

**Magneto-Transportuntersuchungen an
gekrümmten zweidimensionalen
Elektronengasen in
InGaAs-Mikroröllchen**

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Departments Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Olrik Schumacher
aus Neu Kaliß/Mecklenburg

Hamburg
2007

Gutachter der Dissertation:

Prof. Dr. W. Hansen
Prof. Dr. U. Merkt

Gutachter der Disputation:

Prof. Dr. W. Hansen
Prof. Dr. D. Heitmann

Datum der Disputation:

23.01.2007

Vorsitzender des Prüfungsausschusses:

Dr. M. Bode

Vorsitzender des Promotionsausschusses:

Prof. Dr. G. Huber

Leiter des Departments Physik:

Prof. Dr. R. Klanner

Dekan der MIN-Fakultät:

Prof. Dr. A. Frühwald

Abstract

In this thesis magneto-resistance studies on evenly curved two-dimensional electron systems in cylindric geometry will be presented and discussed.

A principle first introduced by Prinz and co-workers in 1998 enables us to roll up thin semiconductor layer systems by taking advantage of internal elastic strain. The radius of such a semiconductor tube can be adjusted ranging from a few nanometers up to several micrometers. The tubes' shape and place on the substrate can be defined by lithographic methods which will be presented in this work. Furthermore, we will show rolled-up structures containing a two-dimensional electron system in the tube wall. With a special lithographic procedure we are able to structure, to contact and to roll up these 2D-electron-gases in Hall geometry. As a result, a cylindric two-dimensional electron system is produced, which experiences a modulation of the perpendicular magnetic field component. The radius of curvature of our structures is about $10\ \mu\text{m}$, the carrier mobility is optimized to values up to $125.000\ \text{cm}^2/\text{Vs}$.

In transport experiments on curved Hall bars containing two dimensional electron systems two Hall bar orientations, with respect to the curvature, may be distinguished. In this work both orientations, i.e. with a Hall bar along the tube curvature as well as a Hall bar along the tube axis, will be presented and discussed. Measurements on Hall bars along the curvature show signatures in the longitudinal resistance, which can be understood with the help of the Landauer-Büttiker-formalism and the model of magnetic barriers. For Hall bars oriented along the tube axis the perpendicular magnetic field component averaged over the width of the bar defines the minimum position of the Shubnikov-de Haas-oscillations as well as the slope of the Hall resistance. Furthermore, measurements on so-called van der Pauw-lamellas will be presented. In this geometry the magneto-resistance shows a slope which refers to highly mobile conditions at the zero crossing of the magnetic field modulation.

Besides the magneto-resistance studies in this work novel metal-semiconductor-hybrid-systems have been developed with a minimum radius of approximately $300\ \text{nm}$. These hybrid-systems are promising candidates for the application in novel nano- and micro-electromechanical systems, such as moveable hinges or coils.

Inhaltsangabe

In dieser Arbeit werden Magnetotransportexperimente an gleichmäßig gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystemen in Zylindergeometrie vorgestellt und diskutiert. 1998 wurde von Prinz und Mitarbeitern erstmals die Möglichkeit vorgestellt, Verspannungen in dünnen Halbleiterschichten auszunutzen, um diese aufzurollen. Die Radien dieser Halbleiterröllchen können dabei in einem großen Bereich, beginnend bei wenigen Nanometern bis hin zu einigen Mikrometern, gezielt eingestellt werden. In dieser Arbeit werden lithographische Methoden vorgestellt, um Ort und Form der Halbleiterröllchen auf dem Substrat zu definieren. Darüber hinaus werden von uns entwickelte Strukturen gezeigt, welche nach dem Aufrollen ein zweidimensionales Elektronensystem in der Röllchenwand besitzen. Mit einer speziellen Lithographiemethode werden diese Elektronensysteme in Hallstreifengeometrie präpariert, mit Metallen kontaktiert und schließlich aufgerollt. Das Ergebnis ist ein zweidimensionales Elektronensystem in Zylindergeometrie, welches eine Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente erfährt. Die Ausrichtung der Hallstreifen bezüglich der Röllchenkrümmung und damit der Magnetfeldmodulation kann beliebig eingestellt werden. Die Krümmungsradien unserer Systeme betragen etwa $10 \mu\text{m}$, die Beweglichkeit der Ladungsträger konnte auf Werte bis zu $125.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ gesteigert werden.

In dieser Arbeit werden Messungen in zwei unterschiedlichen Orientierungen des Hallstreifens bezüglich der Röllchenkrümmung vorgestellt. Hallstreifen entlang der Krümmung zeigen Signaturen im Längswiderstand, die mit Hilfe des Landauer-Büttiker-Formalismus und dem Modell der magnetischen Barriere verstanden werden können. Durch Magnetotransportexperimente an Hallstreifen entlang der Röllchenachse wurde festgestellt, dass die Minimapositionen der Shubnikov-de Haas-Oszillationen ebenso wie die Steigung des Hallwiderstands durch das über die Breite des Hallstreifens gemittelte senkrechte Magnetfeld definiert werden. Darüber hinaus werden Messungen an gekrümmten van der Pauw-Lamellen vorgestellt. Der Magnetowiderstand zeigt einen Verlauf, der auf hochbewegliche leitfähige Zustände an den Nullstellen der Magnetfeldmodulation hinweist.

Neben den Magnetotransportexperimenten beschäftigt sich diese Arbeit auch mit neuartigen hier erstmals entwickelten Metall-Halbleiter-Hybridsystemen. Es konnten hier Röllchen mit einem Radius von etwa 300 nm präpariert werden. Diese Hybridsysteme sind aussichtsreiche Kandidaten zur Herstellung neuartiger nano- und mikroelektromechanischen Systeme. Als Anwendung kommen beispielsweise bewegliche Gelenke oder Spulen in Betracht.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	i
Inhaltsangabe	ii
1 Einleitung	1
2 Verspannte Schichtsysteme	3
2.1 Plastische Verspannungsrelaxation	3
2.2 Verspannungsrelaxation durch Aufrollen	6
2.2.1 Aufrollprinzip nach Prinz	6
2.2.2 Verspannungstheoretische Modelle	8
2.3 Indiumgalliumarsenid/Galliumarsenid-System	14
2.3.1 Kristalleigenschaften	14
2.3.2 Krümmungsradien	16
2.4 Metall-Halbleiter-Hybridsysteme	18
3 2-Schritt-Lithographie	22
3.1 Reine Halbleitersysteme	22
3.1.1 Aufrollen dickenmodulierter Schichtsysteme	26
3.2 Metall-Halbleiter-Hybridsysteme	
Invertierte 2-Schritt-Lithographie	27
4 Aufgerollte zweidimensionale Elektronensysteme (A2DES)	30
4.1 Theoretische Beschreibung	31
4.1.1 Energiespektrum eines gleichmäßig gekrümmten zweidimen- sionalen Elektronensystems	32
4.1.2 Randkanalbild und Landauer-Büttiker-Formalismus	34
4.1.3 Magnetische Barrieren	39
4.1.4 Shubnikov-de Haas-Oszillationen in A2DES	43
4.1.5 Snake Orbits - Strompfade am Modulationsnulldurchgang	46
4.1.6 Spinstreifen durch Zeeman-Aufspaltung	48
4.2 Präparation von A2DES	51
4.2.1 Heterostruktur zur Erzeugung von aufgerollten 2DES	51
4.2.2 Hallgeometrie: Definition und Kontaktierung	53
4.2.3 van der Pauw-Lamelle: Definition und Kontaktierung	56

5	Messungen an A2DES	58
5.1	Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung	
	- Magnetische Barrieren und abknickende Randkanäle	58
5.2	Hallstreifen entlang der Röllchenachse	69
5.3	Gleichmäßig gekrümmte van der Pauw-Lamellen	82
6	Zusammenfassung und Ausblick	89
	Anhang	92
	Eigene Veröffentlichungen	101

Kapitel 1

Einleitung

Neben der ständigen Miniaturisierung moderner Halbleiterbauelemente werden seit einigen Jahren auch Systeme gezielt in ihren kristallinen Eigenschaften verändert, um elektronische Effekte zu beeinflussen. Ein sehr prominentes Beispiel stellt hier die *Strained Silicon*-Technologie dar, bei der durch Einbringen von Verspannung in das Halbleiterbauelement die Bandstruktur verändert und damit letztendlich die Beweglichkeit der Ladungsträger und die Effizienz des Bauteils erhöht wird. Verspannung in kristallinen Systemen kann darüber hinaus auch ausgenutzt werden, um Selbstorganisationsmechanismen auszulösen, wie es beispielsweise bei der Bildung von dreidimensionalen Wachstumsinseln der Fall ist. Diese als selbstorganisiert gewachsene Quantenpunkte bezeichneten dreidimensionalen Objekte, welche im Stranski-Krastanov-Wachstumsmodus gebildet werden, stellen den Mittelpunkt zahlreicher wissenschaftlicher Projekte der letzten Jahre dar. Als Anwendungen kommen beispielsweise *Single Photon Emitter* oder Quantenpunktlaser in Betracht. Darüber hinaus könnten selbstorganisierte Quantenpunkte als Datenspeicher, Detektoren oder im Bereich des *Quantum Computing* verwendet werden.

Die Verspannung spielt aber auch bei einem weiteren Selbstorganisationsmechanismus eine zentrale Rolle. 1998 wurden von Prinz et al. erstmals Untersuchungen zur Verspannungsrelaxation von dünnen Halbleiterschichtsystemen durch Aufrollen vorgestellt [Pri98, Pri00]. Diese Mikroröllchen bzw. Strukturen, die auf ihnen aufbauen, sind bislang in vielen Experimenten untersucht worden. So ist es beispielsweise gelungen, Quantenpunkte als optische Medien in die Röllchenwände zu integrieren. Kipp und Mitarbeiter stellten auf diesem Prinzip basierende Mikroresonatoren vor [Kip06], wohingegen Mendach und Mitarbeiter die Anwendung dieser Röllchen als Wellenleiter demonstrierten [Men06b]. Darüber hinaus ist in vielen Experimenten die Eignung der Röllchen für eine Anwendung im Bereich der Mikromechanik untersucht worden. So wurden beispielsweise von Kubota und Mitarbeitern dreidimensionale Objekte vorgestellt, welche gekrümmte Halbleiterschichtsysteme als Gelenke verwenden [Kub03, Fle04]. Deneke und Mitarbeiter demonstrierten darüber hinaus die Verwendung von Nanoröllchen als Kapillaren [Den04b].

In der vorliegenden Arbeit werden Mikroröllchen genutzt, um zweidimensionale Elektronensysteme vom planaren Zustand in die Zylindergeometrie zu überführen.

Da diese Elektronensysteme im externen Magnetfeld nur auf die senkrechte Magnetfeldkomponente sensitiv sind, geht mit dem Aufrollen eine gleichmäßige Modulation dieser Komponente in der Ebene des Elektronensystems einher, was dieses System auszeichnet. Alle bisherigen Versuche, eine Magnetfeldmodulation zu erzeugen, sei es durch überwachsene strukturierter Substrate [Lea95], das Übertragen von planaren Strukturen auf Glasröhren durch einen epitaktischen Lift-Off [Böh02, Lor03] oder durch Nutzung ferromagnetischer Streifen auf einem Hallstreifen [Nog00], führten zu einer gleichzeitigen Modulation anderer Parameter, wie beispielsweise Verspannung und Versetzungsdichte, oder zu der Änderung von Oberflächenpotentialen. Unsere Systeme sind hingegen frei von zusätzlichen Modulationen, was eine eindeutige Zuordnung neuer Signaturen zu bisher theoretisch vorhergesagten Effekten [Mül92, Ibr97, Rei00, Kle03] ermöglicht.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit Magnetotransportmessungen an gleichmäßig gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystemen in InGaAs-Röllchen. Es werden Messungen an Hallstreifen entlang der Röllchenachse und entlang der Röllchenkrümmung vorgestellt und diskutiert [Men06a, Sch06]. Darüber hinaus werden neuartige Metall-Halbleiter-Hybridstrukturen vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit erstmals entwickelt wurden [Sch05]. Diese Hybridsysteme sind vielversprechende Kandidaten zur Herstellung nanoelektromechanischer Bauelemente. Als Anwendungen kommen beispielsweise bewegliche Gelenke in Betracht.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt. In Kapitel 2 wird auf Verspannungen in Kristallen und die Möglichkeiten der Relaxation eingegangen. Darüber hinaus wird das Materialsystem vorgestellt. Der Aufrollprozess wird dann anhand von zwei Modellen von Tsui und Clyne bzw. Grundmann beschrieben [Tsu97, Gru03]. Auf die verwendeten Methoden zur Herstellung der Mikroröllchen wird im darauffolgenden Teil der Arbeit genauer eingegangen. Kapitel 4 zeigt zunächst die Theorie gekrümmter zweidimensionaler Elektronensysteme. Es folgt dann eine Beschreibung der Präparation der von uns verwendeten Strukturen. Im Kapitel 5 werden schließlich verschiedene Magnetotransportmessungen an gekrümmten Elektronensystemen vorgestellt und diskutiert. Abschließend folgt eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse und ein Ausblick auf zukünftige Experimente.

Kapitel 2

Verspannte Schichtsysteme

Es existieren verschiedene Möglichkeiten, Verspannungen in Mehrschichtsystemen zu induzieren, sei es durch Temperaturänderung oder durch das gezielte Wachstum eines Einkristalls aus Materialien identischer Kristallstruktur jedoch unterschiedlicher Gitterkonstante. Der Abbau dieser Verspannung ist ebenso auf verschiedene Weisen möglich, wobei die treibende Kraft die Minimierung der Verspannungsenergie im Schichtsystem ist. Als Mechanismen kommen z. B. die plastische Verformung durch Versetzungsbildung im Kristall, das Bilden von Materialinseln sowie das Biegen des Schichtsystems in Frage. Bestimmte Relaxationsmechanismen können gezielt herbeigeführt und ausgenutzt werden. Das Induzieren von Verspannung beim Wachstum von einkristallinen Halbleiterheterostrukturen, z.B. mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE), und Ausnutzen der Relaxation des Systems durch Biegen der Struktur in späteren Prozessschritten, ermöglicht so die Herstellung von nahezu versetzungsfreien Halbleiterheterostrukturen in Zylindergeometrie.

2.1 Plastische Verspannungsrelaxation

Im folgenden Kapitel werden kurz zwei Mechanismen zur plastischen Verspannungsrelaxation erläutert, die mehr oder weniger stark in Konkurrenz zum Relaxieren durch Aufrollen stehen. Inwieweit diese Mechanismen tatsächlich stattfinden, hängt von der Verspannungsenergie an der Grenzfläche ab, also von dem Unterschied der Gitterkonstanten und von den Schichtdicken. Für das InGaAs/GaAs-Materialsystem bedeutet dies, dass abhängig vom Indiumgehalt der verspannten Schicht verschiedene Relaxationsmechanismen bevorzugt auftreten.

Versetzungen

Der relative Unterschied zwischen der Gitterkonstante des Substrats a_s und der Gitterkonstante der deponierten Schicht a_d wird als Gitterfehlpassung $\epsilon = (a_d - a_s)/a_s$ bezeichnet. Die aufgewachsenen Schichten nehmen zu Beginn des Wachstums die Gitterkonstante des Substrats a_s an. Es tritt eine tetragonale Verzerrung des Gitters

der Epitaxieschicht in alle drei Raumrichtungen auf. Man bezeichnet diese Schichten als pseudomorph verspannt. Je nachdem, ob die Gitterkonstante der Epitaxieschicht a_d größer oder kleiner als a_s ist, steht die aufgewachsene Schicht unter Zug- bzw. Druckspannung. Mit zunehmender Schichtdicke nimmt die Verspannungsenergie zu. Ab einer kritischen Schichtdicke h_c werden die Verspannungen in dem System aus energetischen Gründen durch Bildung von Misfit-Versetzungen abgebaut. Diese Versetzungen werden in Schraubenversetzungen, Stufenversetzungen und gemischte Versetzungen unterteilt. Die Zuordnung zu den verschiedenen Typen wird anhand der relativen Orientierung des Burgersvektors \vec{b} zur Versetzungslinie l getroffen.

- Stufenversetzungen: $\vec{b} \perp l$
- Schraubenversetzungen: $\vec{b} \parallel l$
- gemischte Versetzungen: \vec{b} steht weder senkrecht noch parallel auf l . Die gemischte Versetzung wird durch Angabe eines Winkels zwischen \vec{b} und l charakterisiert.

In Abb. 1 ist der Abbau von Verspannung durch Bildung von Versetzungen am Beispiel einer reinen Stufenversetzung skizziert. Die Stufenversetzung entsteht an der Grenzfläche zwischen zwei Schichten unterschiedlicher Gitterkonstante.

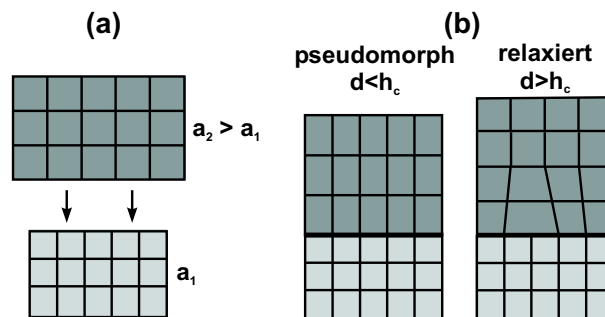


Abb. 1: Verspannungsrelaxation einer durch Druckspannung pseudomorph verspannten Schicht. (a) zeigt die materialtypischen Gitterkonstanten von Substrat (hellgrau - kleine Quadrate) und zu deponierender Schicht (dunkelgrau - große Quadrate). (b) Bis zum Erreichen der kritischen Schichtdicke h_c wächst der Kristall pseudomorph, d. h. die dunkelgrauen Quadrate deformieren und passen ihre Länge an einer Seite an. Sobald die gewachsene Schichtdicke größer ist als h_c , ist es energetisch günstiger, in der verspannten Grenzschicht Versetzungen auszubilden, die einen Teil der Verspannung abbauen. Die deponierte Schicht liegt dann wieder in ihrer materialtypischen Gitterkonstante vor. Gezeigt ist eine reine Stufenversetzung

Die in verspannten indiumhaltigen Heterostrukturen auf GaAs-Substrat am häufigsten vorkommenden Versetzungen sind gemischte Versetzungen. Es handelt sich hierbei um 60° -Versetzungen, welche in $\langle 110 \rangle$ -Richtung in den Grenzflächen der verspannten Schichten laufen. Versetzungsquellen für diese Misfit-Versetzungen sind

zum einen Versetzungshalbringe. Sie gleiten von der Oberfläche in den Kristall und bilden an der verspannten Grenzfläche Misfit-Segmente aus. Zum anderen knicken aufsteigende Versetzungen aus dem Substrat in die verspannte Grenzfläche ab und bilden dort ebenfalls Misfit-Segmente aus. Für letzteren Fall haben Matthews und Blakeslee ein einfaches Kräftegleichgewicht betrachtet, um eine Formel für die kritische Schichtdicke h_c in Abhängigkeit von der Gitterfehlpassung zwischen Substrat und verspannter Schicht zu erhalten [Mat74].

$$h_c = \frac{b}{\Delta\epsilon} \frac{1}{4\pi(1+\nu)} \left(\ln\left(\frac{h_c}{b}\right) + 1 \right) \quad (2.1)$$

mit

b : Länge des Burgersvektors der aufsteigenden Versetzung

ν : Poissonzahl

$\Delta\epsilon$: Gitterfehlpassung

3D-Inselwachstum

Bei Schichtsystemen mit hoher Gitterfehlpassung von mehr als 2% tritt ein dreidimensionales Wachstum auf. Es erfolgt nach dem Vollmer-Weber-Modus oder dem Stranski-Krastanov-Modus, wobei die Verspannungen durch Bildung von dreidimensionalen Materialinseln relaxieren [Bim99]. Es ist ab einer gewissen Schichtdicke für das auftreffende Material energetisch günstiger, sich auf bereits vorhandenen Wachstumsinseln anzulagern, anstatt die entsprechende Monolage durch Anlagerung zwischen den Inseln zu komplettieren. Deshalb gibt es nach wenigen Monolagen pseudomorphes Wachstum einen Übergang zur 3D-Inselbildung. Die entstehenden Materialinseln werden als selbstorganisierte Quantenpunkte bezeichnet. Sie sind aufgrund ihrer geringen Größe von nur einigen Nanometern Höhe und Durchmesser und ihrer Homogenität hervorragend zum Studium von nulldimensionalen Quanteneffekten geeignet. Diese selbstorganisierten Quantenpunkte wurden bereits in ersten Experimenten als Lichtquellen in die Wände von InGaAs/GaAs-Mikroröllchen integriert, um optische Ringresonatoren und Lichtleiter zu erzeugen [Men06b, Kip06].

Abbildung 2 zeigt die kritischen Schichtdicken für die Relaxation durch Misfit-Versetzungen und durch 3D-Inselwachstum in Abhängigkeit von der Gitterfehlpassung beim Wachstum von InGaAs auf GaAs. Auf der oberen Achse ist der der Gitterfehlpassung entsprechende Indiumanteil x in der $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Schicht dargestellt. Die durchgezogene Linie stellt die kritische Schichtdicke h_c aus Gleichung (2.1) dar. Bis zu einer Gitterfehlpassung von etwa 2 % ($x = 28$ %) relaxiert die Verspannung in Schichten mit $d > h_c$ durch Bildung von Misfit-Versetzungen. Die kritische Schichtdicke h_c sinkt dabei auf $h_c \approx 10$ nm. Schichten mit einer Dicke $d < h_c$ wachsen pseudomorph und speichern ihre Verspannungsenergie. Die experimentellen Werte für die kritische Schichtdicke [Mat74, Peo85, Edi95] liegen meist über den theoretischen Werten von Gleichung (2.1), was in der Wahl der experimentellen Methode begründet ist. Die in den oben genannten Quellen verwendeten experimentel-

len Methoden, wie beispielsweise Transmissionselektronenmikroskopie, Photolumineszenz und Röntgenbeugung, können sehr kleine Versetzungsdichten, wie sie direkt nach Erreichen der kritischen Schichtdicke h_c auftreten, nicht nachweisen. Dies führt daher zu systematisch leicht erhöhten Werten für h_c . Eine weitere Möglichkeit, ein Versetzungsnetzwerk sichtbar zu machen, ist das Anätzen von Versetzungen, wie es beispielsweise in [Men05a] verwendet wurde.

Der Bereich von $28 \% \leq x \leq 35 \%$ stellt den Grenzbereich dar, in dem das 2D-Wachstum in ein 3D-Wachstum übergeht. Für InGaAs-Schichten mit einem Indiumanteil von mehr als $x = 35 \%$ erfolgt die Verspannungsrelaxation durch dreidimensionales Wachstum. Die Datenpunkte in Abb. 2 sind aus RHEED-Messungen (Reflection High Energy Electron Diffraction) gewonnene Werte für die kritische Schichtdicke des 3D-Inselwachstums [Hey01]. Sie liegen deutlich unterhalb der entsprechenden kritischen Schichtdicken für die Bildung von Misfit-Versetzungen. Für eine hohe Gitterfehlpassung setzt das 3D-Inselwachstum also zuerst ein und ist deshalb der dominierende Relaxationsprozess.

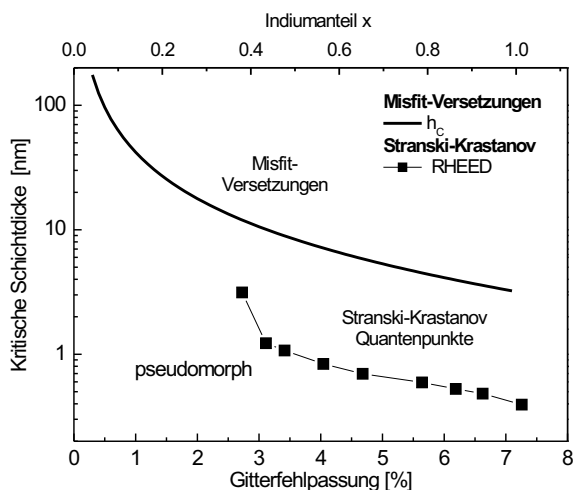


Abb. 2: aus [Men05a]: Kritische Schichtdicke h_c für Versetzungsbildung (InGaAs auf GaAs-Substrat) berechnet nach Matthews und Blakeslee (Linie). Die Quadrate zeigen mit RHEED-Messungen bestimmte experimentelle Werte [Hey01]. Ab einer Gitterfehlpassung von ca. 2,5 % (35 % Indiumgehalt) dominiert die Verspannungsrelaxation durch dreidimensionales Wachstum.

2.2 Verspannungsrelaxation durch Aufrollen

In diesem Kapitel wird ein dritter Relaxationsmechanismus, das Aufrollen des Schichtsystems nach dem Ablösen vom Substrat, beschrieben. Es werden zwei theoretische Modelle vorgestellt, mit deren Hilfe sowohl der Krümmungsradius als auch die bevorzugte Aufrollrichtung bestimmt werden können. Darüber hinaus wird auf das Materialsystem sowie auf Metall-Halbleiter-Hybridstrukturen eingegangen.

2.2.1 Aufrollprinzip nach Prinz

Löst man dünne verspannte Halbleiterdoppelschichtsysteme vom Substrat ab, wird die gespeicherte Verspannungsenergie durch das Aufrollen des Schichtsystems bis

auf ein Minimum abgebaut. Der Biegeradius kann durch Wahl der Materialien im Bereich weniger Nanometer bis hin zu einigen Mikrometern gezielt eingestellt werden. Prinz und Mitarbeiter demonstrierten dies 1998 erstmals an verspannten SiGe/Si-Schichtsystemen und erweiterten die experimentelle Umsetzung später auf das InGaAlAs-Materialsystem [Pri98, Pri00]. Abbildung 3 zeigt den zugrunde liegenden Mechanismus: Grundlage bildet das Substrat (S) mit der Gitterkonstanten a_1 . Es folgt eine Opferschicht (OS), die ebenfalls die Gitterkonstante a_1 besitzt. Diese Schicht wird später hochselektiv in einem nasschemischen Ätzprozess entfernt. Es folgt nun eine Schicht (VS), die aufgrund der etwas größeren Gitterkonstante a_2 pseudomorph verspannt aufwächst. In dieser verspannten Schicht wird also während des Wachstumsprozesses Verspannungsenergie gespeichert. Den Abschluss des Systems bildet eine Deckschicht (DS), die wieder die natürliche Gitterkonstante des Substrats a_1 besitzt. Wird dieses Doppelschichtsystem nun vom Substrat durch Entfernen der Opferschicht abgelöst, setzt ein Relaxationsprozess ein, der zur Minimierung der gespeicherten Verspannungsenergie führt. Aus der Dehnung der verspannten Schicht resultieren Kräfte, die ein Drehmoment begründen, welches zum Aufrollen der Doppelschicht führt. Der Radius R der Rolle ist dabei eine Funktion der Schichtdicken, der Elastizitätsmodule und des Unterschieds der Gitterkonstanten der verwendeten Materialien.

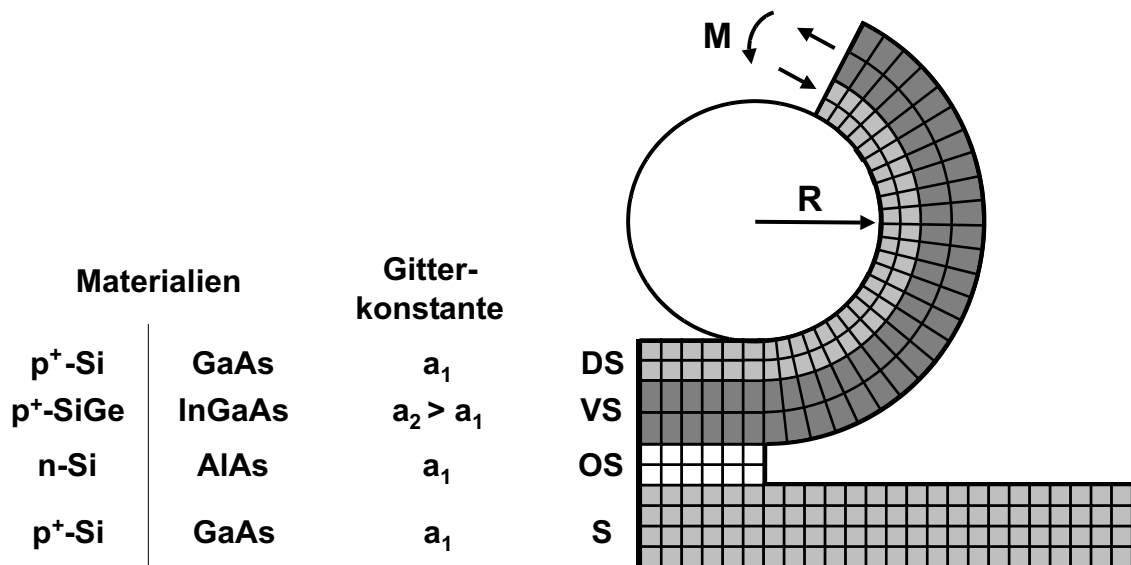


Abb. 3: Aufrollprinzip nach Prinz: Grundlage bilden Doppelschichtsysteme aus verspannter Schicht (VS) und Deckschicht (DS), die durch selektives Entfernen der Opferschicht (OS) vom Substrat abgelöst werden können. Aus der Dehnung der verspannten Schicht VS resultiert ein Drehmoment, welches zum Aufrollen des Doppelschichtsystems führt. Der Radius R wird durch die Schichtdicken und durch Materialparameter, wie Elastizitätsmodul und Gitterkonstante, bestimmt.

2.2.2 Verspannungstheoretische Modelle

Verspannungen können in Halbleiterdoppelschichten ganz oder teilweise durch Aufrollen des Schichtsystems relaxieren. Dieser Prozess kann mit zwei unterschiedlich ansetzenden Modellen theoretisch beschrieben werden. Das Modell von Tsui und Clyne betrachtet dabei die Spannungen in einem thermisch verspannten Schichtsystem [Tsu97]. Es resultiert eine Formel für den Krümmungsradius in Abhängigkeit von den Schichtdicken und Materialparametern. Ein zweites Modell von Grundmann setzt voraus, dass die Verspannungsenergie nach dem Aufrollen minimal ist [Gru03]. Beide Modelle führen für isotrope Systeme bis auf einen von der Poissonzahl abhängigen Faktor auf das gleiche Ergebnis bezüglich der resultierenden Krümmung. Eine exakte Beschreibung anisotroper Strukturen, wie beispielsweise der Zinkblendstruktur des von uns verwendeten InGaAlAs-Materialsystems, ist nur mit dem Modell von Grundmann möglich, da dieses Modell Kristallrichtungen berücksichtigt.

Modell nach Tsui und Clyne

Im Folgenden wird das Modell von Tsui und Clyne erläutert [Tsu97]. Alle Bezeichnungen in diesem Abschnitt wurden analog zu denen in der Veröffentlichung verwendet. Das Modell von Tsui und Clyne wurde für durch Abkühlung verspannte metallische Schichtsysteme entwickelt. Abbildung 4 zeigt die auftretenden Verspannungen in einer nicht aufgerollten Doppelschicht. In diesem Beispiel wird die deponierte Schicht mit Dicke h gedehnt (ϵ_d) und die Substratschicht mit Schichtdicke H gestaucht (ϵ_s). Es resultiert eine Gesamtverspannung $\Delta\epsilon$, welche zwei entgegengesetzt orientierte, betragsgleiche Kräfte F_1 hervorbringt. Die Kräfte F erzeugen wiederum das Drehmoment M .

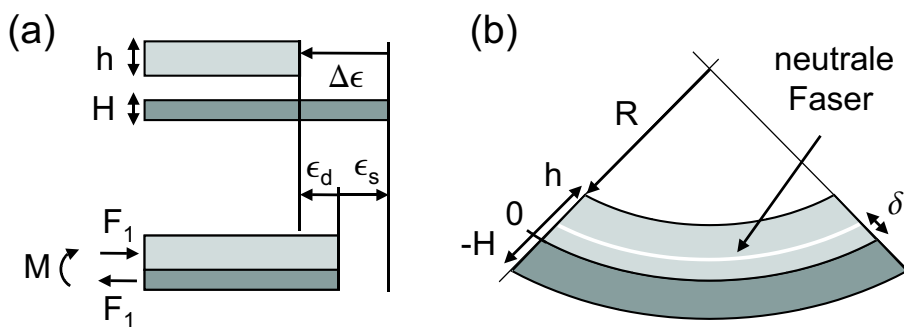


Abb. 4: (a) Aus der Dehnung ϵ_d und der Stauchung ϵ_s der Einzelschichten resultieren zwei betragsgleiche, entgegengesetzt orientierte Kräfte F_1 , die das Drehmoment M erzeugen. (b) Die neutrale Faser bezeichnet die Faser des Schichtsystems, an der das relaxierte System weder gedehnt noch gestaucht ist. δ bezeichnet ihren Abstand von der Grenzfläche und hängt nur von den Schichtdicken H und h sowie von den Elastizitätskonstanten der Schichten ab. δ ist unabhängig von R .

Aus dem verallgemeinerten Hookeschen Gesetz folgt:

$$F_1 = \varepsilon_d \cdot b \cdot h \cdot E_d = -\varepsilon_s \cdot b \cdot H \cdot E_s \quad (2.2)$$

mit

$\varepsilon_d, \varepsilon_s$: relative Längenänderung von deponierter bzw. Substratschicht,

H : Dicke der Substratschicht,

h : Dicke der deponierten Schicht,

E_d, E_s : Elastizitätsmodul von deponierter bzw. Substratschicht,

b : Ausdehnung des Systems senkrecht zur Papierebene.

Vereinfacht man ε_d und ε_s zu $\Delta\varepsilon = \varepsilon_d - \varepsilon_s$, so folgt:

$$F_1 = \Delta\varepsilon \cdot \frac{bHE_s hE_d}{HE_s + hE_d} \quad (2.3)$$

Das Drehmoment M kann dann berechnet werden mit:

$$M = F_1 \cdot \frac{H + h}{2} = \Delta\varepsilon \cdot \frac{bHE_s hE_d(H + h)}{2HE_s + 2hE_d} \quad (2.4)$$

Um nun den resultierenden Radius R bestimmen zu können, benötigt man noch die Beugungssteifheit Σ der Doppelschicht. Die Beugungssteifheit ist das Produkt aus Breite der Struktur, den Elastizitätsmodulen und dem Quadrat des Abstandes δ zur neutralen Faser integriert über die Dicke des Schichtsystems. Es folgt damit:

$$\Sigma = \int_{-H}^0 bE_s(z - \delta)^2 dz + \int_0^h bE_d(z - \delta)^2 dz \quad (2.5)$$

$$\Rightarrow \Sigma = bHE_s \left(\frac{H^2}{3} + H\delta + \delta^2 \right) + bhE_d \left(\frac{h^2}{3} - h\delta + \delta^2 \right) \quad (2.6)$$

Abbildung 4(b) zeigt das Schema einer aufgebogenen Doppelschicht. Die z -Achse zeigt hier in radiale Richtung und hat den Nulldurchgang an der Grenzfläche. Die Lage der neutralen Faser ist durch die weiße Linie markiert. Entlang dieser Faser wird das Material durch das Biegen weder gedehnt noch gestaucht. Der Abstand δ der neutralen Faser zur Grenzfläche wird durch die Schichtdicken und die Elastizitätsmodule definiert [How94]:

$$\delta = \frac{E_d h^2 - E_s H^2}{2(E_d h + E_s H)} \quad (2.7)$$

Aus den Gleichungen (2.4), (2.6) und (2.7) kann nun der Krümmungsradius der Doppelschicht berechnet werden:

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{\Sigma} = \frac{6E_d E_s h H (h + H) \Delta\varepsilon}{E_d^2 h^4 + 4E_d E_s h^3 H + 6E_d E_s h^2 H^2 + 4E_d E_s h H^3 + E_s^2 H^4} \quad (2.8)$$

Fügt man einer Schicht eine Längenänderung zu, so ändert sich gleichzeitig auch die Dicke dieser Schicht. Diese als Poissoneffekt bekannte Kopplung zwischen Längen- und Dickenänderung im elastischen Regime berücksichtigen Tsui und Clyne durch Einführung eines effektiven Elastizitätsmoduls E_{eff} , in welches die Poissonzahl ν als materialspezifischer Parameter eingeht. Für die Elastizitätsmodule der deponierten und der Substratschicht folgt:

$$E_{d,eff} = \frac{E_d}{(1 - \nu_d)} \quad E_{s,eff} = \frac{E_s}{(1 - \nu_s)} \quad (2.9)$$

Unter der Annahme, dass ν für Substrat und deponierte Schicht gleich ist, kann Gleichung (2.8) mit (2.9) umgeschrieben werden zu:

$$\frac{1}{R} = \frac{6(1 - \nu)E_d E_S h H (h + H) \Delta \epsilon}{E_d^2 h^4 + 4E_d E_S h^3 H + 6E_d E_S h^2 H^2 + 4E_d E_S h H^3 + E_S^2 H^4} \quad (2.10)$$

Mit dieser Gleichung ist es nun möglich, den Krümmungsradius von verspannten Doppelschichtsystemen zu bestimmen. Im Falle der einkristallinen Halbleiterröllchen wird als Verspannung $\Delta \epsilon$ die Gitterfehlpassung $(a_2 - a_1)/a_1$ eingesetzt, wobei a_1 und a_2 die materialtypischen Gitterkonstanten der verwendeten Schichten sind.

Modell nach Grundmann

Grundlage des Modells von Grundmann bildet die Betrachtung der Minimierung der Verspannungsenergie durch den Relaxations- bzw. Aufrollprozess im Rahmen der kontinuumsmechanischen Elastizitätstheorie [Gru03]. Wie im vorangegangenen Abschnitt entsprechen die hier verwendeten Bezeichnungen denen in [Gru03]. Die Verspannungsenergie pro Volumen ist für kubische Kristalle eine Funktion der Elastizitätskoeffizienten C_{ik} und Dehnungen ϵ_{ik} [Wei79]. Die Verspannungsenergie E_V wird folgendermaßen berechnet:

$$E_V = \frac{C_{11}}{2}(\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{yy}^2 + \epsilon_{zz}^2) + C_{12}(\epsilon_{yy}\epsilon_{zz} + \epsilon_{zz}\epsilon_{xx} + \epsilon_{xx}\epsilon_{yy}) + \frac{C_{44}}{2}(\epsilon_{yz}^2 + \epsilon_{zx}^2 + \epsilon_{xy}^2) \quad (2.11)$$

Abbildung 5(a) zeigt zwei kubische Gitterzellen vor dem Aufbiegen mit relaxierter materialtypischer Gitterkonstante a_0 . Nach dem Aufbiegen der Struktur ändern sich die Gitterkonstanten zu a_r , a_y , a_t mit den entsprechenden Dehnungen ϵ_r , ϵ_y und ϵ_t (Abb. 5(b)). R ist der Biegeradius der Struktur und r bezeichnet die Lage innerhalb der Schicht mit $r = 0$ an der Innenseite und $r = d$ an der Außenseite der Schicht.

