1.3: Gemessene Anregungsspektren (Punkte) eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ion zeigen durch Mikrobewegung induzierte Seitenbänder. Die Parameter der Anpassungen (Linien) enthält Tab.6.1.1.

Ist die Mikrobewegung des Ions minimiert, werden Richtung und Stärke des Magnetfeldes am Ort des Ions eingestellt. Zu diesem Zweck werden die Polarisierungen der eingestrahnten Lichtfelder parallel zur Beobachtungsrichtung eingestellt. Dann wird das durch drei stromdurchflossene Spulenpaare erzeugte Magnetfeld so eingestellt, daß die Resonanzfluoreszenz erlischt. Dies zeigt an, daß Magnetfeld und Lichtpolarisation die gleiche Richtung haben, denn in diesem Fall werden nur Übergänge mit $\Delta m_J=0$ angetrieben und es folgt optisches Pumpen in die Zeeman-Zustände $m_J=\pm 3/2$ des $^2D_{3/2}$ -Niveaus. Die Fluoreszenz erlischt.

Die Eichung der Magnetfeldstärke erfolgt anhand von Mikrowellenspektren, die mit Ionen des Isotops 171 für verschiedene Magnetfeldstärken aufgezeichnet werden.

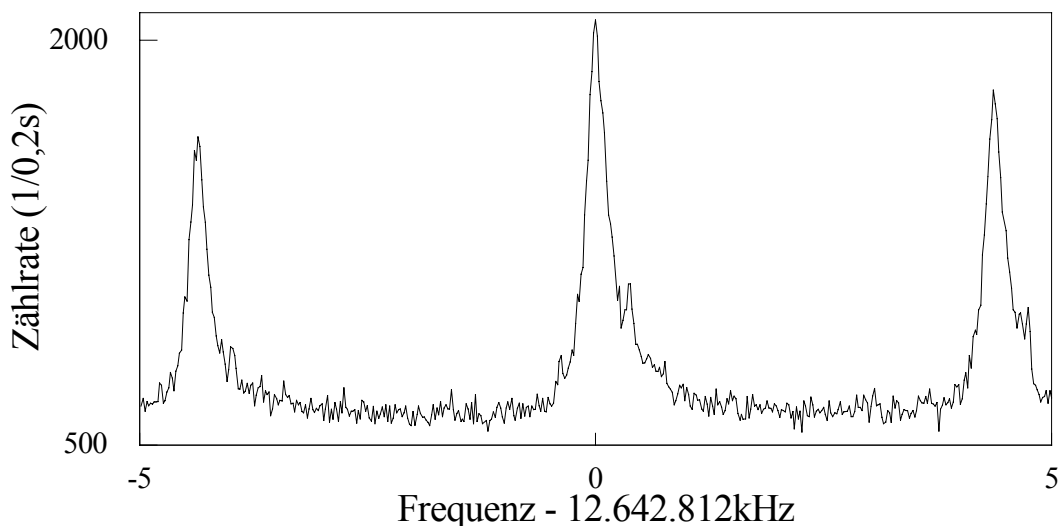


Abb. 6.1.4: Mikrowellen-Spektrum des Übergangs $fS_{1/2}, F=0 \leftrightarrow fS_{1/2}, F=1$, gemessen mit etwa 50 $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen.

Die spektrale Aufspaltung $\Delta\nu_{\sigma\pm}$ der Zeeman-Komponenten hängt empfindlich vom Magnetfeld B ab. Sie beträgt $B/(3,566 \cdot 10^{-5} \mu\text{T/Hz})$. Ein mit etwa 50 Ionen aufgezeichnetes Mikrowellen-Spektrum zeigt Abbildung 6.1.4. Es zeigt die Zeeman-Aufspaltung des Übergangs im Magnetfeld. Das Verhältnis der Höhen der σ - und π -Komponenten ist auf die Polarisationsrichtung der Mikrowellenstrahlung zurückzuführen. Die Ursache für die unterschiedliche Höhe der beiden σ -Komponenten

liegt in der optischen Kühlung. Für nichtresonante Mikrowellenstrahlung findet keine Kühlung statt. Das Ensemble heizt sich durch das Fallenfeld auf (Hf-Heizung). Während der Wechselwirkung auf den Zeeman-Komponenten findet jeweils Kühlung statt, so daß bei der zuletzt aufgezeichneten Komponente, der σ^+ -Komponente die bestgekühlte Ionenwolke vorliegt und die Fluoreszenzzählrate größer als bei der σ^- -Komponente ist.

6.2 Stoßinduzierte Quantensprünge

Das Floreszenzlicht eines einzelnen Yb^+ -Ions zeigt bei kontinuierlicher Beleuchtung mit Lichtfeldern bei 369nm und 609nm stochastisch auftretende Dunkelzeiten, deren Ursache in der Besetzung eines metastabilen Niveaus liegt [LEH89]. Findet ein Übergang in ein metastabiles Niveau statt, ein Quantensprung, werden die eingestrahlten Lichtfelder nicht mehr gestreut und die Fluoreszenz erlischt abrupt. Der Zerfall des Ions aus dem metastabilen Niveau in eines der durch die Lichtfelder gekoppelten Niveaus schaltet die Fluoreszenz wieder an. Abbildung 6.2.1 zeigt ein typisches, von Dunkelzeiten unterbrochenes Fluoreszenzsignal eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions, das bei dem Restgasdruck $1,4 \cdot 10^{-10}$ mbar aufgezeichnet wurde.

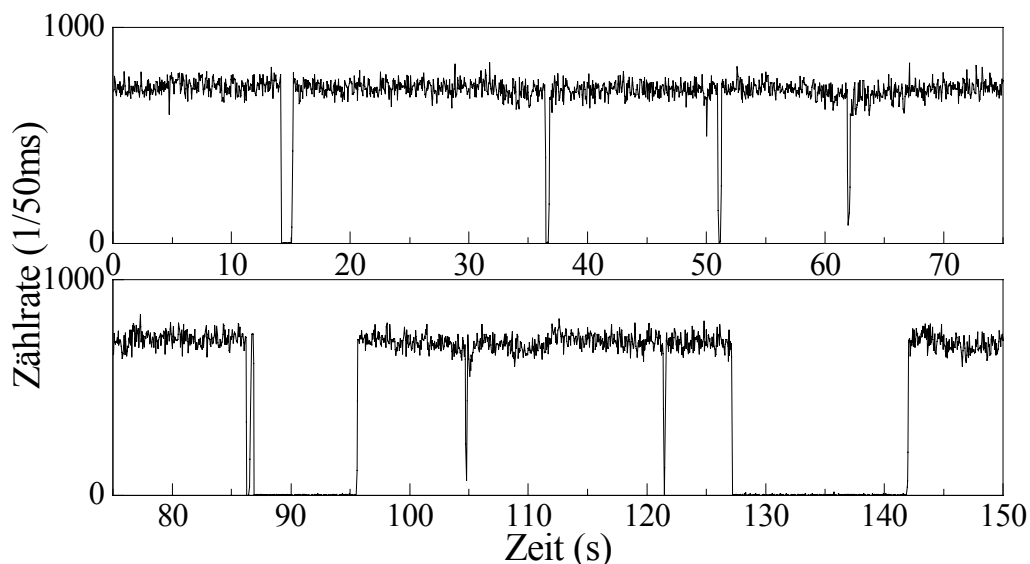


Abb. 6.2.1: Dunkelzeiten in der Resonanzfluoreszenz eines $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions

Da die Dunkelzeiten länger als eine Stunde dauern können, kommt als metastabiles Niveau nur das $^2F_{7/2}$ -Niveau in Frage. Der Besetzungstransfer in das extrem langlebige Niveau ist in Abbildung 6.2.2 schematisch dargestellt: Dipolzerfälle aus den Niveaus $^2P_{1/2}$, $^2D_{3/2}$ und $[1/2]_{1/2}$ in das Niveau $^2F_{7/2}$ sind verboten. Die Besetzung des F-Niveaus erfolgt durch stoßinduzierte Übergänge zwischen den Niveaus $^2D_{3/2}$ und $^2D_{5/2}$. Die Aufspaltungsenergie beträgt nur 0,17eV und kann durch elastische Stöße mit Restgasmolekülen überbrückt werden [END93]. Das Niveau $^2D_{5/2}$ zerfällt mit den Raten Γ_1 und $\Gamma_2 \approx 7 \cdot \Gamma_1$ in den Grundzustand und in das Niveau $^2F_{7/2}$. Die resultierenden Dunkelzeiten lassen sich bezüglich ihrer mittleren Dauern in zwei Klassen einteilen: Es gibt kurze Dunkelzeiten, die entsprechend der Lebensdauer des $^2D_{5/2}$ -Niveaus nur wenige Millisekunden andauern und lange Dunkelzeiten, die entsprechend der Summe der Lebensdauern des D- und F-Niveaus viele Sekunden bis Stunden andauern.

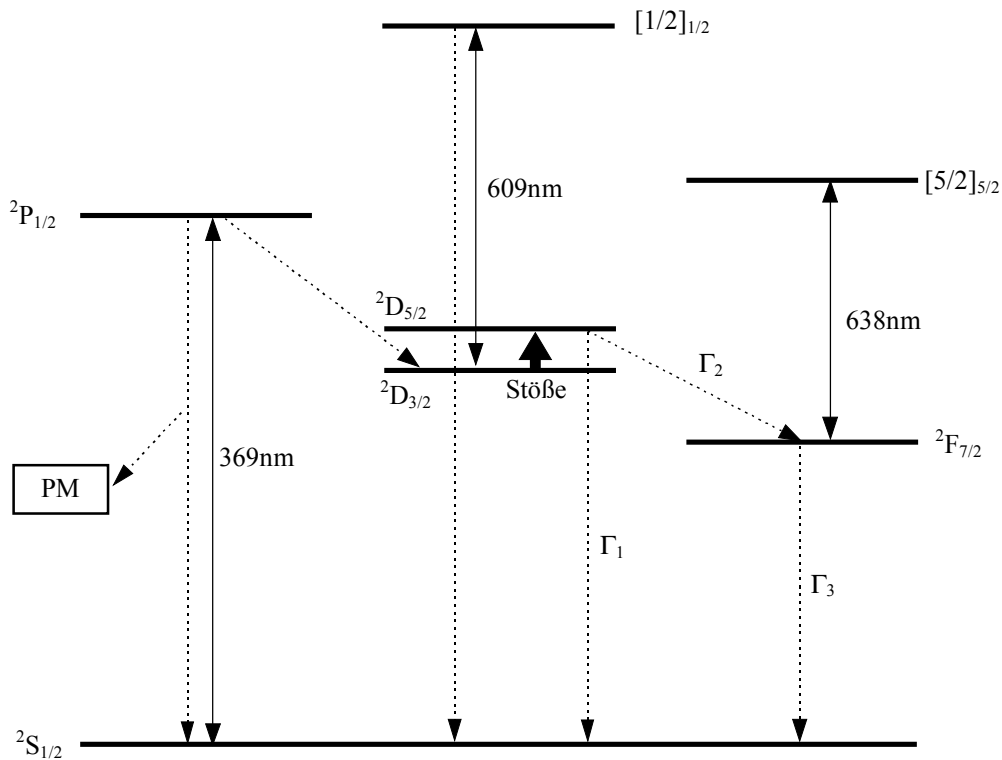


Abb. 6.2.2: Für die Erklärung stoßinduzierter Dunkelzeiten relevante Energieniveaus, Lichtfelder und Spontanzerfälle. PM: Photomultiplier

Ein Nachweis der Besetzung des $^2F_{7/2}$ -Niveaus kann durch gezielte Entleerung des Niveaus durch das Lichtfeld eines Diodenlasers erfolgen. Der entsprechende Übergang liegt bei 638nm und führt zum JK-gekoppelten Zustand $[5/2]_{5/2}$, der schnell über das $^2D_{3/2}$ -Niveau in den Grundzustand zerfällt.

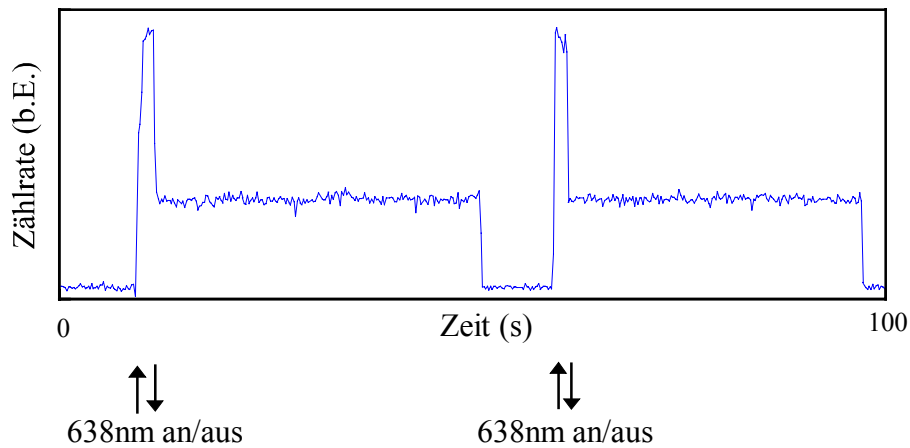


Abb. 6.2.3: Dunkelzeiten in der Resonanzfluoreszenz eines einzelnen Yb^+ -Ions werden durch kurzzeitige Beleuchtung des Ions mit einem Lichtfeld bei 638nm beendet.

Abbildung 6.2.3 zeigt die Fluoreszenzzählrate eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions bei kontinuierlicher Beleuchtung mit den Lichtfeldern bei 369nm und 609nm. Die Resonanzfluoreszenz ist von Dunkelzeiten unterbrochen, in denen nur eine geringe, durch Streuung der Lichtfelder an der Fallenapparatur verursachte Zählrate gemessen wird. Nach einigen Sekunden andauernder Dunkelzeit wird das Ion für etwa zwei Sekunden mit dem Lichtfeld eines Diodenlasers bei 638nm beleuchtet. Die Lichtleistung beträgt $550\mu\text{W}$, der Strahlfokus $200\mu\text{m}$. Das Lichtfeld verursachte erhebliches Streulicht und eine entsprechend hohe Zählrate. Der abrupte Anstieg des Signals auf den Wert, welcher der Summe aus Streulicht und Resonanzfluoreszenz entspricht, bestätigt die Annahme, daß die Dunkelzeit auf die Besetzung des $^2F_{7/2}$ -Niveau zurückzuführen ist. Es wird außerdem gezeigt, daß das $^2F_{7/2}$ -Niveau wirksam durch Anregung des

Übergangs ${}^2F_{7/2} \leftrightarrow [5/2]_{5/2}$ ausgepumpt werden kann. Nach Abschalten des Diodenlasers fällt die Zählrate wieder auf den der Resonanzfluoreszenz des Ions entsprechenden Wert. Bei späteren Messungen wurde das durch das Lichtfeld des Diodenlasers verursachte Streulicht durch Verbesserung der Strahlqualität und Abschirmung des Photomultipliers durch ein geeignetes Farbglasfilter unterdrückt.

Die wirksame Entleerung des ${}^2F_{7/2}$ -Niveaus ist eine notwendige Voraussetzung für spektroskopische Messungen am E2-Übergang ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ eines einzelnen Ytterbium-Ions. Bei Anregung des ${}^2D_{5/2}$ -Niveaus wird das Ion in das ${}^2F_{7/2}$ -Niveau gepumpt und steht ohne Verwendung des Lichtfeldes bei 638nm für lange Zeit der Beobachtung nicht mehr zur Verfügung [KLE91].

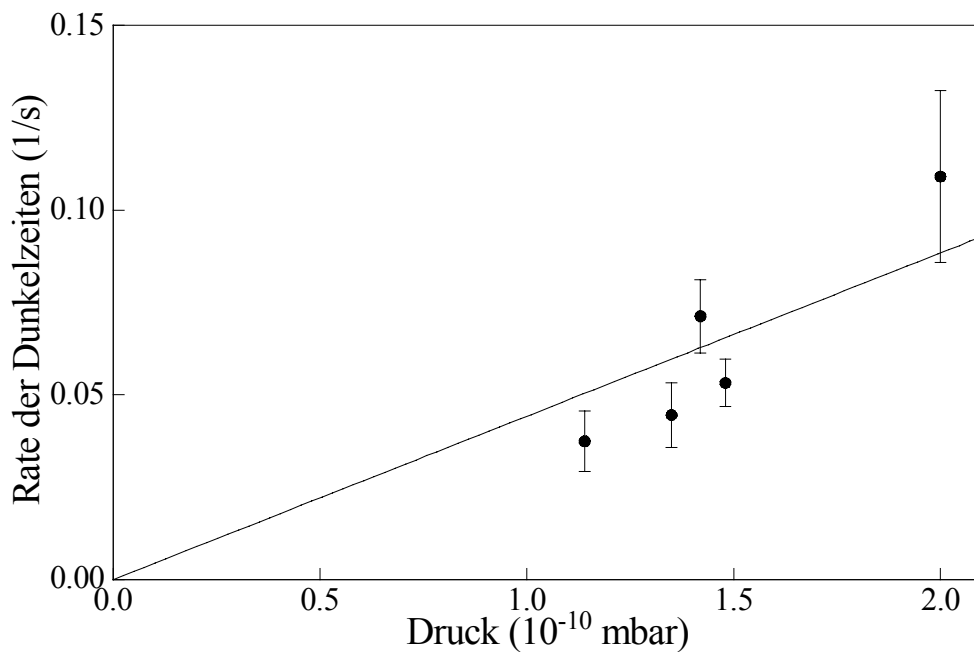


Abb. 6.2.4: Abhängigkeit der Rate des Auftretens von Dunkelzeiten vom Restgasdruck mit einer Ausgleichsgeraden durch den Ursprung

In einer weiteren Messung wurde die Druckabhängigkeit des Auftretens der Dunkelzeiten untersucht. Es wurden fünf Zeitserien der Resonanzfluoreszenz für

verschiedene Restgasdrücke aufgezeichnet. Eine Serie dauerte jeweils 13 Minuten und enthält 15000 Datenpunkte mit jeweils einer Integrationszeit von 50ms. Der Druck wurde durch verschieden starkes Heizen des Ytterbiumofens eingestellt und durch Messung des durch die Getterpumpe fließenden Stromes mit etwa 10% Unsicherheit bestimmt. Während der gesamten Messung wurde das abgeschwächte Lichtfeld bei 638nm kontinuierlich eingestrahlt, um die Dunkelzeit nach einigen Sekunden zu beenden. Durch diese Maßnahme wurde die Ereignisrate erhöht und damit der statistische Fehler verkleinert.

Abbildung 6.2.4 zeigt das Ergebnis der Messung. Die Rate des Auftretens der Dunkelzeiten ergibt sich durch Normierung der Anzahl der Dunkelzeiten auf die Zeit, in der Resonanzfluoreszenz nachgewiesen wird. Die Fehlerbalken leiten sich aus der Annahme her, daß die Meßwerte einer Poisson-Verteilung folgen. Die Rate des Auftretens der Dunkelzeiten wächst mit steigendem Restgasdruck. Zum Vergleich ist eine Ausgleichsgerade durch den Ursprung dargestellt. Für den minimal erreichbaren Druck im Rezipienten liegt immer noch eine endliche Rate vor. Die zunehmende Häufigkeit von Dunkelzeiten mit steigendem Druck bestätigt die Annahme, daß Stöße mit Restgasmolekülen die Besetzung des $^2F_{7/2}$ -Niveaus induzieren.

Da der Ausgangspunkt des Besetzungstransfers das $^2D_{3/2}$ -Niveau ist, geht in die stoßinduzierte Übergangsrate $^2D_{3/2} \rightarrow ^2D_{5/2}$ linear die stationäre Besetzung des $^2D_{3/2}$ -Niveaus ein. Ein Weg zur Reduzierung der Quantensprungrate kann also die Reduzierung der Besetzung im $D_{3/2}$ -Niveau sein. Die Entleerung dieses Niveaus kann durch drei Übergänge erfolgen: Durch den Übergang bei $2,4\mu\text{m}$ zum $P_{1/2}$ -Niveau und die Übergänge zum $[1/2]_{1/2}$ - bzw. $[3/2]_{1/2}$ -Niveau bei 609nm und 935nm. Es wurden die in Kapitel 4 beschriebenen Laser bei $2,4\mu\text{m}$ und 609nm sowie ein a.a.O. beschriebener Faserlaser [WEL96, TAM92] bei 935nm im Hinblick auf die Wirksamkeit des jeweiligen Übergangs erprobt. Jeder Laser verfügt über genügend Ausgangsleistung, um den entsprechenden Übergang zu sättigen. Es ergab sich jedoch kein signifikanter Unterschied bezüglich der auftretenden Quantensprungrate.

Ein weiterer Weg zur Vermeidung der stoßinduzierten Quantensprünge liegt in der Verringerung des Restgasdrucks um mindestens eine Größenordnung. Hierfür sind eine

Verringerung des zu evakuierenden Volumens und effektivere Pumpmechanismen notwendig, also eine Neukonstruktion der Fallenapparatur. Da jedoch mit dem Diodenlaser bei 638nm eine Lichtquelle zur gezielten Entleerung des $^2F_{7/2}$ -Niveaus zur Verfügung steht, stellen die stoßinduzierten Quantensprünge keinen begrenzenden Faktor für Messungen am einzelnen Yb^+ -Ion dar. Das Ion ist jederzeit der Beobachtung zugänglich, so daß von weiteren apparativen Maßnahmen abgesehen werden kann.

6.3 Mikrowellen-optische Doppelresonanz

Die Hyperfeinstruktur des $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions bietet Übergänge im optischen und Mikrowellenbereich mit $\Delta m_F=0$. Da die Resonanzfrequenzen dieser Übergänge besonders unempfindlich gegenüber Schwankungen des Magnetfeldes sind, eignen sie sich besonders gut für hochauflösende spektroskopische Messungen.

Das Anregungsschema des Ytterbium-Isotops 171 weicht aufgrund der Hyperfeinstruktur von demjenigen der geradzahigen Isotope ab. Es erlaubt die Anwendung des Verfahrens der mikrowellen-optischen Doppelresonanz (MODR) [KAS49,BRO52] auf die Resonanzen $|^2S_{1/2}, F=0 \leftrightarrow|^2S_{1/2}, F=1$ und $|^2S_{1/2}, F=1 \leftrightarrow|^2P_{1/2}, F=0$. In Abbildung 6.3.1 sind der relevante Teil des Termschemas sowie die anregenden Felder dargestellt. Die Entartung der Hyperfeinniveaus bezüglich der magnetischen Quantenzahl m_F wird durch Anlegen eines homogenen Magnetfeldes aufgehoben.

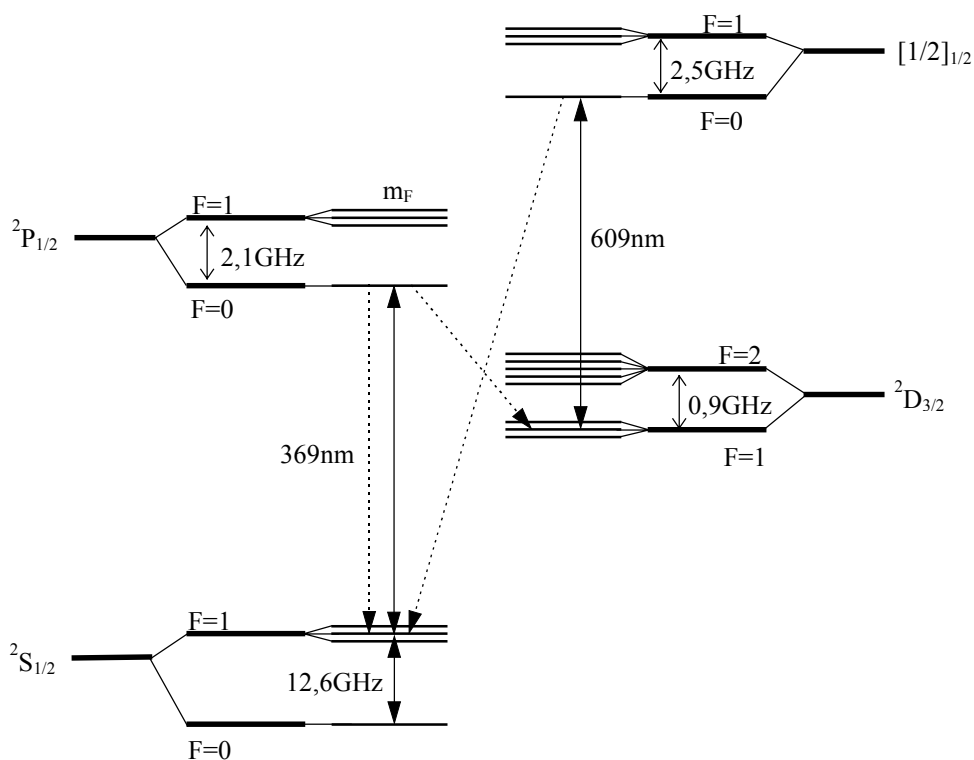


Abb. 6.3.1: Mikrowellen-optische Doppelresonanz am $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion; $m_F=F, F-1, \dots, -F$

Die durch Lichtfelder bei 369nm und 609nm angetriebenen Resonanzen $|^2S_{1/2}, F=1 \leftrightarrow|^2P_{1/2}, F=0$ und $|^2D_{3/2}, F=1 \leftrightarrow|^2[1/2]_{1/2}, F=0$ sind durch Spontanerfälle zu einem effektiven 4-Niveau-System gekoppelt. Durch nichtresonante Anregung des Niveaus $|^2P_{1/2}, F=1$ wird der Zustand $|^2S_{1/2}, F=0$ optisch gepumpt. Dies wird durch die Kopplung der beiden Grundzustandsniveaus mit $m_F=0$ durch ein Mikrowellenfeld bei 12,6GHz kompensiert, so daß das Ion auf dem Übergang $|^2S_{1/2}, F=1 \leftrightarrow|^2P_{1/2}, F=0$ kontinuierlich zur Resonanzfluoreszenz angeregt und optisch gekühlt wird. Kontinuierlicher Nachweis und Kühlung eines einzelnen Ions erfordern somit drei kohärente Felder: ein Mikrowellenfeld bei 12,6GHz und Lichtfelder bei 369nm und 609nm.