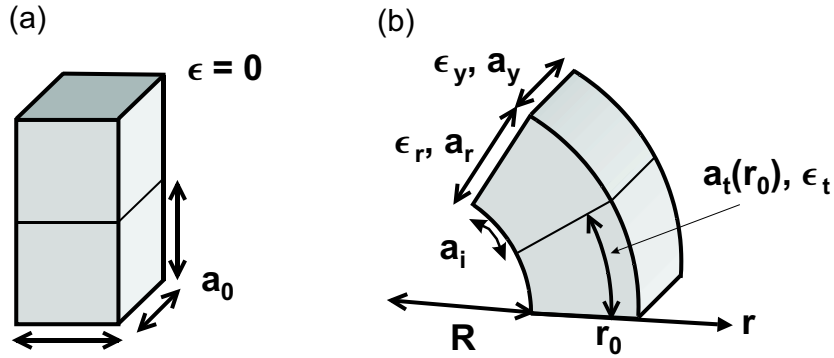


Abb. 5: (a) Zwei kubische Gitterzellen vor dem Aufbiegen mit relaxierter Gitterkonstante a_0 . (b) Nach dem Aufbiegen mit Biegeradius R ändern sich die Gitterkonstanten zu a_r , a_y und a_t . Die tangentielle Gitterkonstante a_t hängt nach Gleichung (2.12) von der Lage innerhalb der Schicht ab. Die Dehnungen ϵ_r , ϵ_y und ϵ_t entsprechen den jeweiligen Gitterfehlpassungen bezüglich der materialtypischen Gitterkonstante a_0 .

Die tangentielle Gitterkonstante a_t der aufgebogenen Schicht nimmt mit r linear zu:

$$a_t(r) = a_i \left(1 + \frac{r}{R} \right) \quad (2.12)$$

Daraus folgt für die Dehnung in tangentialer Richtung ϵ_t :

$$\epsilon_t(r) = \frac{a_t - a_0}{a_0} = \frac{a_i + \frac{r}{R}a_i - a_0}{a_0} \quad (2.13)$$

Je nach Kristallstruktur und der Rollrichtung können die ϵ_{ik} aus Gleichung (2.11) mit ϵ_t , ϵ_r und ϵ_y aus Abb. 5(b) ersetzt werden. Man erhält dann einen Ausdruck für die Verspannungsenergie pro Volumen E_V als Funktion von a_i , r und R . Integriert man nun E_V über die Gesamtschichtdicke, erhält man die totale Verspannungsenergie E_{tot} pro Fläche. Doppelschichtsysteme mit Teilschichtdicken d_1 und d_2 können folgendermaßen beschrieben werden, wobei abhängig von der Position im Schichtsystem für a_0 in Gleichung (2.13) die entsprechende Gitterkonstante des vorliegenden Materials verwendet wird:

$$E_{tot}(a_i, R) = \int_0^{d_1} E_{V\text{Schicht1}}(a_i, R, r) dr + \int_{d_1}^{d_1+d_2} E_{V\text{Schicht2}}(a_i, R, r) dr \quad (2.14)$$

In dem Modell nach Grundmann werden nun als Bedingung für den Gleichgewichtszustand nach dem Aufrollen die partiellen Ableitungen von E_{tot} nach der Gitterkonstanten a_i an der Innenseite der Struktur bzw. nach dem Radius R gleich null gesetzt:

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial a_i} = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial R} = 0 \quad (2.16)$$

Aus dem resultierenden Gleichungssystem lässt sich schließlich eine Formel für den Radius am Minimum der totalen Verspannungsenergie E_{tot} ableiten.

Betrachtet man analog zum Modell von Tsui und Clyne nun zunächst eine Doppelschicht aus isotropen Materialien identischer Poissonzahl ν mit Schichtdicken H und h , Elastizitätsmodul E_s bzw. E_d und einer Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon=(a_2-a_1)/a_1$, so folgt für die Verspannungsenergie pro Volumen:

$$E_V = \frac{E_x}{2(\nu^2 - 1)}(\epsilon_t^2 + \epsilon_y^2 + 2\nu\epsilon_t\epsilon_y) \quad (2.17)$$

mit $E_x = E_s$ für $0 < r \leq H$ und $E_x = E_d$ für $H < r \leq H + h$

Die Integration entsprechend (2.14) und das Lösen des Gleichungssystems, aufgestellt durch (2.15) und (2.16), liefern:

$$\frac{1}{R} = \frac{6(1 + \nu)a_1a_2(a_2 - a_1)Hh(h + H)E_sE_d}{a_2^3H^4E_s^2 + \alpha E_sE_d + a_1^3h^4E_h^4} \quad (2.18)$$

$$\alpha = a_1a_2hH[-a_2H(2H + 3h) + a_1(6H^2 + 9hH + 4h^2)] \quad (2.19)$$

Entwickelt man nun $1/R$ linear in $\Delta\epsilon$ um $\Delta\epsilon = 0$, bekommt man eine vereinfachte Formel für den Radius. Sie entspricht bis auf einen Faktor $(1 - \nu)/(1 + \nu)$ der Gleichung (2.8) aus dem Modell von Tsui und Clyne:

$$\frac{1}{R} = \frac{6(1 + \nu)E_dE_ShH(h + H)\Delta\epsilon}{E_d^2h^4 + 4E_dE_Sh^3H + 6E_dE_Sh^2H^2 + 4E_dE_ShH^3 + E_S^2H^4} \quad (2.20)$$

Zinkblendestruktur

Im Gegensatz zum Modell von Tsui und Clyne kann man mit dem Modell von Grundmann auch das Verhalten von anisotropen Kristallstrukturen, wie z.B. der Zinkblendestruktur des Indiumgalliumarsenid/Galliumarsenid-Systems, berechnen, da mit diesem Modell die jeweiligen Kristallrichtungen berücksichtigt werden können. Betrachten wir nun ein GaAs/InGaAs-Schichtsystem auf einem GaAs-(100)-Substrat. Die InGaAs-Schicht ist pseudomorph verspannt. Die totale Verspannungsenergie pro Volumen beträgt in diesem Fall nach dem Aufbiegen:

$$E_V(\epsilon_t, \epsilon_y, \phi) = E_{100}(\epsilon_t, \epsilon_y) + (2C_{44} - C_{11} + C_{12})\left(\frac{\epsilon_t - \epsilon_y}{2}\right)^2 \sin^2 2\phi \quad (2.21)$$

Der Winkel ϕ ermöglicht die richtungsabhängige Betrachtung der Verspannungsenergie relativ zu den $\langle 100 \rangle$ -Richtungen des Kristalls. $\phi = 0^\circ$ entspricht dabei einem Aufbiegen in $\langle 100 \rangle$ -Richtung. $E_{100}(\epsilon_t, \epsilon_y)$ ist die totale Verspannungsenergie pro Volumen für ein Schichtsystem, welches in $\langle 100 \rangle$ -Richtung rollt:

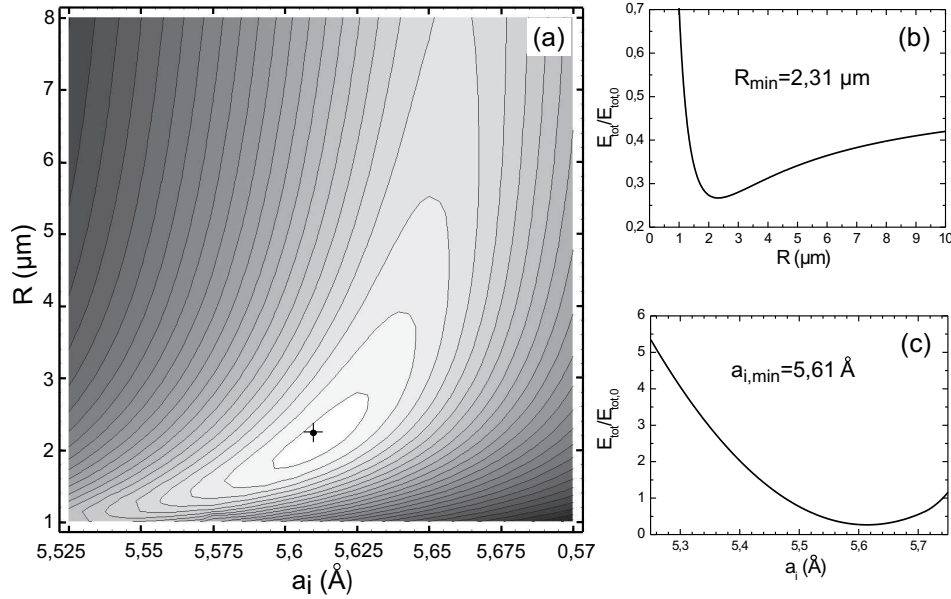


Abb. 6: Konturliniendiagramm der Verspannungsenergie E_{tot} einer Doppelschicht aus 30 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ und 30 nm GaAs , aufgetragen gegen den Krümmungsradius R und die Gitterkonstante a_i . Das Minimum von E_{tot} ist durch das Kreuz markiert. Radius und Gitterkonstante auf der Innenseite der gebogenen Doppelschicht betragen am Minimum von E_{tot} $R = 2,31 \mu\text{m}$ bzw. $a_i = 5,61 \text{ \AA}$. Die Graphen (b) und (c) zeigen beispielhaft Schnitte durch das Konturliniendiagramm am Energieminimum.

$$E_{100}(\epsilon_t, \epsilon_y) = E_V(\epsilon_t, \epsilon_y, \phi = 0) \quad (2.22)$$

$$E_{100}(\epsilon_t, \epsilon_y) = \frac{C_{11} - C_{12}}{2C_{11}} \left(C_{12}(\epsilon_t + \epsilon_y)^2 + C_{11}(\epsilon_t^2 + \epsilon_y^2) \right) \quad (2.23)$$

Eine analytische Formel für den Krümmungsradius kann nicht mehr angegeben werden. Der Radius wird numerisch mit Gleichung (2.14) bestimmt, indem man mit den materialtypischen Parametern das Minimum der totalen Verspannungsenergie sucht.

Abbildung 6(a) zeigt beispielhaft ein entsprechendes Konturliniendiagramm für eine Doppelschicht aus 30 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ und 30 nm GaAs , die sich in $\langle 100 \rangle$ -Richtung aufbiegt ($\phi = 0^\circ$). Entlang der Röllchenachse (y-Achse) entspricht ϵ_y dem einer verspannten Schicht, die vom Substrat gelöst ihre Verspannungsenergie minimiert, *ohne* sich aufzubiegen. Hohe Verspannungsenergien sind dunkelgrau dargestellt. Mit steigender Helligkeit nimmt die in der Struktur verbleibende Verspannungsenergie ab. Das Kreuz markiert das Minimum der Verspannungsenergie bei $R = 2,31 \mu\text{m}$ und $a_i = 5,61 \text{ \AA}$. Die Abbildungen 6(b) und (c) zeigen beispielhaft zwei entsprechende Schnitte durch das Konturliniendiagramm. Aufgetragen ist hier die relative Verspannungsenergie gegen den Radius R bzw. gegen die Gitterkonstante a_i .

2.3 Indiumgalliumarsenid/Galliumarsenid-System

In diesem Abschnitt wird auf das Indiumgalliumarsenid/Galliumarsenid-System näher eingegangen. Es werden die in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Modelle auf dieses Materialsystem angewendet, um die experimentellen Werte der Röllchenradien mit theoretischen Vorhersagen vergleichen zu können.

2.3.1 Kristalleigenschaften

Die Gruppe der III/V-Halbleiter, zu der auch Indium-, Gallium- und Aluminiumarsenid sowie deren ternäre Verbindungen gehören, kristallisieren in der Zinkblendestruktur. Die Zinkblendestruktur besteht aus zwei fcc-Gittern je einer Atomsorte (der III. bzw. V. Hauptgruppe), die um ein Viertel der Raumdiagonale versetzt angeordnet sind. Die Elemente bilden über tetraedrische sp^3 -Hybridisierung kovalente Bindungen mit schwachem ionischen Anteil A jeweils zwischen den Elementen der III. und V. Hauptgruppe aus. In Tabelle 2.1 sind einige Materialparameter zusammengefasst. Für ternäre Mischkristalle können die Materialparameter nach der Vegardschen Regel [Veg21] extrapoliert werden.

Material	Gitterkonstante [Å]	C_{11} [10^{10} Nm $^{-2}$]	C_{12} [10^{10} Nm $^{-2}$]	C_{44} [10^{10} Nm $^{-2}$]	A [%]
GaAs	5,65	11,88	5,38	5,94	31%
AlAs	5,66	12,02	5,70	5,89	
InAs	6,06	8,34	4,45	3,95	36%
$\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	$5,65+0,41x$	$11,88-3,56x$	$5,38-0,8x$	$5,94-2,01x$	
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	5,65	$11,88+0,14x$	$5,38+0,32x$	$5,94-0,05x$	

Tabelle 2.1: Materialparameter ausgewählter III/V-Verbindungshalbleiter bei $T = 300$ K [Lev99, IPTI]

In dem Modell von Grundmann wurde gezeigt, dass der Krümmungsradius abhängig von der Aufrollrichtung ist. Dieses Verhalten ist in der Gitterstruktur begründet. Bei der Zinkblendestruktur unterscheidet man zwischen harten und weichen Kristallachsen. Weiche Kristallachsen bilden die bevorzugten Spaltrichtungen des Kristalls. Bei der Zinkblendestruktur sind es die $\langle 110 \rangle$ -Richtungen. Die $\langle 100 \rangle$ -Richtungen stellen in der Zinkblendestruktur hingegen die härtesten Kristallachsen dar. Die Härte der jeweiligen Achsen ergibt sich aus der Lage der kovalenten Bindungen zur jeweiligen Kristallachse.

Abbildung 7(b) zeigt schematisch den Gitteraufbau, betrachtet aus zwei verschiedenen Richtungen. Betrachten wir zunächst die $\langle 100 \rangle$ -Richtung. Einer Stauchung oder Dehnung in $\langle 100 \rangle$ -Richtung wirken vier kovalente Bindungen in einem Winkel von 54° entgegen. In $\langle 110 \rangle$ -Richtung sind es hingegen nur zwei Bindungen in einem Winkel von 35° . Die $\langle 110 \rangle$ -Richtung ist also leichter zu stauchen, was bedeutet, dass in einer pseudomorph verspannten Doppelschicht weniger

Verspannungsenergie in $\langle 110 \rangle$ -Richtung gespeichert ist. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass eine in der (100)-Ebene gleichmäßig pseudomorph verspannte Schicht durch Relaxation entlang der $\langle 100 \rangle$ -Richtungen die meiste Verspannungsenergie abbauen kann. Aus diesem Grund relaxieren pseudomorph verspannte Doppelschichten nach dem Ablösen vom Substrat stark bevorzugt durch Aufrollen entlang der $\langle 100 \rangle$ -Richtung. Abbildung 7(a) zeigt die normierte Verspannungsenergie, die nach dem Aufrollen im System verbleibt, in Abhängigkeit vom Röllchenradius. Die gestrichelte Linie bezieht sich auf ein Röllchen in $\langle 110 \rangle$ -Richtungen, die durchgezogene auf ein Röllchen in $\langle 100 \rangle$ -Richtungen. Man erkennt, dass der Kristall durch ein Aufbiegen in $\langle 100 \rangle$ -Richtung mehr Verspannungsenergie abbauen kann und dementsprechend einen kleineren Krümmungsradius erreicht. Die Minimapositionen der jeweiligen Kurven sind durch senkrechte Striche gekennzeichnet.

Diese starke Anisotropie des Rollprozesses wurde experimentell ausgenutzt, um Spulen aus Halbleiterdoppelschichten zu erzeugen [Men05a]. Der Windungsabstand der Spulen kann dabei einfach über den Winkel ϕ zwischen Rollrichtung und $\langle 100 \rangle$ -Kristallachse eingestellt werden. Die genaue lithographische Methode wird später vorgestellt. Abbildung 8 zeigt beispielhaft Spulen, die aus einer $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}/\text{GaAs}$ -Doppelschicht hergestellt wurden. Die Windungsabstände wurden durch Wahl des Winkels ϕ variiert.

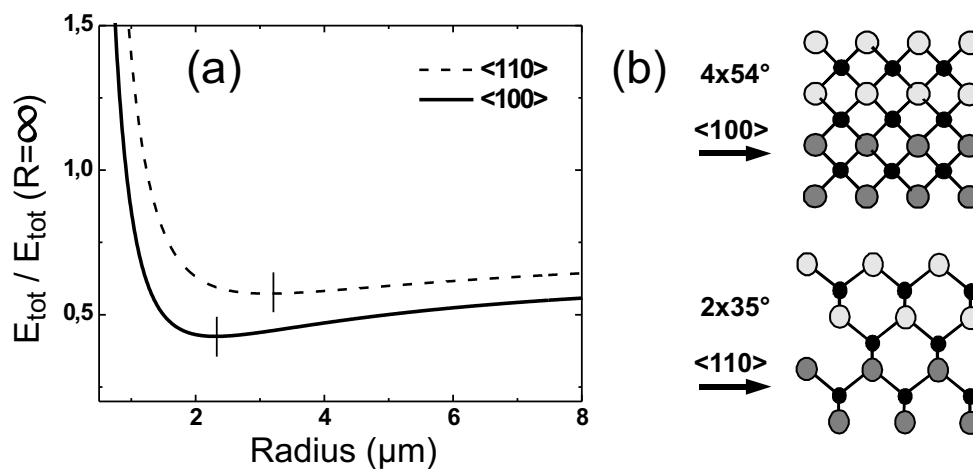


Abb. 7: (a) Auf den ungekrümmten Zustand normierte Verspannungsenergie in Abhängigkeit vom Biegeradius nach dem Modell von Grundmann. In $\langle 100 \rangle$ -Richtung (harte Kristallachse) wird mehr Verspannungsenergie durch das Aufrollen abgebaut, als in $\langle 110 \rangle$ -Richtung (weiche Kristallachse). Die Radien nach Aufrollen in $\langle 100 \rangle$ -Richtung sind dementsprechend kleiner. (b) Verspannte InAs/GaAs-Doppelschicht betrachtet aus zwei verschiedenen Richtungen (In: dunkelgrau, Ga: grau, As: schwarz). Die schwarzen Pfeile deuten die Richtung der Stauchung an. Einer Stauchung oder Dehnung in $\langle 100 \rangle$ -Richtung wirken vier kovalente Bindungen in einem Winkel von 54° entgegen, in $\langle 110 \rangle$ -Richtung nur zwei in einem Winkel von 35° . Die $\langle 100 \rangle$ -Richtung stellt demnach die härtere Kristallrichtung dar.

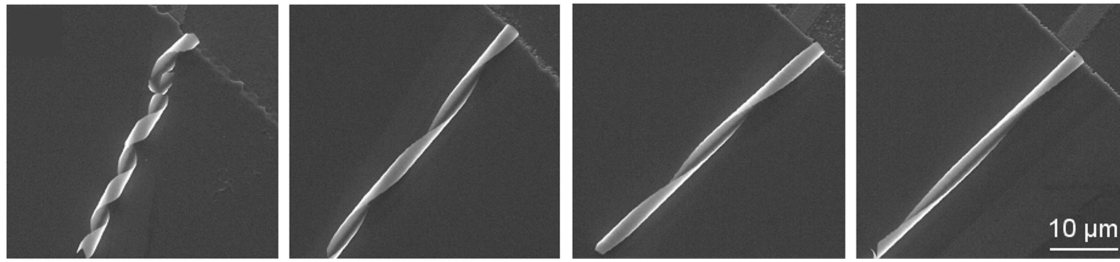


Abb. 8: aus [Men05a]: Spulen aus einer $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}/\text{GaAs}$ -Doppelschicht (je 30 nm Schichtdicke) mit $\phi = 34^\circ, 14^\circ, 10^\circ$ und 5° gegen die $[100]$ -Startkante. Die Windungsabstände betragen 8, 25, 30 und $40 \mu\text{m}$ bei einem Radius von $2,2 \mu\text{m}$.

2.3.2 Krümmungsradien

Die Krümmungsradien der Röllchen aus verspannten InGaAlAs -Heterostrukturen können in einem großen Bereich gezielt eingestellt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden beispielsweise Metall-Halbleiter-Hybridröllchen (siehe Abschnitt 2.4) mit einem minimalen Radius von 300 nm hergestellt. Strukturen mit Elektronensystemen in den Röllchenwänden rollten aufgrund ihrer deutlich größeren Schichtdicke mit einem Radius von etwa $10 \mu\text{m}$ auf. Die experimentell bestimmten Krümmungsradien aller Strukturen stimmten gut mit den theoretisch vorhergesagten Radien nach den Modellen von Tsui und Clyne und dem Modell von Grundmann aus Abschnitt 2.2.2 überein.

Abbildung 9 zeigt den Vergleich von theoretischen und gemessenen Krümmungsradien beispielhaft für verschiedene Doppelschichtsysteme. Variiert wurde hier jeweils die Dicke der GaAs -Deckschicht bei konstantem Indiumgehalt. Man sieht deutlich, dass die nach dem Modell von Grundmann berechneten Radien über den gemessenen Krümmungsradien liegen, wohingegen die nach dem Modell nach Tsui und Clyne berechneten Werte zu klein sind. Die beste Übereinstimmung wird mit der Annahme erreicht, dass die Röllchen nicht entlang der Achse relaxieren, d.h. ϵ_{yy} bleibt konstant. In den theoretischen Modellen entspricht dies einer Vernachlässigung des Poissoneffekts durch Setzen von $\nu = 0$. In diesem Fall sind die vorhergesagten Radien für beide Modelle identisch. Einen Hinweis darauf, dass diese Annahme korrekt ist, liefern Experimente von Bernardi et al. [Ber06], in denen mit μ -Raman-Spektroskopie die Verspannung in aufgerollten Strukturen ausgewertet wurde. Bernardi und Mitarbeiter erklären die von ihnen nachgewiesenen Verschiebungen von Phononenlinien u.a. mit einer vom Verhältnis der Schichtdicken der GaAs -Schicht d_{Ga} und der InGaAs -Schicht d_{In} abhängigen Relaxation der Verspannung in Richtung der Röllchenachse. Sie kommen zu dem Schluss, dass eine Änderung der Verspannung ϵ_{yy} nur für Strukturen in Betracht kommt, in denen die Dicke InGaAs -Schicht gleich oder größer der Dicke der GaAs -Schicht ist. Für die in Abb. 9 gezeigten Daten ist $\frac{d_{\text{Ga}}}{d_{\text{In}}} \gg 1$, was dann die Annahme von $\nu=0$ rechtfertigt.

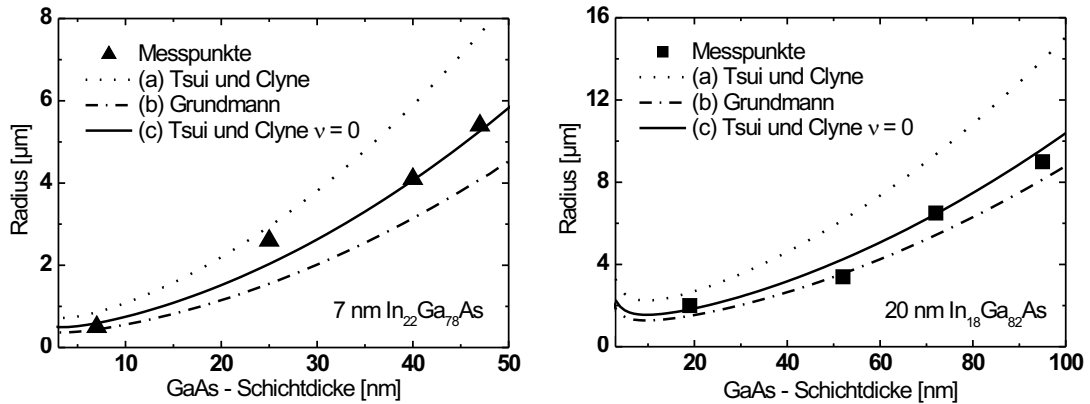


Abb. 9: Vergleich experimentell ermittelter Krümmungsradien mit Theoriewerten berechnet nach den in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Modellen. Graph (a) zeigt den Radius in Abhängigkeit der GaAs-Schichtdicke auf einer 7 nm $\text{In}_{22}\text{Ga}_{78}\text{As}$ -Schicht. In Graph (b) handelt es sich um eine 20 nm $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ -Schicht. Die beste Übereinstimmung zwischen Theoriewerten und gemessenen Radien wird erzielt, wenn man in Übereinstimmung mit Messungen von [Ber06] annimmt, dass die Röllchen beim Aufrollen nicht entlang ihrer Achse relaxieren ($\nu=0$).

Abweichungen zwischen den theoretischen und gemessenen Werten der Krümmungsradien können auch durch verschiedene systematische Fehler erklärt werden. So geht beispielsweise der Indiumanteil der Schichtstruktur direkt in die Verspannung ein. Die Flusskalibrierung der Indium-Effusionszelle und damit der Indiumanteil der Struktur ist mit einem statistischen Fehler von etwa 5-10 % behaftet [Wel06a]. Zusätzlich tritt ein systematischer Fehler auf, der durch die sogenannte Shutter-Transiente der Effusionszellen verursacht wird [Hey05]. Nach dem Öffnen der Effusionszelle sinkt die Zelltemperatur aufgrund von Strahlungswärmeverlusten und nähert sich nach einer Abklingzeit einem konstanten Wert und damit einem konstanten Fluss. Erfolgt die Flusskalibrierung direkt nach dem Öffnen der Zelle, ergibt sich also ein höherer Materialfluss als tatsächlich später beim Wachstum der Probe vorhanden. Das führt insbesondere für dickere Schichten zu einem geringeren Indiumgehalt und damit zu weniger Verspannung und folglich größeren Krümmungsradien. Die Shutter-Transienten werden beim Wachstum der Proben durch ein mathematisches Modell berücksichtigt, so dass dieser Fehler minimiert werden kann.

Bei der Berechnung der Radien wird als Verspannung die Gitterfehlpassung zwischen InGaAs und GaAs berücksichtigt. Tatsächlich relaxiert aber ein Teil der Verspannung durch Bildung von Misfit-Versetzungen, obwohl die Schichtdicken unterhalb der kritischen Schichtdicke h_c liegen. Um einen sich hieraus ergebenden Einfluss auf den Krümmungsradius der Röllchen abschätzen zu können, muss die Versetzungsdichte bestimmt werden. Das Versetzungsnetzwerk kann zu diesem Zweck, wie schon erwähnt, durch Anätzen oder indirekt durch Anordnung von Quantenpunkten sichtbar gemacht werden [Wel06b]. Es wurden dabei Versetzungsdichten von $3 \times 10^5 \text{ cm}^{-2}$

für die von uns verwendeten Strukturen bestimmt. Nach Chang et al. kann daraus eine Abnahme der Verspannungsenergie durch die Bildung von Versetzungen von etwa 0,15 % abgeschätzt werden [Cha89]. Dies hat auf den Krümmungsradius kaum einen Einfluss.

Dieser Abschnitt lässt sich wie folgt zusammenfassen: Es ist möglich, die Biegeradien mit hoher Genauigkeit nach den in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Modellen vorherzusagen. Da es sich beim Wachstum der Proben um einen komplexen Prozess handelt, sollte der Krümmungsradius jedoch in Experimenten, in denen er eine zentrale Rolle spielt, vorab kontrolliert werden. Dies ist beispielsweise bei mikromechanischen Anwendungen wie der Präparation von Mikrogreifern der Fall [Sch03].

2.4 Metall-Halbleiter-Hybridsysteme

Eine Eigenschaft, die verspannte, durch Aufrollen relaxierende Schichten für Anwendungen in Forschung und Industrie interessant macht, ist die Möglichkeit, Metalle oder Isolatoren in die Röllchen zu integrieren, ohne dass diese Schichten den Aufrollprozess stören. Auf diese Weise wurden beispielsweise Cantilever [Gol04] und Aktuatoren für Mikrospiegel [Vac01, Fle04] hergestellt. Es wurde die Möglichkeit untersucht, Mikrogreifer und Spulen zu präparieren [Sch03]. Darüber hinaus wurden Gold und Goldgermanium/Nickel-Schichtsysteme in Mikroröllchen integriert, um so Elektronensysteme in den Röllchenwänden zu kontaktieren [Men04].

In den o.g. Arbeiten wurde das verspannte Schichtsystem als Träger verwendet. Es ist jedoch möglich, noch einen Schritt weiter zu gehen und Metalle als funktionelle Schicht im Doppelschichtsystem einzusetzen, um so Metall-Halbleiter-Hybridsysteme herzustellen [Sch05]. In diesen Hybridsystemen ersetzt die amorphe Metallschicht die obere GaAs-Deckschicht. Die Metallschichten haben in diesem Fall sehr ähnliche Eigenschaften wie kristallin aufgewachsene Schichten mit entsprechenden Elastizitätskonstanten und Dicken. Abbildung 10 zeigt schematisch das für die Hybridsysteme verwendete Schichtsystem. Grundlage bilden auch hier wieder ein GaAs-Substrat und eine AlAs-Opferschicht mit Gitterkonstante a_1 . Danach folgt eine pseudomorph verspannte InGaAs-Schicht, welche die Verspannung $\Delta\epsilon_{feh}$ ins Schichtsystem einbringt. Das Wachstum der Probe ist an dieser Stelle abgeschlossen. Die Metallschicht wird dann durch einen Aufdampfprozess aufgebracht. Für den Metallfilm kann man zur Berechnung der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{feh}$ zunächst die Gitterkonstante a_1 des Substrats als Pseudogitterkonstante annehmen. Dies ist durch die Tatsache gerechtfertigt, dass die Metallschicht auf die pseudomorph verspannte InGaAs-Schicht mit lateraler Gitterkonstante des Substrats aufgebracht wird. Beim späteren Aufrollprozess ist sie bestrebt, ihre laterale Ausdehnung beizubehalten. Zusätzlich treten bei der Deposition von Metallen durch thermische Aufdampfprozesse erhebliche Verspannungen auf [Tho89]. Zum einen handelt es sich um die thermische Verspannung ϵ_t aufgrund der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten von

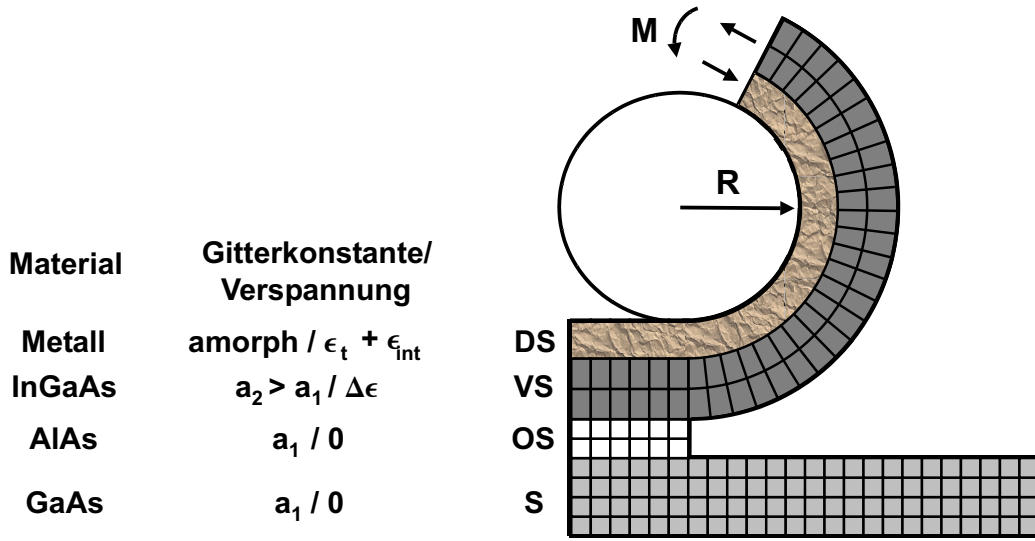


Abb. 10: Erweiterung des Grundprinzips nach Prinz auf Metall-Halbleiter-Hybridsysteme [Sch05]: Die obere Halbleiterdeckschicht wird durch eine amorphe Metallschicht ersetzt. Die Metallschicht wird auf die pseudomorph verspannte Schicht aufgebracht, die im nichtabgelösten Zustand mit der Substratgitterkonstante a_1 vorliegt. Es ist daher legitim, der Metallschicht eine Pseudogitterkonstante zuzuordnen, die der Substratgitterkonstante a_1 entspricht. Die Pseudogitterkonstante wird zur Berechnung der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ benötigt. Neben der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ wird der Krümmungsradius zusätzlich auch noch durch eine intrinsische Verspannung ϵ_{int} bestimmt, die eine Folge des Aufdampfprozesses des Metalls ist. Darüber hinaus treten auch thermische Verspannungen ϵ_t aufgrund unterschiedlicher Ausdehnungskoeffizienten von Metall und Halbleiter auf. Sie sind deutlich kleiner und spielen nur bei sehr großen Temperaturänderungen eine Rolle.

Substrat und Metall, die aber eine untergeordnete Rolle spielt. Wichtiger für die Gesamtverspannung des Systems und damit für den Aufrollprozess ist die sogenannte intrinsische Verspannung ϵ_{int} . Metalle, die eine sehr viel höhere Schmelztemperatur haben als das Halbleitersubstrat, kondensieren auf dem Substrat in Schichten, die intrinsisch unter einer starken Zugspannung ϵ_{int} stehen [Tho89].

Im Folgenden vergleichen wir zwei Metall-Halbleiter-Hybridröllchen, die unter Verwendung von Chrom und Gold, also Metallen mit sehr unterschiedlichen Schmelztemperaturen, hergestellt wurden. Tabelle 2.2 zeigt eine Übersicht der entsprechenden Materialparameter. In Abb. 11 sind Krümmungsradien gegen die Dicke der Chromschicht (a) bzw. die Dicke der Goldschicht (b) aufgetragen. In Abb. 11(a) sind zwei Theoriekurven eingezeichnet. Die obere strichpunktierte Linie markiert die theoretischen Radien nach Gleichung (2.8) mit $\nu = 0$ unter alleiniger Berücksichtigung der Verspannung aufgrund der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$. Bei einem Indiumanteil von $x = 30\%$ beträgt $\Delta\epsilon_{fehl} = 2,2 \times 10^{-2}$. Die experimentell bestimmten Radien der Cr/InGaAs-Hybridröllchen liegen deutlich unter dieser Linie. Diese Werte stimmen jedoch sehr gut mit den Werten der durchgezogenen Kurve überein, die

Material	Schmelztemperatur [°C]	Wärmeausdehnungskoeffizient [$10^{-6}K^{-1}$]
GaAs	1240	5,73
InAs	942	4,52
Cr*	1907	4,90
Au*	1064	14,20

Tabelle 2.2: Thermische Eigenschaften der verwendeten Materialien aus [IPTI] und *[Win]. Die Schmelztemperaturen und Wärmeausdehnungskoeffizienten der ternären Verbindung $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ können anhand des Anteils x berechnet werden und sollten zwischen den Werten von InAs und GaAs liegen [IPTI].

zusätzlich auch die intrinsische Verspannung berücksichtigt. Die Gesamtverspannung beträgt hier also $\Delta\epsilon_{Cr} = \epsilon_t + \epsilon_{int}$. Experimentell kann die intrinsische Verspannung ϵ_{int} bestimmt werden, indem die pseudomorph verspannte InGaAs-Schicht durch eine nicht verspannte GaAs-Schicht ersetzt wird. Das Aufbiegen dieser Referenzstruktur resultiert dann nur durch die durch den Aufdampfprozess bedingte materialabhängige intrinsische Verspannung ϵ_{int} und der thermischen Verspannung ϵ_t . Die Gitterfehlpassung ist null. Die thermische Verspannung kann aus dem Unterschied der Substrattemperatur beim Aufdampfen und bei der Messung des Radius determiniert werden. Aus der Abschätzung der Substrattemperatur von ca. 60°C beim Aufdampfprozess erhalten wir für die thermische Verspannung in den Chromschichten bei Raumtemperatur einen Wert von $\epsilon_t \approx 3,3 \times 10^{-5}$. Die Gesamtverspannung kann aus dem Radius zu $\Delta\epsilon_{Cr} = 6,0 \times 10^{-3}$ abgeschätzt werden. Ein Vergleich dieser Werte zeigt, dass die thermische Verspannung zwei Größenordnungen kleiner ist als die Gesamtverspannung. Es gilt folglich im Falle der Chromschichten: $\epsilon_{int} \approx \Delta\epsilon_{Cr} = 6,0 \times 10^{-3}$. Der Krümmungsradius der Cr/InGaAs-Hybridssysteme wird also durch die Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ und die intrinsische Verspannung ϵ_{int} der aufgedampften Chromschicht bestimmt.

Ein anderes Verhalten zeigen die Au/InGaAs-Hybridssysteme aufgrund der Tatsache, dass die Schmelztemperatur von Gold in etwa der der pseudomorph verspannten InGaAs-Schicht entspricht (Tab 2.1). Abbildung 11(b) zeigt eine gute Übereinstimmung der experimentellen Werte mit den theoretischen Werten, obwohl nur die Verspannung aufgrund der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ berücksichtigt wurde. Sie beträgt hier bei einem Indiumanteil von $x = 30\%$ etwa $\Delta\epsilon_{fehl} = 1,3 \times 10^{-2}$. Im Gegensatz zu den Chromschichten spielt die intrinsische Verspannung ϵ_{int} offensichtlich keine Rolle. Entsprechende Experimente mit GaAs-Referenzstrukturen bestätigen dies. Hier ist der Biegeradius unendlich, $\Delta\epsilon_{Gold}$ kann auf InGaAs-Substraten also vernachlässigt werden. Die thermische Verspannung zwischen Gold und InGaAs wurde mit $\epsilon_t \approx 3,4 \times 10^{-4}$ abgeschätzt. Sie ist damit zwar deutlich größer als ϵ_t zwischen InGaAs und Chrom, im Vergleich zur Verspannung durch die Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{fehl}$ aber zwei Größenordnungen kleiner und damit zu vernachlässigen. Im Fall der Au/InGaAs-Hybridssysteme wird der Krümmungsradius also genauso

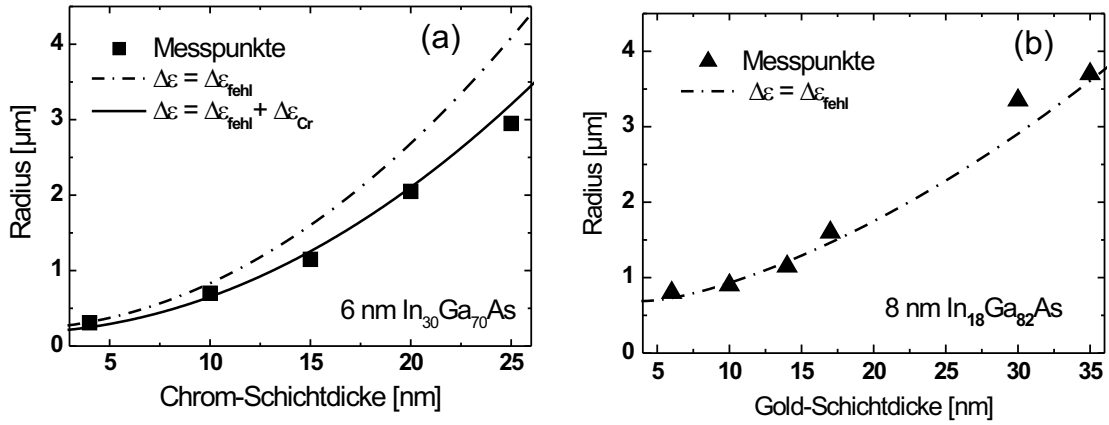


Abb. 11: Experimentelle Werte für den Krümmungsradius von Hybridsystemen aus Chrom bzw. Gold auf InGaAs im Vergleich zur Theorie von Tsui und Clyne mit $\nu = 0$. (a) zeigt, dass für Chrom auf $\text{In}_{30}\text{Ga}_{70}\text{As}$ zusätzliche Verspannungen auftreten, die zu kleineren Radien führen. Aufgrund des großen Unterschieds der Schmelztemperaturen zwischen Chrom und $\text{In}_{30}\text{Ga}_{70}\text{As}$, baut sich eine starke intrinsische Verspannung ϵ_{int} in der Chromschicht auf [Tho89]. Erst unter Berücksichtigung von ϵ_{int} können die gemessenen Biegeradien mit der Theorie beschrieben werden. (b) Im Fall von Gold auf $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ treten, wie bei reinen Halbleiterheterostrukturen, außer der Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{\text{fehl}}$ der $\text{In}_{18}\text{Ga}_{82}\text{As}$ -Schicht keine weiteren Verspannungen auf. Thermische Verspannungen spielen bei den auftretenden geringen Temperaturunterschieden ($\Delta T \approx 40$ K) in beiden Systemen keine Rolle.

wie bei verspannten Halbleiterdoppelschichten alleine durch die Gitterfehlpassung $\Delta\epsilon_{\text{fehl}}$ bestimmt.