Die Lichtpolarisationen sind um 45° zum angelegten Magnetfeld verkippt. Dann lautet die Auswahlregel $\Delta m_F=0, \pm 1$ und optisches Pumpen in die Zeeman-Komponenten der Niveaus $^2S_{1/2}$ und $^2D_{3/2}$ wird vermieden. Da die im Experiment erzeugten Zeeman-Aufspaltungen unterhalb der Emissionsbandbreiten der Laser bzw. unterhalb der atomaren Linienbreite liegen, werden bei geeigneten Verstimmungen der Laser alle Zeeman-Zustände der entsprechenden Übergänge gekoppelt.

6.3.1 Doppelresonanz-Messungen an einer Gesamtheit gespeicherter Ionen

Zunächst wurde die Apparatur an einer Gesamtheit von etwa 50 $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen erprobt. Die Mikrowellenanlage verfügt über die Ausgangsleistung 0dBm. Sie wird durch einen Mikrowellenverstärker um 20dB verstärkt. Die Mikrowellenstrahlung wird mit einer Hornantenne durch ein Fenster kontinuierlich in die Falle eingestrahlt. Gleichzeitig werden die Ionen permanent mit den Lichtfeldern bei 369nm und 609nm beleuchtet.

Abbildung 6.3.2 zeigt das Spektrum der π -Komponente des Mikrowellenübergangs. Die Frequenz der Mikrowelle wurde in Schritten von 3kHz, beginnend unterhalb der Resonanzfrequenz, über die Resonanz hinweg verstimmt. Das Spektrum zeigt neben dem Träger zwei durch die Säkularbewegung der Ionen verursachte Seitenbänder bei $\pm 385\text{kHz}$. Die Form des Trägers und die Höhe der Seitenbänder ist asymmetrisch.

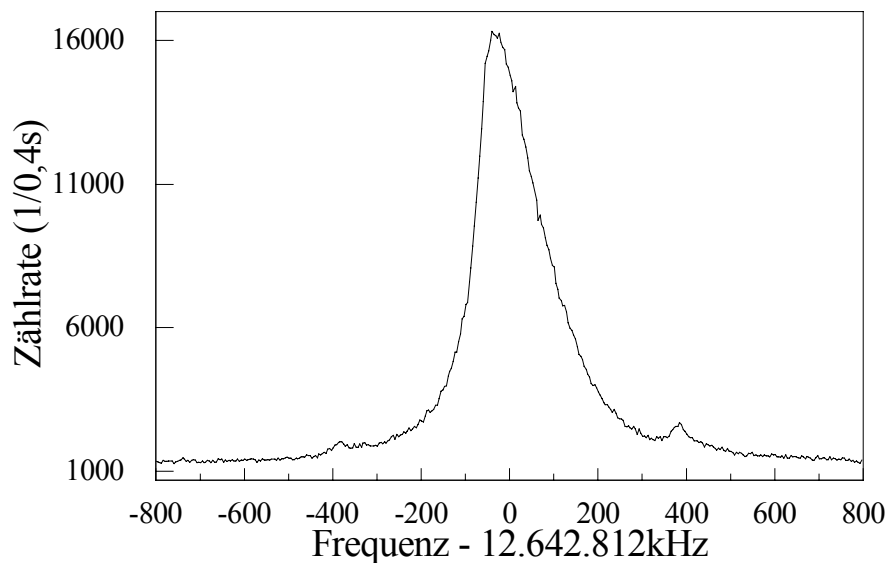


Abb. 6.3.2: Spektrum der π -Komponente des Mikrowellenübergangs, aufgezeichnet an etwa 50 $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen

Wird die Mikrowelle in umgekehrter Richtung über die Resonanz hinweg verstimmt, kehrt sich auch die Asymmetrie um. Dies hat folgende Ursache: Befindet sich die Mikrowellenfrequenz außerhalb der Resonanz, wird keine Resonanzfluoreszenz gestreut; die Ionen werden nicht gekühlt und haben somit eine hohe kinetische Energie. Das Ionenensemble weitet sich räumlich auf und wird von der Abbildungsoptik, die nur das Zentrum der Falle erfasst, nicht mehr vollständig abgebildet. Aus diesem Grund ist die Zählrate für das zuerst abgetastete Seitenband sehr klein und die ansteigende Flanke des Trägers sehr steil, da durch die einsetzende Kühlung und die dadurch bedingte bessere Lokalisierung der Ionen die Zählrate stark ansteigt. Da sich das Ensemble nur langsam aufheizt, ist die abfallende Flanke des Trägers flacher und das folgende zweite Seitenband höher als das erste.

Bei erhöhter Mikrowellen- und UV-Leistung wurden weitere Seitenbänder bei $\pm 930\text{kHz}$ nachgewiesen. Es handelt sich um durch die axiale Säkularbewegung der Ionen verursachte Seitenbänder, während die Seitenbänder in Abbildung 6.3.2 durch die radiale Säkularbewegung verursacht sind. Wird die Mikrowelle über einen größeren

Bereich verstimmt, zeigt das Anregungsspektrum alle drei Zeeman-Komponenten, vgl. Abbildung 6.1.4.

Mit den beiden Säkularbewegungsfrequenzen läßt sich unter Verwendung von Gleichung (4.1.5) die Amplitude des Speicherfeldes zu $V_{AC}=415V$ abschätzen. Die an die Kappen angelegte Gleichspannung betrug $V_{DC}=-3,4V$.

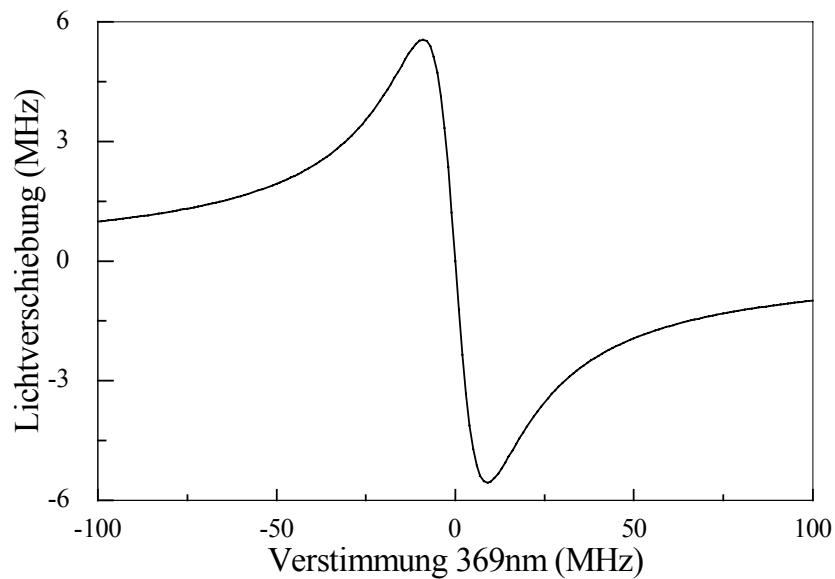


Abb. 6.3.3: Ein-Photon-Lichtverschiebung der Mikrowellenresonanz durch das UV-Lichtfeld für $\Omega_{UV}=2\pi \cdot 10MHz$

Die Wechselwirkung der Ionen mit dem UV-Lichtfeld führt zur Ein-Photon-Lichtverschiebung Δv_{UV} [COH62, STE84] der Mikrowellenresonanz:

$$\Delta v_{UV} = -\frac{\Omega_{UV}^2 \cdot \Delta_{UV}}{\Delta_{UV}^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad (6.3.1)$$

Ω_{UV} und Γ bezeichnen die Rabi-Frequenz und die Zerfallsrate auf dem UV-Übergang und Δ_{UV} die Verstimmung des UV-Lasers gegen die Resonanzfrequenz. In Abbildung 6.3.3 ist die Lichtverschiebung für die Rabifrequenz $\Omega_{UV}=10MHz$, d.h. für eine UV-

Lichtintensität unterhalb der Sättigungsintensität, dargestellt. Durch Leistungs- und Frequenzschwankungen des Laserlichts wird eine spektrale Verbreiterung der Mikrowellenresonanz verursacht. Wechselwirken die Ionen gleichzeitig mit der Mikrowelle und dem UV-Lichtfeld, ist eine Verbreiterung der Mikrowellenresonanz unvermeidbar. In Abbildung 6.3.2 beträgt die hieraus resultierende Linienbreite 205kHz.

Mit dem in Abbildung 6.3.4 dargestellten Schaltzyklus werden die Wechselwirkungen auf dem Mikrowellen- und dem UV-Übergang zeitlich getrennt und dadurch die spektrale Auflösung verbessert. In Anlehnung an die Rabi-Molekülstrahlresonanz wird er im folgenden als Rabi-Schaltzyklus bezeichnet.

In Phase I wird das Ion durch nichtresonantes optisches Pumpen über das Niveau $|^2P_{1/2}, F=1\rangle$ durch einen UV-Puls der Dauer τ_{UV} in den Zustand $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$ präpariert. In Phase II wechselwirkt das Ion mit einem Mikrowellenpuls geringer Leistung. Es folgt erneut die Phase I, in der ein UV-Puls die Besetzung im Zustand $|^2S_{1/2}, F=1\rangle$ abfragt: Wurde ein Übergang $|^2S_{1/2}, F=0, m_F=0\rangle \rightarrow |^2S_{1/2}, F=1, m_F=0\rangle$ induziert, wird das Vier-Niveau-System $|^2S_{1/2}, F=1\rangle$, $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$, $|^2D_{3/2}, F=1\rangle$, $|^2[1/2]_{1/2}, F=0\rangle$ quasizyklisch angetrieben und Fluoreszenz nachgewiesen, bis das Ion durch optisches Pumpen wieder im Zustand $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$ präpariert ist. Wurde kein Übergang induziert, wird keine Resonanzfluoreszenz nachgewiesen. Um das Verhältnis Signal-zu-Rauschen zu maximieren, wird nur zu Beginn des UV-Pulses der Photomultiplier während der Dauer $\tau_{PM} < \tau_{UV}$ ausgelesen. Danach ist das Ion mit großer Wahrscheinlichkeit optisch gepumpt und es wird nur noch Streulicht registriert. Die Abfolge der Phasen I und II wird N mal bei fester Mikrowellenverstimmung wiederholt und die registrierten Zählereignisse werden addiert. Anschließend werden die Ionen optisch gekühlt, indem sie gleichzeitig mit dem Mikrowellenfeld bei maximaler Leistung und dem UV-Lichtfeld bestrahlt werden. Während dieser Zeit wird der Photomultiplier nicht ausgelesen. Danach wird die Mikrowellenfrequenz fortgeschaltet und die Abfolge wird wiederholt. Ein Schalten des Lasers bei 609nm ist nicht notwendig, da der Laser nicht am Grundzustand ankoppelt. Er beleuchtet das Ion kontinuierlich. Die Dauern sämtlicher Pulse werden durch einen Rechner gesteuert und sind individuell einstellbar.

Abbildung 6.3.5 zeigt mehrere mit dem Rabi-Schaltzyklus aufgezeichnete Spektren (Rabi-Spektren) der π -Komponente des Mikrowellenübergangs für verschiedene Mikrowellenleistungen während Phase II. Die Dauer des Mikrowellenpulses betrug jeweils 1ms. Die Linie stellt eine Anpassung der experimentellen Daten (Punkte) mit Gleichung (3.3.7b) dar, vgl. Tab. 6.3.1. Angepaßt wurde die Rabifrequenz Ω_{MW} auf dem Mikrowellenübergang, ein Skalierungsfaktor für die Zählrate, der konstante Untergrund und die Mittenfrequenz. Anhand der Form der Spektren wird die Pulsfläche $\Theta = \Omega_{MW} \cdot T$ durch Veränderung der Mikrowellenleistung oder -pulsdauer auf den gewünschten Wert $\Theta = \pi$ eingestellt.

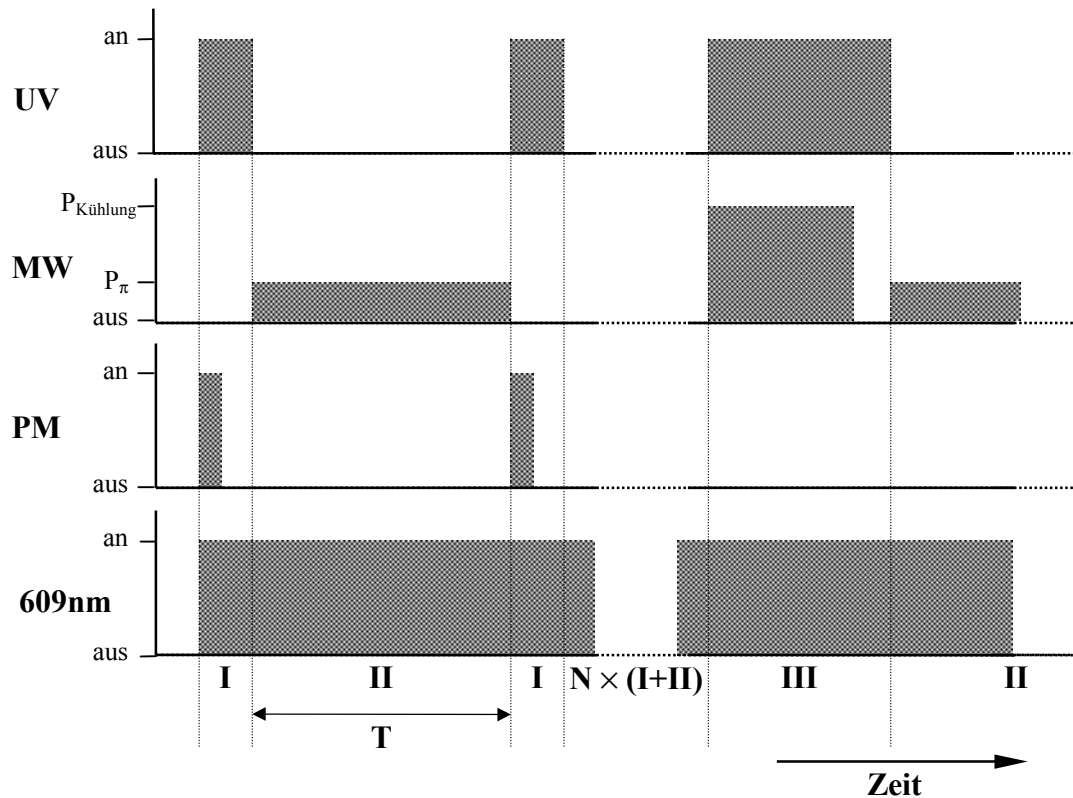


Abb. 6.3.4: Rabi-Schaltzyklus. UV: Lichtfeld bei 369nm, MW: Mikrowellenfeld bei 12,6GHz, PM: Photomultiplier, 609nm: Lichtfeld bei 609nm

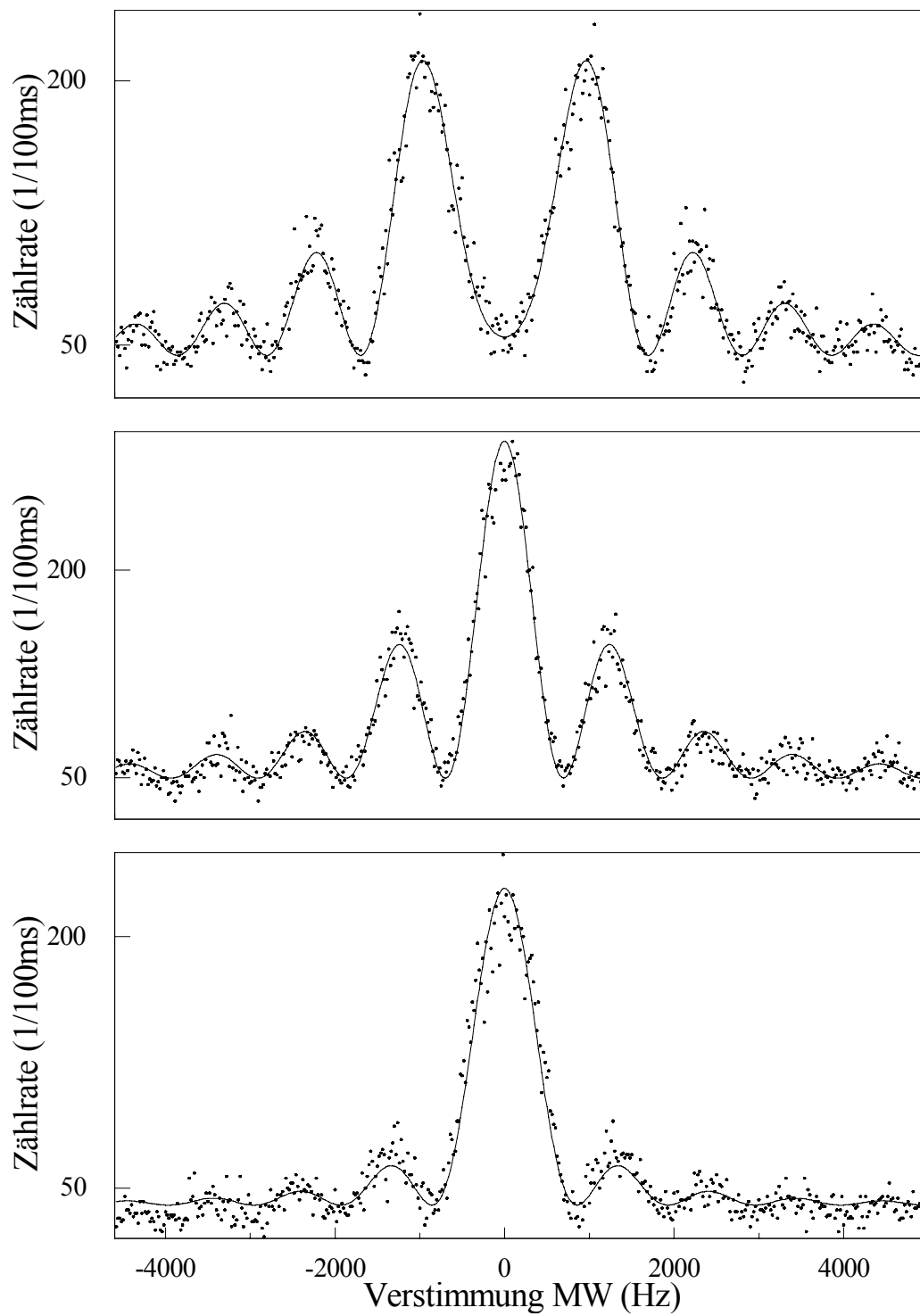


Abb. 6.3.5: Rabi-Spektren, aufgezeichnet an einer Gesamtheit von ca. 50 $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen.
Punkte: Experiment, Linie: Anpassung

Bild	Pulsdauer/ms	Pulsfläche/ π
Oben	1,0	2,1
Mitte	1,0	1,4
Unten	1,0	1,0

Tab. 6.3.1: Pulsflächen der in Abb. 6.3.5 dargestellten Anpassungen

6.3.2 Doppelresonanz mit zeitlich getrennten Feldern

Die spektrale Auflösung der Rabi-Atomstrahlresonanz wird gesteigert, wenn die Atome mit räumlich getrennten Feldern wechselwirken (Ramsey's Methode der getrennten Felder). Analog wird bei der Spektroskopie an ruhenden Atomen im Vergleich zum Rabi-Schaltzyklus eine bessere spektrale Auflösung erreicht, wenn die Atome mit zeitlich getrennten Feldern wechselwirken. Ein dementsprechender Schaltzyklus für die Anwendung auf ein $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion ist in Abb. 6.3.6 dargestellt und wird im folgenden als Ramsey-Schaltzyklus bezeichnet.

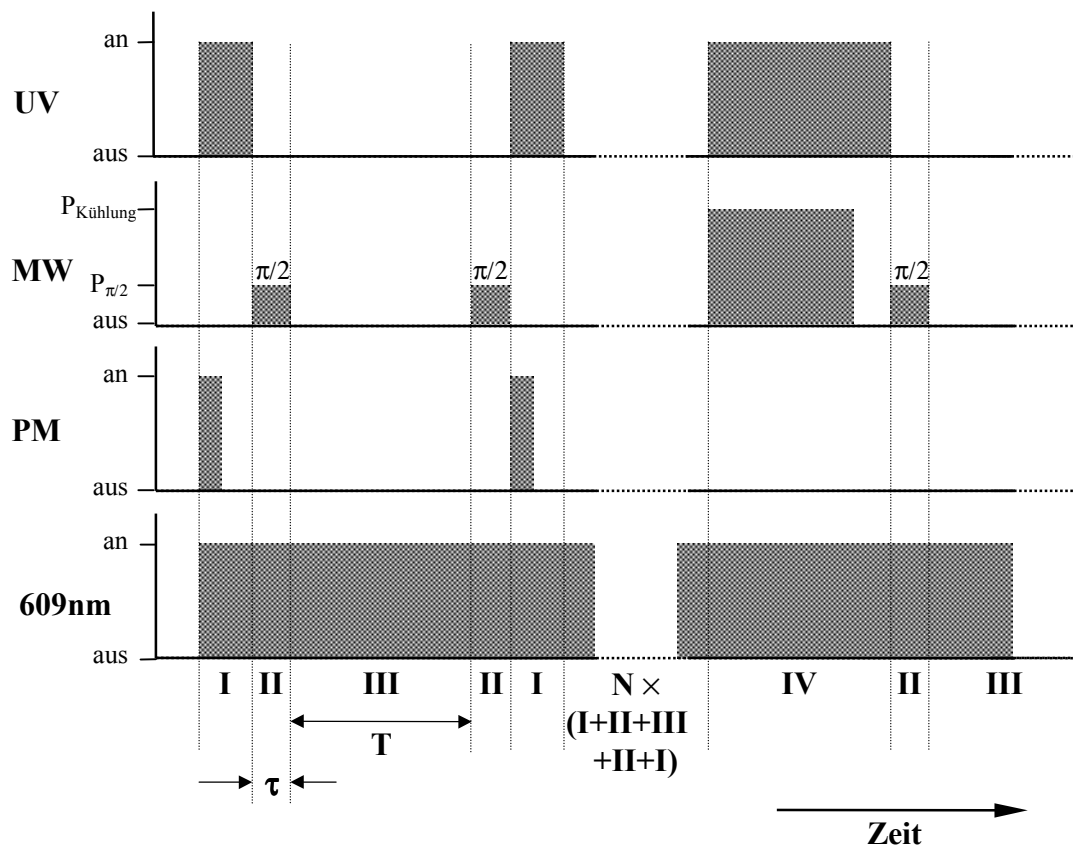


Abb. 6.3.6: Ramsey-Schaltzyklus. UV: Lichtfeld bei 369nm, MW: Mikrowellenfeld bei 12,6GHz, PM: Photomultiplier, 609nm: Lichtfeld bei 609nm

Analog zum Rabi-Schaltzyklus wird das Ion in Phase I durch einen UV-Puls der Dauer τ_{UV} in den Zustand $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$ gepumpt. Anschließend wechselwirkt es in Phase II mit einem Mikrowellen- $\pi/2$ -Puls der Dauer τ . Es folgt eine freie Entwicklung des Ions in Phase III. Im Anschluß wechselwirkt das Ion erneut mit einem Mikrowellen- $\pi/2$ -Puls der Phase II. Danach wird die Besetzung des Zustandes $|^2S_{1/2}, F=1\rangle$ durch einen UV-Puls abgefragt. Wurde durch das Paar von Mikrowellenpulsen ein Übergang induziert, wird das Ion zur Resonanzfluoreszenz angeregt, andernfalls bleibt das Ion dunkel. Der UV-Puls dient weiterhin dazu, das Ion wieder in den unteren Grundzustand zu pumpen. Der Photomultiplier wird wie beim Rabi-Schaltzyklus nur zu Beginn der Phase I während der Zeit $\tau_{PM} < \tau_{UV}$ ausgelesen. Die Abfolge (I,II,III,II,I) wird bei fester Mikrowellenfrequenz N-mal wiederholt. Die Zählereignisse werden addiert. Dann folgt die Phase IV, in der die Mikrowelle und das UV-Licht gleichzeitig mit dem Ion wechselwirken, so daß das Ion kontinuierlich auf dem UV-Übergang optisch gekühlt wird. Am Ende der Phase IV wird das Ion in den Zustand $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$ gepumpt. Es folgt die N-malige Abfolge (I,II,III,II,I) bei fortgeschalteter Verstimmung, u.s.w..

Die Dauern der Pulse sowie die Leistungen der Felder werden durch einen Rechner gesteuert und können individuell eingestellt werden. Die Pulsfläche des Mikrowellenpulses der Phase II soll $\Omega_{MW} \cdot \tau = \pi/2$ betragen. Sie wird eingestellt, indem für die gewünschte Pulsdauer τ mehrere Spektren bei verschiedenen Mikrowellenleistungen aufgezeichnet werden. Die Pulsfläche wird aus der Form des Spektrums ermittelt, vgl. Abbildung 3.3.6. Die Dauer dieser Prozedur kann verkürzt werden, indem zum Rabi-Schaltzyklus mit Pulsdauer $2 \cdot \tau$ gewechselt wird. Hier ist die Pulsdauer die bestimmende Zeitkonstante, während beim Ramsey-Schaltzyklus der sehr viel größere Pulsabstand die für die Aufzeichnung eines Spektrums benötigte Zeit bestimmt. Außerdem ist die Form des Rabi-Spektrums einfacher und läßt dadurch eine präzisere Einstellung der Pulsfläche zu. Die Abweichung von der idealen Pulsfläche beträgt dann nur noch wenige Prozent. Nach Einstellung der Pulsfläche mit dem Rabi-Schaltzyklus wird die Pulsdauer halbiert und wieder zum Ramsey-Schaltzyklus gewechselt.