Die Erkenntnisse dieses Abschnitts lassen sich wie folgt zusammenfassen: Hybridsysteme aus einer Metall-Halbleiter-Doppelschicht rollen nach dem Ablösen vom Substrat auf. Das Metall ersetzt dabei die Deckschicht (DS). Die Biegeradien von Metall-Halbleiter-Hybridrollchen werden durch die Gitterfehlpassung der pseudomorph verspannten Halbleiterschicht dominiert. Je nach verwendetem Metall treten zusätzlich intrinsische Verspannungen aufgrund des Aufdampfprozesses auf, die in der Größenordnung der Gitterfehlpassung liegen. In diesem Fall unterstützt dies den Aufrollprozess und führt zu kleineren Krümmungsradien. Thermische Verspannungen spielen hingegen kaum eine Rolle. Neben den in dieser Arbeit verwendeten Metallen sind zur Herstellung von Hybridsystemen natürlich auch andere Materialien denkbar. Grundvoraussetzung für die Eignung ist jedoch, dass sich diese Materialien ohne Zerstörung der kristallinen Struktur der verspannten InGaAs-Schicht aufbringen lassen. So haben beispielsweise Versuche, Metalle durch einen Sputterprozess aufzubringen dazu geführt, dass sich die Metall-Halbleiter-Hybridsysteme nicht mehr aufgerollt haben. Sofern jedoch diese Voraussetzung erfüllt wird, sollte der Übertragung dieses Prinzips auf andere Materialgruppen, wie z.B. Supraleitern, Kunststoffen oder Isolatoren nichts im Wege stehen.

Kapitel 3

2-Schritt-Lithographie

Für die Integration dreidimensionaler Objekte in vorhandene Systeme sind verschiedene Voraussetzungen zu erfüllen. Einerseits braucht man Kontrolle über den Krümmungsradius der verspannten Doppelschichten. Dieser ist relativ einfach über die Schichtdicken und Gitterfehlpassung steuerbar. Eine zweite wichtige Voraussetzung ist die Kontrolle sowohl über die Form des Objekts als auch über den Ort des Objekts auf dem Substrat. In diesem Kapitel wird eine lithographische Methode vorgestellt, die die Kontrolle über Ort, Rollrichtung und Form der Röllchen ermöglicht und weiterführende Präparationen und Experimente erlaubt [Men04, Sch05, Men05b].

Das Aufrollen verspannter Schichtsysteme ist ein komplexer Vorgang, der stark bevorzugt entlang einer $\langle 100 \rangle$ -Kristallachse stattfindet (siehe Abschnitt 2.3.1). Um Halbleiterröllchen aus einem verspannten Schichtsystem herzustellen, muss das Schichtsystem vom Substrat gelöst werden. Dies geschieht bei InGaAs/GaAs-Doppelschichten durch das selektive Ätzen der AlAs-Opferschicht. Danach ist das Schichtsystem bestrebt, durch Aufrollen entlang einer der $\langle 100 \rangle$ -Achsen, welche alle gleichberechtigt sind, zu relaxieren. Es ist daher notwendig, Ort und Rollrichtung des Schichtsystems vorher festzulegen, um dreidimensionale Objekte gezielt herzustellen. Dies geschieht durch eine 2-Schritt Lithographie [Men04, Vor02, Men05a]. Der Ort der Rolle auf dem Substrat wird durch das nasschemische Ätzen einer verspannten Mesa definiert. Die Rollrichtung kann durch das Präparieren einer Startkante festgelegt werden. Nur an dieser Startkante wird die Opferschicht freigelegt. Das selektive Ätzen beginnt hier. Mit Hilfe dieser Lithographie ist es möglich, neben dem Krümmungsradius auch Ort und Rollrichtung der dreidimensionalen Objekte zu definieren. Im Folgenden wird die 2-Schritt Lithographie für reine Halbleitersysteme sowie die invertierte 2-Schritt Lithographie für Metall-Halbleiter-Hybridssysteme erläutert.

3.1 Reine Halbleitersysteme

Abbildung 12 zeigt das Prinzip der 2-Schritt Lithographie für reine Halbleitersysteme. Die Schemazeichnungen zeigen den Kristall nach den jeweiligen Prozessschritten,

also der photolithographischen Definition, der Übertragung durch Ätzen und dem Reinigen der Probe. Die Details zum Prozess sind im Anhang A aufgeführt. Teil (a) der Schemazeichnung zeigt die gewachsene MBE-Struktur mit AlAs-Opferschicht, verspannter Schicht aus InGaAs sowie einer GaAs-Deckschicht. Im ersten Präparationsschritt wird eine verspannte Mesa durch nasschemisches Ätzen definiert (b). Dabei wird die GaAs-Deckschicht um die verspannte Mesa herum entfernt, indem in die InGaAs-Schicht geätzt wird, ohne diese vollkommen zu durchtrennen. Die verbleibende InGaAs-Restschicht schützt die darunter liegende AlAs-Opferschicht. Die Restschicht darf einerseits keine Löcher enthalten und muss die Opferschicht vollkommen abdecken. Andererseits muss die Restschicht dünn genug sein, um beim späteren Aufrollen definiert an den Sollbruchstellen einreißen zu können. In einem zweiten Präparationsschritt wird entlang einer der $< 100 >$ -Aufrollrichtungen eine Startkante durch nasschemisches Ätzen bis in das Substrat erzeugt. Folglich wird nur an dieser Kante die Opferschicht freigelegt. Beim dann folgenden selektiven Ätzen mit Flusssäure wird die Opferschicht beginnend an dieser Kante entfernt. Resultat dieser 2-Schritt-Lithographie ist ein Röllchen mit definierter Rollrichtung und Breite b an einem beliebigen Ort auf dem Substrat. Die Anzahl der Umdrehungen kann über die Dauer des selektiven Ätzens gesteuert werden. Es ist darüber hinaus möglich, die Anzahl der Umdrehungen über die Länge der Mesa zu definieren, da das Aufrollen natürlich am Ende der verspannten Doppelschicht stoppt. Bei Kenntnis des Krümmungsradius und damit des Umfangs U ergibt sich die Anzahl der Umdrehungen N dann also aus dem Verhältnis $N = l/U$. Die hintere Kante der Mesa definiert in diesem Fall den Ort des Röllchens auf dem Substrat. Prinzipiell ist diese 2-Schritt-Lithographie auf beliebige Geometrien übertragbar, wie bereits in Abb. 8 gezeigt wurde.

Die Grenzen der 2-Schritt-Lithographie sind durch die Genauigkeit des ersten Flachmesa-Ätzschritts zur Definition der verspannten Mesa gegeben. In diesem Schritt ist es notwendig, die GaAs-Deckschicht zu durchtrennen und in der verspannten InGaAs-Restschicht zu stoppen, ohne sie zu durchtrennen. Mit abnehmendem Radius der Röllchen und damit abnehmenden Schichtdicken des Schichtsystems kann diese Präzision nicht mehr gewährleistet werden. Mit der von uns zum nasschemischen Ätzen verwendeten Phosphorsäurelösung ($\text{H}_3\text{PO}_4:\text{H}_2\text{O}_2:\text{H}_2\text{O}$ im Verhältnis 1 : 10 : 500) ist es möglich, die richtige Ätztiefe auf wenige Nanometer genau zu treffen. Die Ätzraten werden dabei vor jedem Mesaätzschritt an einer Referenzprobe kalibriert. Wir nutzen dabei aus, dass die Probe nach der Zeit t_0 beim Erreichen der AlAs-Opferschicht aufgrund der Oxidation des AlAs schwarz anläuft und den metallischen Glanz verliert. Ätzzeiten knapp unter t_0 führen dann auf die gewünschten dünnen InGaAs-Restschichten, die beim selektiven Ätzen kontrolliert an den Sollbruchstellen einreißen. Für sehr dünne InGaAs-Schichten und damit sehr dünne InGaAs-Restschichten ist dann aber nicht mehr gewährleistet, dass diese Restschichten dicht sind, d. h. die Opferschicht vollständig abdecken. Die Präparation schlägt dann fehl, wenn die Restschicht Löcher oder Fehlstellen aufweist, siehe Abb. 12(b). In diesem Fall kann Flusssäure in die Struktur eindringen. Ein kontrolliertes Aufrollen ist dann nicht mehr möglich.

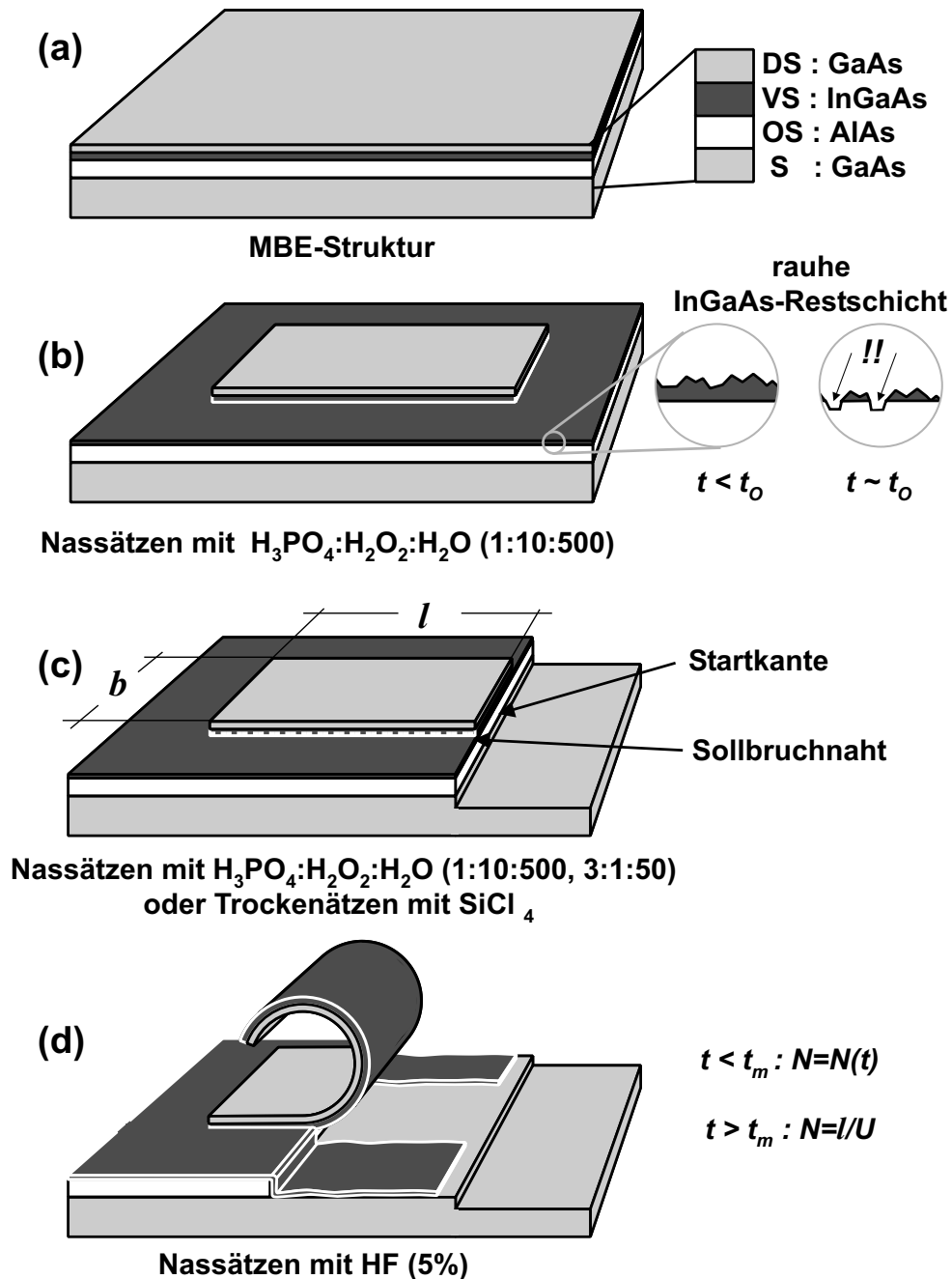


Abb. 12: 2-Schritt-Lithographie für reine Halbleitersysteme: Ausgehend von der mittels MBE gewachsenen Struktur (a) wird eine Mesa definiert (b). (c) Danach wird die Rollrichtung durch Definieren der Startkanten festgelegt. (d) Nach dem selektiven Ätzen der Opferschicht rollt sich das Schichtsystem auf.

Im Gegensatz zur Definition der Mesa ist der zweite Ätzschritt, das Präparieren einer Startkante, unkritisch, da keine genaue Äztiefe erreicht bzw. eingehalten werden muss. Einzige Vorgabe ist, dass die Opferschicht komplett durchtrennt wird, was durch ein Ätzen tief in das Substrat leicht erreicht werden kann. Für diesen Prozessschritt wurden sowohl nasschemische Ätzlösungen auf Phosphorsäurebasis als auch Trockenätzverfahren mit reaktiven SiCl_4 -Ionen eingesetzt. Das nasschemische Verfahren bietet sich für Systeme an, die elektronische Strukturen enthalten, welche empfindlich auf Ionenbeschuss reagieren können. Das RIE-Trockenätzverfahren ist zwar zeitaufwendiger, eignet sich aber eher dazu, Startkanten mit einer feineren Struktur zu präparieren. Um ein gerades und gleichmäßiges Aufrollen der Strukturen zu erreichen, muss die Startkante sehr genau entlang einer der $\langle 100 \rangle$ -Rollrichtungen prozessiert werden. Die kann man erreichen, indem die Masken mittels Marker entlang der $\langle 110 \rangle$ -Spaltkante des Probenstücks ausgerichtet werden. Die zu belichtenden Strukturen sind wiederum 45° versetzt zu den Markern auf der Maske angeordnet. Mit diesem Verfahren ist eine sehr genaue Positionierung möglich.

Das selektive Ätzen der Opferschicht erfolgt mit Flusssäure, die eine überragende Selektivität von mindestens 10^6 zwischen reinen AlAs-Schichten und Schichten mit weniger als 40 % Aluminiumanteil aufweist [Wu85, Hjo96]. Diese Selektivität führt auch dazu, dass die Oberflächenrauigkeit der Röllchen an der abgelösten Seite nur durch die Qualität der gewachsenen Grenzfläche zwischen InGaAs und AlAs-Opferschicht gegeben ist, welche durch das MBE-Wachstum optimiert werden kann. Die Tatsache, dass beide Röllchenoberflächen quasi atomar glatt prozessiert werden können, wird ausgenutzt, um beispielsweise radiale Übergitter [Pri98, Pri00, Den04a] oder optische Resonatoren und Wellenleiter herzustellen [Men06b, Kip06].

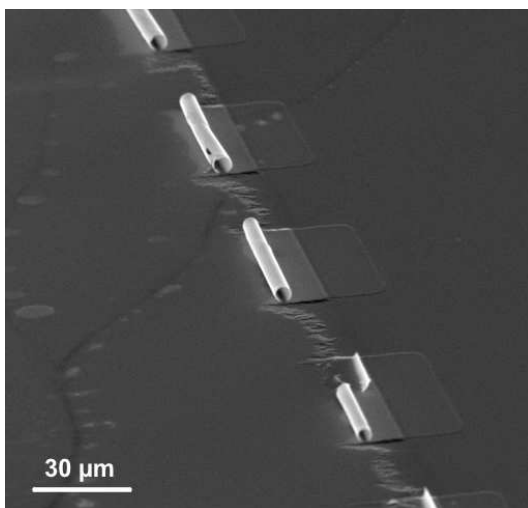


Abb. 13: aus [Men05a]: Beispiel für die Bestimmung der Rollrichtung mit Hilfe der 2-Schritt-Lithographie (siehe Abb. 12). Sie ermöglicht die Herstellung von Röllchen mit definierter Breite, Orientierung und Windungszahl.

3.1.1 Aufrollen dickenmodulierter Schichtsysteme

Bei der bisherigen Beschreibung der Lithographie wurde davon ausgegangen, dass die aufzurollende Schicht selbst nicht moduliert wurde. Es handelte sich also um das initiale, MBE-gewachsene, gleichmäßig pseudomorph gespannte Schichtsystem. Für verschiedene Anwendungen ist es jedoch erforderlich, das Schichtsystem zu strukturieren. Daraus kann eine ungleichmäßige Verspannung im Schichtsystem resultieren. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zweidimensionale Elektronengase aufgerollt und in Form von gekrümmten Hallstreifen vermessen. Zur Präparation dieser Hallstreifen ist es notwendig, das zweidimensionale Elektronensystem in den Röllchenwänden durch Ätzen zu verarmen und gezielt zu strukturieren. Diese dickenmodulierten Schichtsysteme reißen beim Aufrollen aufgrund der ungleichmäßigen Verspannung jedoch leicht ein und werden damit unbrauchbar.

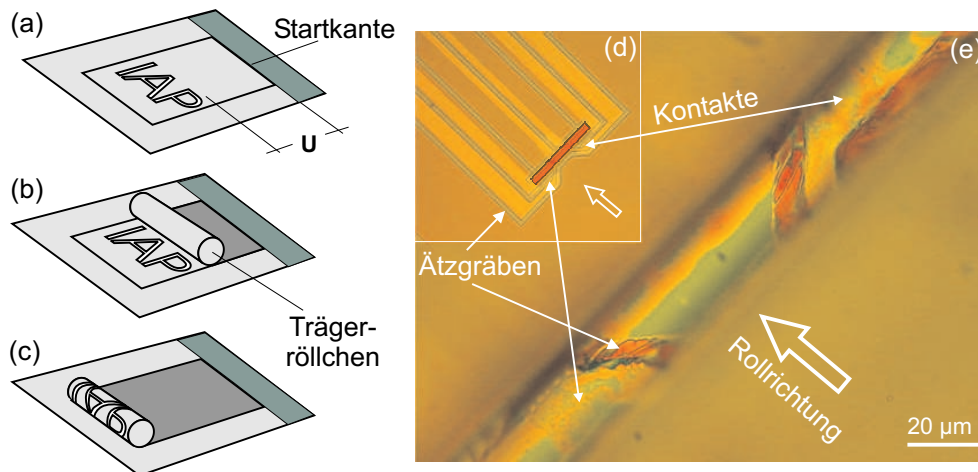


Abb. 14: Aufrollen von Schichten, die aufgrund einer Dickenmodulation ungleichmäßig verspannt sind, mit Hilfe einer Trägerrolle. (a) Struktur vor dem Aufrollen. (b) Die Trägerrolle mit Umfang U entsteht durch Aufrollen eines unstrukturierten, gleichmäßig verspannten Bereichs. (c) Der strukturierte Bereich (IAP) wird auf die Trägerrolle aufgewickelt. Das lichtmikroskopische Bild zeigt eine dickenmodulierte Struktur vor (d) und nach dem Aufrollen (e). Es handelt sich hierbei um einen Hallstreifen (Balken in (d)), der entlang der Röllchenachse positioniert ist. Der Hallstreifen wird durch Verarmung des Elektronensystems unter den Ätzgräben definiert. Die weißen Blockpfeile markieren die Rollrichtung. Die Kontakte sind zur besseren Übersicht in beiden Bildern gekennzeichnet.

Dieses Problem wurde durch die Verwendung einer Trägerrolle, wie in Abb. 14 dargestellt, gelöst [Men05a]. Der dickenmodulierte strukturierte Bereich des Systems wird auf eine Trägerrolle aufgewickelt. Die Trägerrolle wird aus unstrukturiertem Material vor dem dickenmodulierten Bereich präpariert. Die Abbildungen 14(a) bis (c) zeigen das Prinzip. Der Schriftzug IAP bildet den dickenmodulierten Bereich. Die Startkante wird im Abstand U vor dem Schriftzug platziert. U entspricht dem Umfang des Röllchens. Danach wird die Opferschicht selektiv entfernt. In Abb. 14(b) ist

die Trägerrolle zu erkennen, die sich aus dem unstrukturierten Bereich gebildet hat. Auf diese wird nun der mit dem Schriftzug IAP gekennzeichnete Bereich aufgewickelt ohne einzureißen (Abb. 14(c)). Als Beispiel zeigt Abb. 14(e) einen gleichmäßig gekrümmten Hallstreifen entlang der Röllchenachse, der mit Hilfe einer Trägerrolle prozessiert wurde. Der Einschub (d) zeigt die dickenmodulierte Struktur mit Ätzgräben und Kontakten vor dem Aufrollen. Die Blockpfeile markieren die Rollrichtung. Zur besseren Übersicht ist die Lage zweier Kontakte beispielhaft vor und nach dem Aufrollen markiert.

3.2 Metall-Halbleiter-Hybridsysteme Invertierte 2-Schritt-Lithographie

In Abschnitt 2.4 wurde bereits gezeigt, dass es möglich ist, neben dem Miteinrollen von Metallen auch Metall-Halbleiter-Hybride herzustellen [Sch05]. In diesen Hybridstrukturen wird die obere GaAs-Deckschicht durch ein Metall ersetzt, welches dann eine funktionelle Rolle übernimmt. Das MBE-Wachstum endet in diesem Fall mit der verspannten InGaAs-Schicht. Die Lithographie erfolgt nach einem anderen Prinzip als bisher beschrieben - sie wurde invertiert. Es ist so möglich, Metall-Halbleiter-Hybridröllchen mit einem Radius von weniger als $1 \mu\text{m}$ herzustellen.

Abbildung 15 zeigt das Prinzip der inversen 2-Schritt-Lithographie. In Teil (a) der Schemazeichnung ist die initiale MBE-gewachsene Struktur aus AlAs-Opferschicht und verspannter InGaAs-Schicht dargestellt. Zu beachten ist, dass die GaAs-Deckschicht fehlt. Sie wird im zweiten Schritt durch ein Metall ersetzt (b). Die Metallschicht wurde mit einfachen Aufdampfprozessen bei niedrigen Substrattemperaturen aufgebracht. Die Form der Metallisierung wurde durch übliche Photolithographieprozesse bestimmt. Beim Vergleich von Abb. 12(b) und Abb. 15(b) ist zu erkennen, dass das Definieren einer Metallisierung dem Herstellen einer Mesaform entspricht. Der Unterschied ist, dass im Falle der Metall-Halbleiter-Hybride das verspannte Doppelschichtsystem erst mit Aufbringen des Metalls in beliebiger Form initiiert wird. Hierin besteht auch die Umkehrung der 2-Schritt-Lithographie. Es wird nicht wie im Fall der reinen Halbleitersysteme die Verspannung durch Ätzen der Schichten entfernt, sondern gezielt dort aufgebaut, wo dreidimensionale Objekte entstehen sollen. Dieses Verfahren führt dazu, dass der gerade bei dünnen Schichten kritische Ätzschritt zum Definieren der Mesa entfällt. Es können also auch sehr dünne Schichten verwendet werden, die die Präparation von kleineren Krümmungsradien ermöglichen. Die Definition der Startkante (c) und das selektive Ätzen (d) funktionieren dann im Prinzip analog zur nicht invertierten 2-Schritt-Lithographie. Da es sich bei den von uns präparierten Metall-Halbleiter-Hybriden um sehr kleine Objekte handelt, wurde im Schritt (c) auf eine sehr scharf strukturierte Startkante Wert gelegt. Aus diesem Grund wurde zum Definieren der Startkante ein Trockenätzschritt unter Verwendung von reaktiven SiCl_4 durchgeführt. Die ionenresistente Metallschicht

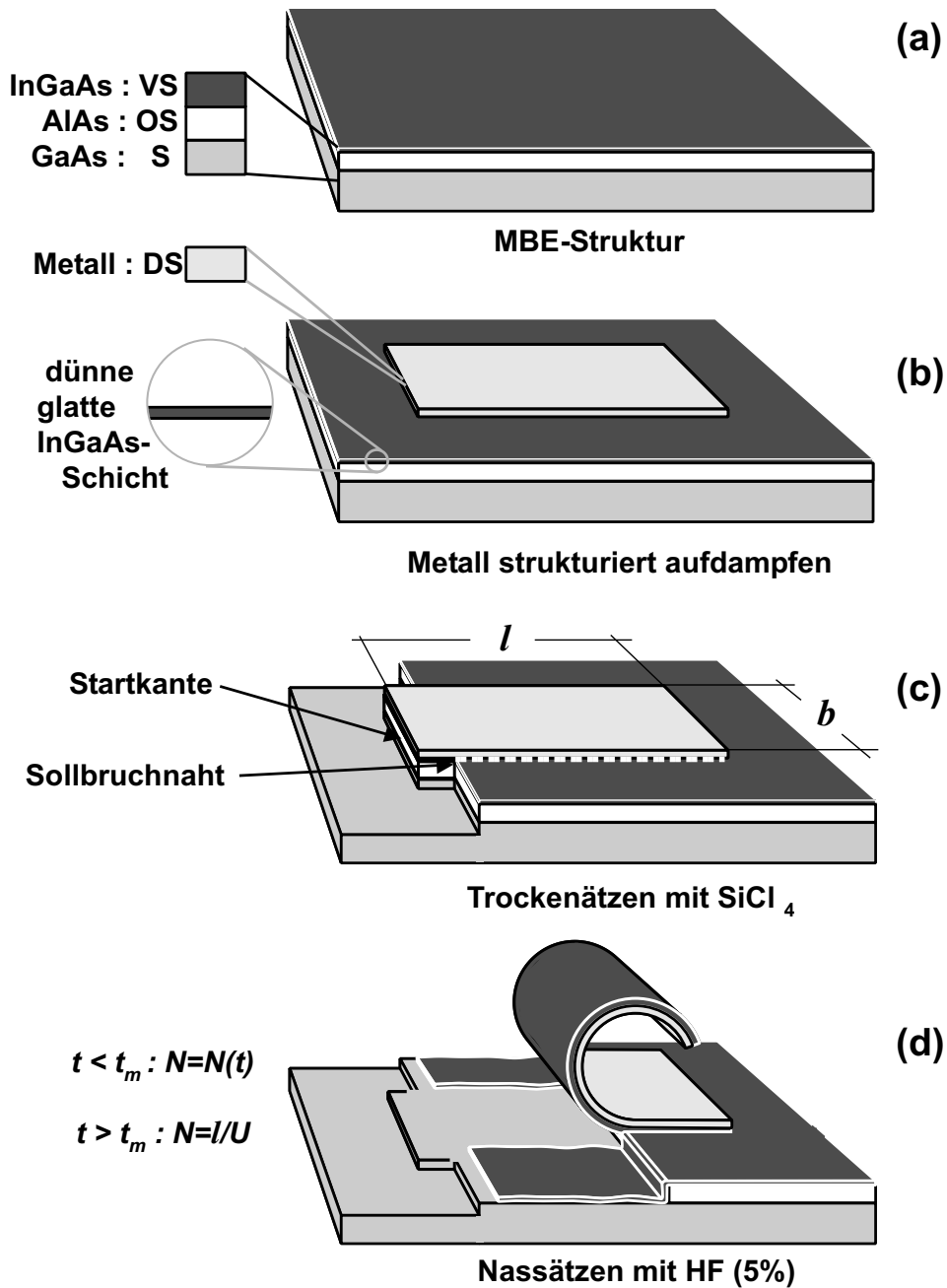


Abb. 15: Invertierte 2-Schritt-Lithographie für Metall-Halbleiter-Hybride. Die Invertierung der 2-Schritt Lithographie erfolgt in (b). Die zum Aufrollen notwendige verspannte Mesa wird hier durch Aufbringen einer Metallisierung definiert. Der Ätzschritt aus 12(b) entfällt. (c) Die Startkante wird in einem Trockenätzverfahren hergestellt. Das Metall dient dabei als Maske. (d) Nach dem selektiven Ätzen der Opferschicht rollt sich das Hybridsystem auf.

diente dabei als Maske für die Startkante, was in Abb. 15(c) angedeutet ist. Im letzten Prozessschritt wird wiederum die Opferschicht selektiv entfernt (d). Mit der invertierten 2-Schritt Lithographie für Metall-Halbleiter-Hybridsysteme ist es möglich, dreidimensionale Objekte mit beliebiger Form zu prozessieren. Der große Vorteil dieser Methode besteht darin, dass die Form der Metallisierung, welche lithographisch definiert wird, die Form des späteren Objekts vorgibt. Darüber hinaus sind sehr kleine Krümmungsradien bei einer hohen Prozessverlässlichkeit möglich. Die hohe Ausbeute kann gut in Abb. 16(a) nachvollzogen werden. Hier ist ein Array von Röllchen aus 5 nm Chrom und 6 nm $\text{In}_{23}\text{Ga}_{77}\text{As}$ gezeigt. Die Röllchen sind vergrößert in Abb. 16(b) und (c) gezeigt. Der Radius der Röllchen beträgt hier etwa 600 nm, wobei mit einem anderen Schichtsystem minimale Radien von etwa 300 nm erreicht wurden (4 nm Cr auf 6 nm $\text{In}_{30}\text{Ga}_{70}\text{As}$). Die Prozessverlässlichkeit lag auch hier bei fast einhundert Prozent. Dies lässt den Schluss zu, dass auch deutlich kleinere Objekte noch mit einer hohen Ausbeute prozessiert werden können, sofern die invertierte 2-Schritt Lithographie weiter perfektioniert wird. Dazu ist es beispielsweise notwendig, die Schichtdicken weiter herabzusetzen, was im Fall der aufgedampften Metallschichten eine Herausforderung darstellt. Die Metallschichten müssen bei wenigen Nanometern Schichtdicke trotzdem gleichmäßig dünn und ohne Fehlstellen, d.h. dicht, sein.

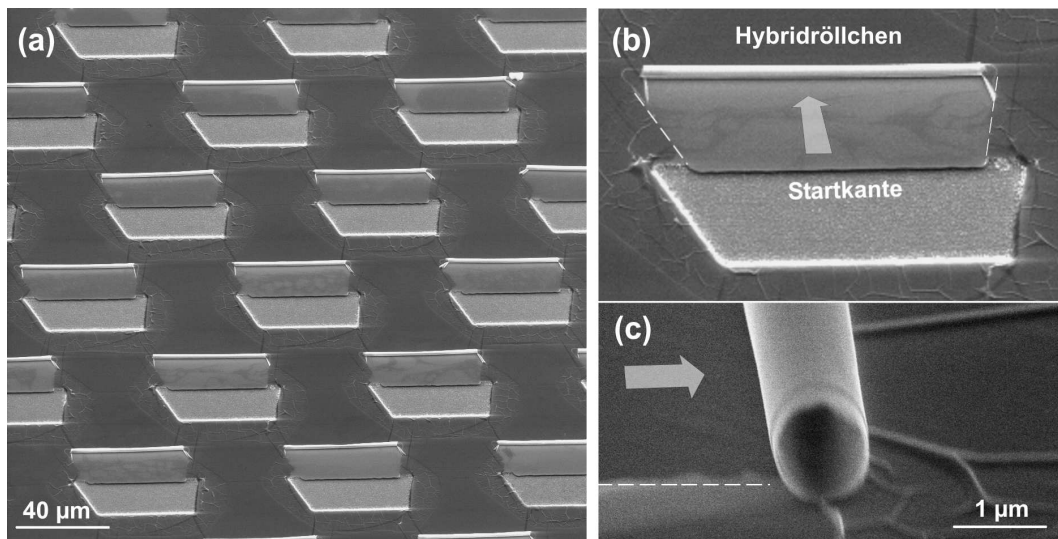


Abb. 16: Metall-Halbleiter-Hybridröllchen aus 5 nm Chrom und 6 nm $\text{In}_{23}\text{Ga}_{77}\text{As}$. (a) zeigt ein Array von Nanoröllchen, das mit Hilfe der invertierten 2-Schritt Lithographie hergestellt wurde (siehe Abb. 15). (b) Vergrößerung einer einzelnen Struktur. Der Pfeil kennzeichnet die Rollrichtung. Sollbruchstellen und Startkante sind durch Linien markiert. (c) zeigt ein einzelnes Metall-Halbleiter-Hybridröllchen. Der Krümmungsradius beträgt etwa 600 nm.

Kapitel 4

Aufgerollte zweidimensionale Elektronensysteme (A2DES)

Der in Abschnitt 2.2 vorgestellte Mechanismus ermöglicht das Aufrollen eines kristallinen Schichtsystems, indem die Relaxation gespeicherter Verspannungsenergie ausgenutzt wird. Prinzipiell wurde dieser Relaxationsmechanismus zwar an einem Doppelschichtsystem gezeigt, jedoch muss das verspannte Schichtsystem nicht notwendigerweise aus nur zwei Materialien bestehen. Es ist so beispielsweise möglich, in die GaAs-Deckschicht auch ternäre AlGaAs-Halbleiterschichten, Si-dotierte Schichten oder Schichten mit selbstorganisierten Quantenpunkten zu integrieren, ohne dass das Aufrollen des Schichtsystems beeinträchtigt wird. Hier wird also die Möglichkeit eröffnet, elektronisch oder optisch aktive Schichten aufzurollen und so Untersuchungen in nicht planarer Geometrie durchzuführen.

Gerade für elektronisch aktive Schichten, wie beispielsweise zweidimensionale Elektronensysteme, ist die aus dem Aufrollen resultierende Zylindergeometrie sehr interessant, da mit dieser eine Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente, auf welche das Elektronensystem sensitiv ist, einhergeht. Die bisherigen Möglichkeiten, eine Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente zu erreichen, beschränkten sich z. B. auf das Überwachsen strukturierter Substrate [Lea95, Gus99, Gra04] oder das Verwenden magnetischer oder supraleitender Gate-Materialien [Ye95, Nog03, Nog00, Car95]. Bei Verwendung dieser Verfahren gehen mit der Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente auch andere Modulationen, wie z.B. der Verspannung oder der Kristallstruktur, einher. Da diese ebenfalls das 2DES beeinflussen können, ist es nur bedingt möglich, Signaturen im Magnetowiderstand eindeutig der Magnetfeldmodulation zuzuordnen. Gekrümmte zweidimensionale Elektronensysteme wurden zuvor bereits mit Hilfe des epitaktischen Lift-Off Verfahrens verwirklicht [Böh02, Lor03]. Hierbei wird eine planare Heterostruktur inklusive 2DES vom Substrat gelöst und auf ein Glasröhrchen (Radius ≈ 1 mm) übertragen. Die Qualität dieser Strukturen ist jedoch durch Defekte, die beim Übertragen entstehen, stark beeinträchtigt.

Ein in die Röllchenwände integriertes zweidimensionales Elektronensystem stellt eine elegante Realisierungsmöglichkeit für ein System dar, in dem ein qualitativ hoch-

wertiges 2DES eine alleinige Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente erfährt. Diese Modulation ist abstimmbare, d.h. durch Drehen des Röllchens in einem externen homogenen Magnetfeld kann die Phase der cosinusförmigen Modulation eingestellt werden. Darüber hinaus ist es möglich, über den Röllchenradius und das Magnetfeld die Modulationsamplitude und Periode zu variieren. Mit diesem System ist es nun möglich, Phänomene, wie beispielsweise magnetische Barrieren [Lea95, Ibr97] oder Snake Orbits [Mül92, Nog03, Nog00, Rei00] zu untersuchen. Es eröffnen sich darüber hinaus Möglichkeiten, bisher nur theoretisch betrachtete Phänomene experimentell zu verwirklichen. Ein sehr interessantes Beispiel hierfür sind die von Kleiner vorhergesagten räumlich getrennten Spinkanäle, auf die später im Abschnitt 4.1.6 kurz eingegangen wird [Kle03].

In diesem Kapitel werden die im Rahmen dieser Arbeit aufgerollten zweidimensionalen Elektronensysteme (A2DES) zunächst theoretisch beschrieben. Später wird der Schichtaufbau zur Erzeugung dieser Elektronensysteme und die Präparation genauer erläutert. Außerdem werden verschiedene 4-Punkt-Messgeometrien inklusive komplexer Hall-Geometrien entlang oder senkrecht zur Röllchenachse diskutiert.

4.1 Theoretische Beschreibung

Die Physik zweidimensionaler Elektronensysteme in Zylindergeometrie wird seit Jahren in einer Vielzahl von theoretischen Arbeiten behandelt. So führt beispielsweise die Betrachtung der Schrödingergleichung für verschiedene Grenzfälle auf eine Reihe neuer interessanter Effekte [Mag98, Mag96]. Bereits ohne äußeres Magnetfeld können aufgrund der Geometrie Änderungen des Energiespektrums auftreten, die sich aus der Bewegung der Elektronen entlang der Krümmung ergeben. Diese Bewegung führt zu einer Wechselwirkung mit ihrem Spin. Insbesondere für kleine Biegeradien führt dies zu einer Energieaufspaltung in der Größe des Rashba-Effektes [Ent01]. Für zylinderförmige 2D-Elektronensysteme im konstanten Magnetfeld hingegen ergibt die Lösung der Schrödingergleichung bei Berücksichtigung der Zeeman-Aufspaltung sogenannte Spinstreifen [Kle03]. Darüber hinaus können viele Arbeiten, die modulierte Magnetfelder behandeln, für unser System adaptiert werden [Hof96, Ger96, Bee89, Man97, Guo98]. Dies gilt insbesondere für Arbeiten zu magnetischen Barrieren [Ibr97, Pee93] und sogenannten Snake Orbits [Mül92, Rei00], auf die hier genauer eingegangen werden wird.

In diesem Kapitel wird zunächst das Energiespektrum eines zweidimensionalen Elektronengases in Zylindergeometrie im Magnetfeld behandelt. Dieses Spektrum entspricht im wesentlichen dem eines planaren Systems mit cosinusförmiger Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente und damit cosinusförmiger Dispersion der Landau-niveaus. Diese Dispersion führt zu magnetisch induzierten eindimensionalen Stromkanälen (MI1DES), deren Einfluss auf die Magnetotransporteigenschaften des Systems im Rahmen des Landauer-Büttiker-Formalismus beschrieben werden kann. So ist es beispielsweise möglich, sogenannte magnetische Barrieren bei Systemen, in

denen Strom- und Magnetfeldmodulationsrichtung parallel verlaufen, mit dem Auftreten dieser MI1DES zu erklären. Am Ende des Kapitels wird das Auftreten von Spinkanälen und Snake Orbits in Strukturen mit Stromrichtung entlang der Röllchenachse und damit quer zur Magnetfeldmodulation behandelt.

4.1.1 Energiespektrum eines gleichmäßig gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystems

Die Grundlage der folgenden Betrachtungen bildet ein zweidimensionales Elektronensystem ($\Delta E_z \gg \hbar\omega_c$) unter Vernachlässigung aller Spin-Bahn-Effekte. Im einfachsten Fall entspricht dieses System im Magnetfeld \vec{B} einem flachen System mit modulierter senkrechter Magnetfeldkomponente in der Form $\vec{B} \cdot \vec{n}_\perp$. Der Term \vec{n}_\perp repräsentiert die ortsabhängige Flächennormale des aufgerollten Systems (vgl. Abb. 17(b)). Die Komponenten des Magnetfeldes parallel zum 2DES werden vollständig vernachlässigt.

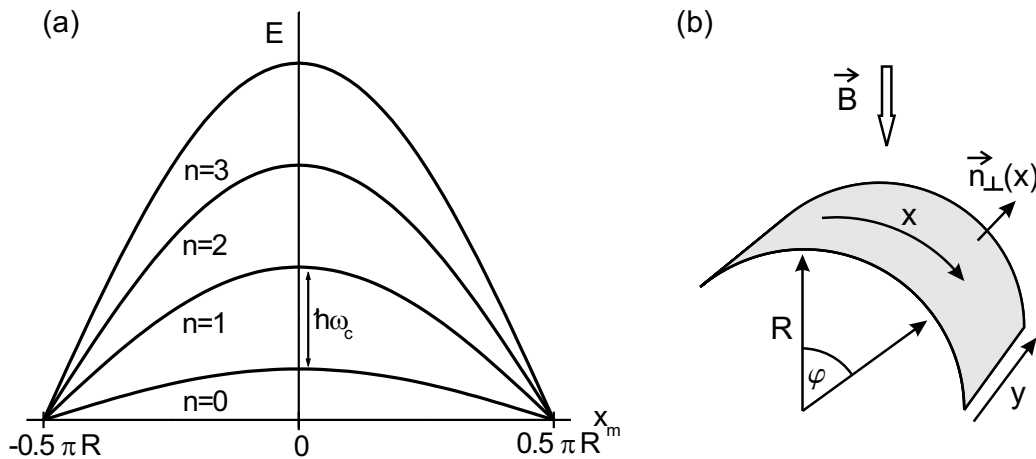


Abb. 17: (a) Energiespektrum für ein A2DES im homogenen Magnetfeld ohne Berücksichtigung von Spin-Effekten. Im Gegensatz zum dispersionsfreien Spektrum eines flachen 2DES besitzen die Energieniveaus eine cosinusförmige Dispersion. (b) Schema eines gekrümmten 2DES im homogenen Magnetfeld zur Erklärung der unten verwendeten Größen.

Zur energetischen Beschreibung dieses Systems verwenden wir die Schrödingergleichung:

$$\frac{1}{2m^*}(-i\hbar\nabla + e\vec{A})^2\Psi(x, y) = E\Psi(x, y) \quad (4.1)$$

Die cosinusförmige Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente wird hier mit Hilfe des Separationsansatzes $\Psi(x, y) = e^{-ik_y y} \times \Phi(x)$ unter Verwendung der

Landau-Eichung [$\vec{B} = (0, 0, B \cos(\varphi)) \Rightarrow \vec{A} = (0, RB \sin(\varphi), 0)$] berücksichtigt. Es folgt für das gekrümmte System:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Phi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(R \sin \frac{x}{R} - \frac{\hbar k_y}{eB} \right)^2 \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B \right] \Phi(x) = E \Phi(x) \quad (4.2)$$

Die Definition der Variablen B , x , φ , R und y findet sich in Abb. 17(b). m^* ist die effektive Elektronenmasse, k_y ist der Wellenvektor einer Bewegung in y -Richtung. μ_B bezeichnet das Bohr'sche Magneton. Der effektive Landé-Faktor ist durch g^* gegeben. Im Folgenden soll die Zeemann-Aufspaltung zunächst vernachlässigt werden. Auf sie wird in Abschnitt 4.1.6 eingegangen.

Die Zyklotronfrequenz des Systems für $R \rightarrow \infty$ ist gegeben durch $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$. Für $R \rightarrow \infty$, d.h. für ein flaches System, reduziert sich Gleichung (4.2) auf das bekannte Problem des harmonischen Oszillators:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Phi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (x - x_0)^2 \Phi(x) = E \Phi(x) \quad (4.3)$$

Der Term $x_0 = -k_y l_B^2$ hat die Bedeutung einer Zentrumsordinate für die Ausdehnung der Wellenfunktion in x -Richtung. Die Längenskala ist durch die sogenannte magnetische Länge $l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$ gegeben. Für Systeme mit endlichem Radius R , kann Gleichung (4.2) durch eine Koordinatentransformation auf das Problem des harmonischen Oszillators zurückgeführt werden [Mag98, Lor03]. Unter der Annahme hoher Magnetfelder ($l_B \ll R$) wird zunächst der Ausdruck aus Gleichung (4.2)

$$\left(R \cdot \sin \frac{x}{R} - \frac{\hbar k_y}{eB} \right) \quad (4.4)$$

um sein Minimum $x_m = R \cdot \arcsin(x_0/R)$ entwickelt. Es folgt:

$$\sin \frac{x_m + x'}{R} - \frac{x_0}{R} = \underbrace{\sin \frac{x_m}{R}}_{=x_0/R} \underbrace{\cos \frac{x'}{R}}_{\approx 1} + \cos \frac{x_m}{R} \underbrace{\sin \frac{x'}{R}}_{\approx x'/R} - \frac{x_0}{R} \approx \frac{x'}{R} \cos \frac{x_m}{R} \quad (4.5)$$

Bei dieser Umformung wird ausgenutzt, dass $x' \sim l_B \ll R$ ist. Aus Gleichung (4.2) und Gleichung (4.5) folgt nun die Schrödingergleichung für ein gekrümmtes System als Funktion der neuen Zentrumsordinate x_m :

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Phi(x')}{\partial x'^2} + \frac{1}{2} m^* \underbrace{\left(\omega_c \cdot \cos \frac{x_m}{R} \right)^2}_{\omega_{c,R}} (x' - x_m)^2 \Phi(x') = E \Phi(x') \quad (4.6)$$

In Abhängigkeit dieser Zentrumsordinate x_m folgt für die Zyklotronfrequenz $\omega_{c,R}$ des gekrümmten Systems:

$$\omega_{c,R} = \omega_c \cdot \cos \frac{x_m}{R} \quad (4.7)$$

Für die Energieeigenwerte der Lösungen von Gleichung (4.6) gilt analog zu den Lösungen des harmonischen Oszillators:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \hbar\omega_{c,R} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \hbar\omega_c \cdot \cos \frac{x_m}{R} \quad (4.8)$$

Abbildung 17(a) zeigt die Energieniveaus eines gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystems im hohen Magnetfeld. Im Gegensatz zu den dispersionsfreien Landau-niveaus eines flachen Systems tritt hier eine cosinusförmige Ortsabhängigkeit auf, welche durch die Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente hervorgerufen wird.

4.1.2 Randkanalbild und Landauer-Büttiker-Formalismus

Das sogenannte Randkanalbild bzw. der Landauer-Büttiker-Formalismus ist der neben dem Lokalisierungsbild und dem Gedankenexperiment von Laughlin [Lau81] bekannteste Ansatz zum Verständnis der 1980 von Klaus von Klitzing entdeckten Quantisierung des Hallwiderstands von zweidimensionalen Elektronensystemen in hohen Magnetfeldern [Kli80]. In dem Landauer-Büttiker-Formalismus beschreibt Büttiker das Transportverhalten durch dissipationslose eindimensionale Kanäle am Rande der Probe [Büt85, Büt86, Büt88]. Dieses Modell hat vielfach bei der Deutung von Magnetotransportexperimenten [Hau88, Was88, Hir88] Verwendung gefunden und wird auch bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente zur Erklärung der Messungen herangezogen. Der Landauer-Büttiker-Formalismus wird im folgenden Abschnitt zunächst für planare Systeme erläutert und dann auf die aufgerollten zweidimensionalen Elektronensysteme angewendet.

Planares 2DES im externen homogenen Magnetfeld

Das Randkanalbild berücksichtigt die Tatsache, dass Ladungsträger reale Proben nicht bzw. nur durch ohmsche Kontakte verlassen können. Die Probenränder werden durch hohe Potentiale simuliert. Dies führt zu stark ansteigenden Energieeigenwerten, wie in Abb. 18(a) für ein flaches 2DES im homogenen Magnetfeld schematisch dargestellt [Hal82]. Das Randkanalbild setzt nun voraus, dass Leitfähigkeit nur an der Fermikante, also am Übergang von besetzten zu unbesetzten Zuständen, vorliegt und Nettoströme folglich nur an den Schnittstellen der Fermienergie mit den Energieniveaus fließen. Diese Schnittstellen oder Randkanäle besitzen aufgrund ihrer Geometrie die Eigenschaften eines eindimensionalen Systems. Die Anzahl der Randkanäle ist durch die Lage der Fermienergie bzw. den Abstand der einzelnen Energieniveaus definiert. Wie in Abb. 18(a) gezeigt, tragen alle Zustände mit $E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) \leq E_F$ an Schnittlinien mit der Fermienergie E_F zum Stromfluss bei.

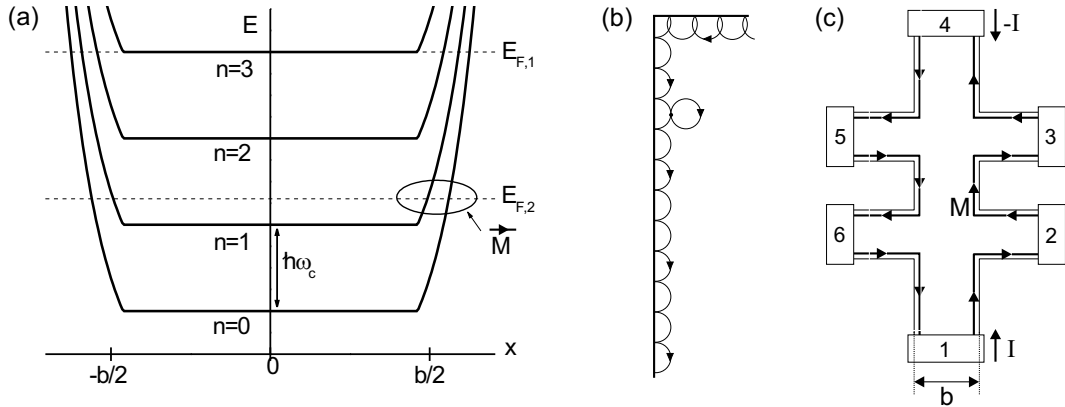


Abb. 18: (a) Die Probenränder werden durch Potentialbarrieren im Energiespektrum eines flachen 2DES im homogenen Magnetfeld berücksichtigt; b bezeichnet die Probenbreite. Die Schnittlinien mit der Fermienergie E_F bilden die eindimensionalen Randkanäle M . (b) Klassische Elektronenbewegung am Rand der Probe (Skipping Orbits) als Analogon zu den Randkanälen. (c) Schematische Darstellung eines Hallstreifens mit M Randkanälen. Die Anzahl der Randkanäle entspricht der Anzahl von Landauniveaus unterhalb der Fermienergie. Die Pfeile deuten die Stromrichtung an.

Im klassischen Bild können die Randkanäle durch sogenannte Skipping Orbits wie in Abb. 18(b) dargestellt werden. Die Elektronen bewegen sich aufgrund der Ablenkung durch die Lorentzkraft $F_L = e\vec{v} \times \vec{B}$ auf Kreisbahnen. Eine Nettodriftbewegung ist nur am Probenrand durch Reflexion möglich. Die Gleichungen (4.9) und (4.10) beschreiben die Zustandsdichte bzw. die Geschwindigkeit eines eindimensionalen Randkanals, der zum n -ten Landauniveau gehört. N ist die Anzahl der Ladungsträger. Die Geschwindigkeit v_{nk} der Zustände ist durch die Steigung $\frac{dE}{dk}$ gegeben:

$$D_{1D}(E) = \left(\frac{dN}{dE} \right)_n = \left(\frac{dN}{dk} \right) \left(\frac{dk}{dE} \right)_n = \frac{1}{2\pi\hbar v_{nk}} \quad (4.9)$$

$$v_{nk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_{nk}}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_{nk}}{dx_m} \frac{dx_m}{dk} \quad (4.10)$$

Angewendet auf das in Abb. 18 dargestellte System bedeutet dies, dass $\frac{dE}{dk}$ in der Mitte der Struktur null ist, was klassisch einer geschlossenen Kreisbahn entspricht. An gegenüberliegenden Probenrändern ist die Bewegungsrichtung invertiert, entsprechend der Richtung der klassischen Skipping Orbits.

Der Strom, der durch einen eindimensionalen Zustand ohne Streuung zwischen zwei Reservoirs (Metallkontakte) fließt, lässt sich berechnen, indem man die Differenz der chemischen Potentiale μ_1 und μ_2 dieser beiden Reservoirs bildet [Lan70]. Mit Gleichung (4.9) und Gleichung (4.10) ergibt sich der Strom in einem Randkanal pro Landauniveau zu:

$$I_{1D} = e v_{nk} D_{1D}(E_F) \Delta\mu = \frac{e}{\hbar} \Delta\mu = \frac{e^2}{\hbar} V \quad (4.11)$$

Dabei ist V die Spannung, die an den Kontakten abfällt, welche durch einen Randkanal verbunden sind. V ist durch $V = \frac{\mu_1 - \mu_2}{e} = \frac{\Delta\mu}{e}$ gegeben. Es fällt sofort auf, dass der Strom durch den Randkanal unabhängig vom Betrag der Geschwindigkeit v_{nk} und damit unabhängig von der Form der Landauniveaus an der Fermienergie ist. Die Magnetotransporteigenschaften eines beliebigen Systems können dann durch eine Strombilanz beschrieben werden. Büttiker setzt in seinem Modell einen verlustfreien eindimensionalen Transport voraus [Büt85, Büt86, Büt88]. In diesem Modell wird Streuung nur an den Übergängen vom Elektronensystem zu den Metallkontakten berücksichtigt. Randkanäle an gegenüberliegenden Seiten der Probe sind vollkommen entkoppelt. Die Strombilanz an den einzelnen Kontakten kann allgemein durch Reflexions- und Transmissionskoeffizienten beschrieben werden. Für den i -ten Kontakt findet man mit diesem Ansatz folgende Strombilanz:

$$I_i = \frac{e}{h} \left((M - \sum_{k=1}^M r_{ki}) \mu_i - \sum_j t_{ij} \mu_j \right) \quad (4.12)$$

Dabei ist M die Anzahl der Kanäle, in denen der Strom den Kontakt i verlässt; r_{ki} sind die Reflexionskoeffizienten. r_{ki} gibt den Anteil des Stroms an, der vom k -ten Kanal in den i -ten Kontakt zurückreflektiert wird. μ_i beschreibt das chemische Potential des i -ten Kontaktes. Der Transmissionskoeffizient beschreibt, welcher Strom unter Berücksichtigung des chemischen Potentials μ_j aus Kontakt j in den i -ten Kanal fließt. Unter Vernachlässigung jeglicher Streuung und Annahme von Transport ausschließlich durch die Randkanäle folgt dann:

$$r_{ki} = 0 \text{ für alle } k, i \quad (4.13)$$

$$t_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ und } j \text{ sind über einen Randkanal verbunden} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Für den in Abb. 18(c) gezeigten flachen Hallstreifen im homogenen Magnetfeld mit M Randkanälen kann die Strombilanz aus Gleichung (4.12) für die sechs Kontakte dann folgendermaßen dargestellt werden:

$$\begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ -I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{e}{h} \underbrace{\begin{pmatrix} -M & 0 & 0 & 0 & 0 & M \\ M & -M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & -M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & -M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M & -M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M & -M \end{pmatrix}}_{\hat{T}} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \\ \mu_6 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems führt auf den Widerstand $R_{ik,lm}$ (i, k : Spannungsabgriffe; l, m : Source, Drain) und die Quantisierung des Hallwiderstands für zweidimensionale Elektronensysteme in hohen Magnetfeldern [Kli80]:

$$R_H = R_{26,14} = \frac{U_{26}}{I} = \frac{\mu_6 - \mu_2}{eI} = \frac{h}{e^2 M} = \frac{h}{e^2 \nu} \quad (4.15)$$

Im Gegensatz zum klassischen Verhalten steigt der Hallwiderstand nicht kontinuierlich mit dem Magnetfeld, sondern bildet Plateaus, deren Wert von der von Klitzing-Konstante $R_k = \frac{h}{e^2} = 25812,807 \Omega$ und dem sogenannten Füllfaktor ν abhängt. Der Füllfaktor ν ergibt sich aus dem Verhältnis von Gesamtzahl der Ladungsträger N und Entartung der Landauniveaus N_L . Der Füllfaktor ν entspricht der Anzahl der Randkanäle M . Für ν und die Entartung der Landauniveaus gilt:

$$\nu = \text{Int} \left[\frac{N}{N_L} \right] = \text{Int} \left[\frac{hN}{eB} \right] \quad (4.16)$$

$$N_L = D_{2D}(E) \hbar \omega_c = \frac{eB}{h} \quad (4.17)$$

Aus der Lösung des Gleichungssystems (4.14) erhält man darüber hinaus für den Widerstand $R_{23,14}$ an den Kontakten 2 und 3 aus Abb. 18(c)

$$R_{xx} = R_{23,14} = \frac{\mu_3 - \mu_2}{I} = 0 \quad , \quad (4.18)$$

also das Verschwinden des Längswiderstandes R_{xx} im Quanten-Hall-Regime.

Aufgerollte 2DES im externen homogenen Magnetfeld

Die gleichmäßige Krümmung eines zweidimensionalen Elektronensystems führt wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben zu einer cosinusförmigen Dispersion der Landauniveaus (Abb. 17). Wie in Abb. 19(a) angedeutet, treten dadurch zusätzlich zu den schon erwähnten Randkanälen weitere Schnittpunkte der Landauniveaus mit der Fermienergie auf. Diese zusätzlichen Stromkanäle werden im Folgenden nach [Men05a] als magnetisch induzierte eindimensionale Elektronensysteme (MI1DES) bezeichnet. Der Verlauf dieser MI1DES hängt von der Orientierung des Hallstreifens bezüglich der Röllchenachse und damit der Magnetfeldmodulation ab. In Abb. 19(b) und (c) sind beispielhaft zwei mögliche Orientierungen eines Hallstreifens und der Verlauf der magnetisch induzierten eindimensionalen Elektronensysteme gezeigt (offene Pfeile). Der Farbverlauf in den Balken unter den jeweiligen Hallstreifen zeigt die Stärke der senkrechten Magnetfeldkomponente. Für die in (b) gezeigte Orientierung des Hallstreifens entlang der Röllchenachse verlaufen diese neuen Strompfade entlang des Hallstreifens direkt von Source nach Drain. Sie entsprechen den Driftzuständen, die in Abschnitt 4.1.5 näher beschrieben werden. Sofern der Hallstreifen entlang der Krümmung des Röllchens, also entlang der Modulation, orientiert ist, verlaufen die MI1DES senkrecht zur Stromrichtung (Abb. 19(c)). Es handelt sich hier um abknickende Randkanäle in Analogie zu Arbeiten von [Hau88, Was88, Hir88]. In diesen Publikationen wurde eine Änderung des Füllfaktors durch eine abrupte Änderung der Ladungsträgerdichte N_S mit Hilfe elektrostatischer Potentiale erzeugt. Im gekrümmten System wird das Abknicken jedoch durch eine stetige Änderung der Entartung der Landauniveaus N_L aufgrund des modulierten Magnetfeldes herbeigeführt. Das ansteigende modulierte senkrechte Magnetfeld wirkt hier wie eine magnetische Barriere. In beiden Fällen können diese abknickenden Randkanäle Kontakte

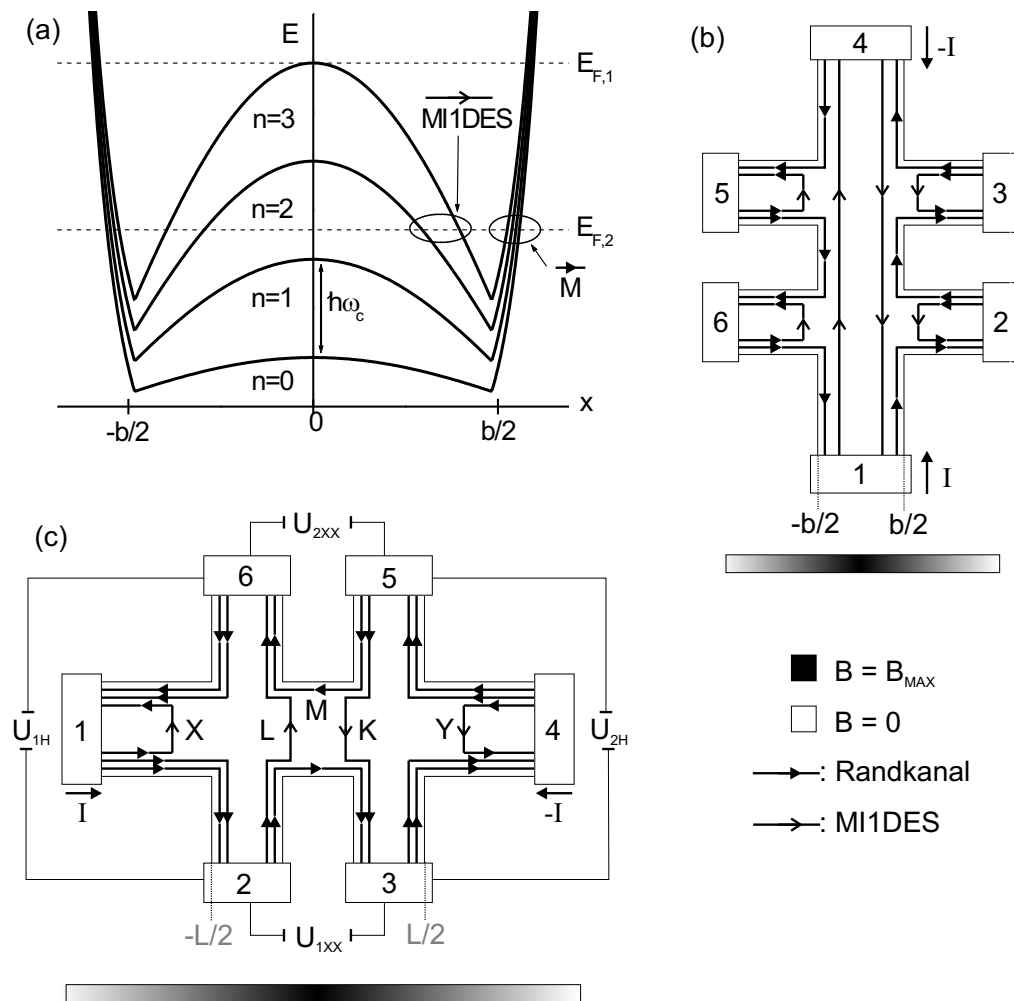


Abb. 19: (a) Eindimensionale Strompfade für ein 2DES im cosinusförmig modulierten Magnetfeld. Neben den Randkanälen (M) entstehen an Schnittpunkten mit der Fermienergie im Inneren der Proben zusätzlich magnetisch induzierte eindimensionale Elektronensysteme (MI1DES, offene Pfeile). (b) Hallstreifen mit Orientierung senkrecht zur Magnetfeldmodulation: Im Inneren des Hallstreifens entstehen MI1DES, die direkt vom Source- zum Drainkontakt verlaufen. (c) Hallstreifen mit Orientierung entlang der Magnetfeldmodulation: Die MI1DES entsprechen den im Inneren der Probe verlaufenden Teilstücken von reflektierten Randkanälen.

miteinander verbinden, die in einem nicht beeinflussten Hallstreifen entkoppelt sind. Es besteht jedoch ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Systemen. Im Falle der gekrümmten Hallstreifen knicken die Randkanäle über den ganzen Streifen verteilt ab, wohingegen im Fall der flachen Systeme mit Gate die abknickenden Randkanäle alle direkt am Rand des Gates verlaufen.

4.1.3 Magnetische Barrieren

Im Folgenden sollen nun die Auswirkungen der abknickenden Randkanäle für die Längs- und Hallspannungen am Beispiel eines Hallstreifens entlang der Röllchenkrümmung betrachtet werden. Abbildung 19(c) zeigt ein entsprechendes Schema. Zur Berechnung der Transmissionskoeffizienten lassen sich drei Klassen von Randkanälen unterscheiden:

- X, Y : Reflexion in den Ausgangskontakt
- L, K : Reflexion in einen anderen Kontakt
- M : keine Reflexion

Hierbei gilt es zu beachten, dass es sich jeweils um eine beliebige Anzahl von Kanälen handelt. Die Klassen X und Y der Randkanäle tragen nicht zum Transport durch den Hallstreifen bei. Der Magnetotransport wird nur durch die Anzahl der durchlaufenden Kanäle M und durch die Anzahl der an der magnetischen Barriere abknickenden Kanäle L und K beeinflusst. Nur die Anzahl dieser Kanäle kann nach Gleichung (4.13) zu Transmissionskoeffizienten ungleich Null führen. Die Matrix \hat{T} in Gleichung (4.14) lautet unter Berücksichtigung der abknickenden Kanäle:

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} -M-L & 0 & 0 & 0 & 0 & M+L \\ M+L & -M-L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & -M-K & 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & M+K & -M-K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M+K & -M-K & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 & M & -M-L \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Durch Lösen der Gleichung (4.14) mit \hat{T} aus Gleichung (4.19) erhält man für die verschiedenen Längs- und Hallwiderstände:

$$R_{1H}(B) = R_{26,14} = \frac{h}{e^2} \frac{1}{L+M} = -R_{1H}(-B) \quad (4.20)$$

$$R_{2H}(B) = R_{35,14} = \frac{h}{e^2} \frac{1}{K+M} = -R_{2H}(B \rightarrow -B) \quad (4.21)$$

$$R_{1xx}(B) = R_{23,14} = \frac{h}{e^2} \frac{K}{(K+M)M} = |R_{2H}| \frac{K}{M} = R_{2xx}(-B) \quad (4.22)$$

$$R_{2xx}(B) = R_{65,14} = \frac{h}{e^2} \frac{L}{(L+M)M} = |R_{1H}| \frac{L}{M} = R_{1xx}(-B) \quad (4.23)$$

Für den Grenzfall $L, K \rightarrow 0$ gehen die Gleichungen (4.20) bis (4.23) in Gleichung (4.15) und Gleichung (4.18) über und entsprechen damit dem Verhalten eines flachen Systems. Für $L, K \neq 0$ werden sowohl die Hallwiderstände als auch die Längswiderstände durch die Anzahl der abknickenden Randkanäle beeinflusst. Die beiden

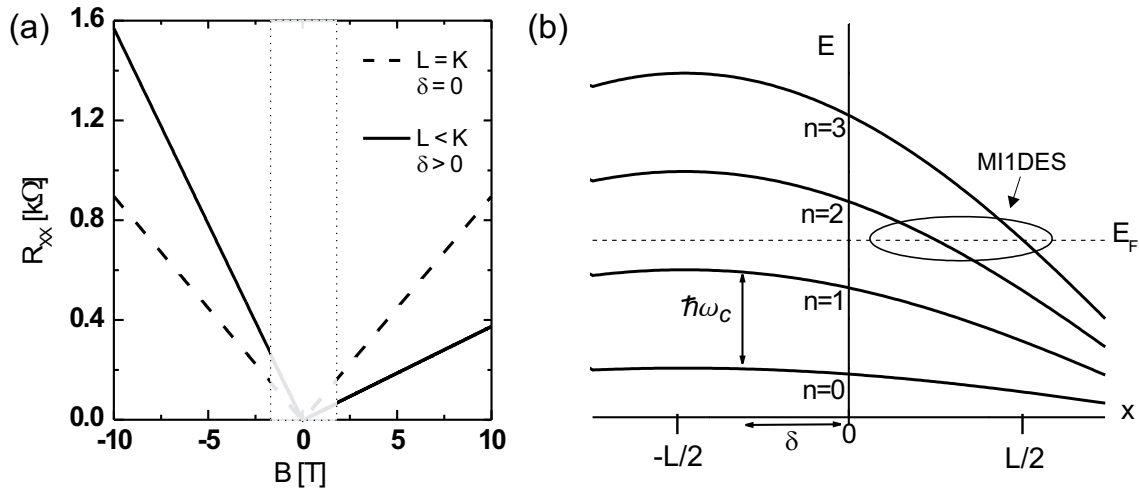


Abb. 20: (a) R_{xx} berechnet nach Gleichung (4.22) bzw. Gleichung (4.23) für eine symmetrische Magnetfeldmodulation mit $L = K$ (gestrichelte Linie) und eine asymmetrische Magnetfeldmodulation mit $L < K$. Zur Vereinfachung wurden kontinuierliche Füllfaktoren angenommen. (b) Energiespektrum für den asymmetrischen Fall. Das maximale senkrechte Magnetfeld ist um δ aus der Mitte zwischen den Spannungsabgriffen verschoben. Rechts vom Energiemaximum ergeben sich in diesem Beispiel zwei Schnittlinien mit der Fermienergie $E_{F,2}$ (magnetisch induzierte Strompfade). Auf der linken Seite treten diese MI1DES nicht auf. L entspricht dem in Abb. 19(c) definierten Kontaktabstand.

Hallwiderstände R_{1H} bzw. R_{2H} werden für $L, K \neq 0$ erniedrigt. Das Symmetrieverhalten der Hallwiderstände in B ändert sich hingegen nicht. Es entspricht dem von flachen Systemen. Die Längswiderstände zeigen ein von der Magnetfeldorientierung abhängiges Verhalten. Je nach Richtung des Magnetfeldes taucht im Längswiderstand einer der Hallwiderstände R_{1H} bzw. R_{2H} gewichtet mit dem Verhältnis $\frac{L}{M}$ bzw. $\frac{K}{M}$ der abknickenden zu durchlaufenden Randkanäle auf. Die von flachen Systemen bekannte Magnetfeldinversionssymmetrie ist hier nur noch für den Fall $K = L$ gegeben. Hierbei handelt es sich um die symmetrische Konstellation, in der die magnetische Barriere bzw. das Maximum der Magnetfeldmodulation zwischen den Spannungsabgriffen 2 und 3 bzw. 5 und 6 liegt (Abb. 19(c)).

In Abb. 20(a) ist der errechnete Verlauf des Längswiderstands für zwei Orientierungen des Hallstreifens im externen Magnetfeld aufgetragen. Der Längswiderstand wurde nach Gleichung (4.22) bzw. Gleichung (4.23) unter der Annahme kontinuierlicher Füllfaktoren simuliert. Die gestrichelte Linie zeigt den Widerstand im Fall einer symmetrischen Magnetfeldmodulation mit $L = K$. Die durchgezogene Linie bezieht sich auf eine asymmetrische Orientierung des Hallstreifens. In diesem Fall ist die Anzahl L bzw. K der abknickenden Randkanäle auf beiden Seiten der magnetischen Barriere ungleich ($L < K$). Ein Energiespektrum für $L \neq K$ zeigt Abb. 20(b).

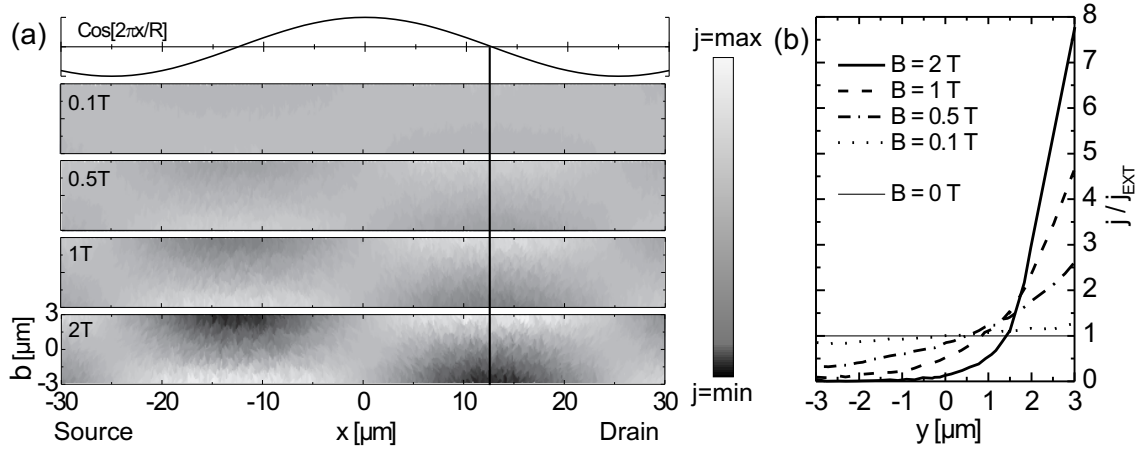


Abb. 21: (a) FEM-Simulation der Stromdichteverteilungen j für einen Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung. Weitere Parameter: $R = 8 \mu\text{m}$; $b = 6 \mu\text{m}$; $\mu = 56.400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$; $N_S = 5,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. (b) Stromeinschnürung am oberen Rand des Hallstreifens bei $x = 12,5 \mu\text{m}$ (Linie in (a)). Dargestellt ist die auf die mittlere Stromdichte j_{ext} normierte Stromdichte j als Funktion der Hallstreifenbreite b . Die Einschnürung wird mit steigender Modulationsamplitude immer ausgeprägter. Für $B = 2 \text{ T}$ beträgt ihre Halbwertsbreite $1 \mu\text{m}$.

Hier ist das maximale senkrechte Magnetfeld um die Strecke δ aus der Symmetrieposition verschoben. Man erkennt sofort, dass sich rechts vom Energiemaximum Schnittpunkte an der Fermienergie und damit magnetisch induzierte Strompfade (MI1DES) ergeben, die aufgrund der Asymmetrie links fehlen. Übertragen auf das Schema 19(c) bedeutet dies, dass die Anzahl L der MI1DES auf der linken Seite zwischen magnetischer Barriere und Kontaktpaar 2-6 kleiner ist als die Anzahl der Kanäle K rechts zwischen Barriere und Kontaktpaar 3-5, woraus schließlich der Verlust der Magnetfeldinversionssymmetrie resultiert.

Der Bereich kleiner Magnetfelder kann im Rahmen klassischer FEM-Rechnungen (Finite Elemente Methode) behandelt werden und soll hier nur kurz angerissen werden. Genauere Ausführungen zur Finite Elemente Methode finden sich in [Hol03, Hol05] sowie zur Anwendung auf gekrümmte zweidimensionale Elektronensystem in [Men05a]. Analog zu publizierten Rechnungen an magnetischen Stufen [Ibr97, Pee93] zeigt sich für das hier betrachtete System, wie schon erwähnt, ein Magnetotransportverhalten im Sinne von magnetischen Barrieren, d.h. ein mit dem Magnetfeld steigender klassischer Längswiderstand. In Abb. 21(a) sind für verschiedene Magnetfelder Stromdichtediagramme für einen Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung gezeigt. Mit steigender Amplitude der Modulation, d. h. mit stärker werdendem Magnetfeld, ergibt sich für den Strom entlang des Streifens ein schlangenlinienförmiger Verlauf. Die Ladungsträger wechseln schließlich am Magnetfeldmaximum die Probenseite von einem Rand zum anderen. Zwischen den Maxima wird der Strom mit zunehmendem Magnetfeld am Rand eingeschnürt. Dieser Bereich ist beispielhaft an

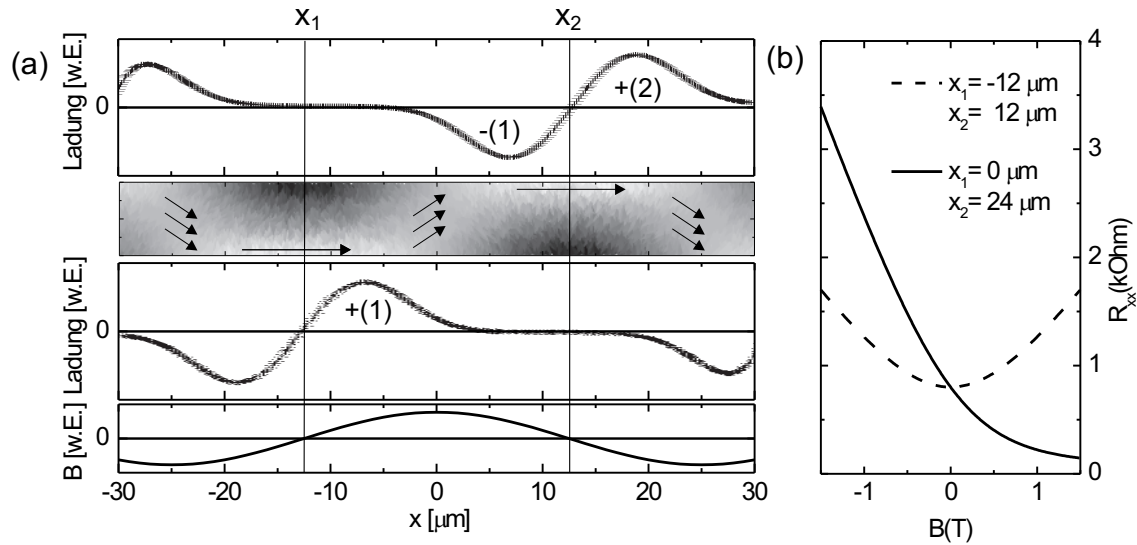


Abb. 22: (a) von oben nach unten: Ladungsverteilung am oberen Rand des Hallstreifens, Stromdichteverteilung über dem Hallstreifen (Skala entsprechend Abb. 21), Ladungsverteilung am unteren Rand des Hallstreifens, Magnetfeldmodulation über dem Hallstreifen. (b) klassischer Längswiderstand für eine symmetrische (gestrichelte Linie) und eine asymmetrische (durchgezogene Linie) Kurve; vgl. Abb. 20(a).

einem Nulldurchgang der senkrechten Magnetfeldkomponente in Abb. 21(b) dargestellt. Aufgetragen ist die auf die mittlere Stromdichte j_{ext} bei $B = 0$ normierte Stromdichte j gegen die Breite des Hallstreifens b aus Abb. 21(a). Für $B = 0$ T ist der Strom gleich verteilt über die gesamte Breite des Streifens. Diese Gleichverteilung wird mit steigendem Magnetfeld aufgehoben. Es resultiert für ein Magnetfeld von $B = 2$ T ein Abfallen der Stromdichte am unteren Rand des Hallstreifens auf null bzw. ein Anstieg der Stromdichte am oberen Rand auf etwa $j/j_{ext} \approx 8$.