Abbildung 6.3.7 zeigt Spektren der π -Komponente des Mikrowellenübergangs. Sie wurden unter Verwendung des Ramsey-Schaltzyklus an einer Gesamtheit von etwa 30

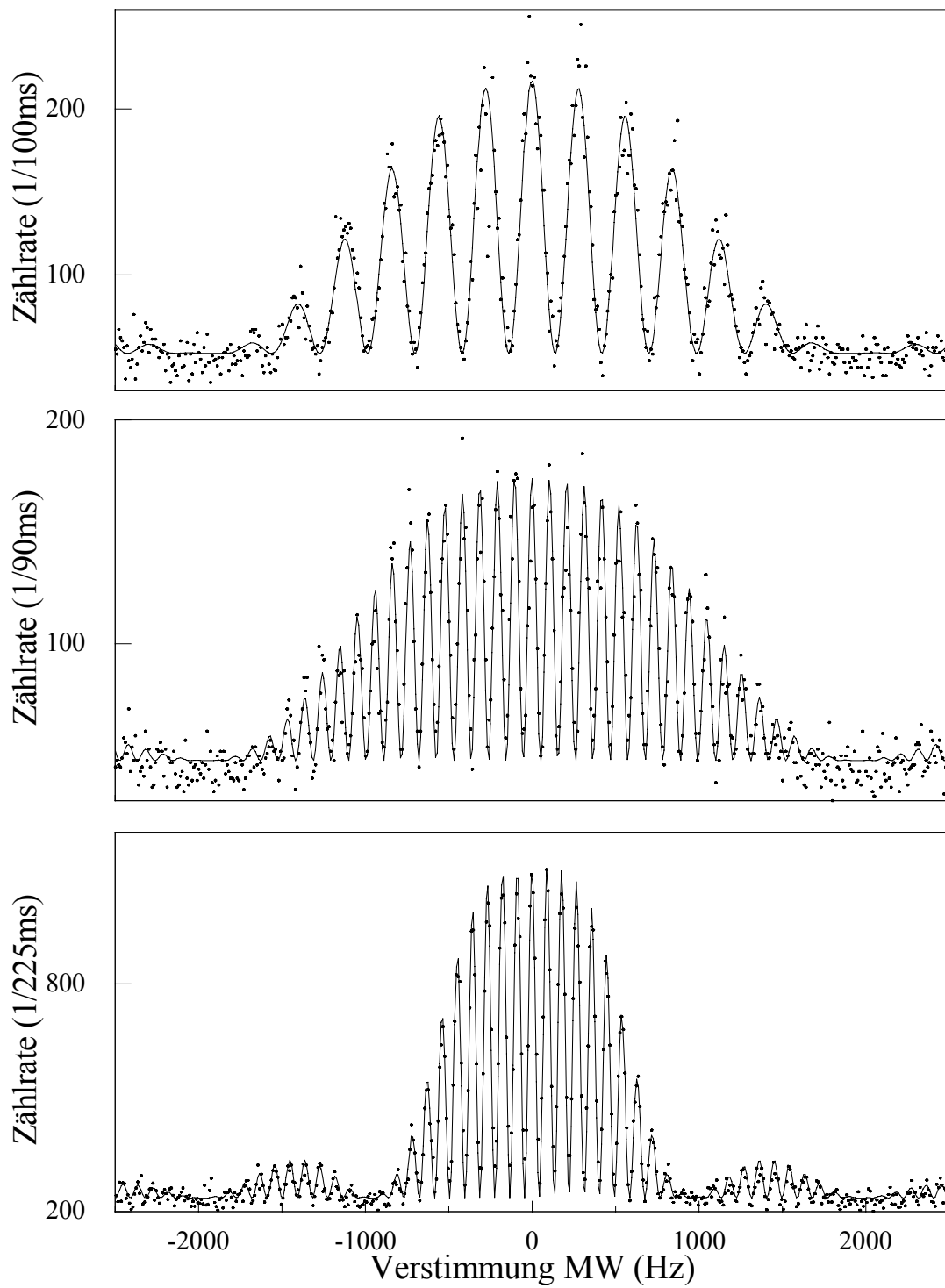


Abb. 6.3.7: Ramsey-Spektren, aufgezeichnet an einer Gesamtheit von etwa 30 $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen. Punkte: Experiment, Linie: Anpassung

Bild	Pulsabstand/ms	Pulsdauer/ms	Pulsfläche/ π
Oben	3,0	0,5	0,42
Mitte	9,0	0,5	0,44
Unten	10,0	1,0	0,51

Tab. 6.3.2: Pulsflächen der Anpassungen aus Abb. 6.3.7

Ionen für verschiedene Pulsdauern und -abstände aufgezeichnet. Die Punkte stellen die gemessenen Spektren dar, die Linien Anpassungen mit Gleichung (3.3.10b). Es wurden die Pulsfläche Θ , ein Skalierungsfaktor für die Zählrate, ein konstanter Untergrund und die Resonanzfrequenz angepaßt. Die angepaßten Pulsflächen sind Tabelle 6.3.2 zu entnehmen.

Die Spektren zeigen, daß die Pulsdauer die Breite der Einhüllenden und der Pulsabstand die Periodizität der Ramsey-Streifen bestimmt. Im Gegensatz zu Ramsey-Spektren, die an einem Atomstrahl aufgezeichnet werden, geht die Einhüllende des Spektrums direkt aus der Messung hervor und es liegt lediglich ein geringer, durch Streulicht verursachter Untergrund vor. Am Atomstrahl aufgezeichnete Ramsey-Spektren enthalten nur die Streifen im Zentrum der Einhüllenden, da der Kontrast in den Flügeln durch die Geschwindigkeitsverteilung der Atome auswäscht.

Die Zeitkonstanten bei Atomstrahlexperimenten sind durch die Geschwindigkeiten der Atome bestimmt, also nur wenig variabel. Bei Verwendung von lokalisierten Atomen hingegen können die Zeitkonstanten über viele Größenordnungen hinweg verändert werden.

Doppelresonanz am einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion

Die bestmögliche Auflösung der Resonanzfrequenz des Mikrowellenübergangs erfordert eine Maximierung des Signal-zu-Rauschen-Verhältnisses und damit eine möglichst große Integrationszeit je Meßpunkt. Aus diesem Grund wird bei einer Messung mit dieser Zielsetzung nur der zentrale Ramsey-Streifen aufgezeichnet. Da sich im Zentrum der Einhüllenden des Ramsey-Spektrums jedoch mehrere Streifen bezüglich Amplitude und Halbwertsbreite kaum unterscheiden, muß zunächst sichergestellt werden, daß es sich tatsächlich um den zentralen Streifen handelt.

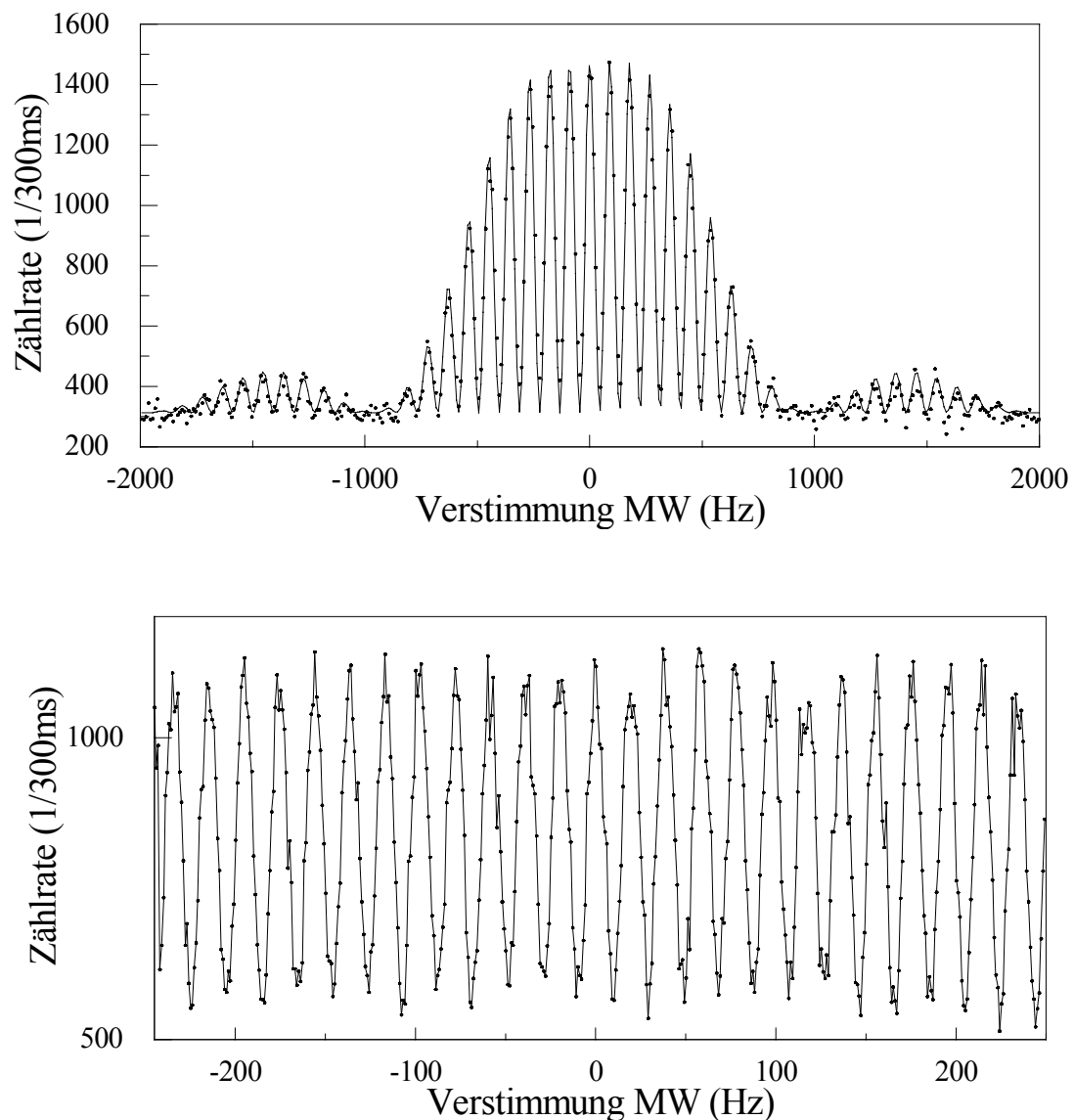


Abb. 6.3.8: An einer Gesamtheit aufgezeichnete Ramsey-Spektren. Die Einhüllende des oberen Spektrums (Punkte: Meßdaten, Linie: Anpassung) ermöglicht die Bestimmung des zentralen Ramsey-Streifens im unteren, höher aufgelösten Spektrum (durch Linie verbundene Meßpunkte).

Das hierfür verwendete Verfahren ist beispielhaft in Abbildung 6.3.8 anhand zweier an einer Gesamtheit von etwa 30 Ionen aufgezeichneter Spektren dargestellt. Zunächst wird ein Ramsey-Spektrum mit vollständiger Einhüllenden aufgezeichnet (oberes Spektrum). Der Abstand der Mikrowellenpulse betrug $T=10\text{ms}$, die Pulsdauer $\tau=1\text{ms}$. Es ergibt sich

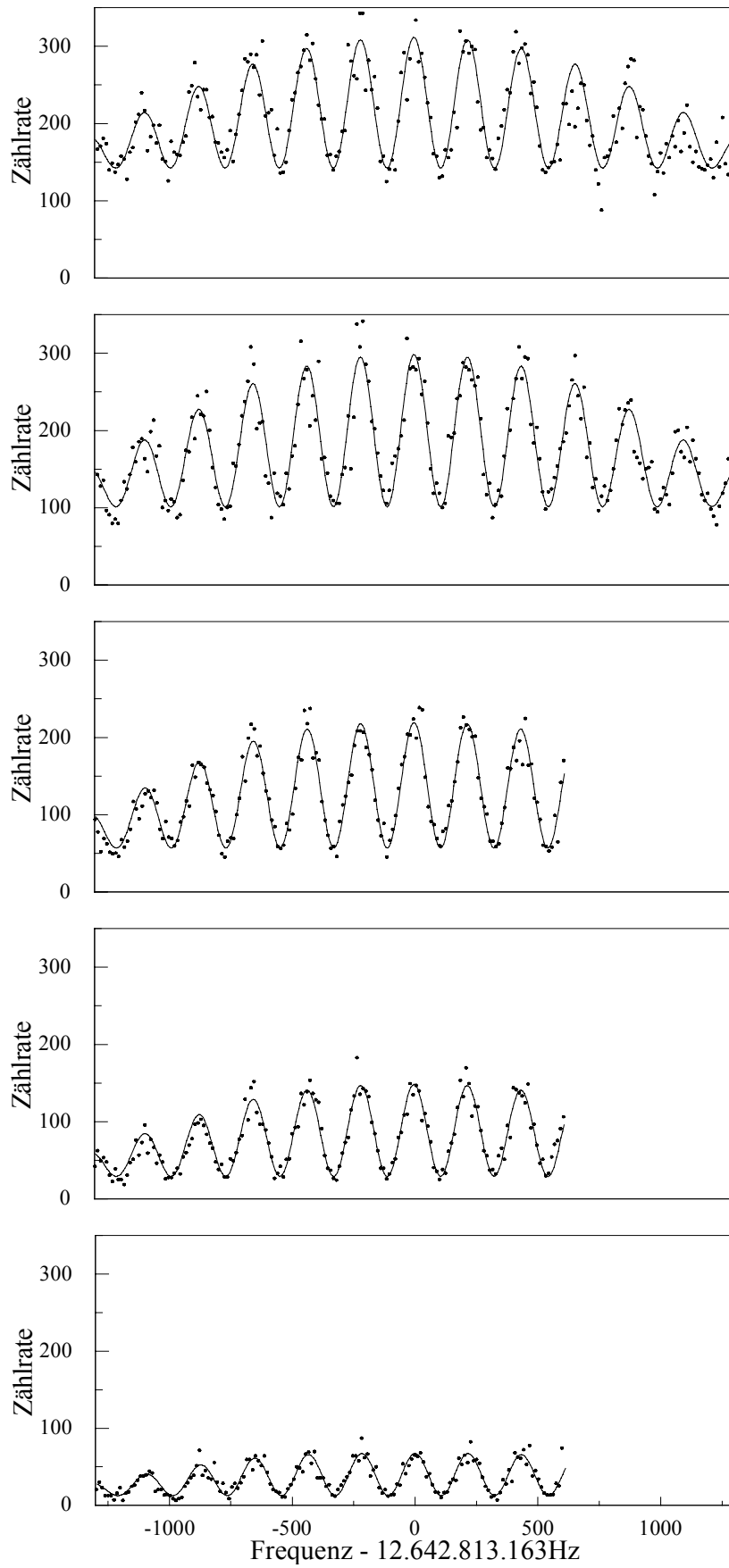
die volle Streifenbreite 50Hz. Da das Spektrum symmetrisch um den zentralen, bei der Resonanzfrequenz des Übergangs liegenden Streifen aufgebaut ist, kann dieser anhand der Einhüllenden des Spektrums eindeutig identifiziert werden. Die Resonanzfrequenz kann mit einer Unsicherheit von wenigen Hertz bestimmt werden.

Das untere Spektrum in Abbildung 6.3.8 enthält 25 Streifen mit der vollen Halbwertsbreite 10Hz. Der Pulsabstand betrug $T=50\text{ms}$, die Pulsdauer $\tau=1\text{ms}$. Das in 150s aufgezeichnete Spektrum zeigt, daß die spektrale Reinheit der Mikrowellenquelle ausreichend ist, um Streifenbreiten im Bereich von 1Hz aufzulösen. Die anhand des oberen Spektrums bestimmte Resonanzfrequenz ist ausreichend genau, um im unteren Spektrum den zentralen Streifen zu identifizieren. So kann iterativ bei immer höherer Auflösung der zentrale Streifen identifiziert werden.

Die nachgewiesene Photonenzählrate setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: Ein Teil der Zählrate wird durch das an der Fallenapparatur getreute Laserlicht erzeugt. Dieser Teil der Zählrate ist unerwünscht, da er das Rauschen des Meßsignals erhöht. Das erwünschte Meßsignal wird durch die Resonanzfluoreszenz des Ions erzeugt, die jedoch aufgrund des optischen Pumpens durch das UV-Licht in der Nachweisphase des Ramsey-Zyklus innerhalb von etwa einer halben Millisekunde erlischt. Dadurch wird das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis (S/R-Verhältnis) begrenzt. Das optische Pumpen erweist sich bei mikrowellen-optischen Doppelresonanzmessungen am einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion als der auflösungsbegrenzende Faktor.

Für die Maximierung des S/R-Verhältnisses ist es wichtig, die Öffnungszeit des Photomultipliers in Phase II an die Zeitkonstante des optischen Pumpens anzupassen, da nach erfolgtem Pumpen nur noch Streulicht aufgesammelt und das S/R-Verhältnis verschlechtert wird.

Abb. 6.3.9: Am einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion aufgezeichnete Ramsey-Spektren mit Pulsabstand 4ms und Pulsdauer 0,5ms. Bei der Aufzeichnung der Spektren wurde die Öffnungszeit des Photomultipliers verändert. Alle anderen Bedingungen blieben identisch. Die Öffnungszeiten betrugen von oben nach unten: 3ms; 2ms; 1ms; 0,5ms; 0,2ms



Zur Bestimmung der Zeitkonstanten τ_{pump} wurden Ramsey-Spektren am einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion für fünf verschiedene Öffnungszeiten des Photomultipliers aufgezeichnet. Die übrigen Bedingungen wurden konstant gehalten. Das UV-Lichtfeld wurde bis zur Sättigungsintensität abgeschwächt. Die gemessenen Spektren sind in Abbildung 6.3.9 dargestellt. Ihre Auswertung ergibt, daß das Ion nach der Zeit $\tau_{\text{pump}}=0,46\pm 0,05\text{ms}$ in das untere Hyperfeinniveau des Grundzustandes gepumpt ist.

Abbildung 6.3.10 zeigt den schmalsten am einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion aufgelösten Ramsey-Streifen. Er wurde bei dem Magnetfeld $181\mu\text{T}$ aufgezeichnet. Die Öffnungszeit des Photomultipliers je Zyklus betrug 1ms . Jeder Datenpunkt resultiert aus der Summation von 2408 Zyklen. Die Meßdauer je Datenpunkt betrug 280s , die Dauer der $\pi/2$ -Pulse $0,5\text{ms}$. Durch den Pulsabstand 100ms ergibt sich die volle Halbwertsbreite 5Hz bei dem S/R-Verhältnis $8,7$.

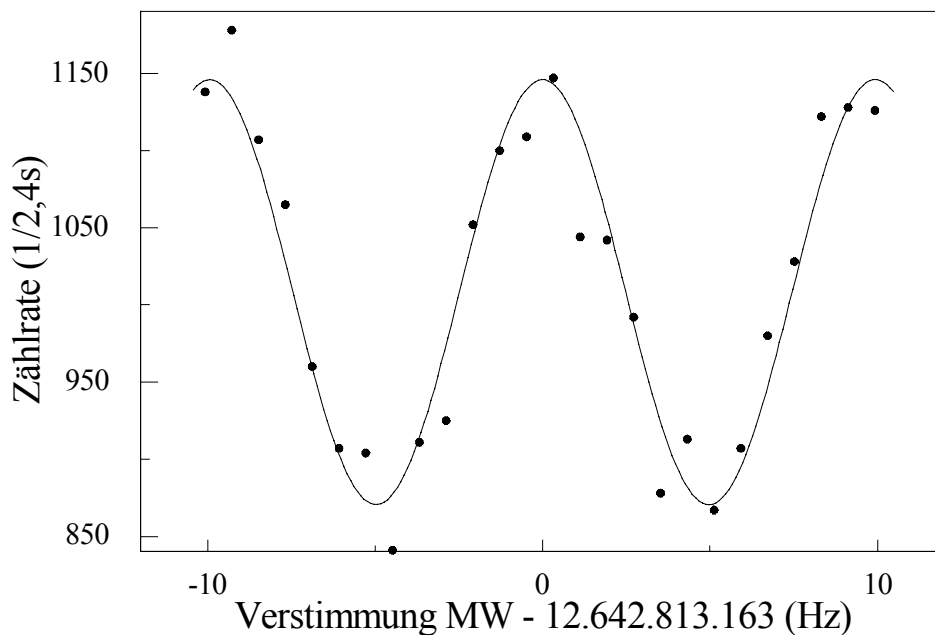


Abb. 6.3.10: Zentraler Ramsey-Streifen eines einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion, Pulsabstand $T=100\text{ms}$, Pulsdauer $\tau=0,5\text{ms}$, $\text{FWHM}=5\text{Hz}$, Punkte: Meßdaten, Linie: Anpassung

6.3.3 Phasenverschiebung im Interferometer

Die Anwendung des Ramsey-Schaltzyklus auf ein ruhendes Yb^+ -Ion kann, wie in Abb. 6.3.11 dargestellt, als Mach-Zehnder-Interferometer im Konfigurationsraum interpretiert werden, vgl. Kap. 3.3. Nachdem das Ion in der Präparationsphase P im Zustand $|F=0, m_F=0\rangle$ präpariert wird, spaltet ein Mikrowellen- $\pi/2$ -Puls den Entwicklungsweg des Ions in zwei Arme auf, die sich bezüglich der Quantenzahl F unterscheiden. Ein zweiter $\pi/2$ -Puls überlagert die beiden Arme wieder, so daß in der Analysephase A die Interferenz der beiden möglichen Entwicklungswege durch Messung der Besetzung im Zustand $|F=1, m_F=0\rangle$ nachgewiesen werden kann.

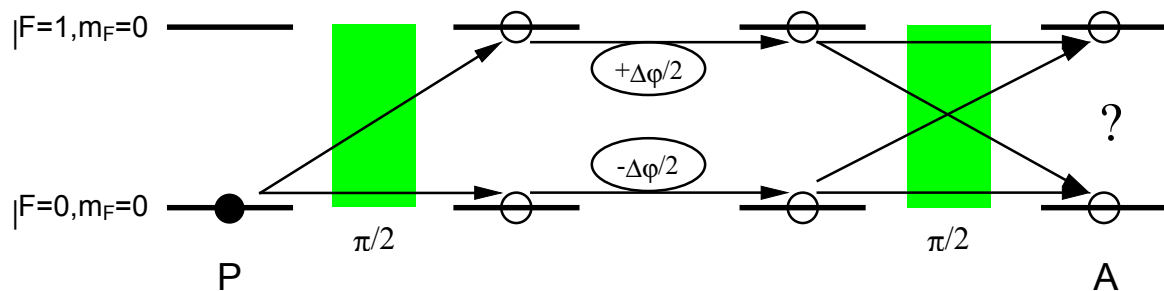


Abb. 6.3.11: Interpretation der Wechselwirkung Mikrowelle-Ion als Mach-Zehnder-Interferometer. Durch kurzzeitige Änderung des Magnetfeldes zwischen den $\pi/2$ -Pulsen wird die Phasenverschiebung $\pm\Delta\phi/2$ in den Interferometerarmen induziert.

Die magnetischen Momente von Hülle und Kern koppeln zum Gesamtmoment $\boldsymbol{\mu}$, das im Magnetfeld eine Präzessionsbewegung, die Larmor-Präzession, durchführt. Bezeichnet $m=+1/2$ den Zustand $|F=1, m_F=0\rangle$ und $m=-1/2$ den Zustand $|F=0, m_F=0\rangle$ des Ions und ω_L die Larmor-Frequenz, dann beträgt die potentielle Energie des magnetischen Momentes im Magnetfeld \mathbf{B}

$$V = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \quad (6.3.2a)$$

$$= -m\hbar\omega_L. \quad (6.3.2b)$$

Die Energiedifferenz der beiden möglichen Orientierungen des magnetischen Momentes entspricht der Larmor-Frequenz. Durch die Larmor-Präzession wird die Phase

$$\varphi = -\frac{1}{\hbar} \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} dt \quad (6.3.3)$$

aufgesammelt. Durch kurzzeitige Verkleinerung des in Beobachtungsrichtung angelegten, homogenen magnetischen Feldes gemäß Abbildung 6.3.12 wird die Phase der Larmor-Präzession verändert.

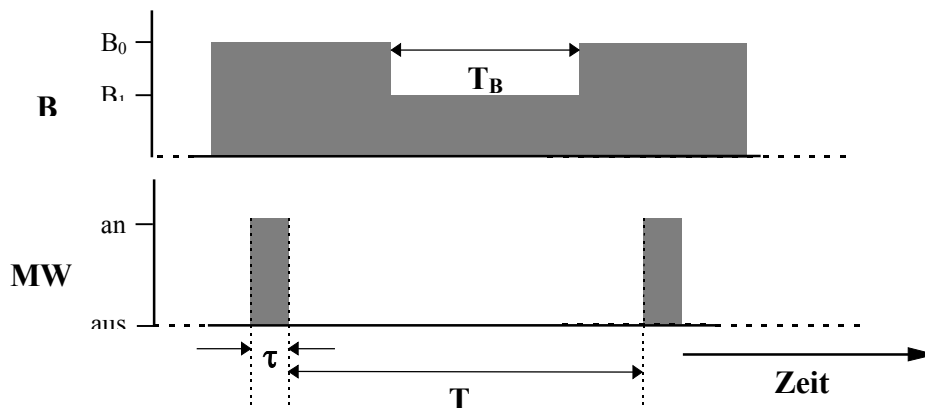


Abb. 6.3.12: Schalten des angelegten Magnetfeldes zwischen den beiden Mikrowellen- $\pi/2$ -Pulsen

Während der Wechselwirkungen mit den beiden $\pi/2$ -Pulsen liegt jeweils das Magnetfeld B_0 an. Zwischen den beiden Pulsen wird es für die Dauer T_B auf den Wert $B_1 < B_0$ und entsprechend die Larmor-Frequenz auf $\omega_L(B_1) < \omega_L(B_0)$ reduziert. Gegenüber der Phase, die bei konstantem Magnetfeld aufgesammelt wird, erfolgt eine Phasenverschiebung, die in den beiden Interferometerarmen gleichen Betrag aber entgegengesetztes Vorzeichen hat. Insgesamt wird in einem Arm des Interferometers während der Zeit T zwischen den beiden $\pi/2$ -Pulsen die Präzessionsphase

$$\varphi = m\omega_L(B_0) \cdot (T - T_B) + m\omega_L(B_1) \cdot T_B. \quad (6.3.4)$$

aufgesammelt. Für die Differenz der Phasenverschiebungen in den beiden Interferometerarmen folgt mit Gleichung (2.2.5):

$$\Delta\varphi_{\text{Larmor}} = 2\pi \cdot \alpha_\pi \cdot (B_0^2 - B_1^2) \cdot T_B \quad (6.3.5)$$

Zur Berücksichtigung der Phasenverschiebung wird in Gleichung (3.3.10a), dem analytischen Ausdruck zur Beschreibung der Ramsey-Streifen, die Substitution $\varphi \rightarrow \varphi_0 + \Delta\varphi$ durchgeführt. φ_0 bezeichnet die Phase der bei konstantem Magnetfeld B_0 aufgezeichneten Ramsey-Streifen.