Mit Hilfe von Abb. 22(a) ist es möglich, diese magnetisch erzeugte Einschnürung an den Nulldurchgängen der senkrechten Magnetfeldkomponente näher zu beschreiben. Hier ist in (a) nochmals das Stromdichtediagramm aus Abb. 21 für $B = 2$ T zusammen mit den Ladungsverteilungen am oberen und unteren Rand des Hallstreifens und der Magnetfeldmodulation gezeigt. Die Elektronen erfahren aufgrund des wirkenden Magnetfeldes eine Ablenkung durch die Lorentzkraft. Aufgrund dieser Ablenkung baut sich ein elektrisches Feld E auf, welches ihr entgegenwirkt. Für die auf die Ladungsträger wirkende Gesamtkraft \vec{F} folgt $\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_L = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. In einem flachen System kann sich ein Gleichgewichtszustand einstellen, in dem die Lorentzkraft durch die elektrostatische Kraft exakt aufgehoben wird. Die Ladung ist dann am Rand der Probe gleichmäßig verteilt. Im gekrümmten System dominiert in verschiedenen Bereichen des Hallstreifens eine der beiden Kräfte. Für den Bereich hoher Magnetfelder ist die Lorentzkraft dominant. Je nach Richtung des Magnetfeldes werden die Elektronen an einen Rand der Probe gedrängt, was zu einer Ladungsanhäufung an diesem Rand führt. Das sich dadurch aufbauende elektrische

Feld kompensiert die Lorentzkraft nicht vollständig, so dass eine Nettodriftbewegung die Elektronen quer über die Probe im Bereich des Magnetfeldmaximums führt. Im Bereich der Nulldurchgänge der Modulation ist das elektrostatische Feld aufgrund der Ladungsansammlung des gerade überwundenen Magnetfeldmaximums $(-(1))$ in Abb. 22(a)) und der Ladungsverarmung des folgenden Magnetfeldmaximums $(+(2))$ dominant. Die am Rand lokalisierten Elektronen erfahren hier eine elektrostatische Kraft und bewegen sich parallel zum Rand. Am folgenden Magnetfeldmaximum wird wiederum die Lorentzkraft dominant und die Ladungsträger wechseln die Proben-seite.

Abbildung 22(b) zeigt abschließend den Längswiderstand einer Beispielstruktur für zwei verschiedene Phasen der Magnetfeldmodulation im Bereich kleiner Magnetfelder. Aufgrund der vom Magnetfeld abhängigen Stromdichteverteilung weist auch der klassische Längswiderstand eine Magnetfeldabhängigkeit auf. Für die symmetrische Orientierung des Magnetfeldmaximums zwischen den Spannungsabgriffen steigt der Längswiderstand mit stärker werdendem Magnetfeld an und ist symmetrisch in B (gestrichelte Linie). Durch Verschieben des Magnetfeldmaximums aus der symmetrischen Position erhält man in B asymmetrische Kurven (durchgezogene Linie). Dieses Verhalten entspricht qualitativ dem aus dem Landauer-Büttiker-Formalismus für hohe Magnetfelder gewonnenen Symmetrieverhalten, welches in Abb. 20 dargestellt ist.

4.1.4 Shubnikov-de Haas-Oszillationen in A2DES

In der bisherigen Betrachtung des 2DES im Magnetfeld wurde eine Eigenschaft im Magnetotransport vernachlässigt. Der Längswiderstand zweidimensionaler Elektronensysteme oszilliert mit einer $1/B$ -Periode im steigenden Magnetfeld. Dieses Verhalten wurde erstmals von Shubnikov und de Haas an dünnen Metallfilmen beobachtet [Shu30]. Eine Erklärung dieser Shubnikov-de Haas-Oszillationen (SdH-Oszillationen) kann unter Betrachtung der Probenleitfähigkeit gefunden werden. Es werden dabei die Einsteinrelation und die Kondensation aller Zustände auf Landau-niveaus berücksichtigt.

Betrachten wir zunächst ein planares 2DES ohne Magnetfeld. Es ist nur das unterste Subband besetzt und die Zustandsdichte $D_{B=0}(E)$ ist konstant. Bringt man dieses System in ein Magnetfeld $B \neq 0$, kondensieren alle N_L Zustände aus einem Energieintervall $\hbar\omega_c$ auf Landau-niveaus (vgl. Gleichung (4.17)), da nur noch Zustände mit diesen Energien besetzt werden dürfen. Die Zustandsdichte ergibt sich dann in idealen Systemen aus der Summe der N_L Delta-Funktionen. In realen Systemen wird ein zusätzlicher Faktor Γ als Streuverbreiterung berücksichtigt. Es folgt dann für die Zustandsdichte [And82]:

$$D_{B \neq 0}(E) = N_L \sum_n \frac{1}{\sqrt{2\pi\Gamma^2}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_n}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (4.24)$$

Abbildung 23(d) stellt die Zustandsdichte in Einheiten von $E_F(B=0)$ für ein Magnetfeld mit $\frac{\hbar\omega_c}{E_F} = 0,25$ dar. Die gestrichelte Kurve zeigt $D_{B \neq 0}(E)$ für ein planares

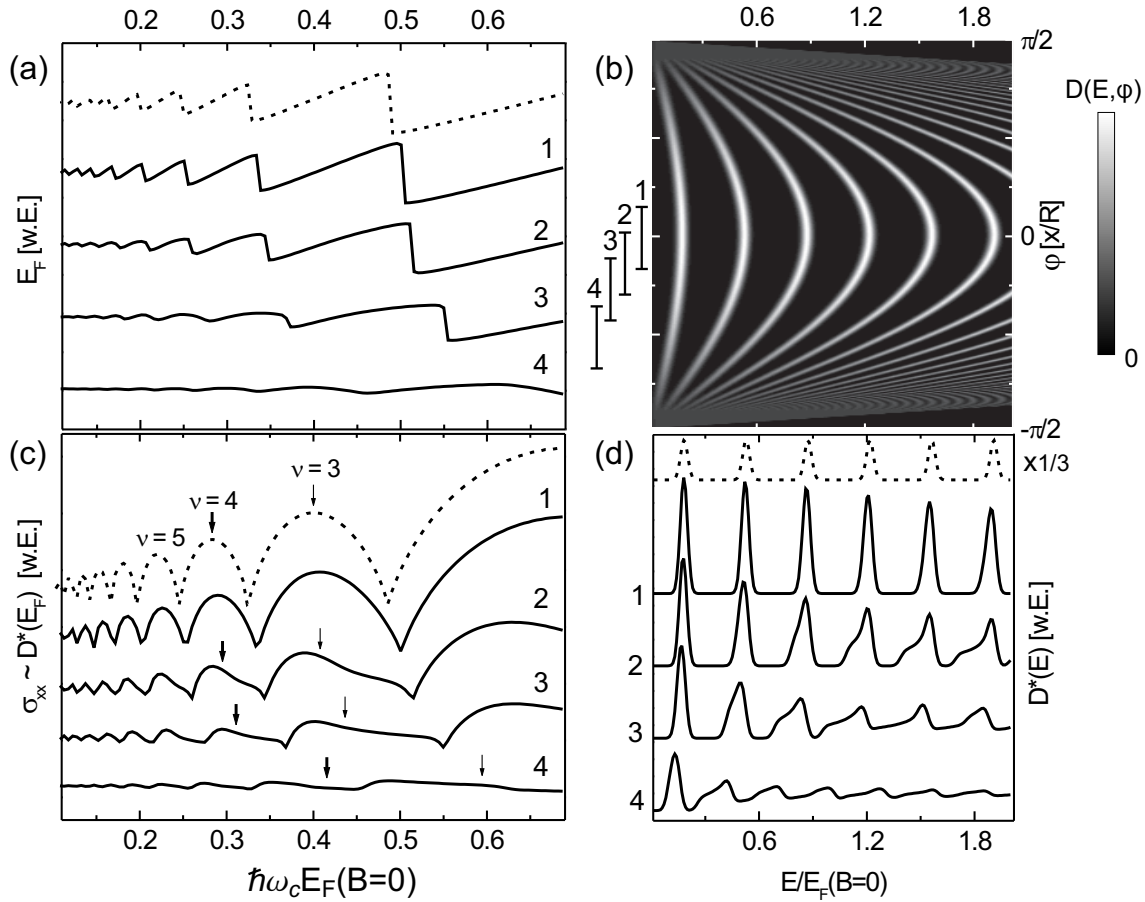


Abb. 23: aus[Men05a]: Berechnung der Fermienergie (a), der lokalen Zustandsdichte (b), der Längsleitfähigkeit (c) und der mittleren Zustandsdichte (d) mit Gleichung (4.24), (4.25) und (4.26). Die gestrichelten Linien in (a),(c) und (d) entsprechen dem Verhalten eines planaren 2DES. Zur Berechnung der Zustandsdichten $D(E, \varphi, B)$ und $D^*(E, B)$ wurde eine Streuverbreiterung von $\Gamma = 0,02 \times E_F$ angenommen. In den Diagrammen (b) und (d) ist das Magnetfeld entsprechend $\frac{\hbar\omega_c}{E_F} = 0,25$ gewählt. Die Kurven 1 bis 4 gehören zu den in (b) gezeigten Orientierungen, wobei 1 der symmetrischen Position (Drehwinkel 0°) entspricht. Die Breite der betrachteten Ausschnitte ist dabei konstant. Die Kurven sind zur besseren Übersicht vertikal verschoben. Die Pfeile in (c) zeigen die erwarteten Minimapositionen eines flachen 2DES für $\nu = 3$ und $\nu = 4$ bei Drehung in einem externen Magnetfeld (mit $B_\perp = B_{ext} \cdot \cos(\phi)$).

2DES. Die Zustandsdichte zeigt wie erwartet äquidistante Spitzen mit identischer Höhe. Die Kondensation der Zustände führt dazu, dass die Fermienergie als Funktion des Magnetfeldes nun nicht mehr konstant ist. Der Verlauf ist als gestrichelte Linie in Abb. 23(a) dargestellt. Die Fermienergie zeigt ein oszillatorisches Verhalten, das wegen der Einsteinrelation

$$\sigma_{xx} = e^2 D_{B \neq 0}(E_F) D_D \propto D_{B \neq 0}(E_F) \quad (4.25)$$

auf die Leitfähigkeit σ_{xx} und damit auch auf den Widerstand übertragen wird, was zu in $1/B$ periodischen SdH-Oszillationen führt. Die oszillierende Leitfähigkeit σ_{xx} für ein planares 2DES ist in Abb. 23(c) als gestrichelte Linie eingezeichnet. Die Diffusionskonstante D_D in Gleichung (4.25) beinhaltet die mittlere Streuzzeit τ des zweidimensionalen Systems und die Fermigeschwindigkeit v_F bei $B = 0$, $D_D = \frac{1}{2}v_F^2\tau$. Im Gegensatz zu planaren 2DES ist der Abstand und die Entartung der Landauniveaus eines A2DES nicht konstant, sondern variiert über die Probe (Abb. 19, Abb. 23(b)). Die Lage der magnetfeldabhängigen Fermienergie kann folgendermaßen bestimmt werden. Es wird die Summe der über die Probe variierenden Anzahl der besetzbaren Zustände gebildet. Diese wird mit der Zahl der vorhandenen Ladungsträger gleichgesetzt. Mit einer über die Probe konstanten Fermienergie (thermodynamisches Gleichgewicht) folgt dann:

$$\int_0^{E_F} \underbrace{\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} D(B, E, x) dx}_{D^*(B, E) \cdot b} dE \stackrel{!}{=} N_s \cdot b \Rightarrow E_F(B) \quad , \quad (4.26)$$

wobei b die Breite des Hallstreifens darstellt. Im Grenzfall $b \ll U$ (U - Umfang des Röllchens), bei dem nur ein sehr kleiner Ausschnitt der Modulation betrachtet wird, entsprechen der Verlauf der bezüglich des Ortes gemittelten Zustandsdichte $D^*(B, E)$ und damit auch der Verlauf der Fermienergie $E_F(B)$ sowie der Leitfähigkeit $\sigma_{xx}(B)$ qualitativ dem Verlauf eines planaren 2DES (gestrichelte Linien in Abb. 23).

Wählt man nun die Breite b der Probe größer, weicht der Verlauf von $D^*(B, E)$ von dem der Zustandsdichte eines flachen Systems ab. In Abb. 23(d) sind exemplarisch die Zustandsdichten eines gekrümmten Systems mit $b = 0,08 U$ gezeigt. Die Indizes 1 bis 4 bezeichnen die Phasenlage bezüglich der Symmetrieposition. Diese Positionen sind rechts in Abb. 23(b) dargestellt und können durch Drehen des Hallstreifens im externen Magnetfeld variiert werden. Für die symmetrische Position 1 kommt es mit steigender Energie zu einer Verbreiterung der Spitzen der gemittelten Zustandsdichte. Dieser Effekt hat seine Ursachen in der mit steigender Energie zunehmenden Krümmung der Landauniveaus. Darüber hinaus ist das Integral über die verbreiterten Spitzen geringer, da die mittlere Entartung der gekrümmten Landauniveaus im Vergleich zu flachen 2DES abnimmt. Dies führt zu einer Dämpfung der Oszillationen der Fermienergie und der Leitfähigkeit. Darüber hinaus schieben sie zu höheren Magnetfeldern. Durch Drehen der Probe im Magnetfeld, was einer Änderung der Phasenlage zu den Positionen 2 bis 4 in Abb. 23(b) entspricht, verstärken sich die oben beschriebenen Effekte. Es tritt zusätzlich eine stufenförmige Verbreiterung der Spitzen der Zustandsdichte für die Positionen 2 bis 4 auf. Diese Verbreiterung kann in den Oszillationen der Leitfähigkeit wiederentdeckt werden, wo sie zu einer deutlichen Änderung der Form führt.

4.1.5 Snake Orbits - Strompfade am Modulationsnulldurchgang

In diesem Abschnitt werden magnetisch induzierte eindimensionale Strompfade betrachtet, die entlang des Hallstreifens verlaufen und Source und Drain miteinander verbinden (vgl. Abb. 19(b)). Die Modulationsrichtung ist im Vergleich zum Abschnitt 4.1.3 um 90° gedreht - Stromrichtung und Modulationsrichtung des Magnetfeldes stehen jetzt senkrecht aufeinander. In dieser Orientierung ist es durch Wahl des Modulationsausschnitts, d.h. durch Drehen der Probe im externen Magnetfeld, möglich, den Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation auf dem Hallstreifen zu positionieren. In diesem Fall werden entlang dieses Nulldurchgangs neuartige Trajektorien erwartet [Mül92, Rei00], die hier näher beschrieben werden.

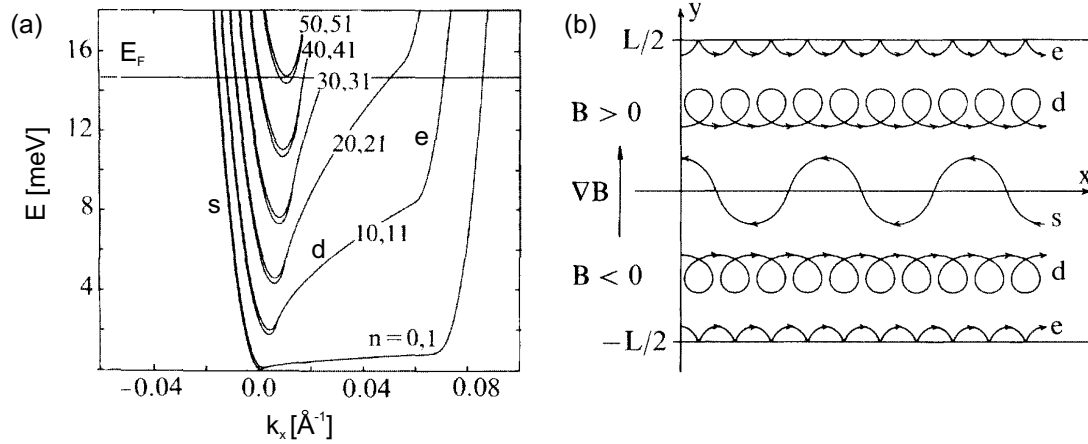


Abb. 24: aus [Mül92]: (a) Energiespektrum für einen Hallstreifen mit Magnetfeldmodulation $\nabla B_z = 1 \frac{T}{\mu m}$ senkrecht zur Stromrichtung. Der Nulldurchgang befindet sich in der Mitte des Hallstreifens (siehe (b)). Zur besseren Übersicht sind nur für einige Werte der Energiequantenzahl n die Energieniveaus gezeigt. Für hohe positive k_x sind die Energieniveaus aufgrund der gewählten Symmetrie des Problems zweifach entartet. Es lassen sich drei Bereiche unterscheiden: e (Randkanäle), d (Driftzustände/MIIDS) und s (Snake Orbits). (b) klassische Veranschaulichung von e, d und s.

Im Bereich des Nulldurchgangs kann die cosinusförmige Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente linear mit $B_z = B \cdot y/R$ (Modulation in y -Richtung) genähert werden. Hiermit folgt für die Schrödingergleichung (vgl. Gleichung (4.2) aus Abschnitt 4.1.1):

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Phi(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(\frac{\hbar k_x}{eB} - \frac{y^2}{2R} \right)^2 \Phi(y) = E \Phi(y) \quad (4.27)$$

Numerisch wurde diese Gleichung in [Mül92] gelöst. Müller betrachtet einen schmalen Hallstreifen, der einen Modulationsnulldurchgang in der Mitte aufweist. Für diesen Fall berechnet Müller das Energiespektrum, welches in Abb. 24(a) dargestellt ist. Abbildung 24(b) zeigt die entsprechenden klassischen Bahnen der Elektronen. Das Energiespektrum kann in drei Bereiche unterteilt werden, die jeweils ein klassisches Analogon finden. Für große positive k_x wird die Lage des Energieniveaus durch die am Probenrand ansteigenden Randpotentiale dominiert. Dieses Verhalten wird auch an planaren Strukturen beobachtet. Die Schnittlinien mit der Fermienergie entsprechen den schon in Abschnitt 4.1.2 betrachteten Randkanälen, die mit (e) in Abb. 24(b) gekennzeichnet sind. Ein zweiter Bereich wird für etwas kleinere positive k_x definiert. Die Energieniveaus weisen hier eine geringe Steigung auf, was einer Bewegung durch die Probe mit $v_x = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_N}{\partial k_x} > 0$ entspricht. Die Schnittlinien solcher dispersiver Landauniveaus mit der Fermienergie bilden die in Abschnitt 4.1.2 als magnetisch induzierte eindimensionale Elektronensysteme eingeführten Kanäle. Klassisch entsprechen diesen Bahnen den als (d) bezeichneten Driftzuständen in Abb. 24(b). Sie werden durch lokal variierende Zyklotronradien hervorgerufen, weshalb die Elektronen klassisch auf Zykloiden durch die Probe driften. Ein dritter Bereich wird für negative k_x abgegrenzt. Es handelt sich hier um Zustände, die nur am Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation existieren. Sie sind aufgrund des effektiven Potentials $V(k_x, x) = \frac{1}{2m} (\hbar k_x - \frac{eB}{2R} y^2)^2$ auf y -Werte um den Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation lokalisiert. Elektronen in diesen Zuständen driften mit einer hohen negativen Geschwindigkeit durch die Probe. Klassisch entsprechen diese Zustände den schlangenförmigen Bahnen (s) in Abb. 24(b), weshalb sie auch als Snake Orbits bezeichnet werden. Dieser schlangenförmige Verlauf der Bahn hat seine Ursache in dem sich ändernden Drehsinn der Lorentzablenkung der Elektronen am Nulldurchgang. Zustände mit negativer Geschwindigkeit, also unterschiedlichem Vorzeichen von Impuls- und Geschwindigkeitsvektor, existieren auch für k_x -Werte mit $k_x > 0$ für Energieniveaus mit $n \gg 0$, wobei diese jedoch kein klassisches Analogon besitzen.

Snake Orbits besitzen eine hohe Driftgeschwindigkeit und sind gleichzeitig auf das Innere der Probe lokalisiert, woraus eine verminderte Streuung dieser Zustände resultiert. Einerseits verhindert die Lokalisierung auf das Innere der Probe natürlich eine Streuung am Probenrand. Andererseits bedeutet eine hohe Driftgeschwindigkeit nichts anderes als einen kurzen Weg durch die Probe, da die Fermigeschwindigkeit aller Zustände gleich ist. Ein kurzer Weg durch die Probe ist gleichbedeutend mit einer Verminderung der Streuung. Die als Driftzustände bezeichneten Zustände (d) in Abb. 24(b) werden ebenfalls nicht am Rand gestreut. Sie legen aber einen längeren Weg durch die Probe zurück. Die Streuung von Elektronen in Snake Orbits und Driftzuständen kann im Landauer-Büttiker-Formalismus über Transmissionskoeffizienten berücksichtigt werden. Dies wurde in einer Arbeit von Reijniers und Peeters mit einem Koeffizienten $T_{12}(n) \sim \frac{v_x(n)\tau}{L_x}$ modelliert [Rei00]. v_x bezeichnet hier die Driftgeschwindigkeit der Elektronen durch die Probe, τ die mittlere Streuzeit und L_x den Abstand der Kontakte. Der Widerstand zwischen zwei Kontakten ist dann [Men05a]:

$$R_{12,12} = \frac{1}{\alpha(\tau, L_x)} \frac{h}{e^2} \frac{1}{\sum_n v_x(n)} \quad (4.28)$$

α ist dabei eine Funktion der mittleren Streuzzeit τ und des Abstandes L_x . Die Summe im Nenner wird über die Driftgeschwindigkeiten aller besetzten Zustände gebildet. Da es wie in Abb. 24(a) angedeutet im Allgemeinen eine große Zahl besetzter Snake Orbits um den Nulldurchgang gibt, sollte mit dem Auftreten eines solchen Nulldurchgangs eine deutliche Signatur im Magnetowiderstand einhergehen. Erste experimentelle Ergebnisse, die auf dieses Verhalten hinweisen, wurden von Nogaret berichtet [Nog00, Nog03]. In den vorgestellten Experimenten wurde eine Magnetfeldmodulation mit Nulldurchgang durch Verwendung von ferromagnetischen Materialien (Eisen, Dysprosium) als Streifen auf einem planaren Hallstreifen erzeugt. Die resultierenden Signaturen im Magnetowiderstand konnten mit den Annahmen von [Rei00] simuliert werden.

Mit unserem System ist es nun möglich, nicht nur die Existenz dieser Snake Orbits nachzuweisen, sondern darüber hinaus auch Einflüsse, die aus dem Gradienten der Modulation oder der Lage des Nulldurchgangs resultieren, zu untersuchen. In dem von Nogaret verwendeten starren System ist dies nicht bzw. nur bedingt möglich.

4.1.6 Spinstreifen durch Zeeman-Aufspaltung

Bisher wurde bei der theoretischen Beschreibung der gekrümmten Elektronensysteme ein spinentartetes zweidimensionales Elektronengas angenommen. Im Folgenden soll nun kurz auf den Einfluss des Zeeman-Terms im Hamiltonoperator für aufgerollte zweidimensionale Elektronensysteme eingegangen werden. Das Problem wurde theoretisch von Kleiner an einem entlang seiner Achse stromdurchflossenen Röllchen beschrieben [Kle03]. In dem betrachteten System stehen wie im vorangegangenen Abschnitt Stromrichtung und Magnetfeldmodulation senkrecht aufeinander. Die Betrachtungen von Kleiner beziehen sich auf den Grenzfall $\eta \equiv R^2 e B / \hbar = (R/l_B)^2 \gg 1$, d.h. auf Röllchenradien, die wesentlich größer sind als die magnetische Länge der lokalisierten Zustände. Sie lassen sich daher ohne Weiteres auf unsere Strukturen übertragen.

Der Hamiltonoperator aus Gleichung (4.2) lautet unter Berücksichtigung des Zeeman-Terms:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left[\frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(R \sin \frac{y}{R} - \frac{\hbar k_x}{eB} \right)^2 \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B \right] \quad (4.29)$$

μ_B bezeichnet hier das Bohr'sche Magneton. Der effektive Landé-Faktor ist durch g^* gegeben.

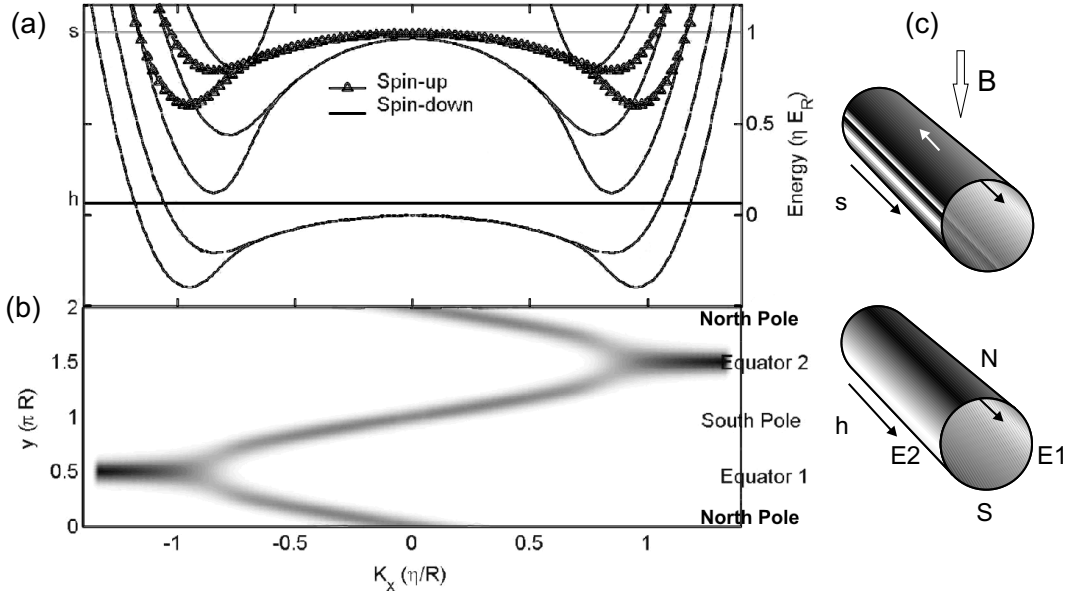


Abb. 25: aus [Kle03]: (a) Energiespektrum für die in (c) gezeigte Konstellation unter Berücksichtigung des Zeeman-Terms (Gleichung (4.30)). Die Linien gehören zu Energieniveaus mit Spin-down, die Dreiecke kennzeichnen Energieniveaus mit Spin-up. Die Rechnungen wurden für einen Landé-Faktor von $g^* = 2$ durchgeführt. (b) Räumliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von k_x . (c) Spinstreifenmuster für Fermienergien entsprechend der Positionen h und s in (a). Die Pfeile geben die Stromrichtung an; ihre Länge die Driftgeschwindigkeit. Die Schattierung illustriert die Spinpolarisation (weiß: Spin-down, schwarz: Spin-up).

Mit der Normierung auf $E_R \equiv \hbar^2/2mR^2$ und unter der Annahme von $\eta \equiv R^2 eB/\hbar = (R/l_B)^2 \gg 1$ kann Gleichung (4.29) umgeschrieben werden zu:

$$H = -R^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \underbrace{\left[\left(\eta \sin \frac{y}{R} + k_x R \right)^2 \pm \eta \right]}_{V_{eff}(k_x, y)} \quad (4.30)$$

$V_{eff}(k_x, y)$ stellt hier das effektive Potential dar, aus dem eine räumliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit ermittelt werden kann. In Abb. 25 sind das von Kleiner aus Gleichung (4.30) numerisch ermittelte Energiespektrum (a) und die räumliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit als Funktion von k_x (b) gezeigt. Kleiner stellt hier einen Zusammenhang zwischen Energie eines Zustandes und seinem Ort auf der gekrümmten Fläche her. Die y -Richtung entspricht hier der Richtung entlang der Krümmung des Röllchens. Der Nord- und Südpol befinden sich also bei $y = 0$ bzw. $y = \pi R$ (vgl. Abb. 25(c)). Zustände mit kleinem k_x sind an den Polen lokalisiert. Mit steigendem k_x wandern die Zustände von den Polen in Richtung Äquator E1 bzw. E2, bis sie sich schließlich für $k_x \geq \eta/R$ mischen. Hierbei wird die zweifache Entartung aufgehoben. Die Driftgeschwindigkeit der Zustände ist proportional zur

Dispersion der Energieniveaus. Daher ist die Driftgeschwindigkeit der Zustände am Äquator deutlich höher als die der Polzustände, was dem Verhalten der im letzten Abschnitt eingeführten Snake Orbits entspricht. In realen Strukturen ist die Spinaufspaltung zwar im Verhältnis viel kleiner als in Abb. 25(a) für $g^* = 2$ berechnet, ein Spinstreifenmuster ist aber auch dort zu erwarten.

4.2 Präparation von A2DES

In diesem Abschnitt werden zunächst die Anforderungen an die Heterostruktur genauer betrachtet sowie deren Schichtaufbau erläutert. Danach wird auf die Präparation und Strukturierung aufgerollter zweidimensionaler Elektronengase in verschiedenen Geometrien eingegangen. Es werden sowohl die Präparation der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung sowie entlang der Röllchenachse als auch die Präparation der gleichmäßig gekrümmten van der Pauw-Lamellen beschrieben.

4.2.1 Heterostruktur zur Erzeugung von aufgerollten 2DES

Bei der Herstellung von hochbeweglichen Elektronensystemen in flachen Lamellen müssen einige Randbedingungen beachtet werden, die bei substratgebundenen Strukturen keine oder nur eine untergeordnete Rolle spielen. Ein wesentlicher Unterschied zu konventionellen Heterostrukturen besteht darin, dass das 2DES in flachen abgelösten Lamellen an beiden Seiten von einer Halbleiteroberfläche dicht am 2DES begrenzt wird. An diesen Oberflächen sammeln sich Ladungsträger an, die dann nicht mehr zum Stromtransport im 2DES zur Verfügung stehen. Es wäre daher von Vorteil, die 2DES möglichst weit entfernt von den Oberflächen zu positionieren, also die Dicke der Lamelle zu vergrößern. Ein weiterer positiver Effekt dickerer Lamellen ist die bessere räumliche Trennung der Donatorrümpfe der Dotierschichten vom Elektronensystem, was die Beweglichkeit der Ladungsträger erhöht. Da die Schichtdicke aber direkt in den Biegeradius eingeht, kann sie nicht beliebig erhöht werden. Der Biegeradius ist direkt verknüpft mit der Modulationsstärke der senkrechten Magnetfeldkomponente, welche maximiert werden soll. Darüber hinaus sollen Elektronen innerhalb ihrer elastischen freien Weglänge einen Bereich großer Modulation durchlaufen, also eine hohe Beweglichkeit aufweisen. Es muss also ein Kompromiss zwischen Beweglichkeit des Elektronensystems und Biegeradius gefunden werden. Ein Einfluss auf das Elektronensystem in der Lamelle ist im aufgerollten Zustand auch von der radialen Verspannungsmodulation zu erwarten (Abschnitt 2.2.2). Ein Nachweis des Einflusses der Verspannung auf die Bandstruktur wurde beispielsweise von Hosoda et al. in optischen Experimenten geliefert [Hos03]. Hier wurde ein Quantentopf vor und nach dem Aufrollen untersucht und ein Typ II nach Typ I-Übergang festgestellt. In weiteren Experimenten wurden beispielsweise an aufgerollten Doppelquantentopfstrukturen der Zusammenhang zwischen Verspannungsprofil und Energiespektrum [Kub02] oder mit μ -Raman-Spektroskopie die Verspannungsverteilung in Röllchen [Ber06] untersucht.

Um mögliche Einflüsse der Verspannung auf die Bandstruktur und damit auf das 2DES aufgrund der ohnehin hohen Komplexität des Systems zu minimieren, muss das Elektronensystem an einem Ort in der Lamelle positioniert werden, wo die Verspannungsänderung durch den Aufrollprozess minimal ist. Abbildung 26(a) zeigt ein Schema der von uns verwendeten Heterostruktur zur Erzeugung eines A2DES mit

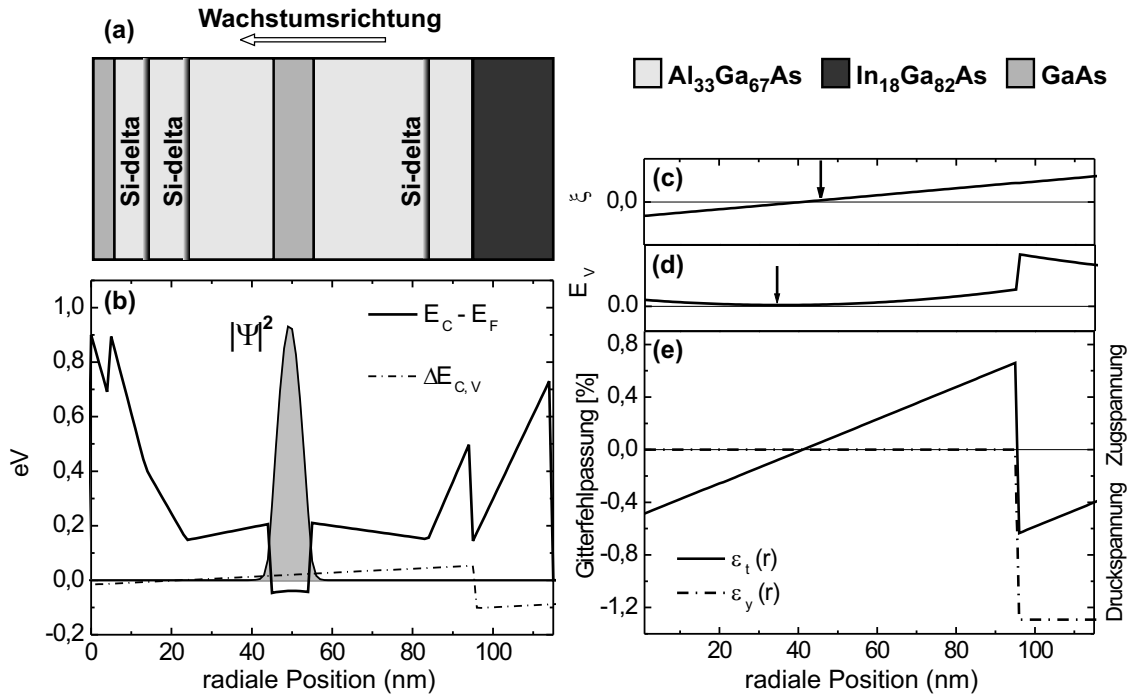


Abb. 26: Verwendete Heterostruktur zur Erzeugung der A2DES (a) Schichtstruktur mit Silizium-Deltadotierung (Farbkodierung links). (b) Bandstrukturrechnung nach [Sni]. (c),(d),(e) Verlauf der Verspannungsanisotropie ξ , Verspannungsenergie E_V , Gitterfehlpassung ϵ_t in tangentialer und ϵ_y in axialer Richtung. Die Pfeile in (c) und (d) zeigen den Nulldurchgang von ξ bzw. das Minimum der Verspannungsenergie E_V .

der entsprechenden Bandstrukturrechnung [Sni] im abgelösten Zustand (b). In den Abb. 26(c)-(e) sind die Verspannungsanisotropie ξ , die Verspannungsenergie E_V sowie die Gitterfehlpassung $\epsilon_y(r)$ in tangentialer und $\epsilon_t(r)$ axialer Richtung gezeigt. Diese Werte wurden nach dem von Grundmann entwickelten Modell (Abschnitt 2.2.2) unter der Annahme berechnet, dass das Röllchen entlang der Achse nicht relaxiert. Die tangentiale Gitterfehlpassung $\epsilon_t(r)$ zeigt eine Stufenfunktion mit Sprung am Übergang vom verspannten InGaAs zum Material mit Substratgitterkonstante a_1 . In axialer Richtung zeigt die Gitterfehlpassung $\epsilon_y(r)$ ebenfalls eine Stufe am Heteroübergang, hat aber sonst den Verlauf ähnlich einer Sägezahnfunktion. Die Verspannungsanisotropie ξ , dargestellt durch die Differenz $\xi = \epsilon_t(r) - \epsilon_y(r)$, ist daher eine lineare Funktion der radialen Position in der Lamelle. Um jetzt den Einfluss der Verspannung auf das Elektronensystem zu minimieren, sollte das 2DES in einem Bereich positioniert werden, wo die Verspannung klein und isotrop ist (Pfeile in Abb. 26(c) und (d)). Dies ist für die von uns entwickelte Heterostruktur gewährleistet.

In Abb. 26(b) ist die Bandstrukturrechnung für diese Heterostruktur gezeigt. Verspannungsinduzierte Bandverbiegungen werden nun mit Hilfe eines Modells von van

de Walle [dW89] über $\Delta E_{C,V} = a_c \frac{\Delta V}{V}$ abgeschätzt. Hierbei bezeichnet a_c das hydrostatische Deformationspotential und $\frac{\Delta V}{V}$ die relative Volumenänderung. Die strichpunktierte Linie zeigt die nach diesem Modell berechnete Änderung $\Delta E_{C,V}$ des Bandverlaufs. Diese verspannungsinduzierte Bandverbiegung wurde in den Bandstrukturrechnungen jedoch nicht berücksichtigt. Um ein zweidimensionales Elektronensystem in diesen Lamellen zu erzeugen, werden sehr starke Dotierungen benötigt. In unserem Fall wurden Deltadotierungen verwendet, die extreme Bandverbiegungen verursachen. Die in Abb. 26(b) gezeigte vergleichsweise geringe verspannungsinduzierte Bandverbiegung kann dann in erster Näherung vernachlässigt werden.

Ein dritter Punkt, der beim Design der Heterostruktur eine wichtige Rolle spielt, ist in Abb. 27 dargestellt. Die Abbildung zeigt eine Bandstrukturrechnung für eine nicht vom Substrat abgelöste Heterostruktur. Am Übergang vom InGaAs zum AlGaAs bildet sich ein Dreieckspotential, welches im nicht abgelösten Zustand mit Ladungsträgern gefüllt ist und so ein zweidimensionales Elektronensystem parallel zum 2DES im GaAs-Quantentopf ausbildet. Im abgelösten Zustand sollte dieser Potentialtopf frei von Ladungsträgern sein, um eine Parallelleitung auszuschließen. Dies setzt voraus, dass die Dotierung zwischen Quantentopf und Dreieckspotential entsprechend angepasst wird. Da die Dotierkonzentration mit geringer werdendem Abstand zur Oberfläche ansteigen muss, gibt dieser Bandkantensprung am verspannten Heteroübergang das Minimum des Abstands zwischen dem 2DES und der InGaAs-Oberfläche vor.

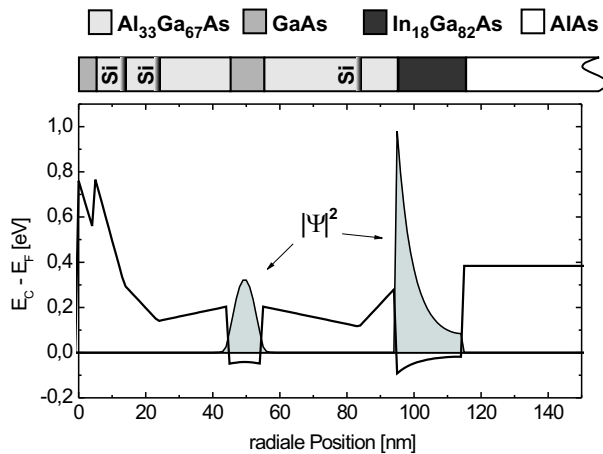


Abb. 27: Bandstrukturrechnung für die Heterostruktur in Abb. 26 im nicht abgelösten Zustand. An der Grenzfläche AlGaAs/InGaAs bildet sich ein Potentialtopf, der im nicht abgelösten Zustand unter der Fermienergie liegt und mit Elektronen gefüllt ist. Dies führt zu einer Parallelleitung. Im abgelösten Zustand muss die Dotierkonzentration der Si-Deltadotierung rechts vom GaAs-Quantentopf angepasst werden, um eine Parallelleitung auszuschließen.

4.2.2 Hallgeometrie: Definition und Kontaktierung

Durch Verwendung der in Abschnitt 3.1.1 vorgestellten Methode zum Aufrollen von dickenmodulierten verspannten Schichten lassen sich beliebige Kontaktgeometrien verwirklichen. In Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Hallgeometrien und van der Pauw-Lamellen präpariert. Die Präparation ist schematisch in Abb. 28 am Beispiel eines Hallstreifens entlang der Röllchenachse dargestellt. Die verwendeten Ätzlösungen sowie Lack- und Belichtungsparameter sind im Anhang A aufgeführt.

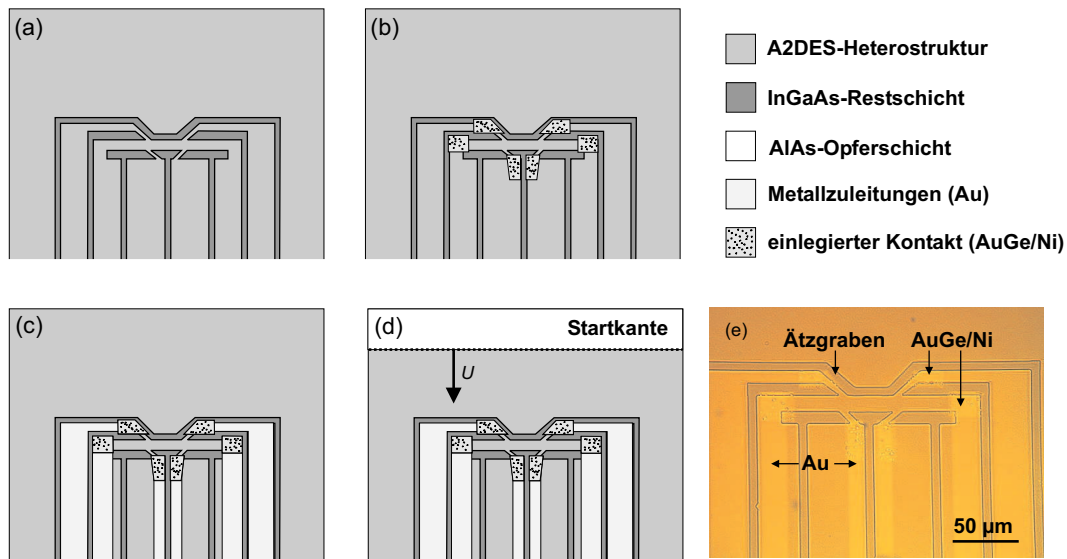


Abb. 28: Schematische Darstellung der Präparation am Beispiel eines Hallstreifens entlang der Röllchenachse. (a) Die Form des Hallstreifens wird durch Definieren einer Mesa und Ätzen in die InGaAs-Schicht festgelegt. (b) Ankontaktieren des 2DES durch aufgedampfte und einlegierte AuGe/Ni-Kontakte. (c) Herausführen der Kontakte durch Goldzuleitungen (d) Präparieren einer Startkante durch Ätzen. (e) Lichtmikroskopische Aufnahme eines ankontaktierten aber nicht gerollten Hallstreifens.

Grundlage der Präparation bildet die in Abschnitt 3.1.1 erläuterte 2-Schritt-Lithographie. Im ersten Schritt wird der Hallstreifen durch nasschemisches Ätzen einer Mesa definiert. In Abb. 28(a) sind die Ätzgräben dunkel dargestellt. An diesen Stellen ist das 2DES verarmt bzw. weggeätzt worden. Im zweiten Schritt (b) werden metallische Kontakte aufgedampft und einlegiert. Sie stellen den direkten ohmschen Kontakt zum 2DES sicher. Es handelt sich hierbei um eine AuGe/Ni/AuGe-Schichtfolge mit 6 nm/2 nm/6 nm Dicke. Der Anschluss dieser Kontakte an die Außenwelt erfolgt über dünne nicht einlegierte Metallzuleitungen, wie in Abb. 28(c) dargestellt (Au 12 nm). Durch diesen zweistufigen Kontaktierungsprozess ist sichergestellt, dass das zweidimensionale Elektronensystem nur direkt am Hallstreifen angeschlossen ist. Eine parallele Leitung durch Metallzuleitungen und 2DES unter den Zuleitungen und eine damit verbundene Magnetfeldabhängigkeit des Zuleitungswiderstands kann so ausgeschlossen werden. Im Präparationsschritt (d) wird nun die Startkante durch nasschemisches Ätzen definiert. Hier ist darauf zu achten, dass die Startkante mindestens die Strecke U (Umfang des Röllchens) von der dickenmodulierten Struktur entfernt ist. Dieser unstrukturierte Bereich wird zum Erstellen der Templaterolle benötigt. Im letzten Prozessschritt wird die AlAs-Opferschicht selektiv durch 5%-ige Flußsäure entfernt. Das selektive Ätzen wird unter einem

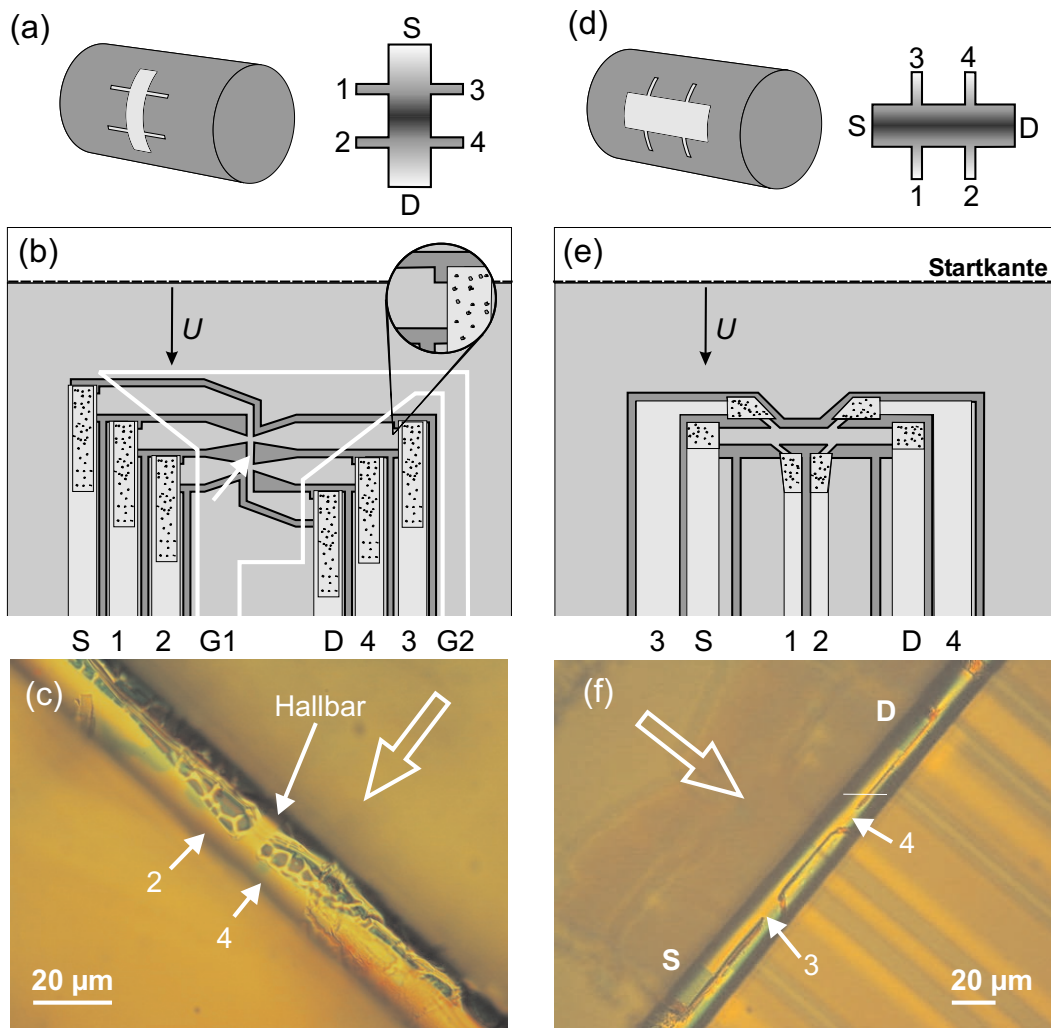


Abb. 29: Hallgeometrie für Transportmessungen an A2DES. (a), (d) Der Farbverlauf illustriert jeweils die Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente parallel (a) bzw. senkrecht (d) zur Hallstreifenorientierung. (b), (e) Schema der Kontaktgeometrien vor dem Aufrollen, (Farbkodierung siehe Abb. 30). Der Bereich der Gateelektrode ist in (b) weiß markiert. (c), (f) Lichtmikroskopische Aufnahme realer Strukturen mit Radius $R = 10 \mu\text{m}$. Die weißen Blockpfeile kennzeichnen die Rollrichtung. Markante Punkte sind zur besseren Orientierung durch weiße Pfeile gekennzeichnet bzw. beschriftet.

Mikroskop beobachtet. Es wird beendet, sobald alle einlegierten Kontakte unterätzt und damit vom Substrat abgelöst sind. Lichtmikroskopische Aufnahmen aufgerollter Hallstreifen und van der Pauw-Lamellen finden sich in Abb. 29 und Abb. 30.

In Abb. 29 sind zwei mögliche Orientierungen des Hallstreifens bezüglich der Achse des Mikroröllchens dargestellt. Abbildung 29(a) und (d) zeigen schematisch die resultierende Richtung der Magnetfeldmodulation bezüglich der Stromrichtung. Im Fall

(a) verlaufen Stromrichtung und Magnetfeldmodulation parallel, in (b) stehen sie senkrecht aufeinander. Die Präparation dieser Strukturen unterscheidet sich nicht voneinander. In beiden Fällen werden Trägerröllchen aus unstrukturiertem Material verwendet. In den Abb. 29(b) und (e) sind die einzelnen Kontakte bezeichnet. Hierbei entsprechen S,D - Source und Drain; G bezeichnet die Gateelektrode. Die Spannungsabgriffe sind durchnummeriert von 1 bis 4. Diese Bezeichnungen finden sich auch in den lichtmikroskopischen Aufnahmen (c) und (f) wieder. Der Einschub in Abb. 29(b) zeigt schematisch eine Vergrößerung der Kontakte. Es wurde bei allen Strukturen Wert darauf gelegt, dass die einlegierten Kontakte die Ränder des Elektronensystems miteinbeziehen. Nur so ist gewährleistet, dass auch die äußeren Randkanäle definiert angeschlossen sind und ein Einfluss durch Corbino-ähnliche Kontakte ausgeschlossen werden kann [Fai91]. Bei der Position der Kontakte muss darüber hinaus beachtet werden, dass die einlegierten Kontakte nach dem Aufrollen nicht auf fremden Zuleitungen liegen. Da das Metall die Röllchenwand beim Legiervorgang vollkommen durchdringt, würde es sonst zu Kurzschlüssen kommen. Im Falle des Hallstreifens entlang der Röllchenkrümmung ist dies recht einfach durch die parallele Anordnung der Kontakte und der Metallzuleitungen sowie der Nutzung von 2DES-Zuleitungen gewährleistet (Abb. 29(b)). Diese Kontaktgeometrie lässt zudem den nötigen Platz, um ein Gate in die Struktur zu integrieren. Die 2DES-Zuleitungen können bei der Orientierung des Hallstreifens entlang der Röllchenachse nicht verwendet werden, da das Elektronensystem in den Kontakten dann auch einer Modulation des Magnetfeldes ausgesetzt ist. Um hieraus resultierende Signaturen im Magnetotransport zu vermeiden, werden die einlegierten Kontakte direkt bis an den Hallstreifen geführt, was die Platzierung der Kontakte erschwert. Es werden hier sehr kleine Kontakte verwendet, die gegeneinander verschoben sind, um Kurzschlüsse zu vermeiden (Abb. 29(e)). Die Abb. 29(c) und (f) zeigen schließlich lichtmikroskopische Aufnahmen von realen Strukturen. Die weißen Blockpfeile markieren hier die Rollrichtung. Markante Punkte sind zur besseren Übersicht sowohl im Schema als auch in den Aufnahmen gekennzeichnet. Bei den einer Schlangenhaut ähnlich gemusterten Bereichen handelt es sich um die Rückseite der Ätzgräben, die die Mesa definieren und das 2DES verarmen. Die Röllchen haben einen Radius von etwa $R = 10 \mu\text{m}$.

Durch die hier verwendeten Präparationstechniken ist es möglich, sowohl die Lage des Hallstreifens bezüglich der Achse als auch die Geometrie des Hallstreifens selbst, wie beispielsweise Breite oder Kontaktabstand, beliebig anzupassen. Darüber hinaus kann die Lage des Hallstreifens bezüglich des Substrats durch die Dauer des selektiven Ätzens definiert eingestellt werden.

4.2.3 van der Pauw-Lamelle: Definition und Kontaktierung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden neben Hallstreifen auch van der Pauw-Lamellen zur Untersuchung der aufgerollten 2DES verwendet. Diese Geometrie mit vier Kontakten wurde verwendet, um die in Abschnitt 4.1.5 vorgestellten Trajektorien gezielt aus Randzuständen zu laden. In Hallstreifen entlang der Röllchenachse ist dies

nicht möglich, da die Snake Orbits bzw. Driftzustände, bedingt durch die Geometrie des Hallstreifens, immer Source und Drain, also metallische Kontakte, verbinden. Darüber hinaus wird bei diesen Lamellen ausgenutzt, dass abhängig von der Orientierung der gekrümmten Lamelle im Magnetfeld entweder Randzustände oder zusätzlich leitende Zustände am Nulldurchgang der Modulation zum Stromtransport beitragen. Auf das Konzept wird in Abschnitt 5.3 genauer eingegangen. Abbildung 30(a) und (b) zeigen ein entsprechendes Kontaktschema einer Lamelle mit vier Kontakten. Die Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente wird durch den Farbverlauf dargestellt. Die Präparation dieser Lamellen erfolgte entsprechend der im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Präparation von Hallstreifen. Abbildung 30 zeigt die lichtmikroskopische Aufnahme einer realen Struktur mit Radius $R = 10 \mu\text{m}$. Die weißen Pfeile deuten auf die Lamelle sowie auf einen Kontakt. Diese Punkte sind auch in Abb. 30(b) markiert. Der Blockpfeil deutet wieder die Rollrichtung an. Die dargestellte Lamelle hat ein Länge-Breite-Verhältnis von $\frac{l}{b} = 4$.

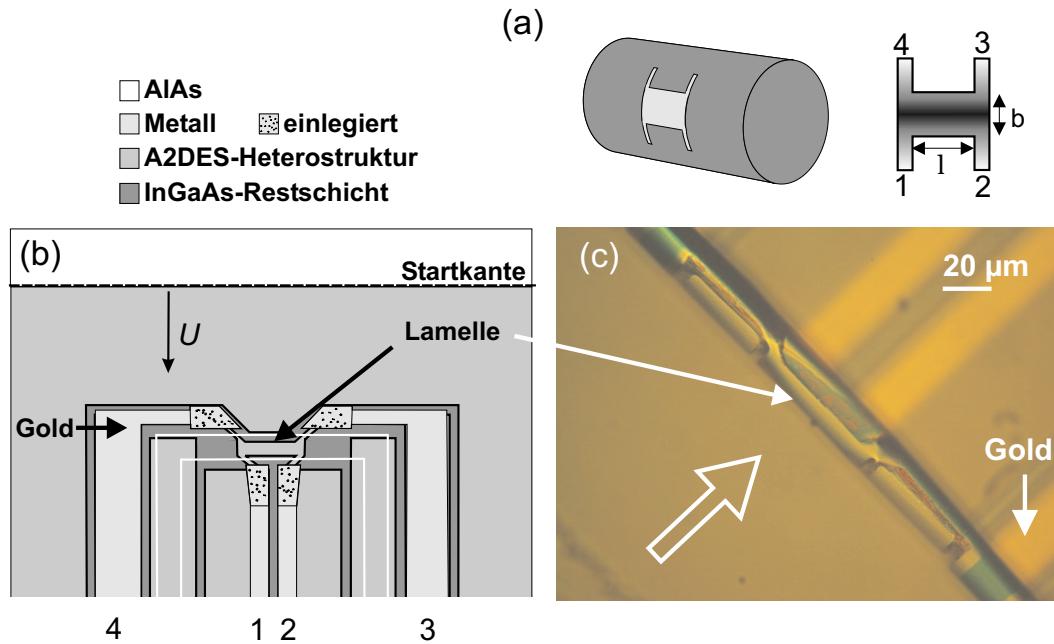


Abb. 30: van der Pauw-Lamelle für Magnetotransportstudien an A2DES. (a) zeigt die Lage der Lamelle auf dem Röllchen und die Nummerierung der Kontakte. Der Farbverlauf illustriert die Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente. (b) Schema der Kontaktgeometrie vor dem Aufrollen. Die weiße Umrandung kennzeichnet den Bereich der Gateelektrode. (c) Lichtmikroskopische Aufnahme einer realen Struktur mit Radius $R = 10 \mu\text{m}$. Die weißen Pfeile zeigen markante Punkte zu besserer Orientierung. Bei den schlangenhautähnlich strukturierten Bereichen handelt es sich um die Ätzgräben zur Definition der Mesa und der Lamelle. Die dargestellte Lamelle hat ein Länge-Breite-Verhältnis von $\frac{l}{b} = 4$.

Kapitel 5

Messungen an A2DES

In diesem Kapitel werden Messungen an gleichmäßig gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystemen vorgestellt und diskutiert. Es werden sowohl Messungen an aufgerollten Hallstreifen als auch an gleichmäßig gekrümmten van der Pauw-Lamellen gezeigt. Im Fall der aufgerollten Hallstreifen wird dabei auf zwei verschiedene Orientierungen des Hallstreifens, und zwar entlang der Röllchenkrümmung bzw. entlang der Röllchenachse, eingegangen. Am Hallstreifen entlang der Röllchenachse werden sowohl Wechselstrommessungen als auch Gleichstrommessungen diskutiert und verglichen. Am Ende des Kapitels werden Magnetotransportmessungen an gleichmäßig gekrümmten van der Pauw-Lamellen vorgestellt.

5.1 Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung - Magnetische Barrieren und abknickende Randkanäle

Im folgenden Abschnitt werden Magnetotransportmessungen an Hallstreifen, die entlang der Krümmung des Röllchens orientiert sind, vorgestellt. Es wird zunächst auf die Charakterisierung des Elektronensystems eingegangen. Danach wird gezeigt, dass geometrische Daten wie Länge und Orientierung des Hallstreifens direkt aus den gemessenen Hallspannungen abgelesen werden können. Abschließend werden Messungen des Hallwiderstands wie auch des Längswiderstands für verschiedene Orientierungen des Hallstreifens im externen Magnetfeld, d. h. für verschiedene Drehwinkel ϕ , vorgestellt und analysiert.

Abbildung 31(c) zeigt schematisch den Hallstreifen mit nummerierten Kontakten und farblich kodiertem Modulationsverlauf der senkrechten Magnetfeldkomponente. Weiterhin sind hier die verschiedenen Längs- und Hallspannungen definiert. In Abb. 31(b) ist das Verhalten der Hallspannungen U_{1H} und U_{2H} für verschiedene Orientierungen des Hallstreifens im externen Magnetfeld B skizziert. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 0^\circ$ (Magnetfeldmaximum auf der Symmetrieachse) haben beide Hallspannungen die gleiche Steigung. Dreht man nun die Probe im externen

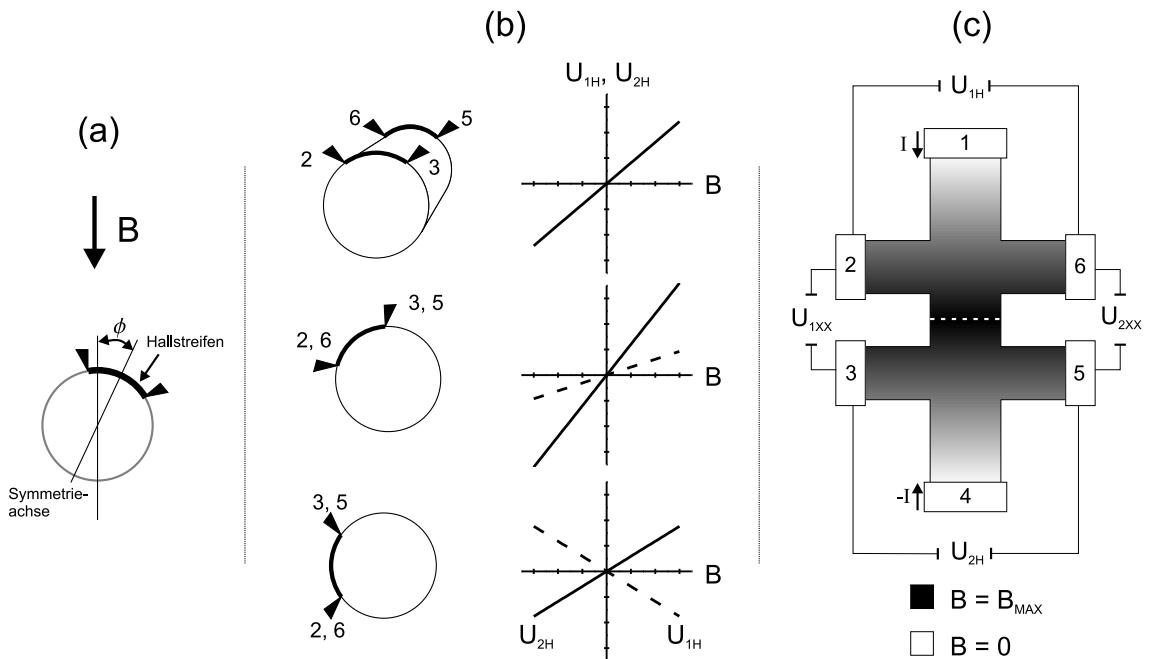


Abb. 31: Teil (a) zeigt eine Skizze zur Definition des Drehwinkels ϕ zwischen Lot und Symmetrieachse des Hallstreifens (weiße gepunktete Linie in (c)). Der zweite Teil (b) der Abbildung zeigt Hallgeraden für verschiedene Orientierungen des Hallstreifens im externen Magnetfeld. (c) Die Modulationsrichtung des Magnetfeldes und die Stromrichtung verlaufen in dieser Orientierung des Hallstreifens parallel. Der Farbverlauf skizziert die Modulationsrichtung des Magnetfeldes. Darüber hinaus sind hier die Bezeichnungen der Kontakte und Spannungen angegeben.

Magnetfeld und ändert so den Ausschnitt der Modulation zwischen den Kontaktpaaren, ändern sich die Hallspannungen analog. Im gezeigten Beispiel nimmt die Steigung von U_{2H} zu und erreicht ein Maximum, wohingegen die Spannung U_{1H} abnimmt. Sobald das Kontaktpaar 3-5 den Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation durchlaufen hat, wechselt die Steigung von U_{1H} das Vorzeichen. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 90^\circ$ haben beide Hallspannungen identische Steigungen mit entgegengesetzten Vorzeichen. Die Hallstreifenorientierung auf dem Substrat kann also sehr genau durch Messung beider Hallspannungen bestimmt werden, was es dann auch ermöglicht, das Elektronensystem im aufgerollten Zustand mit hoher Genauigkeit zu charakterisieren.

Charakterisierung des A2DES

Abbildung 32 zeigt Messungen an einem Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung, der aus der Probe #1361-C1 präpariert wurde. Der Schichtaufbau der Probe befindet sich in Anhang B. In Abbildung 32(d) sind der entsprechende Hallstreifen vor dem Aufrollen sowie ein Kontaktschema dargestellt. Der Radius des Röllchens betrug $9,5 \mu\text{m}$. Die Messungen wurden mit Standard Lock-In Technik bei $T = 4,2 \text{ K}$ und

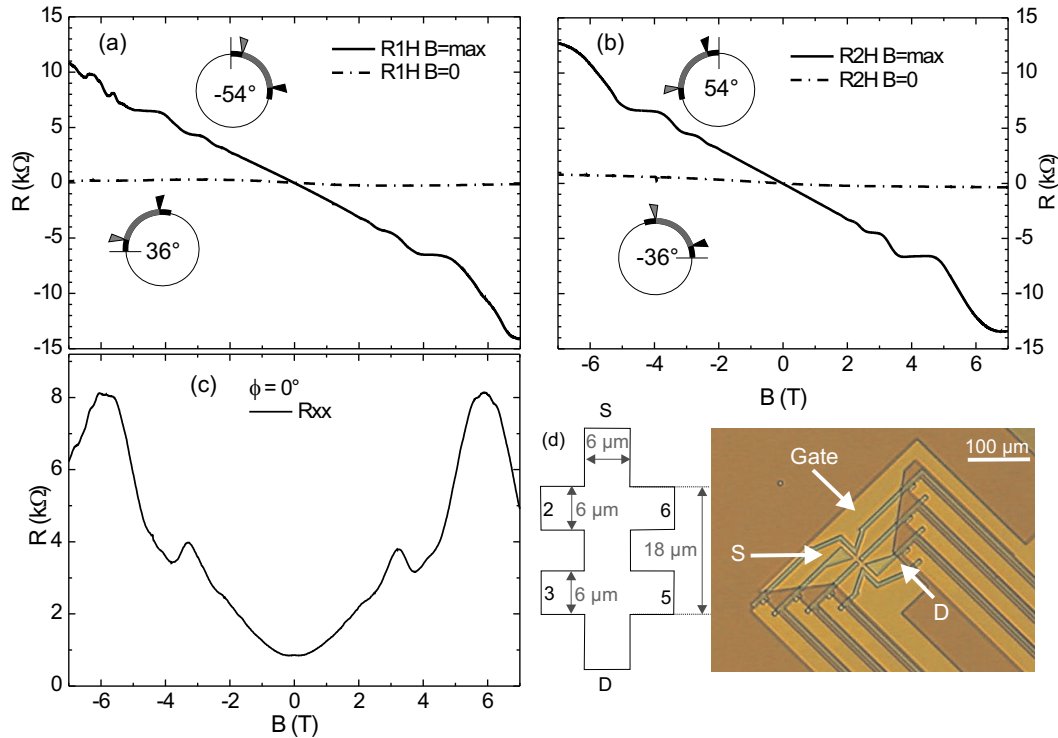


Abb. 32: (a)(b) und (c) zeigen Messungen zur elektronischen Charakterisierung des Hallstreifens #1361-C1 entlang der Röllchenkrümmung sowie zur Bestimmung der Orientierung bezüglich des Substrats. Dies ermöglicht dann das Festlegen der Nullposition des Drehwinkels ϕ . Die in (a) bzw. (b) gezeigten Hallwiderstände wurden bei zwei charakteristischen Positionen des Röllchens im externen Magnetfeld aufgenommen, nämlich $B_{\perp} = \text{maximal}$ bzw. $B_{\perp} = 0$ an der äußeren Kante des jeweiligen Kontaktpaares (2,6) in (a) und (3,5) in (b). (d) zeigt die entsprechende nicht aufgerollte Struktur sowie eine Kontaktübersicht. Teil (c) der Abbildung ist eine Messung des Längswiderstands R_{xx} bei symmetrischer Ausrichtung des Hallstreifens im Magnetfeld dargestellt.

einem Probenstrom von $I = 10$ nA durchgeführt. Der Probenstrom wurde klein gewählt, um ein Aufheizen der 115 nm dünnen Lamellen zu verhindern. Darüber hinaus haben wir festgestellt, dass bereits ab Strömen von $I \geq 50$ nA Schäden an den stromtreibenden Kontakten aufgetreten sind. In den Messungen in Abb. 32 wurden gezielt zwei charakteristische Werte der Hallsteigung (Steigung maximal, Steigung null) verwendet, um die Lage des Hallstreifens auf dem Röllchen bezüglich des Substrats und die Lage der Kontakte genau zu definieren. So ist es möglich, den Drehwinkel und die Lage des Hallstreifens zweifelsfrei einzustellen. In Abb. 32(a) sind die jeweiligen Hallspannungen für das Kontaktpaar (2,6) (grauer Pfeil) gezeigt. Die beiden Skizzen zeigen die Orientierung des Hallstreifens sowie den zugeordneten Drehwinkel ϕ . Der grau markierte Bereich zwischen den Pfeilen gibt die Länge des Hallstreifens von Kontaktmitte bis Kontaktmitte an, welcher in diesem Fall 12 μm beträgt. Die äußeren Kanten der Kontakte haben einen Abstand

von $18 \mu\text{m}$. Aus dem Vergleich von Röllchenposition und Hallwiderstand kann der vom Hallstreifen überstrichene Kreisbogen ermittelt werden. Die Hallsteigung ist maximal und nahezu konstant, solange das maximale senkrechte Feld auf dem jeweiligen Kontaktpaar (2,6) bzw. (3,5) positioniert ist. Es ist so möglich, anhand der Hallwiderstände R_{1H} bzw. R_{2H} die jeweiligen äußeren Kanten zu detektieren. Im dargestellten Fall wird von dem Hallstreifen ein Kreisbogen von 108° überstrichen, was einem Abstand der äußeren Kanten der Kontakte von $18 \mu\text{m}$ entspricht (Radius $R = 9,5 \mu\text{m}$). Zur Charakterisierung des Elektronensystems im abgelösten Zustand wird der Hallstreifen nun so positioniert, dass das maximale senkrechte Magnetfeld $B_{\perp, \text{max}}$ auf die Mitte eines Kontaktpaares gerichtet ist. Aus der Steigung der Hallgeraden kann dann die Ladungsträgerdichte bestimmt werden. In einer zweiten Messung wird die Probe gedreht, so dass $B_{\perp, \text{max}}$ auf der Symmetrieachse zwischen den Kontaktpaaren liegt. In dieser Orientierung wird der Abstand der Minima in den Shubnikov-de Haas-Oszillationen und der Längswiderstand am Nullpunkt bestimmt. Unter dieser Vorgehensweise haben wir für die Probe #1361-C1 eine Beweglichkeit von $\mu=36.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ermittelt. Die Ladungsträgerdichte beträgt $N_S=3,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ - errechnet sowohl aus der Hallsteigung als auch aus den Minimapositionen der SdH-Oszillationen. Hierbei ist zu beachten, dass die ermittelten Werte aufgrund der Modulation des Magnetfeldes fehlerbehaftet sind. So ist beispielsweise die gemittelte Magnetfeldkomponente auf einem Kontaktbereich maßgeblich für die Hallspannung. Bei einer Kontaktbreite von $6 \mu\text{m}$ und genau in der Kontaktmitte positionierter maximaler Magnetfeldkomponente beträgt das gemittelte senkrechte Magnetfeld dann $98,5 \%$ des Maximalwerts. Bei der Bestimmung der Ladungsträgerdichte resultiert hieraus ein Fehler von etwa zwei Prozent. Zusammenfassend kann jedoch festgestellt werden, dass auch im aufgerollten Zustand eine Charakterisierung der zweidimensionalen Elektronensystems zuverlässig möglich ist.

Magnetische Barrieren - abknickende Randkanäle

Im Rahmen der theoretischen Beschreibung gekrümmter zweidimensionaler Elektronensysteme wurde in Abschnitt 4.1.2 der Landauer-Büttiker-Formalismus und das Modell abknickender Randkanäle verwendet, um das Magnetotransportverhalten von A2DES in Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung zu beschreiben. Es wurde festgestellt, dass die Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente wie eine magnetische Barriere auf das Elektronensystem wirkt und in Abhängigkeit des Drehwinkels zu einer Reflexion oder Ablenkung von Randkanälen führt. Das wiederum bedingt das Auftauchen eines Hallspannungsanteils in der Längsspannung gemäß Gleichung (4.22) und Gleichung (4.23). Dieses Verhalten kann bereits in Abb. 32(c) beobachtet werden und soll für weitere Messungen diskutiert werden.

In den Abb. 33(a) bis (c) ist der Längswiderstand R_{xx} als Funktion von B für verschiedene Orientierungen des Hallstreifens #1361-C1 relativ zum Magnetfeld gezeigt. Es handelt sich ebenfalls um AC-Messungen mit $I = 10 \text{ nA}$ bei $T = 4,2 \text{ K}$. R_{xx} repräsentiert den am Kontaktpaar 2,3 gemessenen Längswiderstand R_{1xx} ,

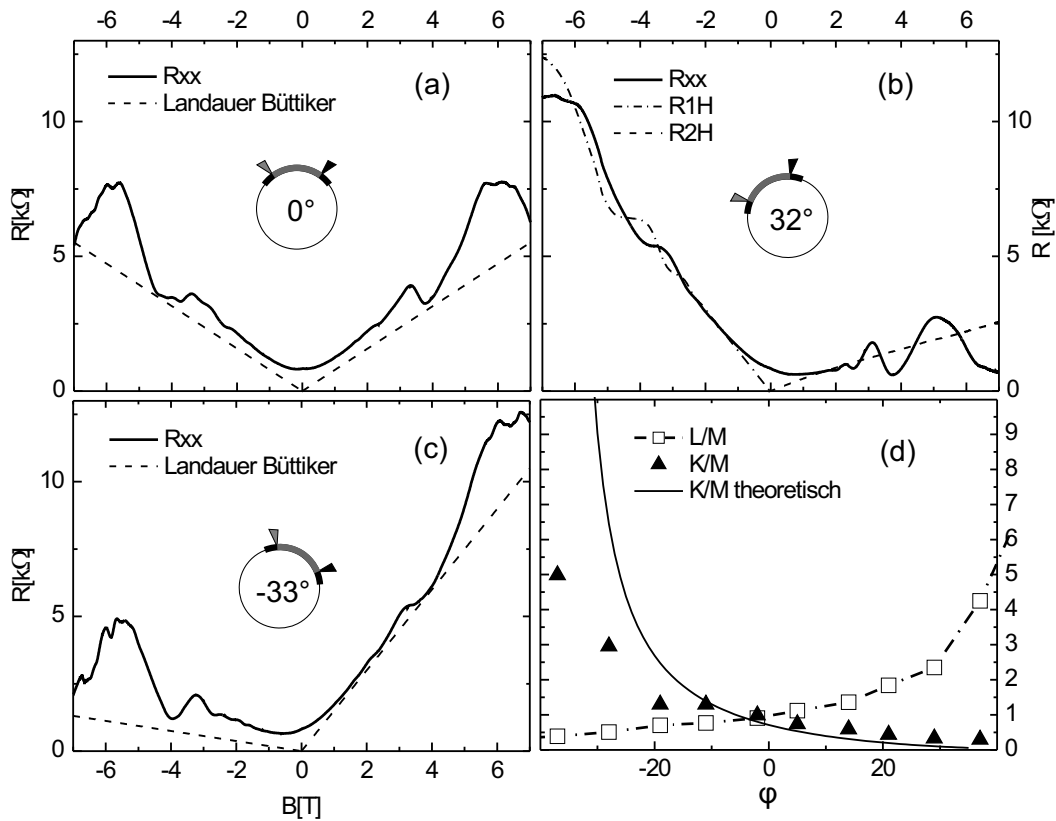


Abb. 33: (a)(b)(c) Längswiderstand des Hallstreifens # 1361-C1 mit Magnetfeldmodulation entlang des Streifens. Die Schemata zeigen die Orientierung im Magnetfeld. (a) und (c) zeigen zusätzlich die nach dem in Abschnitt 4.1.3 vorgestellten Modell unter Annahme kontinuierlicher Füllfaktoren berechneten Längswiderstände. In (b) sind die Hallwiderstände R_{1H} bzw. R_{2H} mit eingezeichnet. Es wurden jedoch nur die Werte dargestellt, die als Untergrund in R_{xx} auftauchen, also R_{1H} für $B < 0$ bzw. R_{2H} für $B > 0$. (d) Verhältnis von abknickenden und durchlaufenden Randkanälen, errechnet aus $R_{xx}/R_{1H} = K/M$ (Dreiecke) bzw. $R_{xx}/R_{2H} = L/M$ (offene Quadrate) zusammen mit dem theoretischen Verlauf unter Annahme kontinuierlicher Füllfaktoren. ϕ gibt die Phasenverschiebung aus der symmetrischen Orientierung an.

welcher aus Symmetriegründen dem am Kontaktpaar 5,6 nach Magnetfeldinversion gemessenen Widerstand $R_{2xx}(-B)$ entspricht (vgl. Abschnitt 4.1.3), was in unseren Experimenten überprüft wurde. Abbildung 33(a) zeigt wie auch schon Abb. 32(c) Messungen für die symmetrische Orientierung, d.h. das maximale senkrechte Magnetfeld liegt auf der Symmetrieachse, der Drehwinkel ist null. Wie es zu erwarten war, ist R_{xx} symmetrisch in B . Die gestrichelte Linie zeigt den nach Abschnitt 4.1.2 berechneten Längswiderstand R_{xx} . Der im Längswiderstand enthaltene Hallwiderstand ist für negative und positive Magnetfelder gleich, da die Zahl der beidseits des Modulationsmaximums abknickenden Randkanäle gleich ist ($K = L$, Abb. 19(c)). Die Abbildungen 33(b) und (c) zeigen Messungen des Längswiderstands bei einem

Drehwinkel von $\phi = 32^\circ$ bzw. $\phi = -33^\circ$. In diesen asymmetrischen Konstellationen ist $L < K$ bzw. $L > K$, was zu einem asymmetrischen Untergrund in R_{xx} führt. Zum Vergleich ist in Abb. 33(c) der nach dem Modell aus Abschnitt 4.1.3 berechnete Längswiderstand eingezeichnet. In Abb. 33(b) hingegen sind die gemessenen Hallwiderstände R_{1H} und R_{2H} in dem Wertebereich dargestellt, in dem sie als Untergrund in R_{xx} auftauchen, also R_{1H} für $B < 0$ bzw. R_{2H} für $B > 0$.

Der Anteil des Hallwiderstands am Längswiderstand ist durch das Verhältnis K/M bzw. L/M aus abknickenden zu durchlaufenden Randkanälen gegeben (vgl. Gleichung (4.22) und (4.23)). Diese Verhältnisse können aus den Quotienten R_{xx}/R_{1H} ($B > 0$) bzw. R_{xx}/R_{2H} ($B < 0$) bestimmt werden, was in Abb. 33(d) dargestellt ist. Zunächst wurden die jeweiligen Hallspannungen linear genähert, bevor dann K/M und L/M nach den o.g. Quotienten bestimmt wurden. Zum Vergleich enthält Abb. 33(d) Rechnungen von K/M und L/M unter der Annahme kontinuierlicher Füllfaktoren. Es ist hier eine gute qualitative Übereinstimmung zu finden, wobei jedoch eine zunehmende Diskrepanz für große Drehwinkel auftritt. Diese Abweichung wird durch die Tatsache erklärt, dass ab einem Drehwinkel von etwa 36° das Maximum der Magnetfeldmodulation den Bereich zwischen den Kontakten und ab etwa 50° ebenso den Bereich der Kontakte verlässt. Darüber hinaus ist ab einem Drehwinkel von etwa 40° der Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation bereits im Bereich des Hallstreifens zu finden. Beide Situationen sind in dem verwendeten Modell ausgeschlossen. Letztendlich ist natürlich auch die Annahme kontinuierlicher Füllfaktoren und die Vernachlässigung der SdH-Oszillationen sehr vereinfacht und fehlerbehaftet.