Der obere Teil von Abbildung 6.3.13 zeigt zwei an etwa 30 $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen gemessene Ramsey-Spektren. Der zeitliche Abstand der $\pi/2$ -Pulse betrug bei der Aufzeichnung beider Spektren $T=7\text{ms}$ und ihre Dauer $\tau=1\text{ms}$. Das mit einer durchgezogenen Linie dargestellte Spektrum wurde bei konstantem Magnetfeld B_0 aufgezeichnet und das gestrichelt dargestellte bei gemäß Abbildung 6.3.12 geschaltetem Magnetfeld. Alle übrigen experimentellen Parameter der beiden Spektren sind identisch. Mit $B_0=235,4\mu\text{T}$ und $B_1=224,9\mu\text{T}$ wird die Larmor-Frequenz für die Dauer $T_B=3,2\text{ms}$ um $2\pi \cdot 154,2\text{Hz}$ reduziert. Die mit geschaltetem Magnetfeld aufgezeichneten Ramsey-Streifen sind gegenüber den bei konstantem Feld aufgezeichneten Streifen phasenverschoben. Die Einhüllende des Spektrums wird nicht verschoben, da ihre Lage durch das während der Wechselwirkung mit den $\pi/2$ -Pulsen anliegende Magnetfeld B_0 bestimmt ist.

Die Anpassungen der beiden Spektren mit Gleichung (3.3.10a) sind im unteren Teil der Abbildung 6.3.13 aufgetragen. Zunächst wurden an das bei konstantem Magnetfeld aufgezeichnete Spektrum folgende Parameter angepaßt: die Pulsfläche der $\pi/2$ -Pulse, ein Skalierungsfaktor für die Nachweiseffizienz, der Streulichtuntergrund und die Resonanzfrequenz des Übergangs. Bei der Anpassung des phasenverschobenen Spektrums wurden die so bestimmten Größen verwendet und als einziger Parameter die Phasenverschiebung der Ramsey-Streifen, im folgenden als $\Delta\varphi_{\text{Ramsey}}$ bezeichnet, variiert.

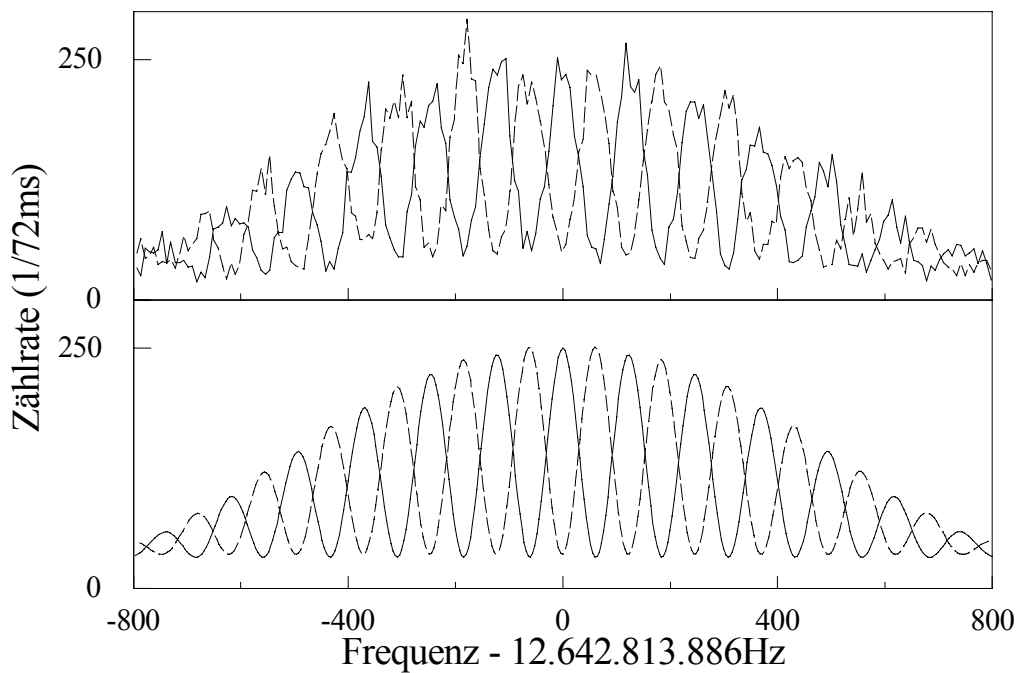


Abb. 6.3.13: Oberes Bild: An etwa 30 Ionen gemessene Ramsey-Spektren ohne (durchgezogene Linie) und mit (gestrichelte Linie) Schalten des Magnetfeldes. Unteres Bild: Anpassungen an die experimentellen Spektren. Es folgt die Phasenverschiebung $\Delta\varphi_{\text{Ramsey}}=3,2$.

Für die aufgetragenen Spektren folgt aus der Anpassung die Phasenverschiebung $\Delta\varphi_{\text{Ramsey}}=3,21$ in guter Übereinstimmung mit der aus den Schaltparametern mit Gleichung (6.3.5) berechneten Phasenverschiebung $\Delta\varphi_{\text{Larmor}}=3,13$. Die Einhüllende des Spektrums bleibt unverschoben. Bei statischem Magnetfeld weist ein Ramsey-Spektrum stets ein Maximum bei der Resonanzfrequenz des Übergangs auf. Durch das Schalten des Magnetfeldes wurde durch geeignete Wahl der experimentellen Parameter die Phase der in Abb. 6.3.13 gestrichelt dargestellten Interferenzstreifen gerade so verschoben, daß bei der Resonanzfrequenz ein Minimum vorliegt.

Analoge Messungen wurden am einzelnen Ion durchgeführt: Abbildung 6.3.14 zeigt im oberen Teil ein bei statischem Magnetfeld aufgezeichnetes Spektrum (Punkte) sowie dessen Anpassung (Linie) und im unteren Teil ein hierzu um $\Delta\varphi_{\text{Ramsey}}=1,3$ phasenverschobenes Spektrum.

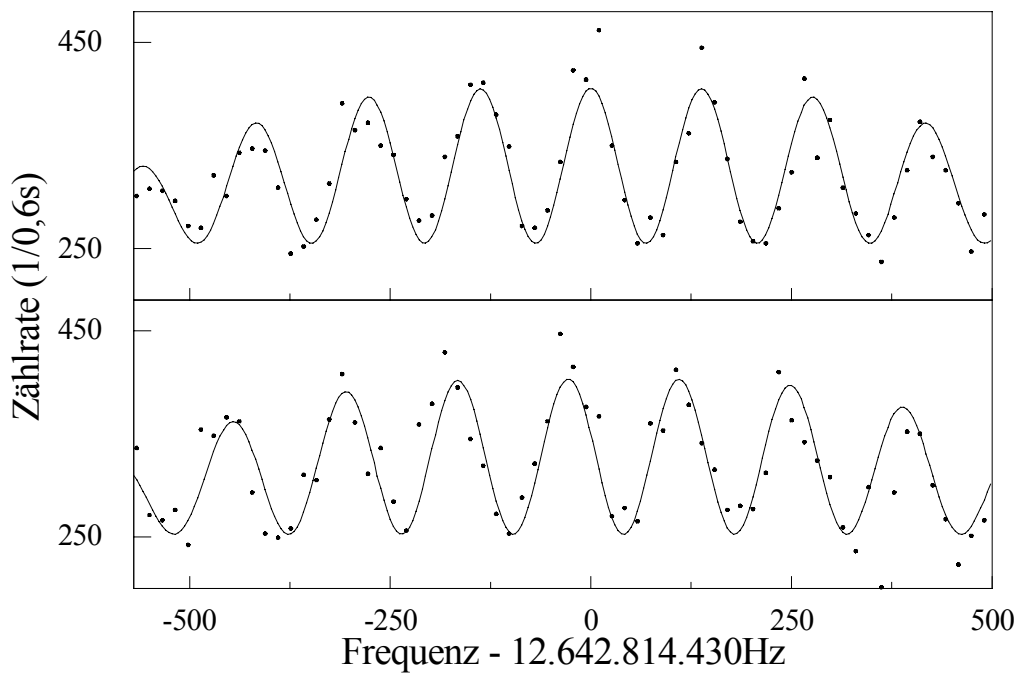


Abb. 6.3.14: Am einzelnen Ion gemessene Ramsey-Streifen (Punkte) mit $\tau_{\pi/2}=1\text{ms}$ und $T=6\text{ms}$ und deren Anpassungen (Linie) für statisches (oben) und geschaltetes Magnetfeld (unten). Die induzierte Phasenverschiebung beträgt $\Delta\varphi_{\text{Ramsey}}=1,3$.

Abbildung 6.3.15 zeigt die aus den Anpassungen der gemessenen Ramsey-Streifen ermittelten Phasenverschiebungen $\Delta\varphi_{\text{Ramsey}}$, aufgetragen gegen die berechnete Differenz $\Delta\varphi_{\text{Larmor}}$ der Phasenverschiebungen der Larmor-Präzessionen in den beiden Interferometerarmen. Die Rauten repräsentieren Messungen an einem einzelnen Ion mit 300 Nachweiszyklen, die Punkte resultieren aus Messungen an einer aus etwa 30 Ionen bestehenden Gesamtheit mit 18 Nachweiszyklen. Die Phasenverschiebung wurde eingestellt durch geeignete Wahl der Schaltparameter in den Bereichen $0,5\text{ms} \leq T_B \leq 5\text{ms}$ und $9\mu\text{T} \leq (B_0 - B_1) \leq 23\mu\text{T}$.

In der statistischen Mechanik verwendet man zur Berechnung des zeitlichen Mittelwertes des Mikrozustandes eines physikalischen Systems statistische Gesamtheiten, d.h. eine Schar gedachter Systeme, die sämtlich getreue Abbilder des eigentlichen, realen Systems sind. Jedes Mitglied der Gesamtheit befindet sich in einem

für das reale System denkbaren Mikrozustand, der sich gemäß der geltenden Bewegungsgleichungen entwickelt.

Die Quasi-Ergodenhypothese besagt, daß das reale System jedem denkbaren Mikrozustand im Laufe der Zeit beliebig nah kommt. Ist Z die Anzahl der denkbaren Mikrozustände, besteht die statistische Gesamtheit aus Z Mitgliedern. Wenn die Quasi-Ergodenhypothese gilt, repräsentiert die Gesamtheit zu einem Zeitpunkt die volle Zeitentwicklung des realen Systems. Dann ist es möglich, die Zeitmittelung durch eine Mittelung über die statistische Gesamtheit zu einem festen Zeitpunkt zu ersetzen: das Zeitmittel ist gleich dem Scharmittel.

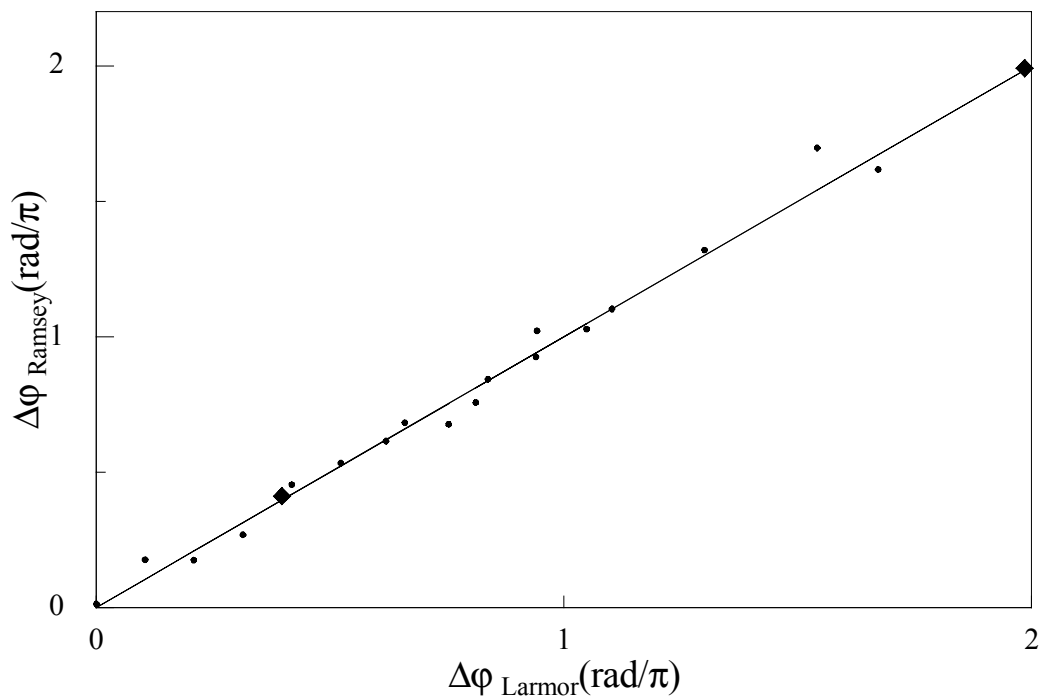


Abb. 6.3.15: Gemessene Phasenverschiebung der Ramsey-Streifen, aufgetragen gegen die berechnete Differenz der Verschiebungen der Larmor-Phasen in den beiden Interferometerarmen bei Schalten des Magnetfeldes. Punkte: Meßdaten Gesamtheit, Rauten: Meßdaten einzelnes Ion

Die hier beschriebenen interferometrischen Messungen können wahlweise am einzelnen Ion oder an einer Gesamtheit von Ionen durchgeführt werden. Im semiklassischen Grenzfall gehen die Matrixelemente gegen den mikrokanonischen Mittelwert [FEI86]. Durch die wiederholte Messung der Phasenverschiebung am einzelnen Ion wird der zeitliche Mittelwert der Phasenverschiebung ermittelt. Die Messung an einer Gesamtheit von Ionen entspricht der Ermittlung des mikrokanonischen Scharmittels der Phasenverschiebung. Die Übereinstimmung der mit einem einzelnen Ion und mit einer Gesamtheit gemessenen Phasenverschiebungen stellt eine experimentelle Bestätigung der quantenmechanischen Version der Ergodenhypothese für ein Zwei-Niveau-System dar [FEI86].

Die beobachtete Phasenverschiebung weist eine enge Analogie zum skalaren Aharonov-Bohm-Effekt [AHA59] auf. Während in der klassischen Physik die elektromagnetischen Feldstärken als grundlegende physikalische Größen und die Potentiale nur als mathematische Hilfsgrößen betrachtet werden, zeigt der Aharonov-Bohm-Effekt die grundlegende Bedeutung der Potentiale in der Quantenmechanik. Bei endlichem Potential können auch in Regionen verschwindender elektromagnetischer Feldstärke, d.h. verschwindender Kraft, geladene Teilchen beeinflusst werden. Je nach Art des betrachteten Potentials, skalar oder vektoriell, liegt der skalare oder vektorielle Aharonov-Bohm-Effekt vor [FUR60].

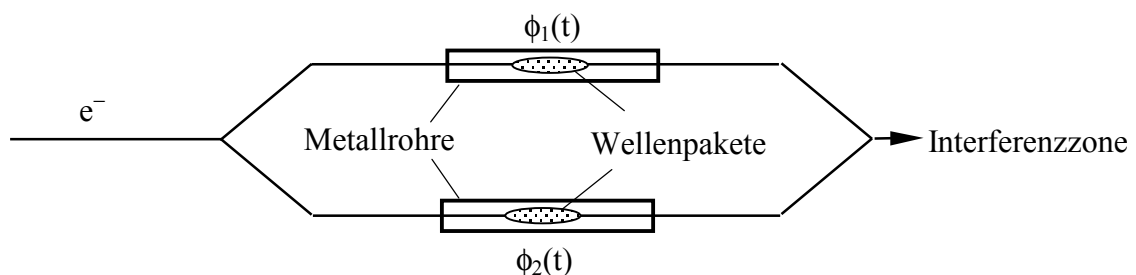


Abb. 6.3.16: Schematische Darstellung eines Elektroneninterferometers zum Nachweis des skalaren Aharonov-Bohm-Effektes

Der Aharonov-Bohm-Effekt für das elektrische Skalarpotential ist in Abbildung 6.3.16 skizziert. Ein Elektronenstrahl wird kohärent in zwei Teile aufgespalten. Jeder Teilstrahl durchquert ein langes Metallrohr, das näherungsweise ein Faraday-Käfig ist. Darauf folgend werden die beiden Strahlen kohärent überlagert und das Interferenzmuster aufgezeichnet. Bereits vor dem ersten Strahlteiler wird der Elektronenstrahl periodisch unterbrochen und so in Wellenpakete zerteilt, deren Ausdehnung groß zur deBroglie-Wellenlänge ist, aber klein im Verhältnis zur Länge der Metallrohre. Das Potential im jeweiligen Rohr ist zeitabhängig. Es ist nur dann von Null verschieden, wenn das jeweilige Wellenpaket ausreichend tief im Inneren seines Rohres ist. Dann wächst das Potential in den beiden Rohren unterschiedlich mit der Zeit an und fällt wieder auf Null ab, bevor das Wellenpaket dem Rohrende nahe kommt.

Wenn $\Psi_1^0(x,t)$ und $\Psi_2^0(x,t)$ die Wellenfunktionen innerhalb der beiden Arme des Interferometers ohne zeitabhängiges Potential sind, dann ist die Gesamtwellenfunktion mit zeitabhängigem Potential gegeben durch

$$\Psi(x,t) = \Psi_1^0 e^{-iS_1/\hbar} + \Psi_2^0 e^{-iS_2/\hbar}. \quad (6.3.6)$$

Die Wellenfunktionen werden durch Phasenfaktoren modifiziert für die gilt:

$$S_1 = e \int \phi_1 dt \quad \text{und} \quad S_2 = e \int \phi_2 dt \quad (6.3.7)$$

Hierbei ist e die Elementarladung und $\phi_{1,2}$ ist das elektrische Potential in den beiden Metallrohren. Durch die induzierte Phasendifferenz $(S_1 - S_2)/\hbar$ der beiden Teilwellenfunktionen wird das Interferenzmuster verschoben.

In dieser Arbeit wird die Phasenverschiebung nicht durch das elektrische Skalarpotential verursacht, sondern durch das skalare Potential eines magnetischen Momentes im Magnetfeld, $V = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$. Die räumliche Aufspaltung des Elektronenstrahls entspricht den verschiedenen Neigungswinkeln des magnetischen Momentes relativ zum Magnetfeld. Entsprechend der Forderung nach verschwindender Kraft wird die Neigung durch das zeitabhängige homogene Magnetfeld nicht beeinflusst. Es wird lediglich die (Larmor-) Frequenz der Präzessionsbewegung

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \text{const} \cdot \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \quad (6.3.8)$$

verändert. Der in Abb. 6.3.16 skizzierte Aharonov-Bohm-Effekt beschreibt eine topologische Phasenverschiebung, wie sie in mehrfach zusammenhängenden Gebieten auftritt [PES89], während die hier beschriebene Phasenverschiebung auf die innere Dynamik des Systems zurückzuführen ist. Es handelt sich um eine Verschiebung der dynamischen Phase.

als ein Zählereignis registriert. Die Nachweiswahrscheinlichkeit p_N für einen Übergang ist kleiner als eins. Es folgt eine qualitative Änderung des gemessenen Projektionsrauschens. Die Meßwerte und damit auch ihre Varianz werden nicht mehr allein durch die Übergangswahrscheinlichkeit p auf dem Mikrowellenübergang bestimmt, sondern durch das Produkt der Nachweis- und Übergangswahrscheinlichkeit. Für eine n -mal wiederholte Messung folgt die effektive Varianz

$$\sigma_{\text{PR,eff}}^2 = n \cdot p_N \cdot p \cdot (1 - p_N \cdot p). \quad (6.3.9)$$

Für Nachweiswahrscheinlichkeiten $0,2 \leq p_N \leq 1$ ist die effektive, durch das Projektionsrauschen und die Nachweiseffizienz verursachte Varianz $\sigma_{\text{PR,eff}}^2$ in Abbildung 6.3.18 dargestellt.

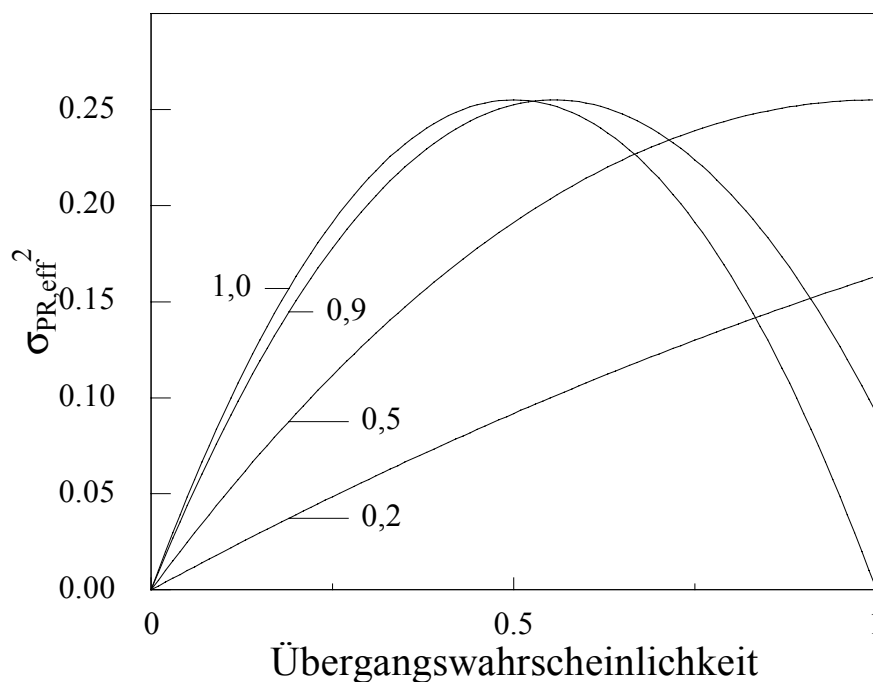


Abb. 6.3.18: Effektive Varianz als Funktion der Übergangswahrscheinlichkeit für die Nachweiswahrscheinlichkeiten $p_N=0,2; 0,5; 0,9; 1,0$.

Für die Nachweiswahrscheinlichkeit $p_N=1$ verschwindet das Projektionsrauschen bei den Übergangswahrscheinlichkeiten $p=0$ und $p=1$. Für eine Nachweiswahrscheinlichkeit $p_N<1$ verschwindet das Projektionsrauschen nur noch bei der Übergangswahrscheinlichkeit $p=0$, jedoch nicht mehr für $p=1$. Auch wenn bei jedem Versuch ein Übergang zwischen den Hyperfeinniveaus des Grundzustandes induziert wird, verhindert die geringe Nachweiswahrscheinlichkeit, daß alle Meßergebnisse identisch sind. Sie sind mit einem durch die geringe Nachweiswahrscheinlichkeit verursachten Rauschen behaftet. Dies muß bei einer quantitativen Analyse des Meßsignales berücksichtigt werden.

Das Rauschen des Meßsignales besteht aus drei voneinander unabhängigen Rauschtypen: dem effektiven Projektionsrauschen, dem Schrotrauschen und technischem Rauschen. Ihre Varianzen $\sigma_{PR,eff}^2$, σ_{Schrot}^2 und σ_{Tech}^2 überlagern sich additiv zur Varianz σ^2 :

$$\sigma^2 = \sigma_{PR,eff}^2 + \sigma_{Schrot}^2 + \sigma_{Tech}^2 \quad (6.3.10)$$

Das technische Rauschen wird z.B. durch Intensitäts- und Frequenzschwankungen des UV-Lasers verursacht. Wenn $\langle S \rangle$ die mittlere Anzahl der Zählereignisse ist, gilt für die Varianzen:

$$\sigma_{Schrot}^2 = \langle S \rangle \quad (6.3.11)$$

$$\sigma_{Tech} = \text{const} \cdot \langle S \rangle \quad (6.3.12)$$

Im Minimum eines Ramsey-Spektrums verschwindet das Projektionsrauschen, d.h. es kann aus der Varianz σ_{Exp}^2 des Meßsignales und der mittleren Zählrate $\langle S \rangle$ das technische Rauschen berechnet und damit die Proportionalitätskonstante aus Gleichung (6.3.12) bestimmt werden. Dann wird in den Maxima und auf den Flanken des Ramsey-Spektrums die Varianz mit Gleichung (6.3.10) berechnet. Anschließend wird das Ergebnis dieser Rechnung, σ_{Theo}^2 , durch den Vergleich mit der direkt aus den Meßwerten berechneten Varianz σ_{Exp}^2 überprüft.

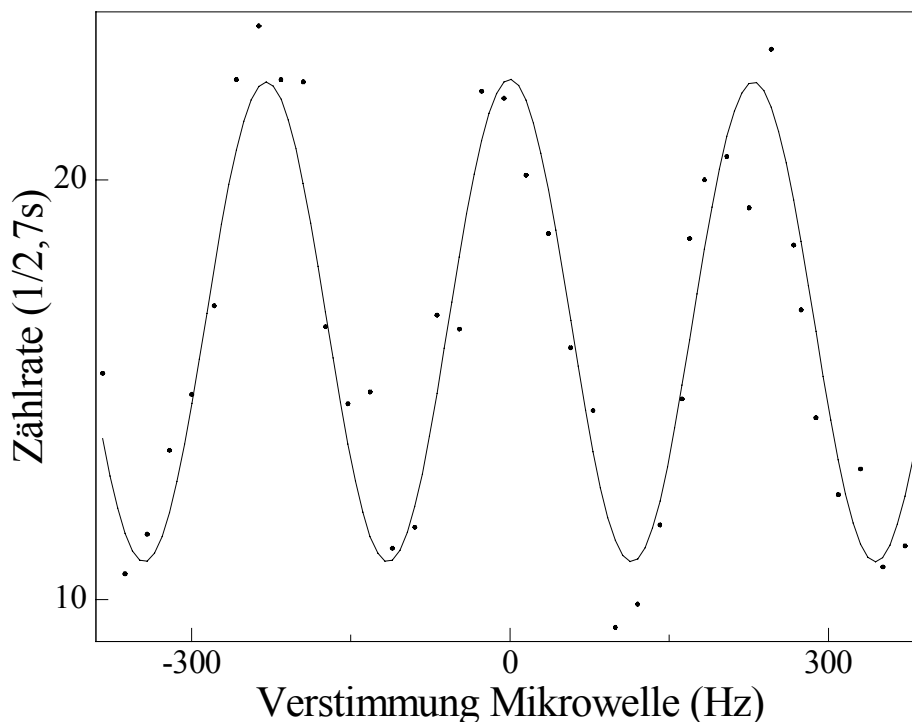


Abb. 6.3.19: Am einzelnen Ion gemessene Ramsey-Streifen (Punkte) mit Anpassung (Linie).