Um eine Analyse der SdH-Oszillationen im Längswiderstand durchzuführen, ist es notwendig, die Längsspannung vom drehwinkelabhängigen Anteil der Hallspannung zu befreien. Abbildung 34(a) zeigt die entsprechenden Längswiderstände R_{xx} für verschiedene Drehwinkel. Es wurde hierzu für $B > 0$ $|R_{2H}|$ und für $B < 0$ $|R_{1H}|$ vom Längswiderstand R_{xx} subtrahiert. Die Drehwinkel wurden nachträglich anhand der Hallsteigung im klassischen Bereich zugeordnet. Die für verschiedene Drehwinkel ermittelten Längswiderstände sind zur besseren Übersicht vertikal verschoben. Die Positionen der Minima und ihr Abstand in $1/B$ hängen nur schwach von der Orientierung der Probe im externen Magnetfeld ab, was im Gegensatz zu dem Verhalten flacher Systeme bei Rotation im Magnetfeld steht. Ein grundsätzlicher Unterschied zu flachen Systemen ist, dass die senkrechte Magnetfeldkomponente moduliert ist und über die gesamte Länge des Hallstreifens in dem hier gezeigten Winkelbereich an mindestens einem Ort auf dem Hallstreifen maximal ist. Die Ladungsträgerdichte, ermittelt aus der Periode der Oszillationen in $1/B$, ist etwa $3,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Zur besseren Orientierung zeigen die vertikalen Linien in Abb. 34(a) das für diese Ladungsträgerdichte zu Füllfaktor $\nu=4$ gehörende Magnetfeld. Wie in Abb. 34(b) dargestellt, oszilliert die Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit des Drehwinkels um den Wert $3,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Zur genaueren Analyse dieser Oszillation

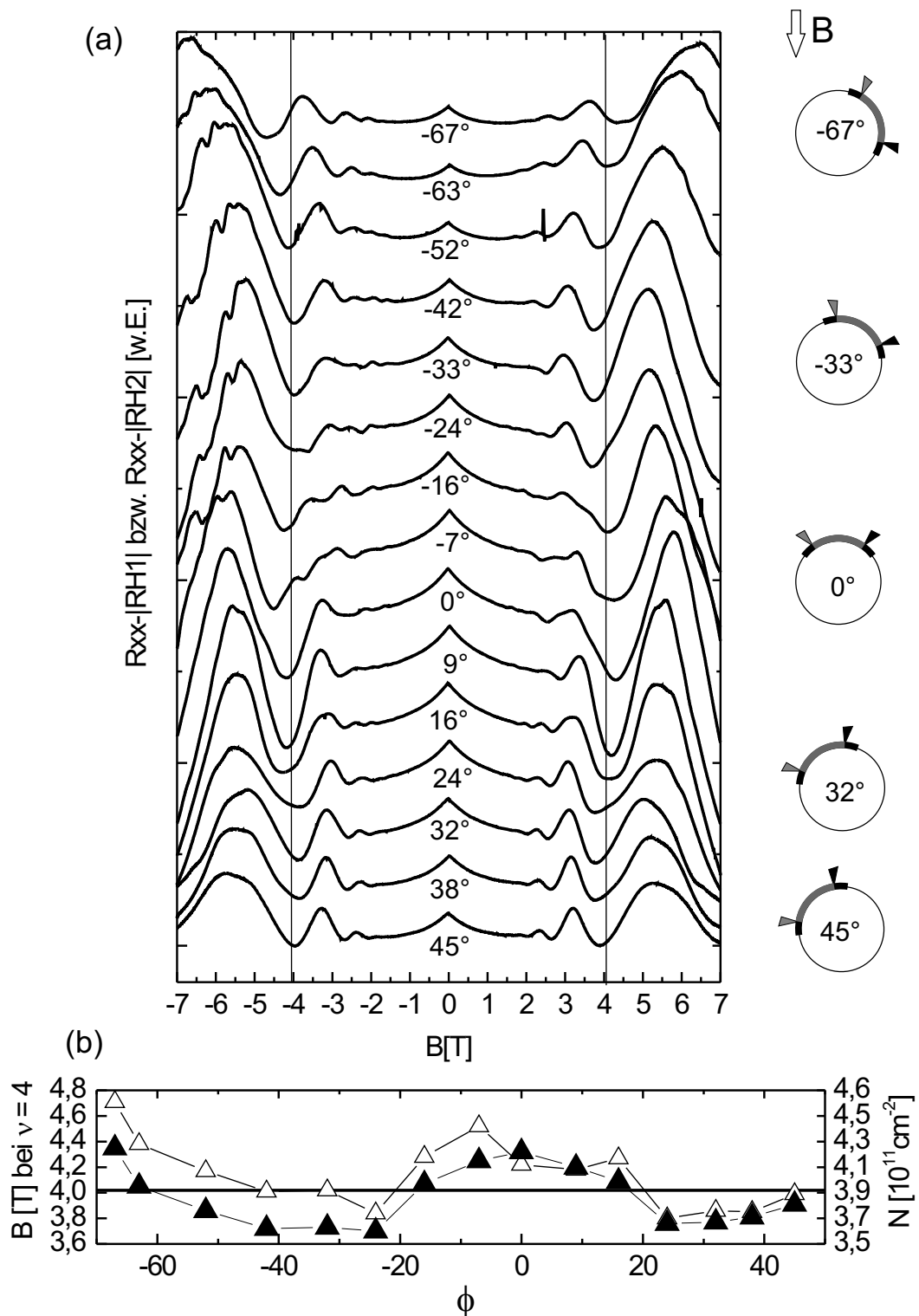


Abb. 34: (a) Vom Halluntergrund befreiter Längswiderstand für verschiedene Ausschnitte der Magnetfeldmodulation auf dem Hallstreifen #1361-C1. Die Kurven sind vertikal verschoben und mit dem jeweiligen Drehwinkel gekennzeichnet. (b) Mini-mapposition entsprechend Füllfaktor $\nu=4$ in Abhängigkeit vom Winkel ϕ für $B > 0$ (gefüllte Dreiecke) und $B < 0$ (offene Dreiecke).

sind in Abb. 34(b) zusätzlich die zu den Minima bei Füllfaktor $\nu=4$ gehörenden Magnetfelder aufgetragen. Sofern das maximale senkrechte Feld auf einem der Kontaktpaare liegt (Drehwinkel $\phi \approx \pm 35^\circ$), schieben die Minima zu kleinen Magnetfeldern. Genau das entgegengesetzte Verhalten kann man beobachten, sofern das Magnetfeldmaximum zwischen den Kontaktpaaren oder außerhalb dieses Bereichs positioniert ist. Die Verschiebung zu höheren Magnetfeldern ist für die symmetrische Orientierung ($\phi = 0^\circ$) maximal. Es resultiert der oszillierende Verlauf der Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit von der Orientierung des Hallstreifens im Magnetfeld. Bemerkenswert ist hierbei, dass die Minimapositionen teilweise bei deutlich kleineren Magnetfeldwerten liegen, als es die Ladungsträgerdichte erwarten lassen würde. Dieses Verhalten könnte durch das Vorliegen von Strompfaden mit unterschiedlichen Ladungsträgerdichten erklärt werden. Sollte dies der Fall sein, würden im Längswiderstand SdH-Oszillationen mit unterschiedlichen Perioden in $1/B$ auftreten, was sich in Schwebungsmustern in R_{xx} bemerkbar machen müsste. Einen Hinweis darauf liefern Signaturen in R_{xx} in der Nähe der symmetrischen Orientierung ($-32^\circ \leq \phi \leq 32^\circ$). Hier scheinen Überlagerungseffekte von Oszillationen unterschiedlicher $1/B$ -Periode im Magnetfeldbereich zwischen $-4 \leq B \leq 4$ aufzutreten. Die Extraktion der Frequenzen mittels Fourieranalyse ist hier jedoch aufgrund der geringen Anzahl der Oszillationen nicht aussagekräftig. Eine genaue Untersuchung dieser Überlagerungseffekte setzt eine viel höhere Beweglichkeit des Elektronensystems voraus, was dann die Qualität der SdH-Oszillationen deutlich erhöhen würde. Schwebungsmuster können natürlich auch durch Parallellleitung durch ein zweites Elektronensystem verursacht werden. Dies ist in dem hier diskutierten Fall aus zwei Gründen sehr unwahrscheinlich. Erstens zeigen die entsprechenden Hallmessungen kein Anzeichen für einen Bypass. Es ist keine magnetfeldabhängige Änderung der Hallsteigung erkennbar. Zweitens zeigen die Messungen, in denen die Ladungsträgerdichte aus Hallgerade und SdH-Oszillation identisch ist, die sauberste Periodizität in $1/B$. Dies lässt zunächst den Schluss zu, dass die Periodizität der SdH-Oszillationen vom Maximum der senkrechten Magnetfeldkomponente auf dem Hallstreifen abhängt.

In Abb. 35(a) ist die Verschiebung der Oszillationen für Drehwinkel gezeigt, bei denen das Magnetfeldmaximum den Bereich zwischen den Kontakten verlässt. Im Gegensatz zu Abb. 34(a) sind hier die Längswiderstände ohne Subtraktion des Hallwiderstands dargestellt, da dieser bei $32^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$ nahezu linear sowie betragsmäßig gering ist. Die Positionen wandern beginnend bei $\phi = 32^\circ$ zu höheren Feldern, wobei sie mit einer vom Term $\cos(\phi - 32^\circ)$ abhängigen Funktion beschrieben werden können. Die Oszillationen erfahren dabei eine mit zunehmendem Drehwinkel stärker werdende Dämpfung. Die Orientierung $\phi = 90^\circ$ stellt einen Wendepunkt dar. Ab hier nimmt die Dämpfung wieder ab und die Minimapositionen schieben zu kleineren Feldern. Dies lässt zwei Schlüsse zu. Das bereits oben beschriebene Schieben der Minimapositionen ist kein Artefakt aus der Subtraktion der Hallgeraden und die $1/B$ -Periode der SdH-Oszillationen wird durch den maximalen Betrag der senkrechten Magnetfeldkomponente zwischen den Kontakten bestimmt. Diese Aussage

wurde auch schon von Lorke et al. auf der Grundlage von Messungen an gekrümmten 2DES getroffen [Böh02, Lor03]. Diese 2DES mit einem Krümmungsradius von etwa 1 mm wurden durch ein als epitaktischer Lift-Off bezeichnetes Verfahren vom Wafer auf ein Glasröhrchen übertragen.

Variation der Ladungsträgerdichte

Wie schon im Abschnitt 4.2.2 gezeigt, wurde in der verwendeten Konstellation eines Hallstreifens entlang der Röllchenkrümmung auch ein metallisches Gate in die Struktur integriert. Es ist uns so möglich, die Ladungsträgerdichte durch Anlegen einer Gatespannung zu variieren. Die Abbildungen 35(b) bis (d) zeigen entsprechende Messungen an Probe #1361-C1. Hier wurde bei einer festen Orientierung des Hallstreifens im externen Magnetfeld eine Gatespannung zwischen $-50 \text{ mV} \leq V_{Gate} \leq 500 \text{ mV}$ angelegt. Daraus resultiert eine Variation der Ladungsträgerdichte im Bereich von $2,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bis $7,7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Diese wurde aus der Steigung des Hallwiderstands bei einem Drehwinkel von $\phi = 32^\circ$ ($K = 0$) ermittelt. Betrachten wir zunächst R_{1H} in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte (Abb. 35(d)). Die Steigung nimmt mit zunehmender Ladungsträgerdichte ab, was dem Verhalten eines flachen 2DES entspricht. Die Plateauwerte liegen wie erwartet bei geradzahligen Teilern der von Klitzing-Konstante R_K . Sie sind in Abb. 35(d) mit den entsprechenden Füllfaktoren ν gekennzeichnet. Die Minima der SdH-Oszillationen im Längswiderstand R_{xx} eines flachen Systems sollten bei Erhöhung der Ladungsträgerdichte linear nach außen schieben, wobei ihr Abstand in $1/B$ abnimmt. Dieses Verhalten kann auch für unser gekrümmtes System in Abb. 35(b) nachvollzogen werden, wobei die Kurven in (b) zur besseren Übersicht vertikal verschoben wurden. Der Nullfeldwiderstand $\varrho_{xx,0}$ nimmt mit steigender Ladungsträgerdichte ab. Er sinkt von $\varrho_{xx,0} = 848 \text{ } \Omega$ für $V_{Gate} = -50 \text{ mV}$ auf $\varrho_{xx,0} = 63 \text{ } \Omega$ bei $V_{Gate} = 500 \text{ mV}$, was einer Steigerung der Beweglichkeit der Ladungsträger von $\mu=25.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ auf bis zu $\mu=125.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ entspricht. Ab einer Spannung von $V_{Gate} = 500 \text{ mV}$ treten Sättigungseffekte auf. Abbildung 36 zeigt die ermittelten Werte für N_S und μ als Funktion der Gatespannung.

Abbildung 35(c) zeigt den zu (b) gehörenden Längswiderstand R_{xx} im Bereich positiver Magnetfelder. Der Längswiderstand wird hier aufgrund der asymmetrischen Orientierung des Hallstreifens im Magnetfeld sehr stark vom Hallwiderstand dominiert. Dies äußert sich in der Tatsache, dass die Steigung mit zunehmender Ladungsträgerdichte abnimmt. Die Plateauwerte liegen aber nicht bei den von Klitzing-Widerstandswerten, da es sich hier um eine Superposition von Längswiderstand (mit SdH-Oszillationen) und Hallwiderstand handelt, wobei der Anteil des Hallwiderstands abhängig ist vom Verhältnis aus abknickenden und durchlaufenden Randkanälen. Die Plateauwerte sollten sich demzufolge mit dem Drehwinkel ändern. In Abb. 35(e) ist der Längswiderstand im Bereich positiver Magnetfelder für verschiedene Drehwinkel dargestellt. Hier ist deutlich zu erkennen, dass die Plateauwerte in der Tat mit dem Drehwinkel korrelieren, während die in Abb. 35(f) dargestellten Plateauwerte des Hallwiderstands feste Werte entsprechend ihres Füllfaktors haben.

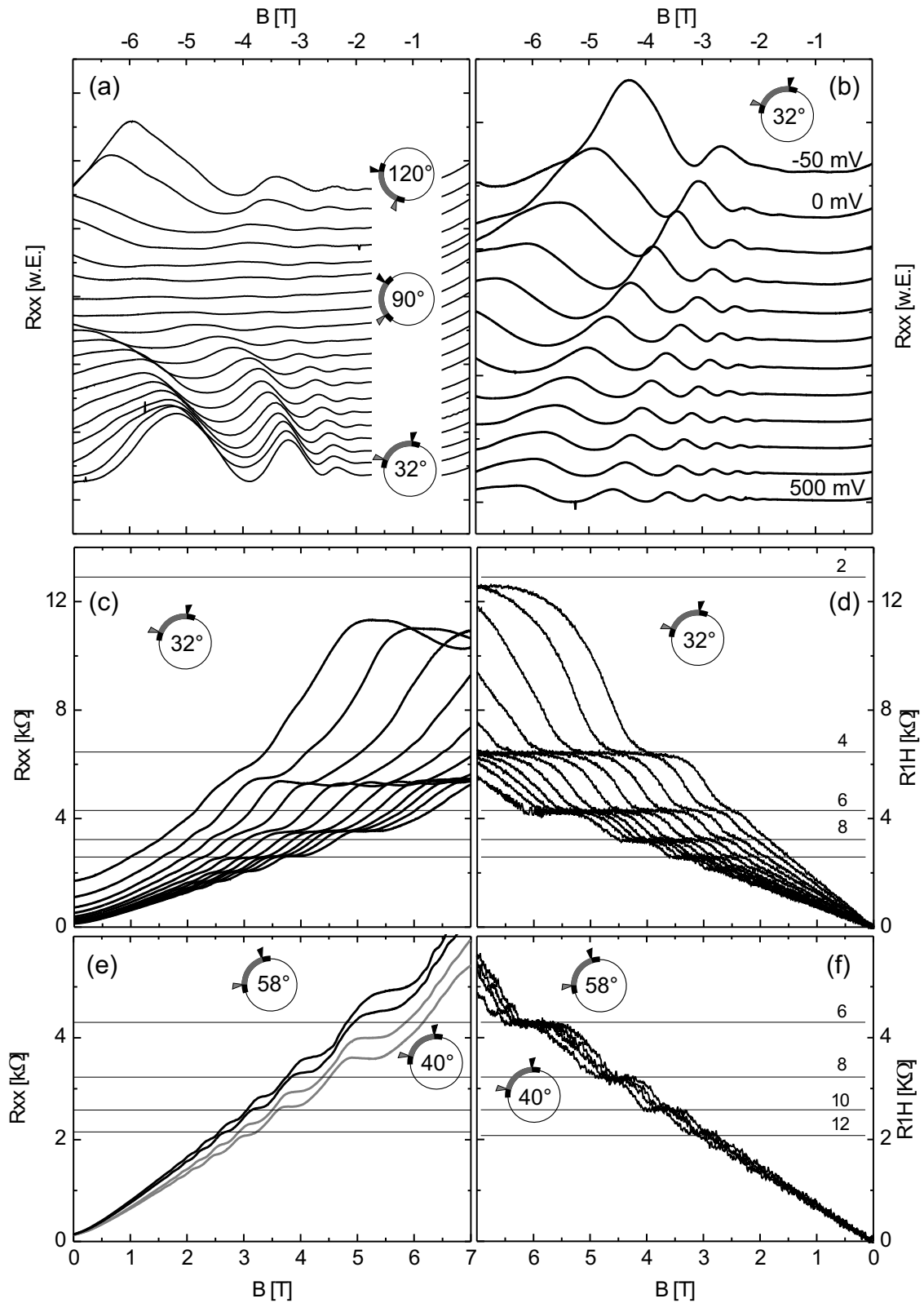


Abb. 35: Magnetotransportmessungen an #1361-C1. (a) Längswiderstand für Drehwinkel mit Modulationsmaximum außerhalb des Kontaktbereiches. (b),(c),(d) Längs- und Hallwiderstand bei Variation der Ladungsträgerdichte. (e),(f) Position der Widerstandsplateaus für Längs- und Hallwiderstand bei variierendem Drehwinkel ($\phi = 40^\circ, 46^\circ, 52^\circ, 58^\circ$).

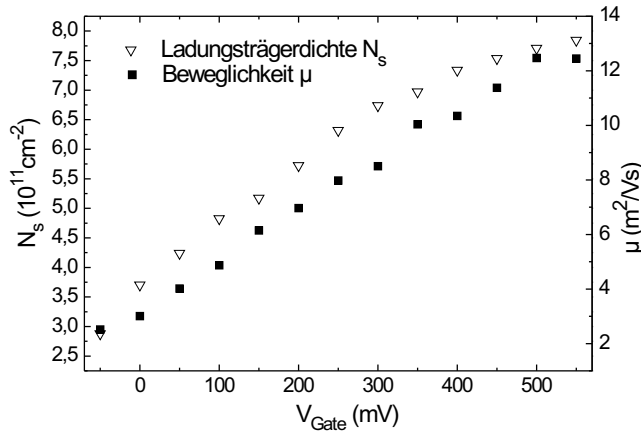


Abb. 36: Ladungsträgerdichte N_s und Beweglichkeit μ eines aufgerollten zweidimensionalen Elektronensystems für verschiedene Gatespannungen V_{Gate} . Ab einer Gatespannung von etwa 500 mV sind Sättigungseffekte zu erkennen. Die maximale Beweglichkeit der Ladungsträger ist $\mu = 125.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Fazit

Die Ergebnisse der in diesem Abschnitt vorgestellten Magnetotransportmessungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: Es ist uns gelungen, zweidimensionale Elektronensysteme in Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung zu präparieren und drehwinkelabhängig zu vermessen. Die Messungen des Längswiderstands R_{xx} zeigen einen magneto-resistiven Untergrund, welcher als Anteil des Hallwiderstands identifiziert werden konnte. Dieser Untergrund führt zu einem Zusammenbruch der Magnetfeldinversionssymmetrie. Im Rahmen des Landauer-Büttiker-Formalismus ist es möglich, diesen Untergrund durch das Konzept der abknickenden Randkanäle zu simulieren und unsere Messungen dadurch nachzuvollziehen. Indirekt wurde damit die Existenz der in Abschnitt 4.1.2 eingeführten, durch die Krümmung der Landauniveaus magnetisch induzierten eindimensionalen Stromkanäle (MI1DES), nachgewiesen. Die Shubnikov-de Haas-Oszillationen im Längswiderstand werden wesentlich durch die maximale Magnetfeldkomponente zwischen den Spannungsabgriffen bestimmt. Dieses Verhalten wurde bereits von Lorke et al. an gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystemen mit Radien von etwa 1 mm beobachtet, wobei diese durch einen epitaktischen Lift-Off auf Glasröhrchen hergestellten Systeme bezüglich der Ladungsträgerbeweglichkeit nicht die Qualität unserer Proben erreicht haben [Böh02, Lor03]. Durch Miteinrollen eines Metallgates war es möglich, die Ladungsträgerdichte und die Beweglichkeit der Ladungsträger durch Anlegen einer Gatespannung zu variieren. Es wurden dabei Beweglichkeiten von bis zu $\mu=125.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bei einer Ladungsträgerdichte von $7,7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ erreicht.

5.2 Hallstreifen entlang der Röllchenachse

Im vorangegangenen Abschnitt wurden Magnetotransportmessungen an Hallstreifen mit Magnetfeldmodulation parallel zur Stromrichtung vorgestellt. Es war uns möglich, die Existenz magnetisch induzierter Elektronensysteme (MIIDES) in Form von abknickenden Randkanälen, welche gegenüberliegende Spannungsabgriffe verbinden, nachzuweisen. In diesem Abschnitt werden Messungen an Hallstreifen entlang der Röllchenachse gezeigt. In dieser Konstellation stehen die Richtung der Magnetfeldmodulation und die Stromrichtung senkrecht aufeinander. Daher verlaufen die MIIDES dann parallel zur eingepprägten Stromrichtung (vgl. Abb. 19). Es ist zu erwarten, dass die MIIDES den Magnetotransport maßgeblich beeinflussen, da sie nun Source und Drain direkt miteinander verbinden. Um Signaturen dieser Snake Orbits oder Driftzustände (siehe Abschnitt 4.1.5) zu finden, wurden sowohl Messungen nach dem Standard Lock-In Verfahren als auch Gleichstrommessungen durchgeführt. Mit Gleichstrommessungen sollte dabei untersucht werden, ob es eine Abhängigkeit des Magnetowiderstands von der Stromrichtung gibt. Sofern eine solche Abhängigkeit besteht, würde diese Information bei Wechselstrommessungen mittels Lock-In Technik aufgrund des Messprinzips verloren gehen. Im ersten Teil dieses Abschnitts werden zunächst Messungen mit Lock-In Technik vorgestellt und diskutiert, danach folgen Gleichstrommessungen. Zusammenfassend folgt ein Vergleich der Messungen.

Wechselstrommessungen

Betrachten wir zunächst Abb. 37. Teil (a) zeigt eine Skizze zur Definition des Drehwinkels zwischen Symmetrieachse des Hallstreifens und dem Lot. Die Symmetrieachse ist zusätzlich noch als weiße gepunktete Linie in Abb. 37(c) eingezeichnet. Darüber hinaus sind hier die Bezeichnungen der Kontakte und Spannungen angegeben. In Teil (b) der Abbildung sind beispielhaft die Hallspannungen U_{1H} und U_{2H} für verschiedene Orientierungen des Hallstreifens im externen Magnetfeld skizziert. Man kann sich leicht überlegen, dass aus Symmetriegründen $U_{1H} = U_{2H}$ sein muss. Mit der Kirchhoff'schen Maschenregel sollte dann für die Längsspannungen $U_{1xx} = -U_{2xx}$ gelten.

Eine Überprüfung dieser Bedingung ist in Abb. 38(c) und (d) gezeigt. Bei allen in Abb. 38 gezeigten Messungen handelt es sich um Wechselstrommessungen an Probe #1361-B2 mit Lock-In Technik bei Flüssigheliumtemperatur $T = 4,2$ K und einem Strom von $I = 10$ nA. Der Krümmungsradius beträgt $10,5 \mu\text{m}$. Der Hallstreifen hat eine Breite von $12 \mu\text{m}$ bei einem Kontaktabstand (Mitte-Mitte) von $12 \mu\text{m}$. Für einen Drehwinkel von $\phi = 0^\circ$ wurden sowohl beide Hallwiderstände R_{1H} , R_{2H} als auch beide Längswiderstände R_{1xx} , R_{2xx} gemessen. Wie zu erwarten war, sind beide Hallwiderstände nahezu identisch. Nach der Kirchhoff'schen Maschenregel sollte dies auch für die Beträge der Längswiderstände gelten. Hier gibt es jedoch deutliche Abweichungen. Der Widerstand R_{1xx} ist bei $B = 0$ etwa einen Faktor 2 kleiner als R_{2xx} .

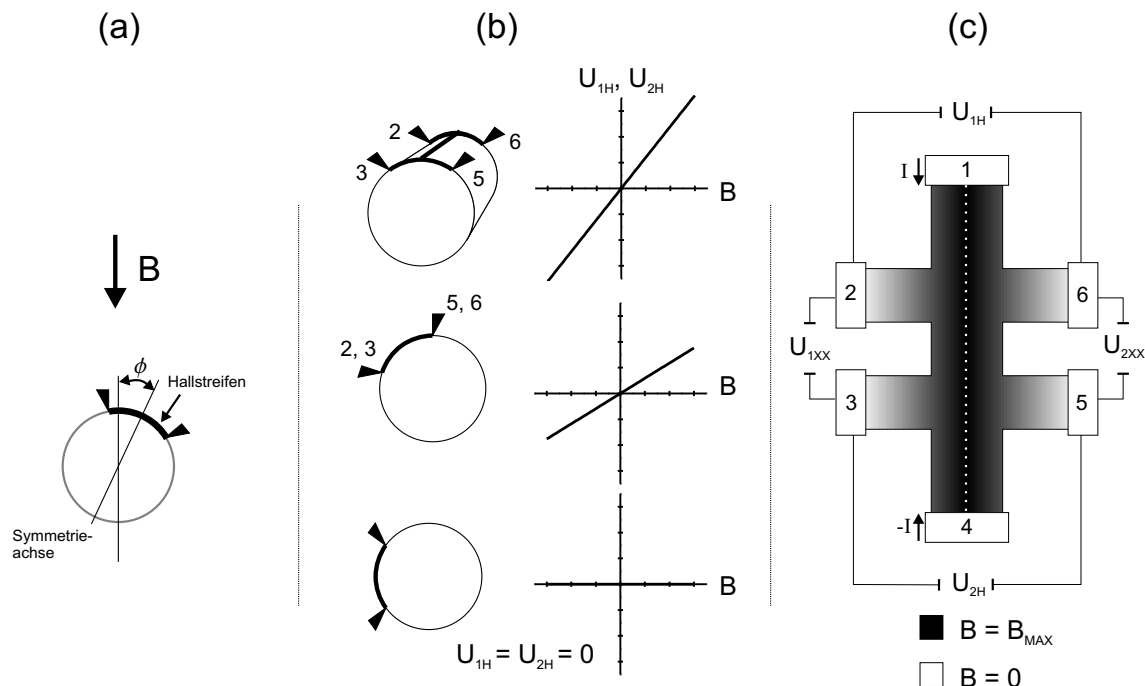


Abb. 37: Teil (a) der Schemazeichnung zeigt ein Skizze zur Definition des Drehwinkels ϕ zwischen Lot und Symmetrieachse des Hallstreifens (weiße gepunktete Linie in (c)). Der zweite Teil (b) der Abbildung zeigt die Hallspannungen für verschiedene Orientierungen des Hallstreifens im externen Magnetfeld. Aus Symmetriegründen müssen U_{1H} und U_{2H} für alle Orientierungen gleich sein, ebenso wie die Beträge der Längsspannungen U_{1xx} und U_{2xx} . (c) Die Modulationsrichtung des Magnetfeldes und die Stromrichtung verlaufen in dieser Orientierung des Hallstreifens parallel. Der Farbverlauf skizziert die Modulationsrichtung des Magnetfeldes. Darüber hinaus sind hier die Bezeichnungen der Kontakte und Spannungen angegeben.

Darüber hinaus zeigt R_{2xx} deutlich stärkere SdH-Oszillationen. R_{1xx} hat einen starken negativen Magnetowiderstand. Ebenso sind die SdH-Oszillationen stark gedämpft. Die Ladungsträgerdichte wurde aus den SdH-Oszillationen beider Widerstände zu $4,4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (R_{2xx}) bzw. $3,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (R_{1xx}) bestimmt. Es gibt hier eine deutliche Abweichung von etwa 15 %. Wir erklären uns diese Abweichung vom erwarteten Verhalten mit einem fehlerhaften Kontakt. Im weiteren Verlauf des Experiments stieg der Kontaktwiderstand eines Spannungsabgriffs deutlich an, bis schließlich der ohmsche Kontakt zum Elektronensystem zusammenbrach. Es handelte sich um einen Kontakt, über welchen R_{1xx} und R_{1H} gemessen wurden. Es ist daher davon auszugehen, dass dieser Kontakt bereits beim Abkühlen der Probe fehlerhaft war und so die in Abb. 38(d) gezeigte Abweichung bei R_{1xx} begründete. Darüber hinaus zeigt auch R_{1H} eine leichte Abweichung vom linearen Verlauf gegenüber R_{2H} (Abb. 38(c)).

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die im Vergleich zu Hallstreifen entlang der Krümmung deutlich filigranere Struktur die Präparation von Hallstreifen entlang

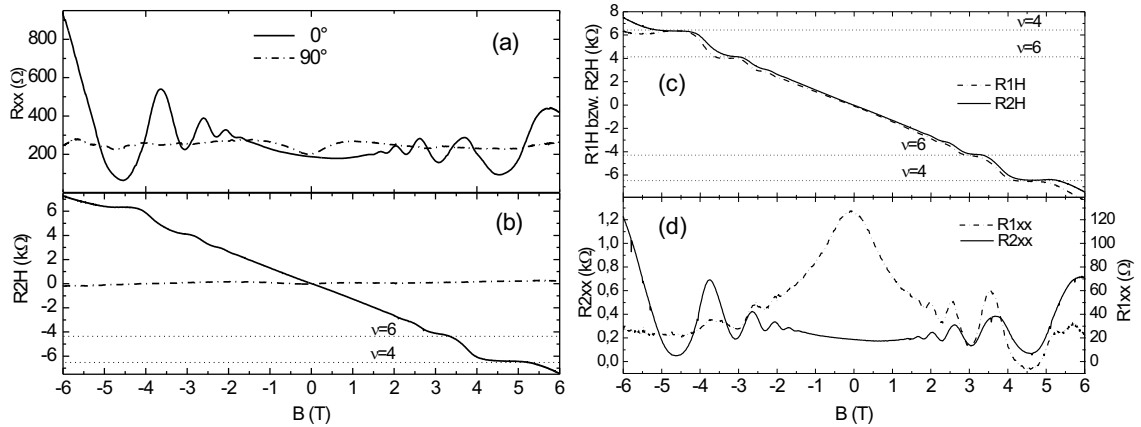


Abb. 38: (a),(b) Längswiderstand R_{xx} und Hallwiderstand R_{1H} eines entlang der Röllchenachse orientierten Hallstreifens aus Probe #1361. Die durchgezogene Linie zeigt die Widerstände bei einem Drehwinkel von $\phi = 0^\circ$, die strichpunktierte Linie bei $\phi = 90^\circ$. Bei $\phi = 0^\circ$ liegt die maximale senkrechte Magnetfeldkomponente auf der Symmetrieachse des Hallstreifens (vgl. Abb. 37). Der Hallwiderstand weist hier die maximale Steigung auf und zeigt Plateaus bei den von Klitzing-Widerstandswerten. Der Längswiderstand zeigt ausgeprägte SdH-Oszillationen. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 90^\circ$ ist der Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation auf der Symmetrieachse positioniert. In diesem Fall ist die Hallsteigung null. Die Oszillationen im Längswiderstand sind stark gedämpft und wandern zu höheren Feldern. (c)(d) Hallwiderstände R_{1H} , R_{2H} sowie Längswiderstände R_{1xx} und R_{2xx} bei $\phi = 0^\circ$.

der Röllchenachse sehr schwierig macht und die Ausbeute mindert. Insbesondere stellen die einlegierten ohmschen Kontakte eine Schwachstelle dar. Es ist notwendig, die Kontakte nahe am Hallstreifen zu platzieren, um den Einfluss der Magnetfeldmodulation entlang der 2DES-Zuleitungen zu minimieren. Um die Kontaktierung aller Rand- und Driftzustände für alle Orientierungen im Magnetfeld sicherzustellen, müssen insbesondere Source- und Drainkontakt direkt am Hallstreifen liegen (vgl. Abb. 19). Das wiederum hat zur Folge, dass die Kontakte aus Platzgründen sehr klein dimensioniert werden müssen, womit die Fehleranfälligkeit steigt. Darüber hinaus hat sich auch gezeigt, dass die Proben sehr anfällig auf Temperaturänderungen reagieren, was vermutlich auf Verspannungen, hervorgerufen durch unterschiedliche Wärmeausdehnungskoeffizienten (Kontaktmaterial/Kristalllamelle), zurückzuführen ist. Diese Anfälligkeit setzt die Ausbeute noch weiter herab.

Die Magnetotransportdaten eines Hallstreifens entlang der Röllchenkrümmung zeigt Abb. 39. Hier sind die Längswiderstände für verschiedene Drehwinkel dargestellt. Es handelt sich wiederum um Messungen an Probe #1361-B2. Zur besseren Übersicht sind die Kurven vertikal verschoben. Der Drehwinkel ist jeweils unter der Kurve vermerkt. Der Röllchenradius beträgt $R = 10,5 \mu\text{m}$, d.h. bei einer Breite des Hallstreifens von $12 \mu\text{m}$ überstreicht dieser also einen Winkelbereich von 66° . Für einen Rotationswinkel von $\phi = 0^\circ$ (Magnetfeldmaximum auf der Symmetrieachse)

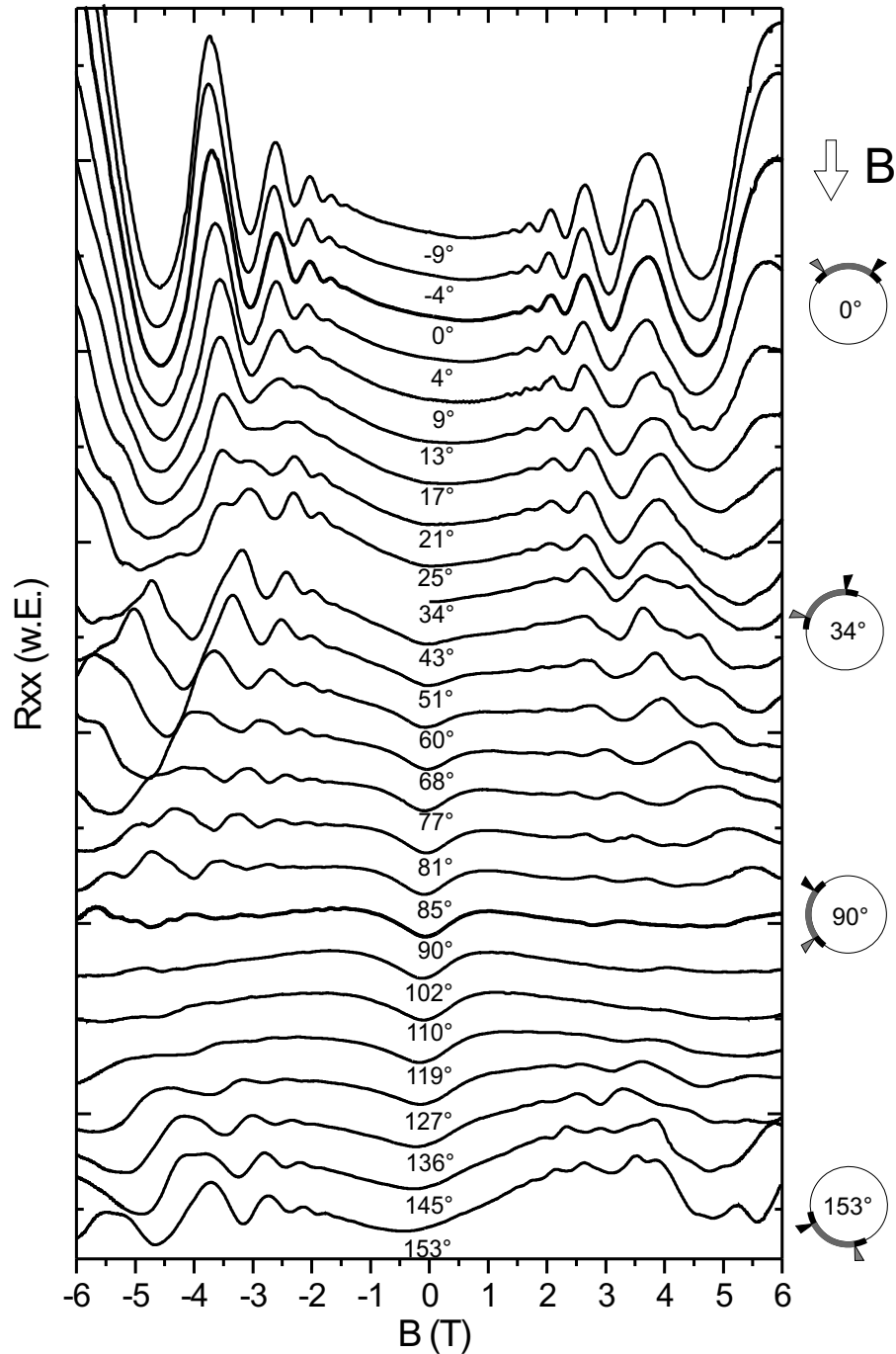


Abb. 39: Längswiderstand R_{2xx} (vgl. Abb. 38) des Hallstreifens #1361-B2 entlang der Röllchenachse mit Magnetfeldmodulation quer zur Stromrichtung. Die Kurven sind zur besseren Übersicht vertikal verschoben und mit den jeweiligen Drehwinkeln bezeichnet. Der Längswiderstand zeigt für Drehwinkel nahe an der symmetrischen Orientierung bei $\phi = 0^\circ$ ausgeprägte SdH-Oszillationen, welche bei Drehung der Probe zu $\phi = 90^\circ$ gedämpft werden und zu höheren Magnetfeldern schieben.

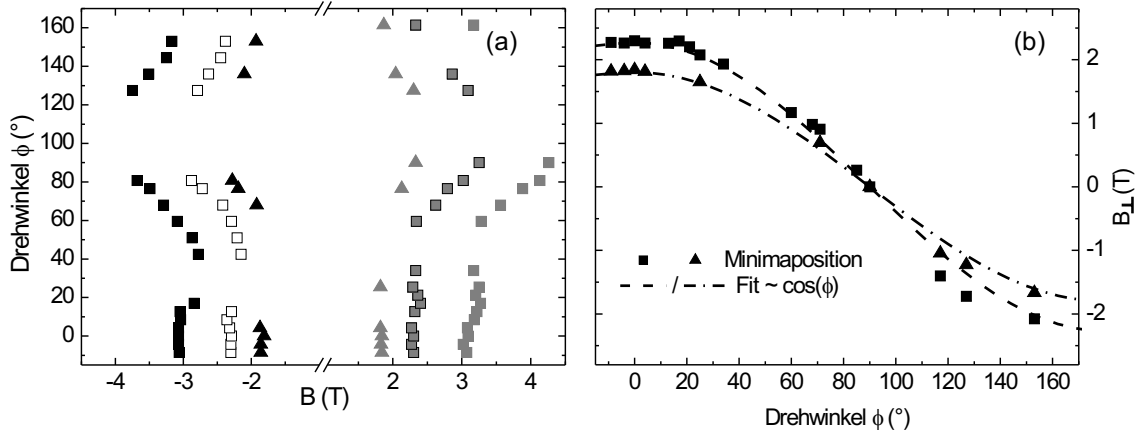


Abb. 40: (a) Position der SdH-Minima aus Abb. 39 aufgetragen gegen das Magnetfeld. Die Minima schieben bei Drehung der Probe zu größeren externen Magnetfeldern. Aufgrund der Symmetrie der Anordnung kehrt sich dieses Verhalten bei $\phi = 90^\circ$ um. (b) zeigt den Abstand zweier Minima aus (a) aufgetragen gegen die senkrechte Magnetfeldkomponente für verschiedene Drehwinkel. Es zeigt sich hier eine klare $\cos(\phi)$ -Abhängigkeit.

sind starke Oszillationen mit einer $1/B$ -Periode zu erkennen. Eine Phasenverschiebung weg von der symmetrischen Orientierung bedingt eine schwache Dämpfung der Oszillationen sowie eine Verschiebung der Minima zu höheren Magnetfeldern, was qualitativ gut zu den in Abschnitt 4.1.4 aufgeführten Betrachtungen zu SdH-Oszillationen in aufgebotenen Landauniveaus passt. Ab einem Drehwinkel von etwa 33° verlässt das Maximum der Magnetfeldmodulation den $12 \mu\text{m}$ breiten Bereich des Hallstreifens, was zu einer stärkeren Verschiebung der Minimapositionen führt. Die Dämpfung nimmt ebenso zu, bis sie ihr Maximum bei einem Drehwinkel von $\phi = 90^\circ$ (Nulldurchgang auf Symmetrieachse) erreicht. Entsprechend der Symmetrie der Anordnung nimmt die Dämpfung für Drehwinkel $\phi > 90^\circ$ wieder ab und die Oszillationen wandern zu kleineren Magnetfeldern.