Position	Anzahl	S	σ_{Exp}^2	$\sigma_{\text{PR,eff}}^2$	σ_{Schrot}^2	σ_{Tech}^2	σ_{Theo}^2
Minimum	4	10,9	12,9	0	10,9	2,0	--
Flanke	6	17,0	37,9	4,6	17,0	9,7	31,3
Maximum	3	21,7	42,5	8,2	21,7	15,9	45,8

Tab. 6.3.3: Mittlere Zählrate $\langle S \rangle$ im Minimum, Maximum und auf der Flanke der in Abb. 6.3.18 dargestellten Ramsey-Streifen. Die Varianz σ_{Exp}^2 des Meßsignales resultiert aus effektivem Projektionsrauschen, Schrotrauschen und technischem Rauschen mit den berechneten Varianzen $\sigma_{\text{PR,eff}}^2$, σ_{Schrot}^2 , σ_{Tech}^2 , deren Summe die theoretische Varianz σ_{Theo}^2 ergibt.

Bei der Aufzeichnung des in Abbildung 6.3.18 dargestellten Spektrums betragen Abstand und Dauer der $\pi/2$ -Pulse $T=4\text{ms}$ und $\tau=0,3\text{ms}$. Die dargestellten Datenpunkte

sind das Ergebnis einer Mittelung über jeweils 18 Datenpunkte S_i je Verstimmung. Jeder Datenpunkt S_i enthält die aufsummierten Zählereignisse aus 50 Meßzyklen. Die Nachweiswahrscheinlichkeit betrug $p_N=0,2$. Da die Streifen sich im Zentrum der Einhüllenden des Spektrums befinden haben sie praktisch identische Form und ihre Maxima kennzeichnen Mikrowellenfrequenzen, bei denen die Übergangswahrscheinlichkeit eins beträgt. Für die Analyse des den Streifen überlagerten Projektionsrauschens wurden die Meßwerte der drei Streifenmaxima, der vier Minima und die auf halber Streifenhöhe liegenden Meßwerte in je einem Datensatz zusammengefaßt. So stehen $N=3 \cdot 18=54$ Meßwerte im Maximum ($p=1$) eines Ramsey-Streifens, $N=4 \cdot 18=72$ Meßwerte im Minimum ($p=0$) und $N=6 \cdot 18=108$ Meßwerte auf der Flanke eines Ramsey-Streifens ($p=0,5$) für die Analyse zur Verfügung. Die Varianz des Meßsignales wurde berechnet mit

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (S_i - \langle S \rangle)^2 . \quad (6.3.13)$$

Tabelle 6.3.3 zeigt die mit Gleichung (6.3.10) berechneten Varianzen σ_{Theo}^2 und die mit Gleichung (6.3.13) berechneten Varianzen σ_{Exp}^2 des Meßsignales, sowie die Varianzen der einzelnen Rauschtypen.

Die Amplitude des Projektionsrauschens nimmt mit steigender Anzahl der gemittelten Anregungsversuche ab, vgl. Abb. 3.2.6. Da ein Datenpunkt S_i die über 50 Meßzyklen integrierte Zählrate enthält und die Nachweiswahrscheinlichkeit nur $p=0,2$ beträgt, wird das Projektionsrauschen von Schrotrauschen und technischem Rauschen dominiert. Ein verbesserter Nachweis des Projektionsrauschens erfordert den sicheren Nachweis einzelner Absorptionsakte, wie es die in Kapitel 6.5 beschriebenen opto-optischen Doppelresonanzexperimente ermöglichen.

6.4 Opto-optische Doppelresonanz im Λ -System

Gegenstand dieses Kapitels sind opto-optische Doppelresonanzmessungen an dem in Abbildung 6.4.1a dargestellten Λ -förmigen Niveausystem ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{3/2}$. Die UV-Resonanzlinie ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ wird durch ein Laserlichtfeld bei 369nm angeregt, der Übergang vom metastabilen Niveau ${}^2D_{3/2}$ zum Niveau ${}^2P_{1/2}$ wird durch ein Laserlichtfeld bei 2,4 μm angetrieben. Bei gleicher Verstimmung der Lichtfelder bezüglich des Niveaus ${}^2P_{1/2}$ erlischt die Resonanzfluoreszenz, vgl. Kapitel 3.1.1. Die entsprechenden Minima in Anregungsspektren werden als Dunkelresonanzen bezeichnet.

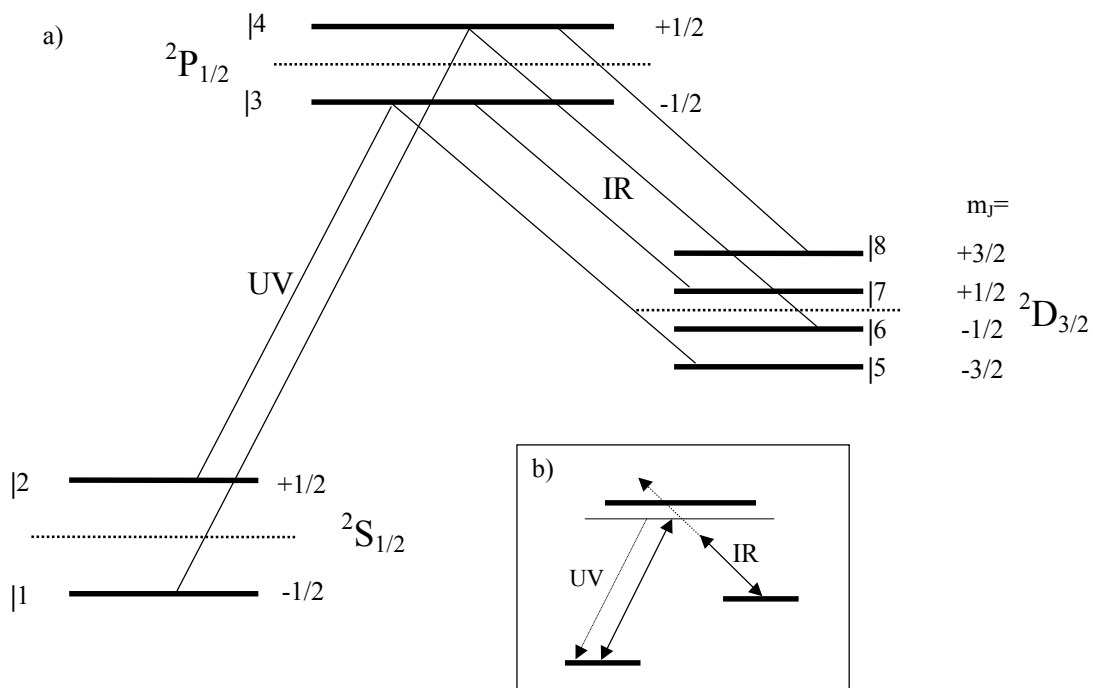


Abb. 6.4.1: a) Zeeman-Aufspaltung des Λ -förmigen Niveausystems im Magnetfeld. b) Verstimmung der Lichtfelder bei der Aufzeichnung von Dunkelresonanzen

Abbildung 6.4.1a zeigt schematisch die Zeeman-Aufspaltung der beteiligten Energieniveaus im äußeren Magnetfeld. Die Niveaus werden um die Zeeman-Energie

$$\Delta E = m_J g_J \mu_B B \quad (6.4.1)$$

verschoben. m_j ist die magnetische Quantenzahl, g_j der Landé-Faktor, μ_B das Bohrsche Magneton und B die magnetische Induktion.

In Abbildung 6.4.1.b ist schematisch die Aufzeichnung eines Anregungsspektrum bei $2,4\mu\text{m}$ dargestellt. Die Frequenz der UV-Lichtfeldes wird etwa 50MHz zur niederfrequenten Seite der Resonanz $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ abgestimmt. Die Frequenz des IR-Lichtfeldes wird schrittweise über die Resonanz $^2D_{3/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ hinweg verstimmt. Dabei wird die Resonanzfluoreszenz bei 369nm aufgezeichnet.

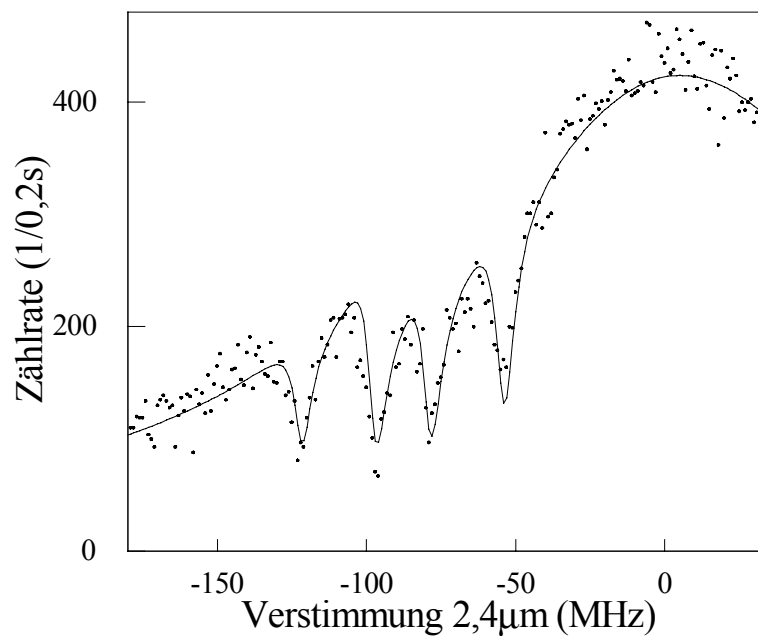


Abb. 6.4.2: Zeeman-aufgespaltene Dunkelresonanz im Anregungsspektrum bei $2,4\mu\text{m}$. Punkte: Meßdaten. Durchgezogene Linie: Anpassung mit optischen Blochgleichungen.

Die Auswahlregeln für Übergänge zwischen den magnetischen Unterniveaus hängt von den Winkeln zwischen den linearen Polarisationen der beiden Lichtfelder und dem Magnetfeld ab. Beträgt der Winkel jeweils 90° , sind Übergänge mit $\Delta m_j = \pm 1$ erlaubt und das vorliegende 8-Niveau-System kann in vier 3-Niveau-Systeme separiert werden [SIE92,STA98]. Es ergeben sich vier Dunkelresonanzen. Die einzelnen 3-Niveau-

Systeme werden durch die Bewegungsmatrix (3.1.15) beschrieben. Die Zerfallsraten der magnetischen Unterzustände und die Rabi-Frequenzen der entsprechenden Übergänge wurden a.a.O. [SIE91] berechnet und sind dem Anhang D zu entnehmen.

Das in Abbildung 6.4.2 dargestellte Anregungsspektrum wurde in 100 Sekunden mit einem einzelnen $^{174}\text{Yb}^+$ -Ion gemessen. Die Punkte stellen die Meßdaten dar, die Linie eine im Anhang beschriebene Anpassung mit den optischen Bloch-Gleichungen. Der Winkel zwischen Magnetfeld und den Polarisierungen der beiden Lichtfelder betrug 90° . Das Spektrum zeigt die den Auswahlregeln entsprechenden vier Dunkelresonanzen, an deren Resonanzstellen die Fluoreszenz jedoch nicht vollständig erlischt. Dies ist auf die verbleibende Mikrobewegung des Ions, die endlichen Emissionsbandbreiten der Laser und das Rauschen der magnetischen Induktion zurückzuführen.

6.5 Opto-optische Doppelresonanz im V-System

Die in Kapitel 6.3 beschriebene Spektroskopie an der mikrowellen-optischen Doppelresonanz (MODR) eines einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions leidet unter dem geringen Signal-zu-Rauschen-Verhältnis der Spektren, welches aus der geringen Wirksamkeit der zyklischen Fluoreszenzanregung auf dem Übergang $|^2\text{S}_{1/2}, F=1 \leftrightarrow|^2\text{P}_{1/2}, F=0$ resultiert. Das geringe Signal macht es notwendig, die Zählraten mehrerer Anregungs-Nachweis-Zyklen zu summieren. Hieraus folgt die Abschwächung von Ein-Teilchen-Effekten, wie z.B. dem Projektionsrauschen.

Im Gegensatz zur MODR erlaubt die V-förmige opto-optische Doppelresonanz (OODR) $^2\text{P}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{D}_{5/2}$ den Nachweis sogar einzelner Absorptions- und Emissionsereignisse (Quantensprünge) auf der E2-Linie bei 411nm. Die Quantensprünge schalten die starke Fluoreszenz der Resonanzlinie bei 369nm an und aus, so daß sie mit Sicherheit nachgewiesen werden können.

Die OODR ist in Abb. 6.5.1 dargestellt. Die linke Seite der Abbildung zeigt die für die optische Kühlung und den Fluoreszenznachweis des Ions verwendeten Energieniveaus und Lichtfelder. Die rechte Seite zeigt die für das Abtasten der E2-Resonanz notwendigen Niveaus und Lichtfelder. Das Ion wird auf der Resonanzlinie $^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{P}_{1/2}$ zur Resonanzfluoreszenz angeregt und optisch gekühlt. Optisches Pumpen in das metastabile Niveau $^2\text{D}_{3/2}$ wird durch Beleuchtung des Ions mit einem Laserlichtfeld bei 609nm vermieden. Die Resonanzfluoreszenz des Übergangs $^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow ^2\text{P}_{1/2}$ dient zum Nachweis des Ions. Im Gegensatz zur MODR existiert ein geschlossenes Nachweissystem, bestehend aus den Niveaus $^2\text{S}_{1/2}$, $^2\text{P}_{1/2}$, $^2\text{D}_{3/2}$ und $^2[1/2]_{1/2}$. Jede Absorption auf dem E2-Übergang schaltet die Resonanzfluoreszenz bei 369nm aus und wird dadurch mit Gewißheit nachgewiesen. Jede spontane oder induzierte Emission auf dem E2-Übergang schaltet die Resonanzfluoreszenz wieder an.

Bei Anregung des Niveau $^2\text{D}_{5/2}$ muß jedoch beachtet werden, daß es nicht nur in den Grundzustand zerfällt, sondern mit etwa 85% Wahrscheinlichkeit in das extrem langlebige Niveau $^2\text{F}_{7/2}$. In diesem Fall wird das UV-Lichtfeld nicht mehr am Ion gestreut, die Fluoreszenz erlischt für lange Zeit. Im Experiment wurden Dunkelzeiten mit Dauern bis zu zwei Stunden beobachtet. Aus diesem Grund wird das Niveau $^2\text{F}_{7/2}$

durch das Lichtfeld eines Diodenlasers bei 638nm über das Niveau $^1D[5/2]_{5/2}$ ausgepumpt.

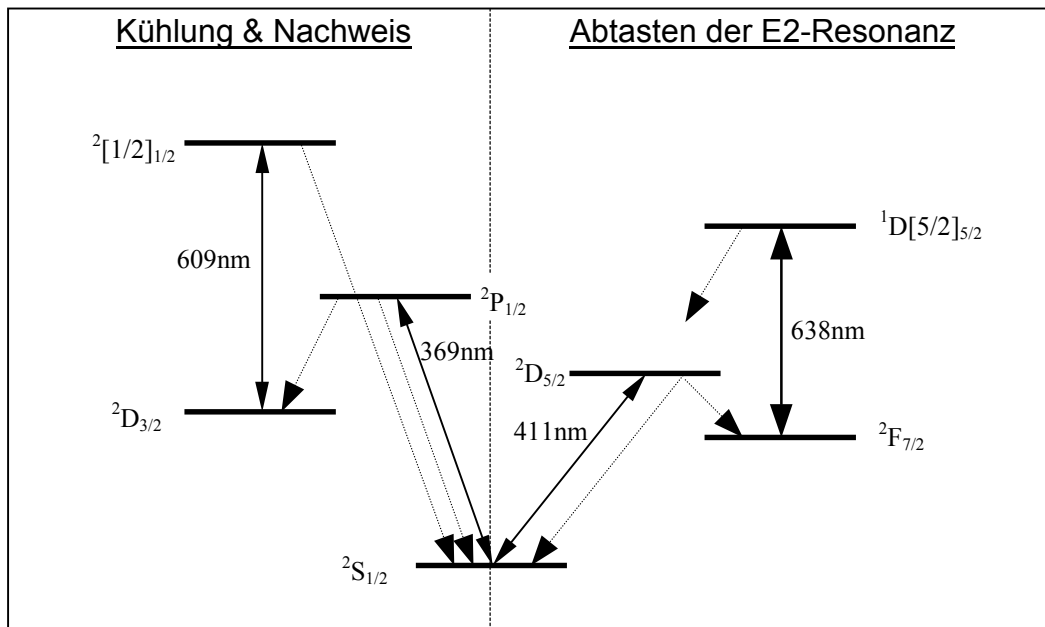


Abb.6.5.1: Anregung des E2-Übergangs. Beteiligte Niveaus und Lichtfelder

6.5.1 Quantensprünge

Zunächst beleuchten alle Lichtfelder das Ion kontinuierlich. Die durch das UV-Lichtfeld verursachte Leistungsverbreiterung des Grundzustandes erleichtert das Auffinden der E2-Resonanz, deren Übergangswellenlänge in einer vorbereitenden Messung bestimmt wurde. Da die spektrale Auflösung der Wellenlängenmessung in der gleichen Größenordnung wie die Leistungsverbreiterung des Grundzustandes liegt, ist es unproblematisch das Lichtfeld bei 411nm resonant zum E2-Übergang abzustimmen. Die Wellenlänge des Lasersystems bei 411nm wird zunächst durch Längenänderung des Referenzresonators eingestellt. Befindet sich das Lichtfeld in Resonanz zum Übergang, wird die weitere Verstimmung mit einem akusto-optischen-Modulator vorgenommen, vgl. Kapitel 5.5.3. Das Lichtfeld wird mit der maximalen Leistung $60\mu\text{W}$ auf etwa $40\mu\text{m}$ Strahldurchmesser am Ort des Ions fokussiert.

Zur Vermeidung von Linienverschiebungen und -verbreiterungen des E2-Übergangs werden die Lichtfelder bei 411nm und 369nm alternierend für die Dauer τ bzw. T eingestrahlt, vgl. Abb. 6.5.2. Das An- und Ausschalten erfolgt mittels akusto-optischer Modulatoren. Da die Lichtfelder bei 609nm und 638nm nicht an der E2-Resonanz ankoppeln, beleuchten sie das Ion kontinuierlich.

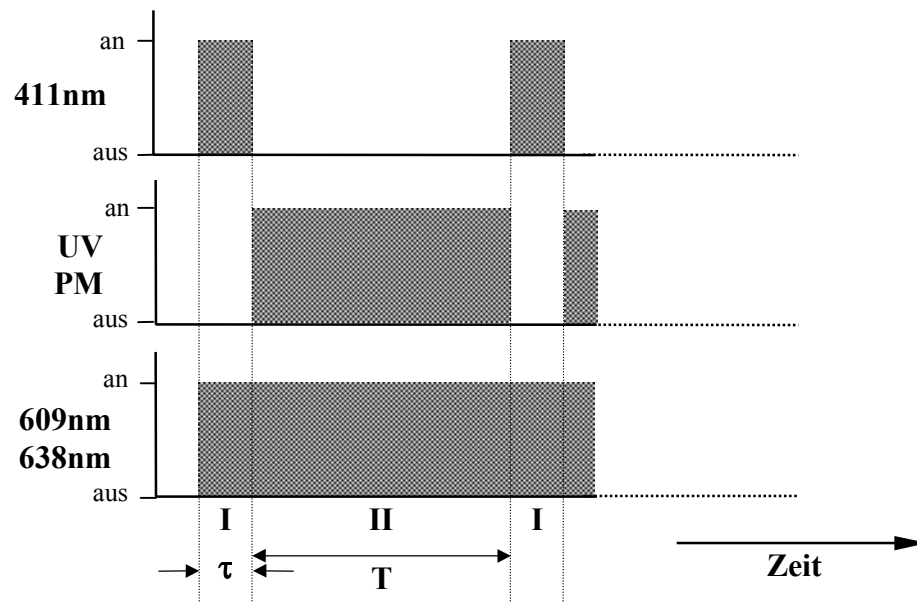


Abb. 6.5.2: Schaltzyklus für die beteiligten Lichtfelder und den Photomultiplier (PM) beim Abtasten der E2-Resonanz

Das Verzweigungsverhältnis der Spontanzerfälle des $^2P_{1/2}$ -Niveaus in den Grundzustand und in das metastabile Niveau $^2D_{3/2}$ beträgt 300:1, d.h. das Ion befindet sich nach Abschalten des UV-Lichtfeldes nach einem Spontanzerfall des $^2P_{1/2}$ -Niveaus nahezu mit Sicherheit im Grundzustand. Der Photomultiplier wird nur während der Wechselwirkung des Ions mit dem UV-Lichtfeld in Phase II für die Dauer T ausgelesen. Die Summe der in dieser Zeit registrierten Stromimpulse wird als ein Datenpunkt abgespeichert. Unter einem Meßzyklus wird im folgenden eine Abfolge der Phasen I und II verstanden.

Abb. 6.5.3 zeigt ein für diese Vorgehensweise typisches, mit einem einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ion aufgezeichnetes Meßsignal, wenn das Lichtfeld bei 411nm resonant mit dem atomaren Übergang ist. Die Wechselwirkung der Dauer $\tau=2\text{ms}$ auf der E2-Linie wurde jeweils für $T=10\text{ms}$ durch die Wechselwirkung auf der Resonanzlinie bei 369nm unterbrochen. Die registrierte Fluoreszenzzählrate je Meßzyklus springt zwischen zwei klar getrennten Niveaus hin und her. Die hohe Zählrate zeigt an, daß das Ion sich im Nachweiszyklus befindet, also bei der vorangegangenen Wechselwirkung auf dem E2-Übergang keine Absorption stattgefunden hat. Die niedrige Zählrate wird lediglich durch das Streulicht der Laserlichtfelder an der Apparatur verursacht. Sie zeigt an, daß sich das Ion nicht im Nachweiszyklus befindet, sondern in einem metastabilen Zustand, d.h. dem $^2\text{D}_{5/2}$ - oder $^2\text{F}_{7/2}$ -Niveau.

Der Übergang vom hohen zum niedrigen Zählratenniveau wird durch ein Absorptionsereignis auf dem E2-Übergang verursacht. Der Übergang von niedriger zu hoher Zählrate wird entweder durch einen spontanen oder induzierten Zerfall des $^2\text{D}_{5/2}$ -Niveaus auf dem E2-Übergang oder durch einen Spontanzerfall in das $^2\text{F}_{7/2}$ -Niveau mit anschließendem Rückpumpen durch das Lichtfeld bei 638nm verursacht. Die Wechsel zwischen den beiden Zählratenniveaus zeigen also einzelne Absorptions- bzw. Emissionsakte an, die Bohrschen Quantensprünge [NAG86, SAU86].

Die Anzahl der Absorptionsakte N_{Abs} , normiert auf die Anzahl der möglichen Absorptionen, ergibt die relative Häufigkeit, die für große Wiederholungszahl gegen die Absorptionswahrscheinlichkeit P_{Abs} geht:

$$P_{\text{Abs}} = \frac{N_{\text{Abs}}}{\rho(m_J^S) \cdot (N - 1)} \quad (6.5.1)$$

Hierbei ist $\rho(m_J^S)$ die Besetzungswahrscheinlichkeit des Zeeman-Niveaus $|^2\text{S}_{1/2, m_J}$ des Grundzustandes, das durch das Lichtfeld bei 411nm an ein Zeeman-Niveau des $^2\text{D}_{5/2}$ -Niveaus gekoppelt wird. Da die beiden Zeeman-Niveaus des Grundzustandes durch Spontanzerfall des $^2\text{P}_{1/2}$ -Niveaus gleichmäßig besetzt werden, gilt $\rho(m_J^S)=0,5$. N ist die Anzahl der Meßzyklen bei denen Fluoreszenz nachgewiesen wird, d.h. die registrierte Zählrate deutlich größer als die durch das Streulicht verursachte Zählrate ist. Die Anzahl

der möglichen Absorptionen wird durch $(N-1)$ bestimmt, da durch den ersten Meßzyklus mit nachgewiesener Fluoreszenz sichergestellt werden muß, daß sich das Ion im Grundzustand befindet.

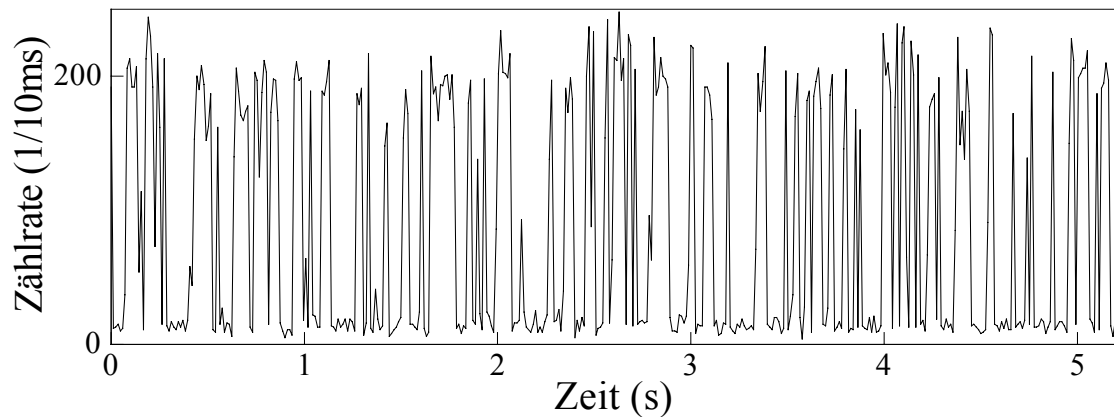


Abb. 6.5.3: Photonenzählrate der Resonanzfluoreszenz eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions bei Verwendung des Schaltzyklus aus Abb.6.5.2.; $\tau=2\text{ms}$, $T=10\text{ms}$

6.5.2 Absorptionsspektren

Abbildung 6.5.4 zeigt ein Absorptionsspektrum der E2-Linie ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ eines einzelnen ${}^{172}\text{Yb}^+$ -Ions. Es wurde unter Verwendung des in Abb. 6.5.2 dargestellten Schaltzyklus aufgezeichnet. Die Absorptionswahrscheinlichkeit wurde aus jeweils 500 Meßzyklen bei fester Verstimmung des anregenden Lichtfeldes bei 411nm ermittelt. Die Frequenz des Lichtfeldes wurde um jeweils 1MHz fortgeschaltet. Die Einstrahldauer betrug $\tau=2\text{ms}$, separiert durch die Zeit $T=10\text{ms}$. Die Polarisation des Lichtfeldes bei 411nm stand senkrecht zum Magnetfeld, so daß E2-Übergänge mit $\Delta m=\pm 1$ angeregt wurden.

Das Spektrum zeigt neben dem Träger durch die restliche Mikrobewegung verursachte Seitenbänder. Träger und Seitenbänder bestehen jeweils aus den vier Zeeman-Komponenten des E2-Übergangs, die aufgrund der großen Schrittweite der Verstimmung nicht aufgelöst sind. Wenn Ω die Rabi-Frequenz auf dem E2-Übergang ist, Ω_a die Fallenfrequenz, M der Modulationsindex, Δ die Verstimmung des Lichtfeldes bei 411nm gegen die E2-Resonanz und J_n die Bessel-Funktion n-ter Ordnung, wird die Form des Spektrums angenähert durch

$$A = \sum_{n=-N}^N J_n^2(M) \cdot \frac{\Omega^2}{(\Delta - n\Omega_a)^2 + \Omega^2} \quad (6.5.2)$$

Die Anpassung an die gemessene Absorptionswahrscheinlichkeit erfolgte durch Variation von M und Ω , sowie eines Skalierungsfaktors zur Anpassung der Signalhöhe.

Es ergeben sich der Modulationsindex $M=0,95$ und die Rabi-Frequenz $\Omega=980\text{kHz}$.

Bei negativer Verstimmung ist ein Seitenband zweiter Ordnung zu erkennen. Gegenüber den Anregungsspektren bei 609nm ist die Empfindlichkeit bezüglich der Mikrobewegung um den Faktor $609\text{nm}/411\text{nm}$ gesteigert, da der Modulationsindex antiproportional zur Wellenlänge ist.

In einer weiteren Meßreihe wurde die Frequenz des Laserlichtfeldes bei 411nm in Schritten von 200kHz bei der Einstrahldauer $\tau=2\text{ms}$ fortgeschaltet. Die Einstrahldauer des UV-Lasers betrug $T=10\text{ms}$. Abb. 6.5.5 zeigt ein bei der magnetischen Induktion

$B=150\mu\text{T}$ aufgezeichnetes Absorptionsspektrum des E2-Linie eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions. Durch parallele Orientierung der Polarisation des Lichtfeldes relativ zum Magnetfeld wurden E2-Übergänge mit $\Delta m=\pm 1$ ausgewählt. Ein Datenpunkt ergibt sich durch Auswertung von 500 Meßzyklen.

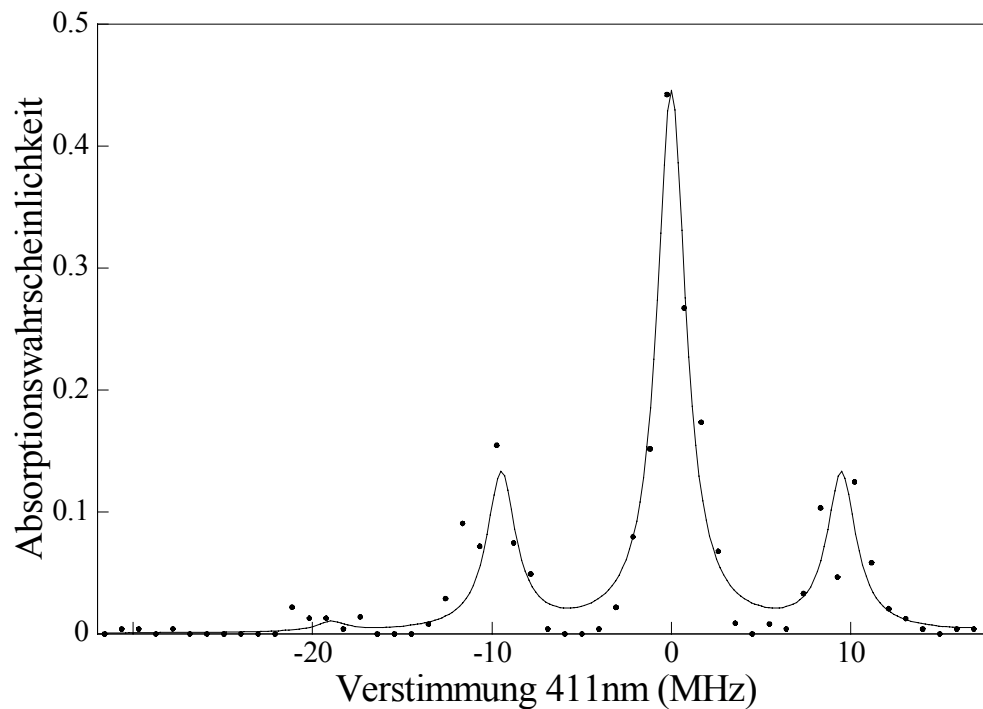


Abb. 6.5.4: Gemessenes (Punkte) und angepasstes (Linie) Absorptionsspektrum der E2-Resonanz $^2S_{1/2} \leftarrow ^2D_{5/2}$ eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions mit Mikrobewegungsseitenbändern.

Bei den zentralen vier Resonanzen handelt es sich um die Zeeman-Komponenten des E2-Übergangs, bei den äußeren vier Resonanzen um Mikrobewegungsseitenbänder. Die Form des Spektrums wird beschrieben durch die Gleichung

$$A_{\text{Zeeman}} = \sum_{i=1}^4 I_i A(\Delta_i). \quad (6.5.3)$$

I_i gibt die relative Linienstärke der Zeeman-Komponente i an. Δ_i ist die Verstimmung bezüglich der durch das Magnetfeld verschobenen Komponenten des E2-Übergangs. Die relativen Linienstärken und Frequenzverschiebungen sind in Kapitel 2.3 beschrieben. Bei der Anpassung an das gemessene Spektrum wurden der Modulationsindex und die Rabi-Frequenz, sowie ein Skalierungsfaktor zur Anpassung der Signalhöhe variiert. Es folgen die Rabi-Frequenz $\Omega=2\pi\cdot 550\text{kHz}$ und der Modulationsindex $M=0,87$.

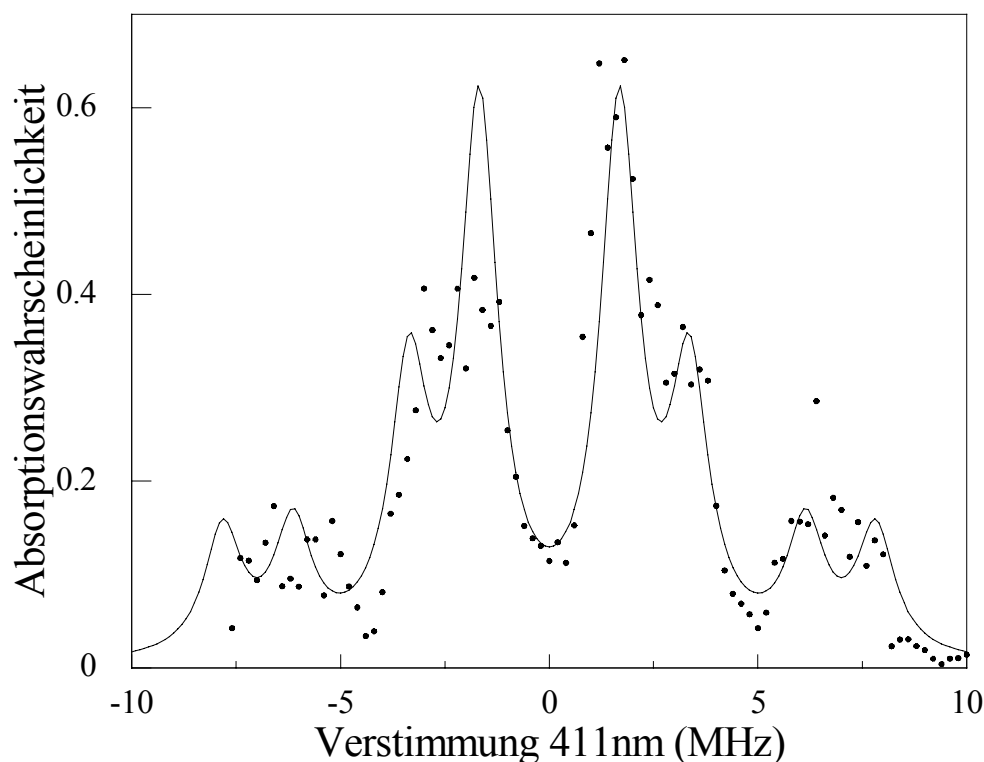


Abb. 6.5.5: Gemessenes (Punkte) und angepasstes (Linie) Absorptionsspektrum des E2-Übergangs ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ eines einzelnen ${}^{172}\text{Yb}^+$ -Ions für $\mathbf{k} \perp \mathbf{B} \parallel \boldsymbol{\epsilon}$ mit Zeeman-Struktur und Mikrobewegungsseitenbändern.

Abb. 6.5.6 zeigt ein Absorptionsspektrum der Zeeman-Komponente $|{}^2S_{1/2}, -1/2\rangle \rightarrow |{}^2D_{5/2}, +1/2\rangle$ des E2-Übergangs eines einzelnen ${}^{172}\text{Yb}^+$ -Ions. Die Lichtfrequenz wurde hier nur noch um jeweils 20kHz fortgeschaltet.

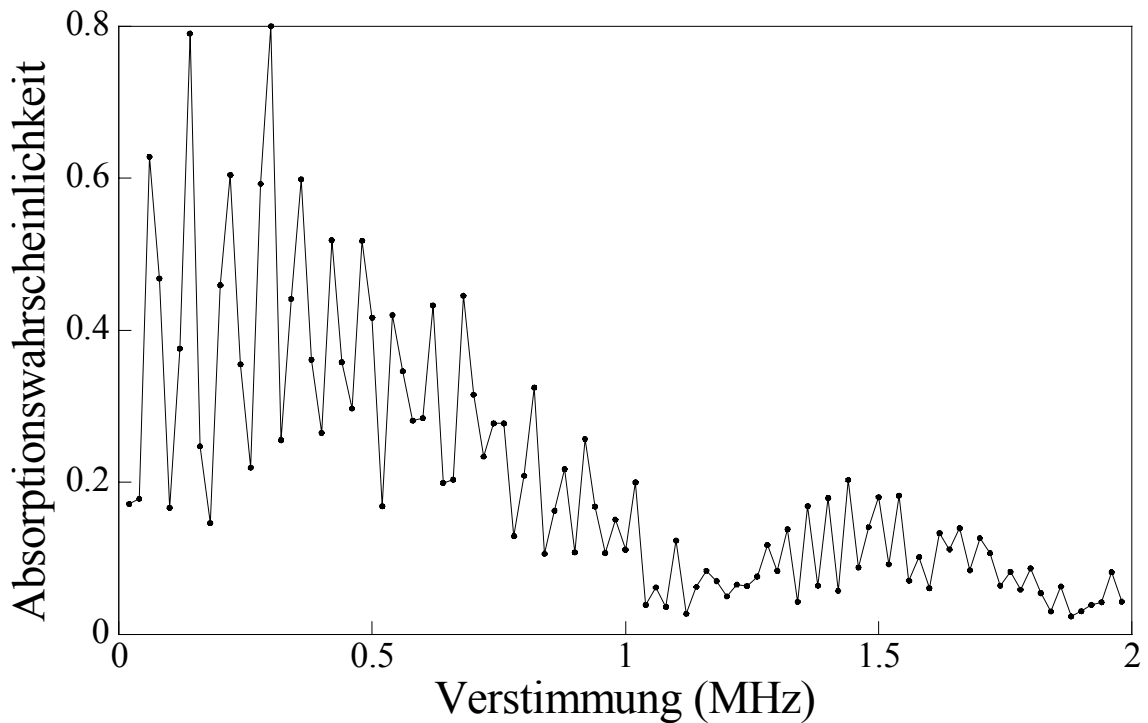


Abb. 6.5.6: Zeeman-Komponente $|^2S_{1/2,-1/2} \rightarrow|^2D_{5/2,+1/2}$ des Absorptionsspektrums eines einzelnen $^{172}\text{Yb}^+$ -Ions mit Makrobewegungsseitenband

Das Spektrum besteht aus dem Träger und einem durch die Säkularbewegung verursachten Seitenband. Die Absorptionswahrscheinlichkeit übersteigt den Wert $1/2$. Dies zeigt, daß der Übergang kohärent angeregt wurde. Im Falle inkohärenter Anregung beträgt die maximale Absorptionswahrscheinlichkeit $1/2$ und wird bei Sättigung des Übergangs erreicht. Ebenso zeigt die periodische Struktur des Spektrums die Kohärenz der Wechselwirkung an. Bei kohärenter Anregung mit der Rabi-Frequenz Ω oszilliert die Absorptionswahrscheinlichkeit P und damit auch die Besetzung der beiden Niveaus (Rabi-Oszillationen) gemäß Gleichung (3.3.7b), die hier noch einmal aufgeführt wird:

$$P = \left| \frac{\Omega}{\Omega_v} \right|^2 \sin^2 \left(\frac{\Omega_v t}{2} \right) \quad \text{mit} \quad \Omega_v = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2} \quad (6.5.4)$$

Ω_v ist die verallgemeinerte Rabi-Frequenz. Die Messung der Besetzung des Grundzustandes erfolgt nach der Wechselwirkungsdauer τ bei der Oszillationsphase $\Phi = \Omega_v \tau / 2$. Wenn die Wechselwirkungszeit τ und die Rabi-Frequenz fest sind, wird die Phase Φ nur noch durch die Verstimmung Δ bestimmt. Das Absorptionsspektrum zeigt die Rabi-Linienform, vgl. Abb. 3.3.3. Sie kann aufgelöst werden, wenn die Phasen zweier aufeinander folgender Messungen bei den Verstimmungen Δ_1 und Δ_2 um weniger als π differieren, d.h. $|\Phi_1 - \Phi_2| \ll \pi$. Diese Bedingung ergibt bei Entwicklung der verallgemeinerten Rabi-Frequenz nach der Verstimmung Δ die Ungleichung

$$|\Delta_1^2 - \Delta_2^2| \ll \frac{4\pi\Omega}{\tau}. \quad (6.5.5)$$

Für ein reales Laserlichtfeld ist weiterhin zu berücksichtigen, daß die Verstimmung aufgrund der endlichen Emissionsbandbreite $\Delta\nu$ nicht fest, sondern mit einem Rauschen behaftet ist, welches die Phase der Rabi-Oszillationen vollständig verwischen kann.

Für Verstimmungen $\Delta > 0$ fluktuiert die Phase um weniger als π , wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\Delta\nu \ll \frac{\Omega}{\Delta \cdot \tau} \quad (6.5.6)$$

Bei Erfüllung der Ungleichungen (6.5.5) und (6.5.6), also für ein hinreichend schmalbandiges Lichtfeld und hinreichend kleine Frequenzschritte, kann die Rabi-Linienform des Absorptionsspektrums aufgelöst werden. Die experimentellen Parameter bei der Aufzeichnung des Spektrums in Abb. 6.5.6 verletzen Ungleichung (6.5.5). Die Phasendifferenz zwischen zwei Messungen ist größer als π . Beim Fortschalten der Frequenz mit der Schrittweite $\delta = 20\text{kHz}$ werden mehrere Rabi-Streifen übersprungen. Dieses Verhalten ist in Abb. 6.5.7 skizziert.

Es sind zwei mit Gleichung (6.5.4) berechnete Spektren dargestellt. Die punktierte Linie beschreibt ein Spektrum für die Schrittweite $\delta = 5\text{kHz}$, Rabi-Frequenz $\Omega = 2\pi \cdot 500\text{kHz}$ und Einstrahldauer $\tau = 2\text{ms}$. In diesem Fall ist die Phasendifferenz $|\Phi_1 - \Phi_2|$ zweier aufeinander folgender Messungen wesentlich größer als π . Die Rabi-Linienform, dargestellt durch

die einfache Linie für die Parameter $\delta=100\text{Hz}$, $\Omega=2\pi\cdot 500\text{kHz}$ und $\tau=2\text{ms}$, wird nicht aufgelöst. Aus der fehlenden Auflösung resultiert eine veränderte spektrale Periodizität.

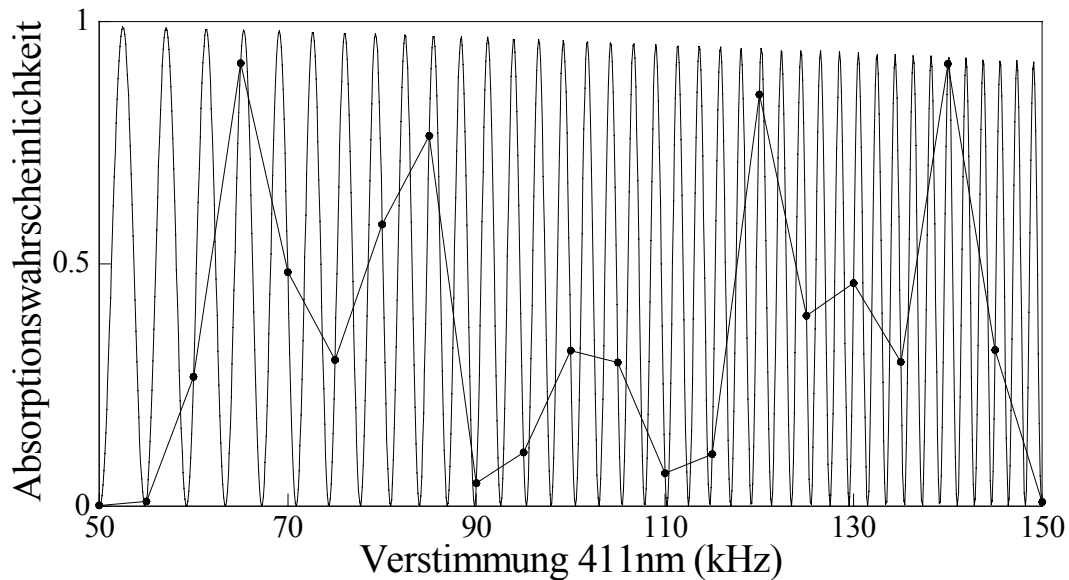


Abb.6.5.7: Berechnete Rabi-Spektren für $\delta=100\text{Hz}$ und für $\delta=5\text{kHz}$. In beiden Fällen ist $\Omega=2\pi\cdot 500\text{kHz}$ und $\tau=2\text{ms}$.

Das verwendete Meßverfahren zeigt Parallelen zur in der Elektronik verwendeten Abtast- oder Samplingmethode. Bei der Samplingmethode wird ein periodisches Signal mit kleiner Zeitkonstante durch einen Meßapparat mit sehr viel größerer Zeitkonstante punktweise abgetastet, indem der zeitliche Abstand aufeinander folgender Messungen in Schritten verändert wird, die klein sind gegen die Periode der zu messenden Größe. Das Auftragen der Meßergebnisse gegen die Zeitpunkte der Messungen ergibt ein Signal, dessen Form mit der zu messenden Größe übereinstimmt, dessen Periode jedoch proportional zum zeitlichen Abstand der Messungen ist, also viel größer als die Periode des zu messenden Signals.

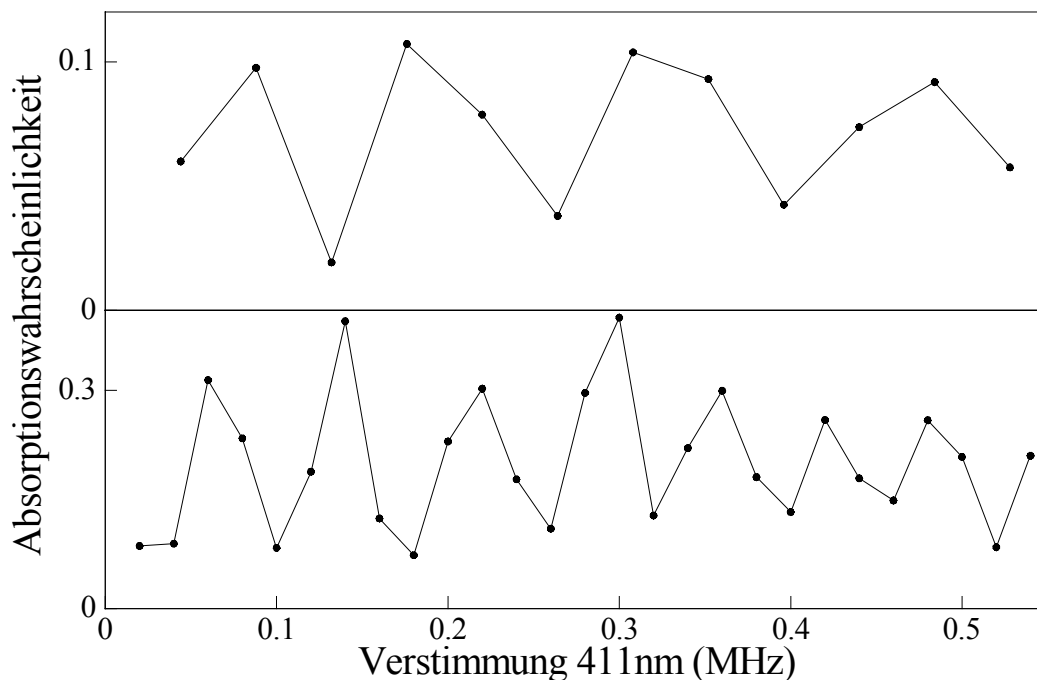


Abb. 6.5.8: Gemessene Absorptionsspektren mit der Schrittweite 20kHz (oben) und der Schrittweite 10kHz (unten)

Abbildung 6.5.8 bestätigt diese Aussage. Es zeigt zwei an einem einzelnen Ion gemessene Absorptionsspektren, die sich lediglich durch die Schrittweite der Verstimmung unterscheiden. Das obere Spektrum, bei dessen Aufzeichnung die Lichtfrequenz um jeweils 20kHz fortgeschaltet wurde, weist eine wesentlich größere spektrale Periode auf, als das untere Spektrum, bei dem die Frequenz lediglich um 10kHz fortgeschaltet wurde.

Die kohärente Anregung der E2-Linie setzt eine sehr geringe Emissionsbandbreite des anregenden Lichtfeldes voraus. Sie kann mit der Ungleichung (6.5.6) abgeschätzt werden. Die Rabi-Frequenz kann aus der Einhüllenden des Spektrums in Abb. 6.5.6 zu $\Omega \approx 2\pi \cdot 500\text{kHz}$ abgeschätzt werden. Bei der Verstimmung $\Delta \approx 2\pi \cdot 500\text{kHz}$ ist die periodische Struktur des Spektrums noch klar zu erkennen. Mit der Einstrahldauer $\tau = 2\text{ms}$ folgt die maximale Emissionsbandbreite $\Delta\nu = 2\pi \cdot 500\text{Hz}$ im Zeitbereich bis zu 2ms.

6.5.3 Projektionsrauschen

Durch den eindeutigen Nachweis einzelner Absorptionsakte auf der E2-Linie ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ ist die wesentliche Voraussetzung geschaffen, mit der Methode der OODR Projektionsrauschen auf diesem Übergang nachzuweisen.

Die kohärente Wechselwirkung des Ions mit dem Lichtfeld bei 411nm erzeugt eine kohärente Überlagerung des Grundzustandes mit dem Zustand ${}^2D_{5/2}$. Durch die anschließende Messung der Resonanzfluoreszenz bei 369nm findet eine Projektion auf den Grundzustand statt. Für bestimmte Lichtverstimmungen $\Delta\nu$, bei denen der Nutationswinkel $\Theta(\Delta\nu)$ des Bloch-Vektors ganzzahlige Vielfache von π beträgt, ist das Ergebnis der Fluoreszenzmessung vorbestimmt. Das Absorptionsspektrum zeigt bei diesen Verstimmungen kein Projektionsrauschen. Für die übrigen Lichtverstimmungen jedoch sind die Ergebnisse der Messungen zufällig verteilt, d.h. bei vielfacher Wiederholung des Meßzyklus' ergeben sich stochastische Serien der Meßergebnisse „Fluoreszenz_an“ und „Fluoreszenz_aus“. Dieses Verhalten zeigen die in Abb. 6.5.9 dargestellten Trajektorien der je 10ms gezählten Photonen der Resonanzfluoreszenz eines einzelnen Ions nach versuchter Anregung der Dauer $\tau=2\text{ms}$ auf der E2-Linie.

Die oberste Trajektorie wurde bei einer Lichtverstimmung aufgezeichnet, die eine Absorptionswahrscheinlichkeit nahe eins bedingt. Die Häufigkeit der jeweiligen Zählraten ist durch das rechts im Bild eingefügte Histogramm dargestellt. Bei einem Spektrum, das durch Auftragen der über viele Meßzyklen summierten Zählraten entsteht, entspricht die Verstimmung gerade einem Minimum des Spektrums, wie durch das eingefügte Piktogramm angedeutet wird. Die Messung ist nahezu deterministisch. Die verbleibenden Serien von „Fluoreszenz_an“-Messungen sind erstens auf die nicht exakt resonante Verstimmung zurückzuführen und zweitens darauf, daß im Mittel nur jeder zweite Spontanzerfall des ${}^2P_{1/2}$ -Niveaus das durch das Lichtfeld an das ${}^2D_{5/2}$ -Niveau angekoppelte Zeeman-Niveau des Grundzustandes besetzt. Befindet sich das Ion beispielsweise nach einem Spontanzerfall im Grundzustand $|{}^2S_{1/2, m_J} = -1/2\rangle$ und die Lichtfrequenz ist abgestimmt auf den Übergang $|{}^2S_{1/2, m_J} = +1/2\rangle \leftrightarrow |{}^2D_{5/2, m_J}\rangle$, dann werden auch bei der Absorptionswahrscheinlichkeit eins im Mittel zwei Meßergebnisse „Fluoreszenz_an“ aufeinander folgen bevor eine Absorption auf der E2-Linie stattfindet. Die mittlere Trajektorie wurde aufgezeichnet für eine Lichtverstimmung auf der Flanke

eines Rabi-Streifens, d.h. für eine Absorptionswahrscheinlichkeit nahe $1/2$. Die Anzahl der Meßergebnisse „Fluoreszenz_an“ ist größer als bei der oberen Trajektorie. Es sind mehr Versuche notwendig, um einen Quantensprung auf der E2-Linie zu induzieren. Bei der Aufzeichnung der unteren Trajektorie entsprach die Lichtverstimmung etwa dem Maximum eines Rabi-Streifens, d.h. die Absorptionswahrscheinlichkeit war nahe null. In diesem Fall sind viele Versuche notwendig, um einen Quantensprung zu induzieren. Nahezu alle Meßzyklen liefern das Ergebnis „Fluoreszenz_an“.

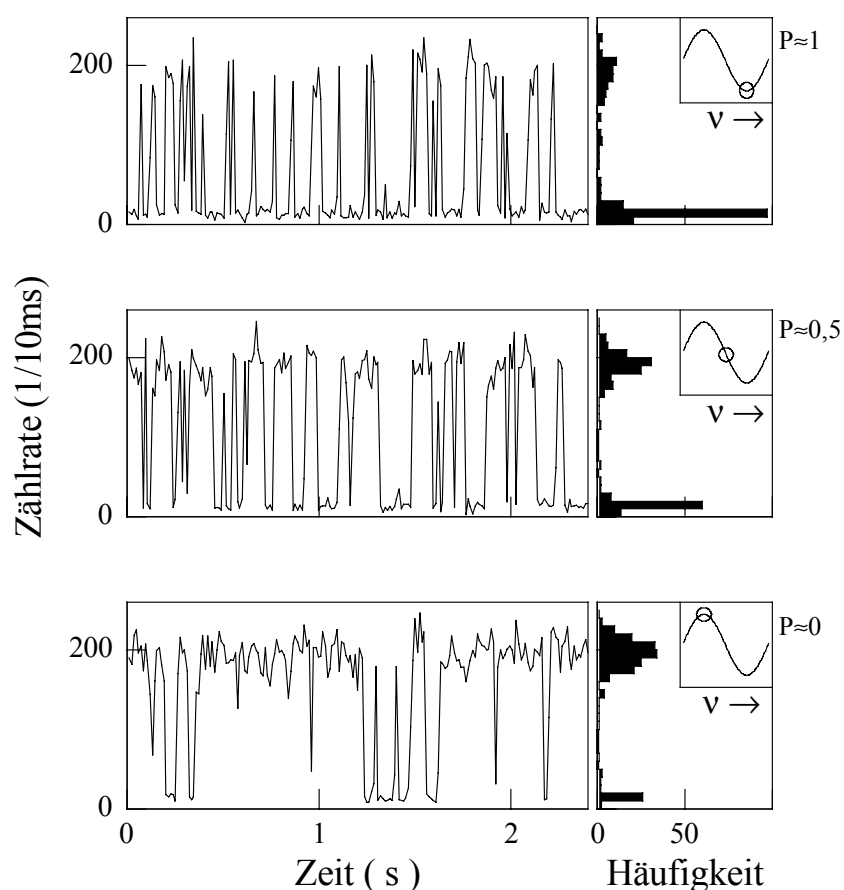


Abb. 6.5.9: Meßsignale bei Verwendung des Schaltzyklus aus Abb. 6.5.2 mit $\tau=2\text{ms}$ und $T=10\text{ms}$ für verschiedene Absorptionswahrscheinlichkeiten P . Die Histogramme geben die Häufigkeit der Meßpunkte mit einer bestimmten Zählrate an.

Die Auswertung der Trajektorien mit Gleichung (6.5.1) ergibt die jeweilige Absorptionswahrscheinlichkeit p . Der Erwartungswert, bei n Versuchen k Quantensprünge auf dem E2-Übergang zu induzieren, beträgt $\langle k \rangle = n \cdot p$ und die durch das Projektionsrauschen verursachte Varianz $\sigma_{PR}^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$, vgl. Kapitel 3.2.

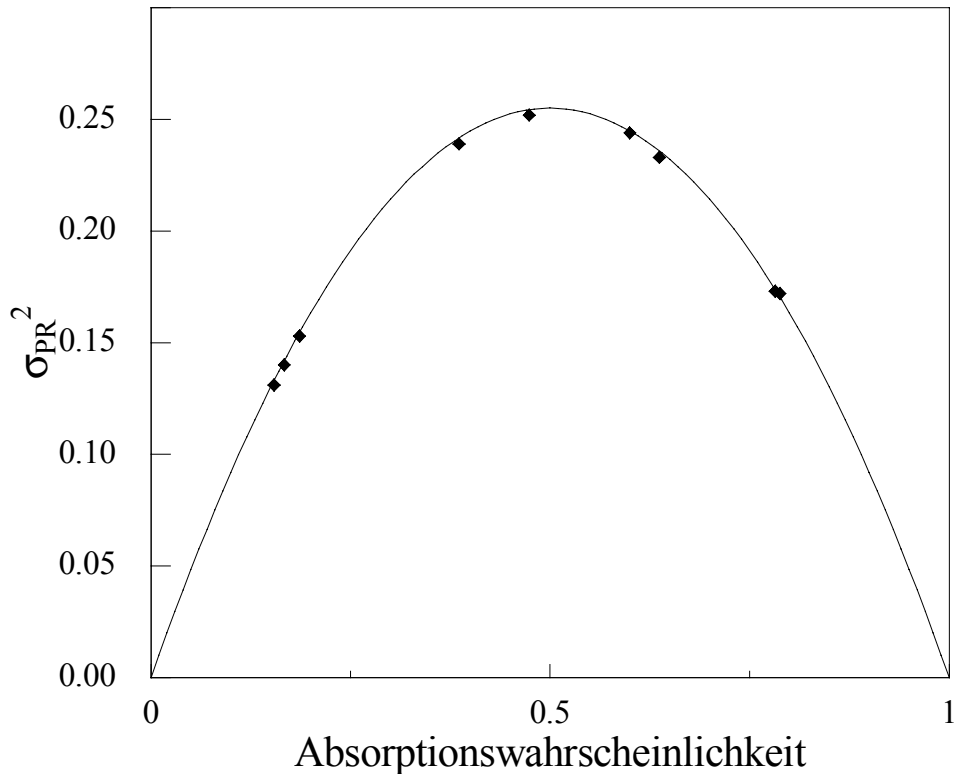


Abb. 6.5.10: Gemessene Varianz (Rauten) und theoretisch für Projektionsrauschen vorhergesagte Varianz (Linie) für Wiederholungszahl $n=1$

Es wurden 9 Meßreihen, jeweils aus 500 Meßzyklen bestehend, für verschiedene Verstimmungen des Lichtfeldes bei 411nm aufgezeichnet. Die Auswertung mit Gleichung (6.5.1) ergab Absorptionswahrscheinlichkeiten zwischen $p=0,15$ und $p=0,79$. Die Varianzen der Meßreihen wurden berechnet mit

$$\sigma^2_{\text{exp}} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (k_i - \langle k \rangle)^2 . \quad (6.5.7)$$

N ist die Anzahl der erfolgversprechenden Versuche, einen Absorptionsakt auf der E2-Linie zu induzieren, also die halbe Anzahl der Zyklen mit Meßergebnis „Fluoreszenz_an“. Für Wiederholungszahl $n=1$ können im Versuch i gerade $k_i=0$ oder $k_i=1$ Quantensprünge induziert werden. Innerhalb der jeweils 500 Meßzyklen betrug die Anzahl der erfolgversprechenden Versuche für große Absorptionswahrscheinlichkeiten etwa 50 und für kleine Absorptionswahrscheinlichkeiten etwa 180.

Abbildung 6.5.10 zeigt den Vergleich der mit Gleichung (6.5.7) berechneten Varianzen der Meßreihen (Rauten) mit der für Projektionsrauschen vorhergesagten Varianz (Linie) gemäß Gleichung (3.2.5). Die gute Übereinstimmung der Werte stellt einen klaren Nachweis des Projektionsrauschens dar.

7 Zusammenfassung

Den Schwerpunkt der Arbeit bilden phasenempfindliche mikrowellen- und optisch-spektroskopische Messungen an einem lokalisierten Ytterbium-Ion.

Die bestmögliche spektrale Auflösung erfordert eine sorgfältige Präparation des Ions: Das Ion wurde im Hochvakuum in einer miniaturisierten Paul-Falle gespeichert. Durch optische Kühlung auf der Resonanzlinie $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ wurde die Bewegungsenergie des Ions bis zur Doppler-Grenze reduziert. Dies entspricht einer Temperatur von etwa 1mK. Anregungsspektren der Resonanz $^2D_{3/2} \leftrightarrow [1/2]_{1/2}$ bei 609nm erlauben den empfindlichen Nachweis der durch das Fallenfeld angetriebenen Mikrobewegung. So wird es möglich, das Ion mit Hilfe eines Gleichspannungsfeldes mit einer Unsicherheit von wenigen nm in das elektrische Fallenzentrum zu schieben. Das so präparierte einzelne Ion ist nahezu bewegungslos und steht für praktisch unbegrenzte Dauer für Messungen zur Verfügung.

An der Hyperfeinstruktur des Grundzustandes eines einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions wurde mikrowellen-optische Doppelresonanzspektroskopie durchgeführt: In Analogie zu Ramseys Methode der räumlich getrennten Felder wurde der Übergang $|^2S_{1/2}, F=0, m_F=0\rangle \leftrightarrow |^2S_{1/2}, F=1, m_F=0\rangle$ durch zeitlich getrennte Paare von Mikrowellenpulsen angeregt. Erfolgreiche Anregungen wurden durch Beobachtung der auf der Resonanzlinie $|^2S_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=0\rangle$ angeregten Fluoreszenz nachgewiesen. Bei Summation über viele Anregungs- und Nachweiszyklen zeigt die Resonanzfluoreszenz in Abhängigkeit von der Mikrowellenfrequenz Ramsey-Streifen. Der schmalste an einem einzelnen Ion aufgezeichnete Streifen hat die volle Halbwertsbreite 5Hz bei dem Signal-zu-Rauschen-Verhältnis 8,7. Dies ist die schmalste Resonanz, die bisher an einem einzelnen atomaren Teilchen vermessen wurde.

Übergänge zwischen den Hyperfeinniveaus des Grundzustandes werden mit gleicher Wahrscheinlichkeit durch den ersten oder zweiten Mikrowellenimpuls induziert. Die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsamplituden interferieren. Das realisierte Wechselwirkungsschema wird als Mach-Zehnder-Interferometer im Konfigurationsraum interpretiert. Da der Mikrowellenübergang ein magnetischer Dipolübergang ist, entspricht der Konfigurationsraum gerade dem Ortsraum. Die Mikrowellenpulse

entsprechen den Strahlteilern und die verschiedenen Ausbreitungsrichtungen der Wellen entsprechen verschiedenen Neigungswinkeln des magnetischen Momentes des Ions gegen die Magnetfeldrichtung. Die „Arme“ des Interferometers sind gekennzeichnet durch die Quantenzahlen $F=0$ und $F=1$ der beiden Grundzustandskomponenten.

Durch kurzzeitige Änderung des angelegten Magnetfeldes zwischen den Mikrowellenpulsen wurde eine entgegengesetzt gleich große Phasenverschiebung der Larmor-Präzession für die obere und untere Hyperfeinstrukturkomponente der Grundzustandswellenfunktion induziert. Die resultierende Phasenverschiebung der Ramsey-Streifen zeigt eine enge Analogie zum skalaren Aharonov-Bohm-Effekt.

Im semiklassischen Grenzfall gehen die Matrixelemente gegen den mikrokanonischen Mittelwert. In diesem Sinne stellt die Übereinstimmung der gemessenen Phasenverschiebungen für ein einzelnes Ion und eine Gesamtheit von etwa 30 Ionen eine experimentelle Bestätigung der quantenmechanischen Variante der Ergodenhypothese dar.

Periodisch mit der Verstimmung des Mikrowellenfeldes ist das Ergebnis eines Anregungsversuches vorbestimmt oder mit maximaler Unsicherheit behaftet. Den am einzelnen Ion gemessenen Ramsey-Streifen ist dementsprechend Projektionsrauschen mit periodisch veränderter Amplitude überlagert: Maximales Projektionsrauschen auf den Flanken der Streifen, minimales bei den Extrema. Da die Streifen aufgrund des schwachen Fluoreszenzsignals eines einzelnen $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions durch Mittelung über viele Anregungs- und Nachweiszyklen entstehen, ist das Projektionsrauschen nur schwach.

Das im Termschema Λ -förmig angeordnete System $|^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow |^2\text{P}_{1/2} \leftrightarrow |^2\text{D}_{3/2}$ eines $^{174}\text{Yb}^+$ -Ions wurde durch Laserlichtfelder der Wellenlängen 369nm und 2,4 μm angetrieben. In einem Anregungsspektrum bei 2,4 μm wurden die Zeeman-Komponenten der Dunkelresonanz aufgelöst.

Auf das im Termschema V-förmig angeordnete System $|^2\text{P}_{1/2} \leftrightarrow |^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow |^2\text{D}_{5/2}$ wurde die Methode der opto-optischen Doppelresonanz angewendet. Die Anregung des E2-Übergangs $|^2\text{S}_{1/2} \leftrightarrow |^2\text{D}_{5/2}$ erfordert ein besonders schmalbandiges Laserlichtfeld bei 411nm.

Das Lichtfeld eines Diodenlasers bei 822nm wurde nach dem Holberg-Verfahren frequenzstabilisiert und in einem Überhöhungsresonator mit Ringkonfiguration frequenzverdoppelt. Bei der Eingangsleistung 56mW hat das frequenzverdoppelte Lichtfeld die maximale Ausgangsleistung 340 μ W. Die Bandbreite beträgt bei der Meßdauer 2ms maximal 500Hz.

Bei Anregung der E2-Resonanz erfolgt optisches Pumpen in das langlebige Niveau $^2F_{7/2}$. Die Entleerung des F-Zustandes erfolgte mit dem Lichtfeld eines durch optische Rückkopplung von einem Gitter frequenzstabilisierten Diodenlasers der Wellenlänge 638nm. Das Ion wird innerhalb weniger Millisekunden über das Niveau $[5/2]_{5/2}$ in den Anregungszyklus zurück gepumpt.

Einzelne Absorptionsakte des Ions auf dem E2-Übergang wurden nach dem Prinzip der Quantenverstärkung nachgewiesen. Im Gegensatz zu Messungen an atomaren Gesamtheiten liefert dieses Verfahren vollständige Information über die Besetzung eines einzelnen quantenmechanischen Systems; die Messung ist selektiv.

Die Häufigkeit der Absorptionsakte für verschiedene Verstimmungen ergibt das Absorptionsspektrum. Die Zeeman-Aufspaltung der E2-Resonanz im angelegten Magnetfeld wurde im Spektrum aufgelöst.

Das Spektrum einer einzelnen Zeeman-Resonanz zeigt Seitenbänder, die durch die harmonische Schwingung des Ions im Fallenpotential verursacht werden. Das Ion befindet sich bezüglich des E2-Übergangs im Bereich der starken Speicherung. Die spektrale Auflösung der Säkularbewegungsseitenbänder ist die Voraussetzung für die gezielte Manipulation der Schwingungsquantenzahl der Schwerpunktsbewegung des Ions durch Anregung des E2-Übergangs auf einem Seitenband. So wird zukünftig Seitenbandkühlung möglich, mit der die quantisierte Schwingung des Ions in den nullten Oszillatorzustand gebracht werden kann.

Anregungsspektren bei 411nm zeigen eine durch Rabi-Oszillationen auf dem E2-Übergang verursachte Streifenstruktur. Dies zeigt, daß erstmals ein optischer Übergang in einem einzelnen Atom kohärent angeregt wurde. Bestätigt wird dies durch Absorptionswahrscheinlichkeiten größer als 1/2, die bei der Wechselwirkung des Lichtfeldes mit der E2-Resonanz auftreten.

Im Spektrum einer einzelnen Zeeman-Komponente des E2-Übergangs wurde erstmals für einen optischen Übergang Projektionsrauschen nachgewiesen. Da das Spektrum aus einzelnen, selektiven Messungen ermittelt wurde, hat das Projektionsrauschen im Vergleich zu den Mikrowellenspektren die maximal mögliche Amplitude.

Anhang

A Drehtransformationen

Die zeitliche Entwicklung des Bloch-Vektors während der Wechselwirkung von Atom und elektromagnetischem Feld wird durch Drehtransformationen beschrieben. Das in Abb. 3.3.2 dargestellte Koordinatensystem S wird durch zwei Drehtransformationen in das Koordinatensystem S'' transformiert, in dem der Bloch-Vektor stationär ist [ALL75]:

1. Nach der Drehtransformation T_y um die y -Achse um den Winkel ξ liegt Ω_v parallel zur x' -Achse. Der transformierte Blochvektor ρ_B' präzediert mit $|\Omega_v| = (\Omega^2 + \Delta^2)^{1/2}$ um die x' -Achse. Es gilt $\rho_B = T_y(\xi) \rho_B'$.
2. Es folgt die Transformation in ein mit $-\Omega_v$ um die x' -Achse rotierendes System S'' . In der Wechselwirkungsdauer τ resultiert eine Drehung um den Winkel $\Theta = -\Omega_v \tau$. Im System S'' ist der Blochvektor ρ_B'' stationär. Es gilt $\rho_B' = T_x(\Theta) \rho_B''$. Für die Wechselwirkungsdauer $\tau = 0$ lässt sich der zweifach transformierte Blochvektor mit $\rho_B'' = \rho_B' = T_y^{-1}(\xi) \cdot \rho_B(0)$ auf den Ausgangs-Blochvektor $\rho_B(0)$ zurückführen.

Insgesamt folgt:

$$\rho_B = T_y(\xi) T_x(\Theta) T_y^{-1}(\xi) \rho_B(\tau = 0) \quad (\text{A.1})$$

Entsprechend gilt für die in Gleichung (3.3.6) eingeführte Drehtransformation

$$D(\xi, \Theta) = U_y(\xi) U_x(\Theta) U_y^{-1}(\xi) \quad (\text{A.2})$$

In Phase III der Ramsey-Methode, vgl. Abb. 3.3.4, präzediert der Bloch-Vektor in der x - y -Ebene um die z -Achse, vgl. Abb. 3.3.5. Eine stationäre Lösung folgt durch Transformation in ein mit der Frequenz $-\Delta$ um die z -Achse rotierendes Koordinatensystem.

Bei der Ramsey-Methode folgt der Bloch-Vektor zum Zeitpunkt der Besetzungsmessung aus dem Bloch-Vektor zum Zeitpunkt $t=0$ durch folgende Transformation:

$$\rho_{\mathbf{B}} = T_y(\xi) T_x(\theta) T_y^{-1}(\xi) T_z(\varphi) T_y(\xi) T_x(\theta) T_y^{-1}(\xi) \rho_{\mathbf{B}}(t=0) \quad (\text{A.3})$$

Entsprechend muß die Drehungstransformation $D(\xi, \theta)$ in Gleichung (3.3.6) substituiert werden:

$$D(\xi, \theta) \rightarrow D(\xi, \theta) U_z(\varphi) D(\xi, \theta) \quad (\text{A.4})$$

Die aus Gleichung (3.3.5) folgenden Drehmatrizen lauten explizit:

Drehung um die x-Achse:
$$U_x(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} & i \sin \frac{\alpha}{2} \\ i \sin \frac{\alpha}{2} & \cos \frac{\alpha}{2} \end{vmatrix}$$

Drehung um die y-Achse:
$$U_y(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} & \sin \frac{\alpha}{2} \\ -\sin \frac{\alpha}{2} & \cos \frac{\alpha}{2} \end{vmatrix}$$

Drehung um die z-Achse:
$$U_z(\alpha) = \begin{vmatrix} \exp\left(i \frac{\alpha}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-i \frac{\alpha}{2}\right) \end{vmatrix}$$

B *jK-Kopplung*

Die Elektronenkonfiguration $4f^{d3}nln'l'$ des YbII unterliegt bei gerader Parität *jj*-Kopplung und bei ungerader Parität *jK*-Kopplung [MEG67].

Die in dieser Arbeit angeregten Zustände $^3[3/2]_{1/2}$, $^3[1/2]_{1/2}$ und $^1[5/2]_{5/2}$, vgl. Abb. 2.1.1, weisen die Elektronenkonfiguration $4f^{d3}5d6s$ auf und haben ungerade Parität. Sie unterliegen somit der *jK*-Kopplung: Der Rumpf bzw. das Loch in der 4f-Schale koppelt mit dem Elektronensystem 5d6s, wie in Abbildung 8.2.1 dargestellt. Der Bahndrehimpuls L_1 und der Spin S_2 des Rumpfsystems koppeln zum Gesamtdrehimpuls J_1 , der mit dem Bahndrehimpuls L_2 des Systems 5d6s zum Drehimpuls K koppelt. Aus der Kopplung von K mit dem Spin S_2 des Systems 5d6s ergibt sich der Gesamtdrehimpuls J . Die Notation eines *jK*-gekoppelten Systems lautet $^{2S_2+1}[K]_J$.

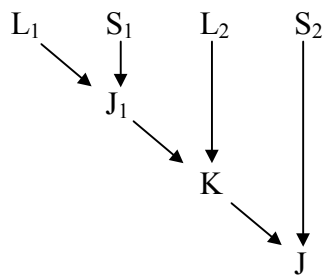


Abb. 8.2.1: Schematische Darstellung der *jK*-Kopplung.

C Die Strahlteile im Verdopplerresonator

Die Frequenzverdopplung des Lichtfeldes bei 822nm erfolgt in einem Kristall, der innerhalb eines Ringresonators montiert ist, vgl. Abb. C.1. Der Resonator dient der Leistungsüberhöhung der Grundwelle. Optimale Leistungsüberhöhung wird erreicht, wenn die Wellenfronten der Grundwelle an die Resonatormoden angepaßt werden (Phasenanpassung). Zu diesem Zweck wird die Strahlteile des Lichtfeldes im Verdopplerresonator mit Hilfe der Gaußschen Optik berechnet. Ein Gaußsches Lichtbündel wird durch den Strahlparameter q beschrieben:

$$q = \frac{1}{R} - i \frac{\lambda}{\pi w^2} \quad (\text{C.1})$$

R ist der Krümmungsradius des Lichtfeldes der Wellenlänge λ und w die Strahlteile. Im Fokus, d.h. für $R \rightarrow \infty$, folgt für die Strahlteile

$$w = -i \frac{\lambda}{\pi} q. \quad (\text{C.2})$$

Optische Elemente werden durch zweidimensionale Matrizen

$$M_i = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \quad (\text{C.3})$$

beschrieben. Ein Gaußsches Bündel habe den Strahlparameter q_1 . Nach dem Passieren eines durch die Matrix M_i beschriebenen optischen Elementes wird der Strahlparameter transformiert in den Strahlparameter

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (\text{C.4})$$

Der in Abbildung C.1 skizzierte Aufbau des Resonators ist symmetrisch bezüglich der gestrichelten Achse. Aus diesem Grund ist es ausreichend den Verlauf der Strahlteile in einer Hälfte des Resonators zu berechnen. Zu diesem Zweck werden die Strecken

$$t = \frac{1}{2} \overline{S_4 S_1 S_2 S_3} \quad \text{und} \quad s = \frac{1}{2} \overline{S_3 S_4} \quad (\text{C.5})$$

definiert. Für die Strahlteile w im Kristall gilt [BOY68]

$$w^2 = \frac{2\lambda B}{\pi \sqrt{4 - (A + D)^2}}. \quad (\text{C.6})$$

Reelle Lösungen existieren für $(A+D)^2 \leq 4$. Dies stellt die Stabilitätsbedingung des Resonators dar. A, B und D sind die Elemente der Gesamttransformationsmatrix M_G des Resonators. Sie setzt sich aus den Matrizen zusammen, die die einzelnen Resonatorabschnitte beschreiben. Beginnend in der Kristallmitte lauten die Matrizen für die Strahlausbreitung:

Ausbreitung Kristallmitte bis -ende:
$$M_1 = \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2n_{\text{LBO}}} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{C.7a})$$

Ausbreitung Kristallende bis Hohlspiegel S_3 :
$$M_2 = \begin{vmatrix} 1 & s - \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{C.7b})$$

Reflexion an S_3 :
$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r} & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{C.7c})$$

Ausbreitung $\overline{S_3 S_2 S_1 S_4}$:
$$M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.7d})$$

$$\text{Reflexion an Hohlspiegel } S_4: \quad M_5 = M_3 \quad (\text{C.7e})$$

$$\text{Ausbreitung bis Kristall:} \quad M_6 = M_2 \quad (\text{C.7f})$$

$$\text{Ausbreitung Kristallende bis -mitte:} \quad M_7 = M_1 \quad (\text{C.7g})$$

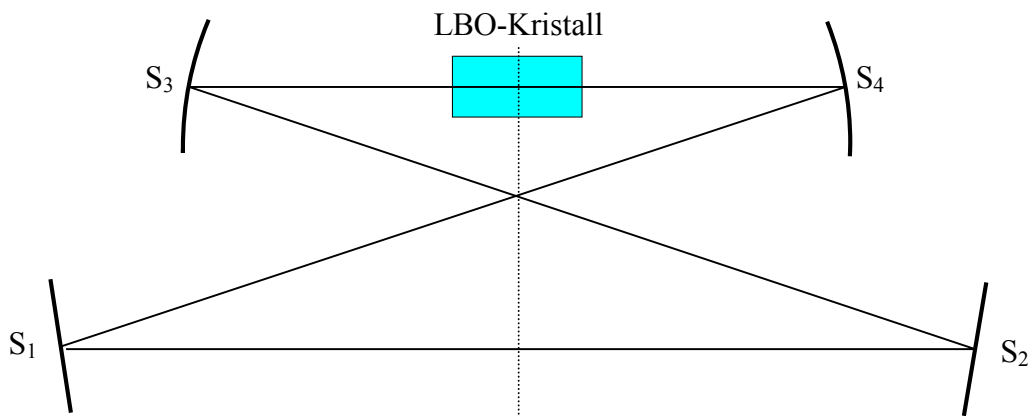


Abb. C.1: Der Verdopplerresonator

r ist der Krümmungsradius der Hohlspiegel, l die Länge und n_{LBO} der Brechungsindex des LBO-Kristalls. Die Gesamttransformationsmatrix ergibt sich mit $M_G = M_7 \cdot M_6 \cdot M_5 \cdot M_4 \cdot M_3 \cdot M_2 \cdot M_1$. Für gegebene Parameter kann die Strahlteile in der Kristallmitte mit Gleichung (C.6) berechnet werden. Mit Gleichung (C.2) folgt der Strahlparameter an dieser Stelle, der dann entlang der gesamten Resonatorachse mit Gleichung (C.4) berechnet wird und durch seinen Imaginärteil gemäß Gleichung (C.1) wiederum die Strahlteile bestimmt.

Das Lichtfeld des Diodenlasers bei 822nm ist kollimiert. Die Strahlteile beträgt 500 μm . Wie in Abbildung C.2 skizziert, kann die Phasenanpassung an das resonatorinterne Feld durch eine Linse erfolgen. Die Brennweite f der Linse muß größer als die charakteristische Länge

$$f_0 = \frac{1}{4} b_1 b_2 \quad (\text{C.8})$$

sein [KOG66]. Für die konfokalen Parameter $b_{1,2}$ gilt

$$b_{1,2} = \frac{2\pi w_{1,2}^2}{\lambda}. \quad (\text{C.9})$$

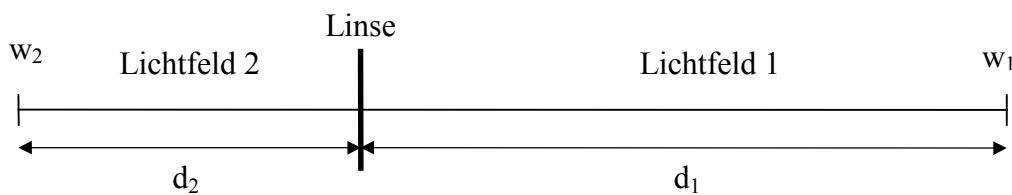


Abb. C.2: Transformation eines Lichtfeldes 1 mit Strahltaile w_1 in ein Lichtfeld der Strahltaile w_2 durch eine Linse der Brennweite f .

Die Abstände $d_{1,2}$ der Linse zu den Strahltaillen $w_{1,2}$ sind gegeben durch

$$d_{1,2} = f \pm \frac{1}{2} b_{1,2} \sqrt{\left| \frac{f}{f_0} \right|^2 - 1}. \quad (\text{C.10})$$

Da die Strahltaile w_1 des kollimierten Lichtfeldes bei 822nm nahezu konstant ist, kann d_1 beliebig gewählt werden. Die Strahltaile w_2 entspricht der resonatorinternen Strahltaile zwischen den beiden Planspiegeln, vgl. Abb. 5.5.4. Sie beträgt für die gewählten experimentellen Parameter 380 μ m. Mit den Gleichungen (C.8) bis (C.10) folgt, daß die Phasenanpassung mit einer Linse der Brennweite $f=1$ m, die sich im Abstand $d_2=47$ cm von der Strahltaile w_2 befindet, erfolgen kann.

D Dunkelresonanzen

Die Aufspaltung der an der Dunkelresonanz beteiligten Niveaus im Magnetfeld ist in Abbildung D.1 skizziert.

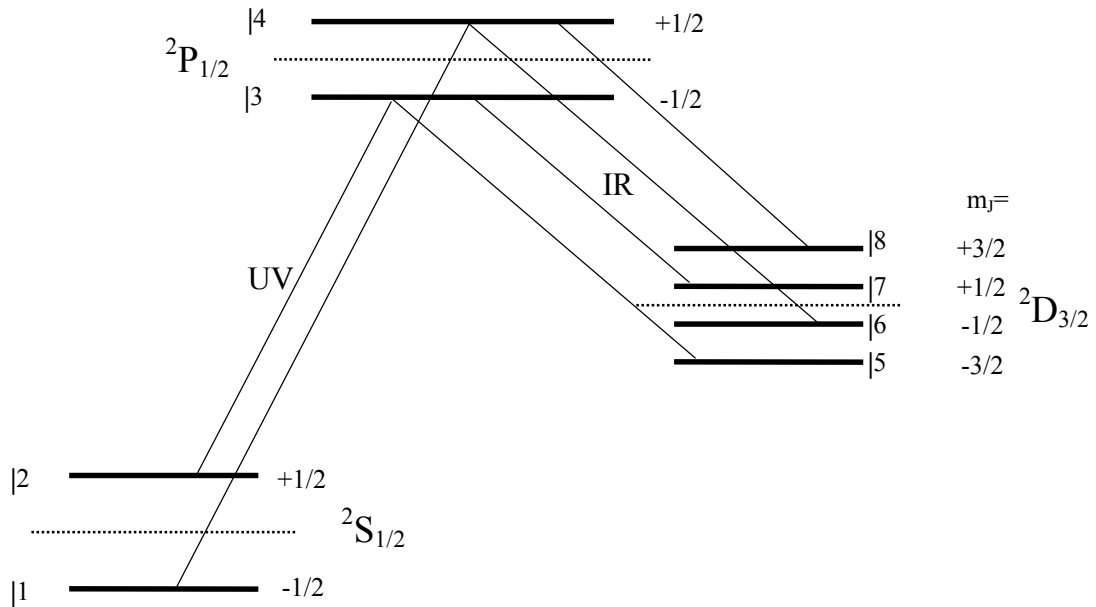


Abb. D.1: Zeeman-Aufspaltung der Niveaus im Magnetfeld.

Für die Raten Γ_{ij} des Spontanzerfalls $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ gilt:

Spontanzerfall ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$: $\Gamma_{23} = \Gamma_{14} = 2/3 \cdot \Gamma_{PS}$ und $\Gamma_{13} = \Gamma_{24} = 1/3 \cdot \Gamma_{PS}$

Spontanzerfall ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2D_{3/2}$: $\Gamma_{37} = \Gamma_{46} = 1/6 \cdot \Gamma_{PD}$

$$\Gamma_{36} = \Gamma_{47} = 1/3 \cdot \Gamma_{PD}$$

$$\Gamma_{35} = \Gamma_{48} = 1/2 \cdot \Gamma_{PD}$$

Für die Rabi-Frequenzen gilt:

$$\Omega_{13} = -\text{sat}_{\text{SP}} \Gamma_{\text{SP}} \cos\beta, \quad \Omega_{23} = \text{sat}_{\text{SP}} \Gamma_{\text{SP}} \sin\beta$$

$$\Omega_{14} = \text{sat}_{\text{SP}} \Gamma_{\text{SP}} \sin\beta, \quad \Omega_{23} = \text{sat}_{\text{SP}} \Gamma_{\text{SP}} \cos\beta$$

$$\text{mit} \quad \text{sat}_{\text{SP}} \Gamma_{\text{SP}} = \sqrt{\frac{(2J+1)}{8\pi^2} \cdot \frac{\lambda^3 \Gamma_{\text{SP}}}{c} \cdot I_{\text{UV}}}, \quad I_{\text{UV}} = \frac{c\epsilon_0}{2} |E_{\text{UV}}|^2$$

$$\Omega_{53} = 3^{1/2}/2 \text{ sat}_{\text{DP}} \Gamma_{\text{DP}} \sin\beta, \quad \Omega_{54} = 0$$

$$\Omega_{63} = \text{sat}_{\text{DP}} \Gamma_{\text{DP}} \cos\beta, \quad \Omega_{64} = 1/2 \text{ sat}_{\text{DP}} \Gamma_{\text{DP}} \sin\beta$$

$$\Omega_{73} = -1/2 \text{ sat}_{\text{DP}} \Gamma_{\text{DP}} \sin\beta, \quad \Omega_{74} = \text{sat}_{\text{DP}} \Gamma_{\text{DP}} \cos\beta$$

$$\Omega_{83} = 0, \quad \Omega_{84} = -3^{1/2}/2 \text{ sat}_{\text{DP}} \Gamma_{\text{DP}} \sin\beta$$

$$\text{mit} \quad \text{sat}_{\text{DP}} \Gamma_{\text{DP}} = \sqrt{\frac{(2J+1)}{8\pi^2} \cdot \frac{\lambda^3 \Gamma_{\text{DP}}}{c} \cdot I_{\text{IR}}}, \quad I_{\text{IR}} = \frac{c\epsilon_0}{2} |E_{\text{IR}}|^2$$

Hierbei sind J der Gesamtdrehimpuls des höherliegenden Niveaus, λ die Übergangswellenlänge, Γ_{SP} und Γ_{DP} sind die Raten des Spontanzerfalls ohne Zeeman-Aufspaltung, I_{UV} und I_{IR} sind die Intensitäten der UV- und IR-Lichtfelder am Ort des Ions, c ist die Lichtgeschwindigkeit, ϵ_0 die Influenzkonstante und β der Winkel zwischen der magnetischen Induktion und den Polarisationen der Lichtfelder. Mit Verwendung der so bestimmten Zerfallsraten und Rabi-Frequenzen in der Bewegungsmatrix (3.15) werden mit Gleichung (3.1.10) die optischen Bloch-Gleichungen für die vier separierten Teilsysteme gelöst. Die gemessene Fluoreszenzzählrate ist proportional zur Summe der Besetzungen der beiden Zeeman-Zustände des $^2\text{P}_{1/2}$ -Niveaus.

Eine Anpassung mit den optischen Bloch-Gleichungen (3.10) erfolgt durch Variation der beiden Sättigungsparameter $\text{sat}_{\text{SP/DP}}$, der Verstimmung Δ_{UV} des UV-Lichtfeldes, der

magnetischen Induktion und der Emissionsbandbreiten $\Delta\nu_{\text{Laser}}$ der Laser, sowie des Winkels zwischen magnetischer Induktion und Polarisation der Lichtfelder. Für das in Abb. 6.4.2 dargestellte Anregungsspektrum folgen die Parameter

$$\beta=90,0^\circ$$

$$\Delta\nu_{UV}=-87,8\text{MHz}$$

$$\text{sat}_{SP}=2,2$$

$$\text{sat}_{DP}=350$$

$$\Delta\nu_{\text{Laser}}=143\text{kHz} .$$

Geräteliste

Lichtquellen und Zubehör

Argon-Ionen-Laser	Spectra Physics	Model 2030
Krypton-Ionen-Laser	Spectra Physics	Model 171
Farbstoff-Ringlaser	Spectra Physics	Model 699
Kollimierte Laserdioden	Gerhard-Franck-Optronik	HL 8314 G
	Gerhard-Franck-Optronik	HL 8330 P4
Laserdiode	SDL	SDL-5311-G1
Kollimationsoptik	Schäfter&Kirchhoff	Typ T5
Halterung	Schäfter&Kirchhoff	Typ SK9620
AOM für 411nm	Isomet	Typ 1250 C - 829A
AOM für 369nm	A.A.s.a.	Typ A.A MT16
Optischer Isolator	Gsänger Optoelektronik	DL1
Programmierbarer Abschwächer	Parzich	Bestell-Nr. 6012235001
Spektrumanalysator	Hewlet Packard	Model 8592 A

Fluoreszenznachweis

Photomultiplier	Burle Industries Inc.	Typ RCA C31034 A02
Photoncounter	Stanford Research Syst.	Model SR400

Mikrowellensynthese und Pulsformung

Frequenzsynthesizer	Schomandl	Typ MG 520 M
	Schomandl	MG 100 M
	Wiltron	Model 6747A-20
Verstärker	Miteq	AMP 3B 125127-20P
Power Divider	Microwave Comm. Lab. Inc.	P52-9
Variabler Mikrowellenabschwächer	Miteq	P/N 120593
Mikrowellenkabel	Telemeter Electronic	Typ Axowave 8G
diverse Mikrowellenschalter und -isolatoren		

Fallenantrieb

Frequenzgenerator	Hameg	Typ HM 8032
Breitbandverstärker	Kalmus	Model 110C

Experimentsteuerung/Datenaufnahme

Personal Computer	ComTech	486er, 60MHz
CAMAC Schnittstellensystem	DSP Technology Inc.	Crate Controller Model 6001
	DSP Technology Inc.	Interface PC004
GPIB Schnittstelle	National Instruments	Model NI488

Datenauswertung

Computerprogramm	The MathWorks Inc.	Matlab
------------------	--------------------	--------

Literaturverzeichnis

- [ALL75] L. Allen, J.H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level-Atoms*, John Wiley & Sons, New York (1975)
- [AHA59] Y. Aharonov, D. Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959)
- [ALZ76] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols, Nuovo Cimento **B36**, 5 (1976)
- [APP97] B. Appasamy, Dissertation, Universität Hamburg (1997)
- [BAR73] R.L. Barger, M.S. Sorem, J.L. Hall, Appl. Phys. Lett. **22**, 573 (1973)
- [BEL92] A.S. Bell et al., J. Mod. Opt. **39**, 381 (1992)
- [BER93] R.W. Berends et. al., J.Phys. B **26**, 701 (1993)
- [BLA59] J.M. Blatt, V.F. Weisskopf, *Theoretische Kernphysik*, Teubner, Leibzig (1959)
- [BOH13] N. Bohr, Phil. Mag. **26**, 1 (1913)
- [BOR82] Ch.J. Bordé, S. Avrillier, A. van Leberghe, Ch. Salomon, D. Bassi, and G. Scoles, Appl. Phys. B **28**, 82 (1982)
- [BOR89] Ch.J. Bordé, Phys. Lett. A **140**, 10 (1989)
- [BOR97] Ch.J. Bordé, *Matter Wave Interferometers: A Synthetic Approach*, in *Atom Interferometry*, ed. by P.R. Berman, Academic Press (1997)
- [BOY68] G.D. Boyd, D.A. Kleinmann, J. Appl. Phys. **39**, 3597 (1968)
- [BRI79] A. Brillet and J.L. Hall, Phys. Rev. Lett. **42**, 549 (1979)
- [BRO52] J. Brossel, F. Bitter, Phys. Rev. **86**, 308 (1952)
- [BUR98] V. Burgarth, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1998)
- [CAS89] R. Casdorff, Dissertation, Universität Hamburg (1989)
- [CHO94] S. Nic Chormaic et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 1 (1994)
- [CIR95] J.I. Cirac, P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995)
- [COH62] C. Cohen-Tannoudji, Ann. Phys. I **423**, 469 (1962)
- [COH92] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Atom Photon Interactions*, John Wiley & Sons, New York (1992)
- [COU95] Ph. Courteille, Dissertation, Universität Hamburg (1995)
- [COW81] R.D. Cowan, *The Theory of Atomic Structure and Spectra*,

- University of California Press (1981)
- [DAH87] B. Dahmani et al., *Opt. Lett.* **12**, 876 (1987)
- [DAV27] C.J. Davisson and L.H. Germer, *Phys. Rev.* **30**, 705 (1927)
- [DEH75] H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 60 (1975)
- [DIE89] F. Diedrich et al. *Phys. Rev. Lett.* **62**, 403 (1989)
- [DRE83] R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H.W. Ward, *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983)
- [EIN05] A. Einstein, *Ann. Phys.* **17**, 132 (1905)
- [END93] V. Enders, Dissertation, Universität Hamburg (1993)
- [ENDE93] V. Enders et al., *Europhys. Lett.* **24**, 325 (1993)
- [EST30] I. Estermann und O. Stern, *Zeitschrift f. Physik* **61**, 95 (1930)
- [FAW91] B.C. Fawcett et al., *At. Nucl. Data Tables* **47**, 241 (1991)
- [FEI86] M. Feingold and A. Peres, *Phys. Rev. A* **34**, 591 (1986)
- [FEY57] R.P. Feynman, F.L. Vernon, Jr., and R.W. Hellwarth, *J. Appl. Phys.* **28**, 49 (1957)
- [FIS59] E. Fischer, *Z. für Physik* **156**,1 (1959)
- [FISK94] P. Fisk et al., *Proc. IEEE Int. Freq. Control Symp.* **48**, 731 (1994)
- [FIZ53] H. Fizeau, *Ann. Phys. Chem.* **3**, 457 (1853)
- [FUR60] W.H. Furry and N.F. Ramsey, *Phys. Rev.* **118**, 623 (1960)
- [GAG92] M.J. Gagen and G.J. Milburn, *Phys. Rev. A* **47**, 1467 (1992)
- [GAR91] C.W. Gardiner, *Quantum Noise*, Springer Verlag, Berlin (1991)
- [GEL91] V.W. Gellerman, *J. Phys. Chem. Solids* **52**, 249 (1991)
- [GER88] C. Gerz et. al., *Z. Phys. D* **8**, 235 (1988)
- [GERD91] H. Gerdau, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1991)
- [GERM86] K.R. German, *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 149 (1986)
- [GÖR95] A. Görlitz, B. Schuh, and A. Weis, *Phys. Rev. A* **51**, R4305 (1995)
- [HÄN69] T. Hänsch, R. Keil, A. Schabert, Ch. Schmelzer, P.E. Toschek, *Z. f. Physik* **226**, 293 (1969)
- [HÄN75] T. Hänsch and A. Schawlow, *Opt. Comm.* **13**, 68 (1975)
- [HÄN80] T. W. Hänsch, B. Couillaud, *Opt. Comm.* **35**, 441 (1980)
- [HAI85] J. Hainzl, *Mathematik für Naturwissenschaftler*,

- Teubner, Stuttgart (1985)
- [HUE93] R. Huesmann, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1993)
- [ITA93] W. Itano et al., Phys. Rev. A **47**, 3554 (1993)
- [JOH94] I. Johannsen, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1994)
- [KAS49] A. Kastler, J. Brossel, C.R. Acad.Sci. **229**, 1213 (1949)
- [KLE91] H.A. Klein, A.S. Bell, G.P. Barwood, P. Gill and W.R.C. Rowley, IEEE Trans. Instr. Meas. **40**, 129 (1991)
- [KOG66] H. Kogelnik, T. Li, Proc. of the IEEE **54**, 1312 (1966)
- [LEH89] H. Lehmitz, J. Hattendorf-Ledwoch, R. Blatt and H. Harde, Phys. Rev. Lett. **62**, 2108 (1989)
- [LOU83] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, Oxford University Press, Oxford (1983)
- [LUD72] R. Ludeke, E.P. Harris, Appl. Phys. Lett. **20**, 49 (1972)
- [LÜT68] F. Lüthy, *Physics of Color*, W.B. Fowler (Hrsg.), Academic Press, New York 1968
- [MAC59] W.W. Macalpine and R.O. Schildknecht, Proc. IRE **47**, 2099 (1959)
- [MAC92] K.B. MacAdam et al., Am J. Phys. **60**, 1098 (1992)
- [MAR91] H. Mark, J. Workman, *Statistics in Spectroscopy*, Academic Press, San Diego (1991)
- [MEI54] J. Meixner et al., *Mathieu'sche Funktionen und Sphäroidfunktionen*, Springer, Berlin (1954)
- [MAR54] L. Marton, J. Arol Simpson, and J.A. Suddeth, Phys. Rev. **90**, 490 (1954)
- [MAY85] T. Mayer-Kuckuk, *Atomphysik*, Teubner, Stuttgart (1985)
- [MEG67] W.F. Meggers, J. of Research of the NBS **71A**, 396 (1967)
- [MIC81] A.A. Michelson, Am. J. Sci. **22**, 20 (1881)
- [MIG80] J. Migdalek, J. Phys. B **13**, L169 (1980)
- [MOL75] L.F. Mollenhauer and D.H. Olson, J. Appl. Phys. **46**, 3109 (1975)
- [MOL85] L.F. Mollenhauer, *Color Center Lasers*, in M.L. Stitch, M. Bass (Hrsg.), *Laserhandbook*, Bd. 4, Elevier Science Publications 1985
- [MON95] C. Monroe, D.M. Meekhof, B.E. King, W.M. Itano, D.J. Wineland, Phys. Rev. Lett. **75**, 4714 (1995)

- [MOR86] E.W. Morley, *Am. J. Sci.* **31**, 377 (1886)
- [MÜL95] J.H. Müller, D. Bettermann, V. Rieger, K. Sengstock, U. Sterr, and W. Ertmer, *Appl. Phys. B* **60**, 199 (1995)
- [NAG86] W. Nagourney, J. Sandberg, W.M. Itano, and H. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 2797 (1986)
- [NEU78] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P.E. Toschek, and H.G. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 233 (1978)
- [NEU80] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P.E. Toschek, and H.G. Dehmelt, *Phys. Rev. A* **22**, 1137 (1980)
- [NÜH89] D. Nührmann, *Das große Werkbuch Elektronik*, 5. Auflage, Franzis Verlag GmbH, München 1989
- [OHT92] M. Ohtsu, *Highly Coherent Semiconductor Lasers*, Artech House, Boston/London (1992)
- [ORR79] G. Orriols, *Il Nuovo Cimento* **53B**, 1 (1979)
- [PAU58] W. Paul, O. Osberghaus, E. Fischer, *Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen*, Westdeutscher Verlag, Köln-Opladen (1958)
- [PES89] M. Peshkin, A. Tonomura, *The Aharonov-Bohm Effect*, Springer-Verlag, Berlin (1989)
- [PET88] K. Petermann, *Laser Diode Modulation and Noise*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1988)
- [PLA00] M. Planck, *Verh. dt. phys. Ges.* **2**, 202 (1900)
- [POU46] R.V. Pound, *Rev. Sci. Instr.* **17**, 490 (1946)
- [RAB37] I.I. Rabi, *Phys. Rev.* **51**, 652 (1937)
- [RAM49] N.F. Ramsey, *Phys. Rev.* **76**, 996 (1949)
- [RAM56] N.F. Ramsey, *Molecular Beams*, Oxford University Press, Oxford (1956)
- [RIE92] F. Riehle, A. Witte, T. Kisters, and J. Helmcke, *Appl. Phys. B* **54**, 333 (1992)
- [RIT97] G. Ritter, *Dissertation*, Max-Born-Institut, Berlin (1997)
- [ROBE97] M. Roberts, P. Taylor, G.P. Barwood, P. Gill, H.A. Klein, W.R.C. Rowley, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1876 (1997)

- [ROB97] M. Roberts, priv. Mitt. (1997)
- [SAK85] J.J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, New York (1985)
- [SAN93] K. Sangster, E.A. Hinds, S.M. Barnett, and E. Riis, *Phys. Rev. Lett* **71**, 3641 (1993)
- [SAU86] Th. Sauter, W. Neuhauser, R. Blatt, and P.E. Toschek, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1696 (1986)
- [SCH82] Schnatz, Diplomarbeit, Universität Mainz (1982)
- [SCHN92] D. Schnier, Dissertation, Physikalisch Technische Bundesanstalt, Braunschweig (1992)
- [SCHW88] F. Schwabl, *Quantenmechanik*, Springer, Heidelberg (1988)
- [SIE91] I. Siemers, Dissertation, Universität Hamburg (1991)
- [SIE92] I. Siemers, M. Schubert, R. Blatt, W. Neuhauser, and P.E. Toschek, *Europhys. Lett.* **18**, 139 (1992)
- [SOB72] I. Sobelman, *Introduction to the Theory of Atomic Spectra*, Pergamon Press, Oxford (1972)
- [SOB79] I. Sobelman, *Atomic Spectra and Radiative Transitions*, Springer, Berlin (1979)
- [STA93] Y. Stalgies, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1993)
- [STA98] Y. Stalgies, Dissertation, Universität Hamburg (1998)
- [STAL98] Y. Stalgies, I. Siemers, B. Appasamy, and P.E. Toschek, *J. Opt. Soc. Am. B* **15**, 2505 (1998)
- [STE84] S. Stenholm, *Foundations of Laser Spectroscopy*, J. Wiley, New York (1984)
- [STE86] S. Stenholm, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 699 (1986)
- [TAM92] Chr. Tamm and D. Schnier, *Opt. Com.* **87**, 240 (1992)
- [THO27] G.P. Thomson, *Nature* **120**, 802 (1927)
- [WEL96] I. Wellner, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1996)
- [YOU02] Th. Young, *Phil. Trans. Roy. Soc., London XCII* **12**, 387 (1802)
- [ZEI95] K. Zeiske, G. Zinner, F. Riehle, and J. Helmcke, *Appl. Phys. B* **60**, 205 (1995)

Meinen Freunden und der Familie danke ich für ihre Geduld und die aufmunternden Worte. Es ist zu befürchten, daß ich die Bedenken ob der zu bewältigenden Schwierigkeiten und die Hochgefühle nach gelungenen Messungen nicht in gleichem Maße geäußert habe. Besonders danke ich meiner Frau Sabine, die während der Entstehung dieser Arbeit wohl einiges auszuhalten hatte.

Die Zeit im Kreis der Fallensteller und Spektroskopiker war gewiß prägend für mich. Es war eine besondere Erfahrung, mit derart motivierten Mitstreitern arbeiten zu dürfen.

Herrn Prof. Peter E. Toschek verdanke ich viele Erkenntnisse wissenschaftlicher aber auch allgemeinerer Natur. Mit unnachgiebiger Präzision zeigte er mir, daß das Gute der Feind des Besseren ist. Nicht zuletzt danke ich ihm für die in langen Meßnächten gespendeten Leckereien, die zum leiblichen Wohl der Experimentatoren und damit zum Gelingen der Messungen beigetragen haben.

Herrn Prof. Werner Neuhauser danke ich für seinen unverwüstlichen Humor, der im norddeutschen Raum seinesgleichen sucht sowie die vielen Tips bezüglich der Domestizierung einzelner Ionen.

Ohne Herrn Dipl. Phys. Christoph Balzer wären viele Messungen nicht durchführbar gewesen. Gemeinsam haben wir das widerspenstige Ion immer wieder zähmen können. Ich danke ihm für seine Hilfe und wünsche ihm gutes Gelingen seiner Arbeit. Die Zusammenarbeit mit Herrn Dr. Philippe Courteille war stets inspirierend. In seiner jetzigen Funktion als physikalischer Weltenbummler wünsche ich ihm viel Glück. Für seine Tips zu Beginn der Arbeit und sein fortwährendes Interesse danke ich meinem Vorgänger Herrn Dr. Volker Enders.

Herrn Dipl.Phys. Ingo Johannsen, Frau Dipl.Phys. Iris Wellner, Herrn Dipl.Phys. Carsten Dibbern und Herrn Dipl.Phys. Volker Burgarth (aufgeführt in der Reihenfolge ihres Auftretens) danke ich für ihre Hilfe am Experiment, die Anfertigung verschiedenster Gerätschaften und ganz allgemein für die angenehme Atmosphäre.

Meinem Leidensgenossen Herrn Dr. Yves Stalgies danke ich für die irgendwie doch schöne Zeit im Raum 56. Herrn Dipl.Phys. Klaus Abich, der nun den Raum bewohnt, wünsche ich allzeit ein gut gekühltes Barium-Ion in der Falle. Herrn Dr. Christof Wunderlich, mit dem ich leider nur kurze Zeit zusammenarbeiten durfte, wünsche ich gutes Gelingen aller in Vorbereitung befindlicher Experimente.

Die Tagungsbesuche mit den Herren Dipl.Phys. Thorsten Latz, Dipl.Phys. Dirk Reiß, Dipl.Phys. Jörg Hünkemeyer und Dipl.Phys. Michael Stomberg waren regelmäßige Höhepunkte meines akademischen Lebens. Auch allen anderen Forschern der Arbeitsgruppe sei an dieser Stelle für die vielen kleinen und großen Hilfen im Laboralltag gedankt.

Die Herren Dr. C. Tamm und Dr. A. Bauch von der Physikalisch Technischen Bundesanstalt stellten freundlicherweise einen Faserlaser und eine Atomuhr für Vergleichsmessungen zur Verfügung.

Frau G. Ochlich und Herrn E. Paeth danke ich für ihre große Hilfsbereitschaft, wenn es um Verwaltungsangelegenheiten oder Spiegelbeschichtungen ging.