Zur genaueren Analyse sind die Positionen der SdH-Minima in Abb. 40(a) gegen den Drehwinkel aufgetragen. Es ist hier gut zu erkennen, dass die Minima für kleine Drehwinkel ihre Position kaum verändern. Ab etwa 30° beginnen sie dann, zu größeren externen Magnetfeldern zu schieben. In Abb. 40(b) ist die Position der Minima aus (a) bei $B_{\phi=0} \approx 1,8 \text{ T}$ und $B_{\phi=0} \approx 2,3 \text{ T}$ in Abhängigkeit des Drehwinkels gegen die senkrechte Magnetfeldkomponente auf dem Hallstreifen aufgetragen. Die Linien zeigen eine Funktion $f(\phi) \sim B(\phi = 0^\circ) \cdot \cos(\phi)$. Man kann hier deutlich erkennen, dass die Position der Minima auch in dieser Orientierung des Hallstreifens vom Betrag der senkrechten Magnetfeldkomponente, repräsentiert durch den Term $B \cdot \cos(\phi)$, bestimmt wird.

Ein dazu passendes Verhalten zeigt auch der Hallwiderstand R_H . Abbildung 41(a) zeigt exemplarisch vier Messungen an #1361-B2 bei verschiedenen Drehwinkeln. Die

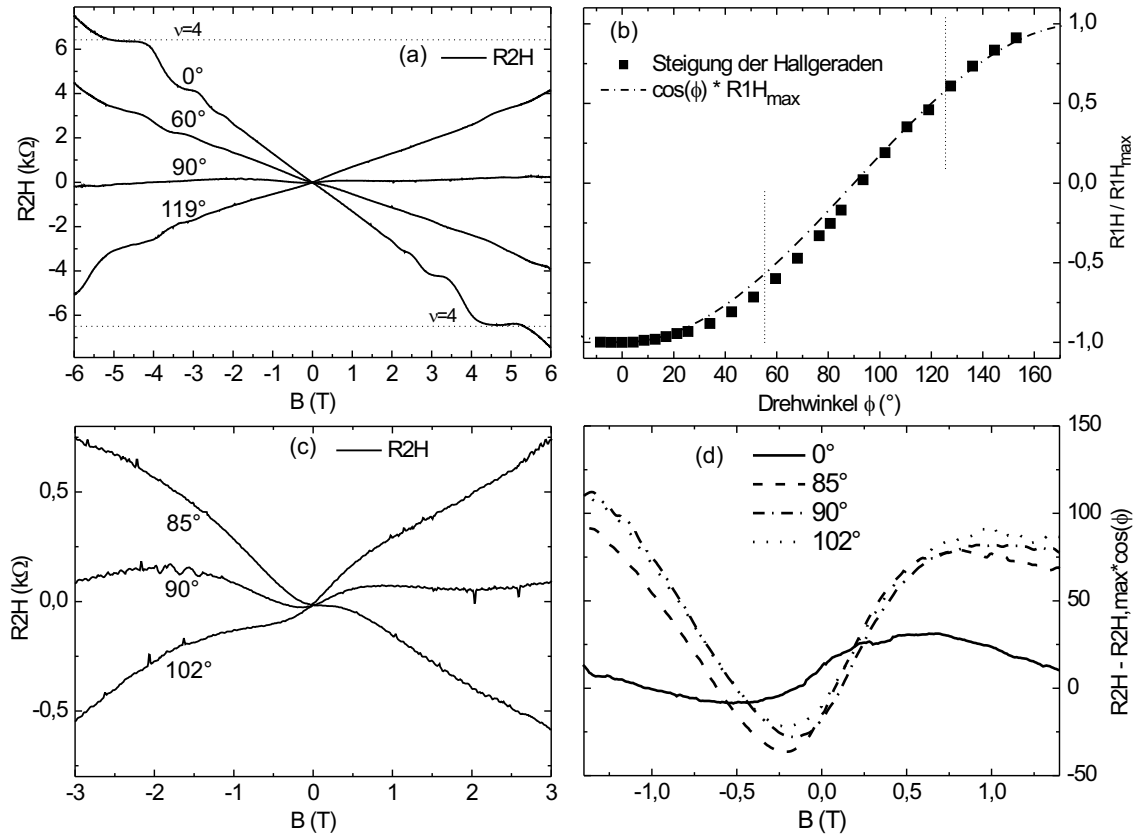


Abb. 41: Magnetotransportmessungen an Probe #1361-B2. (a) Hallgeraden für verschiedene Drehwinkel ϕ . Die maximale Steigung liegt in der symmetrische Orientierung bei 0° vor. Die Steigung nimmt mit Drehung der Probe ab, bis sie bei 90° null wird. (b) Normierter Hallwiderstand in Abhängigkeit vom Drehwinkel ϕ . Der Bereich zwischen den Strichen markiert den Winkelbereich, in dem sich der Nulldurchgang der Modulation auf dem Hallstreifen befindet. Die Steigung zeigt eine klare $\cos(\phi)$ -Abhängigkeit. (c) Hallmessungen für Drehwinkel nahe $\phi = 90^\circ$. Es sind Abweichungen vom linearen Verlauf zu erkennen. (d) Normierter Hallwiderstand R_{2H} . Eine Abweichung vom linearen Verlauf ist auch für $\phi = 0^\circ$ erkennbar.

Steigungen der Hallgeraden ändern sich mit Rotation der Probe im Magnetfeld. Abb. 41(b) zeigt die normierte Steigung des Hallwiderstands in Abhängigkeit des Drehwinkels. Die Steigung wurde dabei jeweils durch eine lineare Regression im klassischen Bereich der Hallgerade ermittelt. Auch hier zeigt sich eine klare $\cos(\phi)$ -Abhängigkeit, wie man sie für flache 2DES und auch für die A2DES mit Magnetfeldmodulation entlang der Hallstreifenrichtung findet. Aus der maximalen Steigung haben wir eine Ladungsträgerdichte von $N_S = 4,7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ermittelt. Es gibt hier eine Abweichung zu der Ladungsträgerdichte $N_S = 4,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, welche aus dem Abstand der SdH-Oszillationen bei $\phi = 0^\circ$ ermittelt wurde. Die Abweichung kann damit erklärt werden, dass in dieser Konstellation die Magnetfeldwerte,

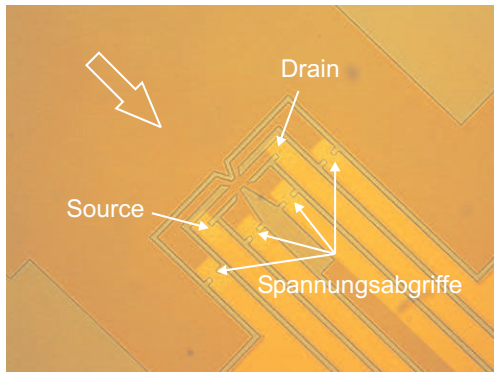


Abb. 42: Kontaktgeometrie der Probe #1361-B2 im unaufgerollten Zustand. Bei dieser Probe sind die stromtreibenden Kontakte Source und Drain bis an den Hallstreifen geführt. Die Spannungsabgriffe werden mit 2DES-Zuleitungen aus dem Röllchen herausgeführt. Der Blockpfeil deutet die Rollrichtung an.

welche die Hallsteigung definieren bzw. für die Positionen der SdH-Minima verantwortlich sind, aufgrund der Modulation nicht notwendigerweise identisch sein müssen. Geht man davon aus, dass die Hallspannung durch das gemittelte Magnetfeld über die Breite des Hallstreifens bestimmt wird, beträgt dieses in symmetrischer Orientierung ($\phi = 0^\circ$) 95% des Maximalwerts. Bezieht man diese Abweichung in die Bestimmung von N_S aus der Hallsteigung mit ein, ergibt sich die Ladungsträgerdichte zu $N_S = 4,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Eine Korrektur kann ebenso für die Minimapositionen in B der SdH-Oszillationen notwendig werden, was sich dann ebenfalls in N_S widerspiegelt. Für die Beweglichkeit ergibt sich ein Wert von $70.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Abbildung 41(c) zeigt einen vergrößerten Ausschnitt der Hallwiderstände für die Drehwinkel $\phi = 85^\circ, 90^\circ$ und 102° im Bereich kleiner Magnetfelder um $B = 0 \text{ T}$. Bei diesen Drehwinkeln befindet sich der Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation auf bzw. dicht neben der Symmetrieachse des Hallstreifens. In Analogie zu Experimenten von Nogaret et al. erwarten wir hier Signaturen im Magnetowiderstand, die auf Snake Orbits hinweisen. In den vorgestellten Messungen des Längswiderstandes (Abb. 39) ist für Werte von ϕ zwischen 60° und 127° (Modulationsnulldurchgang auf dem Hallstreifen) ein positiver Magnetowiderstand im Bereich um $B = 0 \text{ T}$ zu erkennen. Diese Signatur kann auch in den Hallwiderständen in Abb. 41(c) als Abweichung vom linearen Verlauf wiedergefunden werden. In Abb. 41(d) wurde $R_{1H,max} \cdot \cos(\phi)$ von den Kurven aus (c) subtrahiert, um einen Vergleich mit Messungen bei größeren Hallsteigungen zu ermöglichen. Ein Vergleich mit den ebenfalls gezeigten Daten für $\phi = 0^\circ$ zeigt, dass auch für $\phi = 0^\circ$ eine Abweichung vom linearen Verlauf vorliegt, obwohl Snake Orbits in dieser Orientierung nicht vorhanden sind. Wir können daher die für $\phi = 85^\circ, 90^\circ$ und 102° gefundenen Signaturen nicht zweifelsfrei den Snake Orbits zuordnen. Darüber hinaus wurde ein solches Verhalten bisher nicht an anderen Proben beobachtet. Wir vermuten, dass es sich hierbei um einen Einfluss der Messgeometrie handelt. Die gezeigten Messungen wurden an einem Hallstreifen gemacht, wo nur Source und Drain mit metallischen ohmschen Kontakten bis an den Streifen geführt wurden (Abb. 42). Die Spannungsabgriffe hingegen wurden als 2DES-Zuleitungen aus dem Röllchen herausgeführt und außerhalb mit einlegierten Kontakten angeschlossen. Wir können daher einen Einfluss der 2DES-Zuleitungen nicht ausschließen.

Gleichstrommessungen

Im folgenden Teil werden Gleichstrommessungen in Analogie zu [Nog00, Nog03] an Hallstreifen entlang der Röllchenachse vorgestellt. Die Gleichstrommessungen wurden durchgeführt, um einen Einfluss der Stromrichtung auf den Magnetotransport zu untersuchen. Gleichstrommessungen sind in ihrer Durchführung deutlich anspruchsvoller als Wechselstrommessungen mit Standard Lock-In Technik. Der wohl gravierendste Unterschied ist die im Vergleich zu Wechselstrommessungen ineffektivere Rauschunterdrückung bei Gleichstrommessungen. Das zu messende Signal ist überlagert von Gleichspannungsanteilen, wie Induktionsspannungen und Kontaktspannungen zwischen dem zweidimensionalen Elektronensystem und den metallischen Kontakten. Aus diesem Grund haben wir differentiell und schrittweise bei festen Magnetfeldwerten gemessen. Es war uns so zwar möglich, das Signal vom Rauschen zu trennen, jedoch erreichen die Gleichstrommessungen nicht die Qualität der Messungen mit Lock-In Technik, was natürlich einen Nachteil bei der Suche nach sehr kleinen Signaturen im Magnetowiderstand darstellt.

Abbildung 43(a) zeigt Gleichstrommessungen des Längswiderstands an Probe #1361-A3. Der Hallstreifen entlang der Röllchenachse hat eine Breite von $12 \mu\text{m}$. Er überdeckt bei einem Röllchenradius von $R = 10 \mu\text{m}$ einen Winkelbereich von etwa 69° . Die Messungen wurden bei $T = 4,2 \text{ K}$ und einem Source-Drain-Strom in Höhe von $I = 15 \text{ nA}$ durchgeführt. Der Strom wurde hier im Vergleich zu vorangegangenen Messungen größer gewählt, um ein stärkeres Signal zu erhalten. Die zur Orientierung verwendeten Winkelangaben entsprechen der Notation, welche in Abb. 37 vorgestellt wurde. Die Messungen zeigen auch das bereits durch Wechselstrommessungen (Abb.39) bekannte Verhalten. Für Orientierungen, bei denen das Maximum der Magnetfeldmodulation auf dem Hallstreifen positioniert ist ($\phi = 9^\circ$ bis 36°), sind deutliche SdH-Oszillationen erkennbar. Für Drehwinkel $\phi > 36^\circ$ schieben die Minima dieser Oszillationen zu höheren Magnetfeldern, verschmieren und werden gedämpft, was konform zu den Betrachtungen in Abschnitt 4.1.4 ist. Entsprechend der Symmetrie der Anordnung kehrt sich dieses Verhalten bei $\phi = 90^\circ$ um. Ab $\phi = 144^\circ$ treten dann wieder deutlich Shubnikov-de Haas-Oszillationen zum Vorschein.

In den Abb. 43(b) und (c) sind die Minimapositionen in Abhängigkeit des Drehwinkels gegen das externe Magnetfeld B bzw. gegen die senkrechte Magnetfeldkomponente B_\perp aufgetragen. In (b) ist deutlich das drehwinkelabhängige Schieben der Minimapositionen zu höheren Magnetfeldern zu erkennen, dem in (c) eine klare $\cos(\phi)$ -Abhängigkeit zugeordnet werden kann. Die gepunkteten senkrechten Linien in Abb. 43(c) markieren den Winkelbereich, in dem der Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation auf dem Hallstreifen positioniert ist. Hier sollten also Snake Orbits am Stromtransport durch die Probe beteiligt sein. Tatsächlich ist in diesem Bereich ein Abweichen der Lage der Minimapositionen vom $\cos(\phi)$ -Verlauf erkennbar. Inwieweit dies den Snake Orbits zuzuordnen ist, sollen die Betrachtungen der Hallwiderstände zeigen, da analog zu den Längswiderständen auch hier eine Abweichung vom normalen Verlauf erwartet wird.

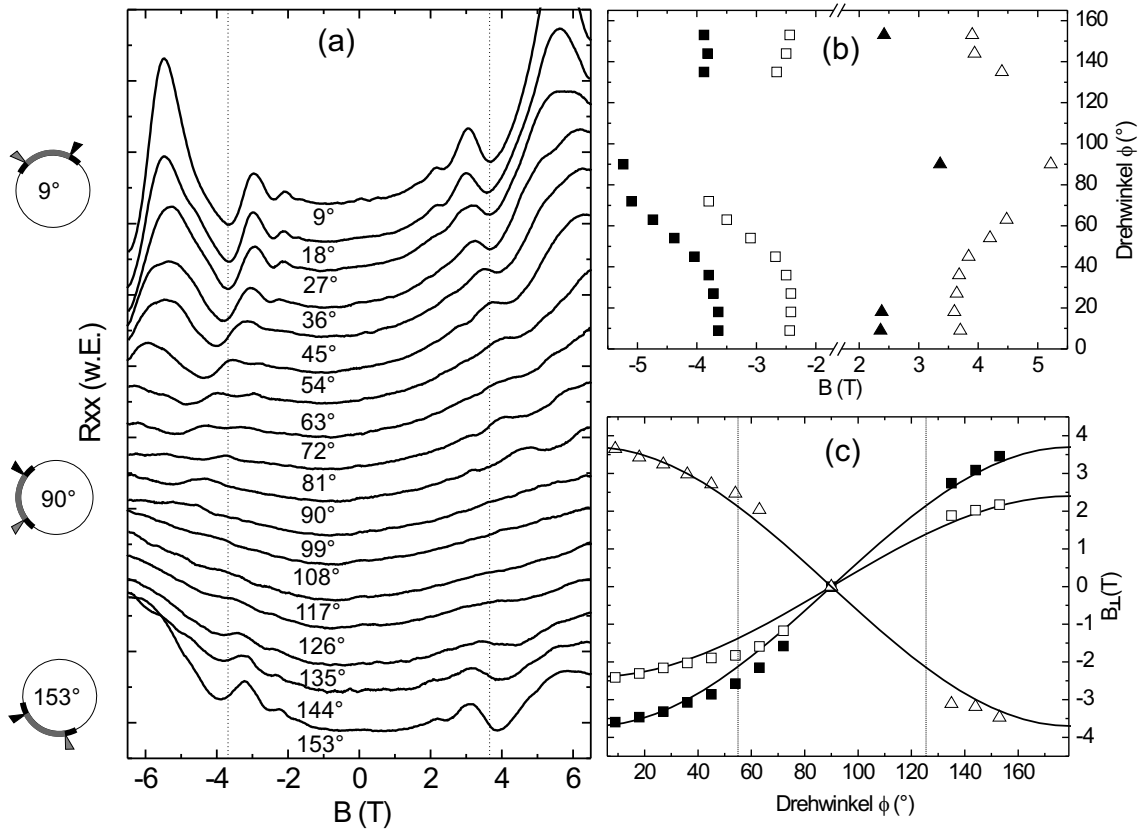


Abb. 43: Gleichstrommessungen an einem Hallstreifen entlang der Röllchenachse (#1361-A3). (a) Längswiderstand für verschiedene Drehwinkel $\phi = 0^\circ$ im Bereich von 9° bis 153° . Bei $\phi = 9^\circ$ sind deutliche SdH-Oszillationen zu erkennen, deren Minima für größer werdende Drehwinkel zu höheren Feldern schieben. Dieser Effekt kehrt sich bei $\phi = 90^\circ$ um. (b) Position der Minima der SdH-Oszillationen aufgetragen gegen das externe Magnetfeld. (c) Bei Auftragung der Minimapositionen gegen das senkrechte Magnetfeld wird eine klare $\cos(\phi)$ -Abhängigkeit sichtbar.

Abbildung 44(a) und (b) zeigen exemplarisch die Hallwiderstände R_{1H} und R_{2H} für einen Drehwinkel ϕ . Die maximale Hallsteigung wird in der symmetrischen Orientierung bei $\phi = 0^\circ$ erwartet. Dieser Winkel konnte bei den Messungen probenbedingt nicht erreicht werden. Dargestellt ist der Hallwiderstand bei $\phi = 9^\circ$, aus dessen Steigung unter Berücksichtigung des über die Breite des Hallstreifens gemittelten Magnetfeldes eine Ladungsträgerdichte von $N_S = 4,6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ berechnet wurde. Diese stimmt gut mit den bisher für Probe #1361 bestimmten Werten überein.

In Abb. 44(a) ist für R_{1H} für alle dargestellten Hallwiderstände eine Abweichung vom linearen Verlauf im Bereich positiver externer Magnetfelder zu erkennen. Da diese Abweichung nicht mit dem Drehwinkel korreliert, kann dies nicht stromführenden Zuständen am Nulldurchgang der Modulation zugeordnet werden. Darüber hinaus

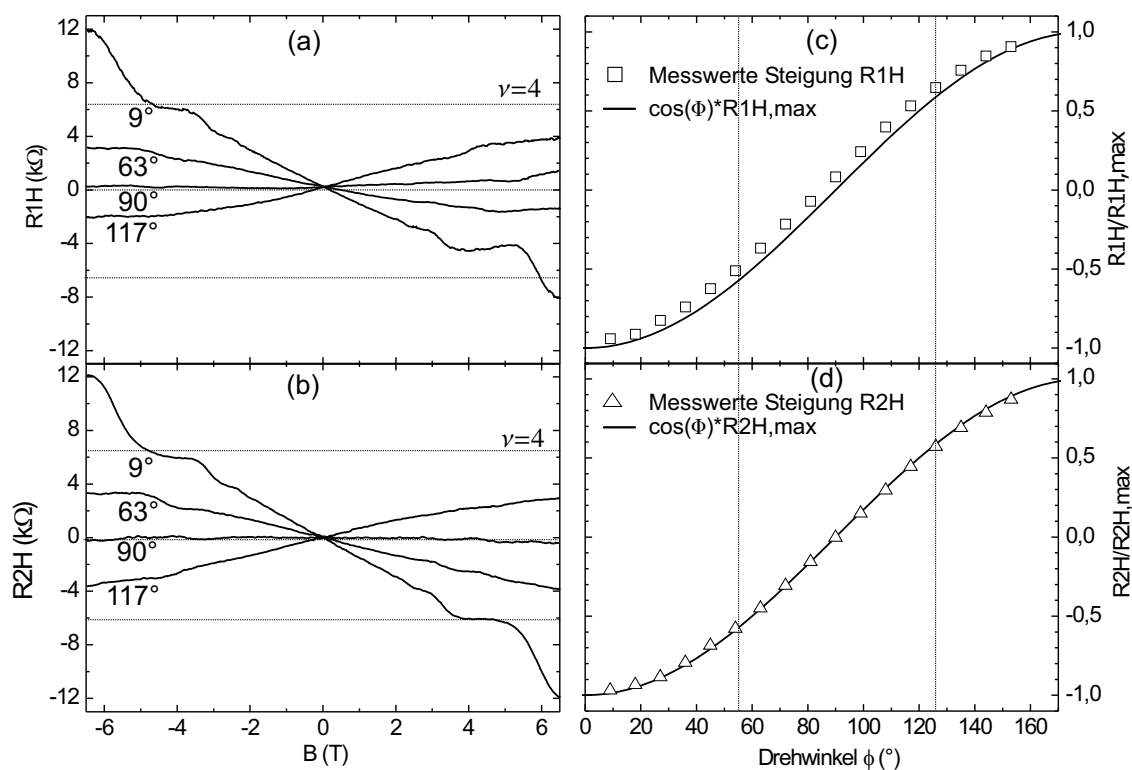


Abb. 44: Hallwiderstandsmessungen an #1361-A3. (a,b) Hallgeraden für verschiedene Drehwinkel $\phi = 9^\circ, 63^\circ, 90^\circ, 117^\circ$. Die maximale Steigung würde in der symmetrischen Orientierung bei 0° vorliegen. Die Steigung der Messung bei $\phi = 9^\circ$ beträgt etwa 93% des Maximalwerts. Die Steigung nimmt mit Drehung der Probe ab bis sie bei 90° null wird. Symmetriebedingt nimmt die Steigung dann wieder zu. (c,d) Normierter Hallwiderstand in Abhängigkeit vom Drehwinkel ϕ . Die senkrechten Striche markieren den Winkelbereich, für welchen sich der Nulldurchgang der Modulation auf dem Hallstreifen befindet. Die Steigung zeigt eine klare $\cos(\phi)$ -Abhängigkeit.

sollte eine Abweichung vom erwarteten Verlauf natürlich in beiden Hallwiderständen sichtbar sein, da diese aus Symmetriegründen identisch sein müssen. In den Abb. 44(c) und (d) sind die Hallsteigungen in Abhängigkeit des Drehwinkels sowohl für R_{1H} als auch für R_{2H} aufgetragen. Der Winkelbereich mit Nulldurchgang auf dem Hallstreifen ist durch senkrechte Linien markiert. Hier ist wiederum eine klare $\cos(\phi)$ -Abhängigkeit der Steigung erkennbar. In (c) zeigt sich eine leichte Abweichung über den gesamten Winkelbereich, die wir der Nichtlinearität von R_{1H} im Bereich positiver Felder zuschreiben. Dieses Verhalten wurde wahrscheinlich durch einen hochohmigen Kontakt hervorgerufen. Eine signifikante Abweichung der Hallsteigungen für den markierten Winkelbereich mit Nulldurchgang auf dem Hallstreifen kann in Analogie zu den Minimapositionen der SdH-Oszillationen nicht erkannt werden. Abbildung 45 zeigt in Analogie zu Abb. 41(c) eine vergrößerte Darstellung der Hallwiderstände im Bereich kleiner Magnetfelder für Drehwinkel von

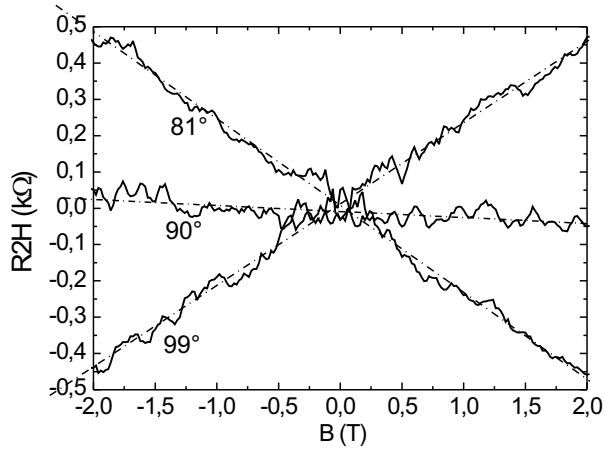


Abb. 45: Gleichstrommessungen an einem Hallstreifen entlang der Röllchenachse: Hallmessungen für Drehwinkel $\phi = 81^\circ, 90^\circ, 99^\circ$. Die strichpunktierten Linien stellen die Regressionsgeraden der jeweiligen Messung dar. Es sind hier keine Abweichungen vom linearen Verlauf zu erkennen. Aufgrund des schlechten Signal-Rausch-Verhältnisses können auch keine Aussagen zu Snake Orbit-Signaturen gemacht werden.

$\phi = 81^\circ, 90^\circ, 99^\circ$. Die strichpunktierten Linien sind die Regressionsgeraden zu den jeweiligen Messungen. Hier zeigt sich ein großer Nachteil der Gleichstrommessungen. Trotz des großen messtechnischen Aufwands ist das Signal-Rausch-Verhältnis deutlich schlechter als bei Wechselstrommessungen. Man kann zwar in Abb.45 gut den grundsätzlich linearen Verlauf des Hallwiderstands im Bereich kleiner Felder erkennen, es ist jedoch aufgrund des Rauschens nicht möglich, kleine Signaturen oder Abweichungen zweifelsfrei zu detektieren.

Eine weitere Abweichung soll im Folgenden diskutiert werden. Wie oben erwähnt, wurde eine Ladungsträgerdichte aus der Hallsteigung in Höhe von $N_S = 4,6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ berechnet. Bestimmt man die Ladungsträgerdichte aus dem Abstand der Minima des SdH-Oszillationen, folgt ein Wert von $N_S = 3,3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, was einem Fehler von etwa 30% entspricht. Diese große Abweichung könnte für eine Parallellleitung sprechen. Hierfür wurden jedoch keine weiteren Hinweise gefunden. Eine Fourieranalyse der Oszillationen des Längswiderstandes ergab, dass nur eine Oszillationsfrequenz vorhanden ist, die zu der berechneten Ladungsträgerdichte führt. Dabei ist jedoch zu beachten, dass diese Fourieranalyse aufgrund der geringen Anzahl der Oszillationen nur eine geringe Aussagekraft hat. Trotzdem ist die Wahrscheinlichkeit, dass hier eine Parallellleitung vorliegt als gering anzusehen. Diese beobachtete Abweichung in N_S ist bislang nicht geklärt. Nimmt man als Ladungsträgerdichte den Wert ermittelt aus der Hallsteigung an, ergibt sich für die Beweglichkeit der Ladungsträger ein Wert von $36.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Dieser Wert liegt zwar am unteren Rand, aber immer noch im Bereich der für #1361 bestimmten Ladungsträgerbeweglichkeiten.

Der Vergleich mit den Wechselstrommessungen ergibt, dass wir zunächst keine neuen Informationen aus den Gleichstrommessungen gewinnen können. Die Magnetowiderstände zeigen grundsätzlich ein identisches Verhalten. Aufgrund des schlechten Signal-Rausch-Verhältnisses der Gleichstrommessungen ist es uns bislang leider nicht gelungen, die Auflösung der Messungen mit Lock-In Technik zu erreichen. Es kann daher nicht abschließend beurteilt werden, ob die mit Gleichstromtechnik und mit

Wechselstromtechnik ermittelten Spannungen Abweichungen aufweisen.

Fazit

Die Erkenntnisse dieses Abschnittes können folgendermaßen zusammengefasst werden: Es ist gelungen, Hallstreifen entlang der Röllchenachse zu präparieren und sowohl mit Standard Lock-In Technik als auch mit Gleichstromtechnik zu vermessen. Die mit beiden Messtechniken ermittelten Magnetowiderstände zeigen bislang ein grundsätzlich identisches drehwinkelabhängiges Verhalten. Wir finden im Längswiderstand bei einem Drehwinkel von $\phi = 0^\circ$ ausgeprägte Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Die Minima der Oszillationen schieben für größer werdende Drehwinkel zu höheren externen Magnetfeldern. Die Minimaposition kann durch eine $\cos(\phi)$ -Abhängigkeit beschrieben werden. Die SdH-Oszillationen werden gedämpft und zeigen ein bezüglich der Betrachtungen zu aufgebogenen Landauniveaus in Abschnitt 4.1.4 konformes Verhalten. Der Hallwiderstand wird durch die gemittelte senkrechte Magnetfeldkomponente zwischen den Spannungsabgriffen bestimmt und zeigt dementsprechend ebenfalls eine klare Abhängigkeit vom Cosinus des Drehwinkels. Es ist bisher nicht gelungen, Signaturen in Längs- oder Hallwiderstand zu finden, die zweifelsfrei Snake Orbits zugeordnet werden können.

Von Signaturen im Hallwiderstand, welche den Snake Orbits zugeordnet wurden, haben Nogaret und Mitarbeiter berichtet [Nog00, Nog03]. Es wurden dabei Hallstreifen verwendet, auf die ein schmaler ferromagnetischer Streifen präpariert wurde. Diese Ferromagneten sind entlang des Hallstreifens orientiert und bedecken etwa die Hälfte seiner Breite. Als Materialien wurden Eisen und Dysprosium verwendet. Bringt man dieses System in ein Magnetfeld, erfährt die senkrechte Magnetfeldkomponente eine Modulation. Abhängig von der Magnetisierung des Ferromagneten weist die senkrechte Magnetfeldkomponente dann einen Nulldurchgang auf. Mit diesem Aufbau wurden Signaturen im Hallwiderstand entdeckt, die mittels eines Modells von Reijniers [Rei00] simuliert und den Snake Orbits zugeordnet werden konnten. Diese Signaturen konnten sowohl im ballistischen als auch im diffusen Regime gezeigt werden, wobei Nogaret et al. feststellen, dass die Effekte im diffusen Regime verstärkt auftreten. Dies wird damit erklärt, dass bei einer kleinen Streuzeit τ der Elektronen die Snake Orbits auf einen schmalen Bereich lokalisiert sind, womit die Streuwahrscheinlichkeit, beispielsweise in Spannungsabgriffe, abnimmt. Bei steigendem τ (höheren Beweglichkeiten) werden die Bereiche der Snake Orbits größer und überlappen einander, was zu einem verschmierten Signal führt. Die starke Lokalisierung der Snake Orbits im diffusiven Regime führt damit gerade zu einem stärkeren Signal. Für unsere Systeme findet der Elektronentransport bei einer angenommenen Beweglichkeit von $50.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ und damit einer mittleren freien Weglänge von etwa $0,5 \mu\text{m}$ immer im diffusen Regime statt. Beide Systeme sind in diesem Punkt also vergleichbar. Als zweiter wichtiger Parameter muss natürlich auch die Stärke der Magnetfeldmodulation betrachtet werden. Bei unseren gleichmäßig gekrümmten Systemen erreichen wir eine Modulationsstärke am Nulldurchgang abhängig vom externen Magnetfeld in Höhe von $0,096 \cdot B_{max,extern} \frac{T}{\mu\text{m}}$ bei einem angenom-

menen Röllchendurchmesser von $10 \mu\text{m}$ und einer Hallstreifenbreite von $12 \mu\text{m}$. Die Magnetfeldmodulation bei den Experimenten von Nogaret et al. ist etwa eine Größenordnung größer. Aus den Diagrammen in [Nog00, Nog03] können Gradienten von $\frac{dB}{dx} = 2 - 10 \frac{\text{T}}{\mu\text{m}}$ abgeschätzt werden. Um eine solche Modulation mit unseren gekrümmten Systemen zu erreichen, wären externe Felder ab 20 T notwendig. Wahrscheinlich ist dies der Grund, warum Signaturen der Snake Orbits bisher von uns nicht aufgelöst werden konnten. Ein Lösungsansatz ist, die Modulationsstärke drastisch zu erhöhen, was über eine Verkleinerung der Röllchenradien möglich wäre. Zu diesem Zweck wurde ausgehend vom Aufbau der Probe #1361 versucht, die Dicke der Heterostruktur und damit auch den Radius der Röllchen zu verringern. Zu diesem Zweck wurden die Proben #1607, #1608, #1627, #1637 und #1638 gewachsen. Die drei letztgenannten Proben haben einen identischen Aufbau (siehe Anhang B). Sie haben einen Radius von $8 \mu\text{m}$ und unterscheiden sich in der Anzahl und Stärke der Si-Deltadotierungen. Die Proben #1607 und #1608 unterscheiden sich in den Schichtdicken. Die Radien betragen $6 \mu\text{m}$ bzw. $8 \mu\text{m}$. Aus allen Proben wurden mit Hilfe der 2-Schritt-Lithographie gekrümmte Hallstreifen hergestellt. Leider war das 2DES im aufgerollten Zustand bei $T = 4,2 \text{ K}$ bei allen Proben verarmt. Messungen konnten also nicht durchgeführt werden. Eine Möglichkeit, Schichtdicke und Radius zu verringern, könnte der Übergang zu einer neuen Heterostruktur sein. Hierzu wurde in ersten Rechnungen die Möglichkeit untersucht, eine HEMT-Struktur in die Röllchenwand zu integrieren. Bislang sind jedoch keine Proben dieser Art hergestellt worden.

Im folgenden Abschnitt dieser Arbeit werden Messungen an einer neuen Geometrie gezeigt. Bei der Untersuchung der in Abschnitt 4.1.5 vorgestellten Trajektorien unter Verwendung von entlang der Röllchenachse orientierten Hallstreifen tritt ein mögliches Problem auf. Die leitfähigen Zustände am Modulationsnulldurchgang verbinden in einem Hallstreifen entlang der Röllchenachse immer metallische Kontakte miteinander. Um einen Einfluss der metallischen Kontakte im Zusammenspiel mit den Snake Orbits oder Driftzuständen auszuschließen, wurde mit der van der Pauw-Lamelle versucht, diese Zustände direkt aus Randzuständen zu laden. Die Geometrie und die Messungen werden nun vorgestellt und diskutiert.

5.3 Gleichmäßig gekrümmte van der Pauw-Lamellen

In diesem Abschnitt werden Messungen an gleichmäßig gekrümmten van der Pauw-Lamellen vorgestellt. Die Lamellen wurden nach der in den Abschnitten 3 und 4.2.3 beschriebenen Methode präpariert. Bevor auf die Messungen genauer eingegangen wird, soll kurz die Experimentidee skizziert werden.

Ziel dieses Experiments war es, die Trajektorien entlang des Nulldurchgangs der Magnetfeldmodulation (siehe Abschnitt 4.1.5) gezielt aus Randzuständen zu laden und im Magnetotransport zu vermessen. Durch Drehen des Röllchens im externen Magnetfeld kann der Nulldurchgang der Modulation bezüglich der Symmetrieachse der Lamelle positioniert werden (Abb. 46(a)). Die Verwendung einer 4-Kontakt-Lamelle ermöglicht es nun, Kontakte gezielt durch Drehen der Probe im externen Magnetfeld miteinander zu verbinden. Das Prinzip ist in Abb. 46 dargestellt. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 0^\circ$ liegt das Maximum der senkrechten Magnetfeldkomponente auf der Symmetrieachse der Lamelle. Die senkrechte Magnetfeldkomponente hat auf der ganzen Lamelle das gleiche Vorzeichen, woraus klassisch ein gleicher Drehsinn der Elektronen, hervorgerufen durch die Lorentz-Kraft, resultiert. Mit Hilfe des Energiespektrums für ein gekrümmtes zweidimensionales Elektronensystem kann nun leicht hergeleitet werden, dass ein Stromtransport nur durch Randkanäle erfolgt (Abb. 19). Sofern MI1DES auftreten, tragen diese nicht zum Stromtransport bei, da sie in den stromtreibenden Kontakt reflektiert werden (Abb. 46(b) offene Pfeile). Die Magnetotransportcharakteristik von $R_{23,14}$ sollte hier also einem klassischen Längswiderstand mit SdH-Oszillationen entsprechen. Anders stellt sich die Situation nach einer Drehung um $\phi = 90^\circ$ dar. Ein entsprechendes Schema ist in Abb. 46(c) gezeigt. In dieser Konstellation liegt der Nulldurchgang der senkrechten Magnetfeldkomponente auf der Symmetrieachse. Dadurch hat die senkrechte Magnetfeldkomponente invertierte Vorzeichen beiderseits der Symmetrieachse, womit auch der Drehsinn der Ladungsträger invertiert ist. Am Nulldurchgang selbst sollten aufgrund der Krümmung des Elektronensystems leitfähige Zustände existieren (siehe Abschnitt 4.1.5). Diese neuen stromführenden Kanäle führen dazu, dass die Kontakte 1 und 3 bzw. 2 und 4 miteinander verbunden werden, was eine deutliche Änderung von $R_{23,14}$ hervorrufen sollte. Ein entsprechendes Schema ist in Abb. 46(c), gezeigt.

Im Folgenden werden Messungen an gleichmäßig gekrümmten van der Pauw-Lamellen in Längsgeometrie, d.h. Source-Drain $1 \rightarrow 4$, Spannungsabgriffe 2,3 (Abb. 46) gezeigt.

Messungen in Längsgeometrie

Eine Übersicht der Messungen in Längsgeometrie ist in Abb. 47 gezeigt. Es handelt sich um Messungen mit Standard Lock-In-Technik an Probe #1580-B7 ($R = 10 \mu\text{m}$) bei $T = 4,2 \text{ K}$ für verschiedene Drehwinkel. ϕ wurde dabei in 9° -Schritten von 0° bis 117° variiert. Der Probenstrom betrug $I = 10 \text{ nA}$. Das Länge-Breite-Verhältnis der Lamelle ist $\frac{l}{b} = 1$. Die Messungen sind zur besseren Übersicht vertikal

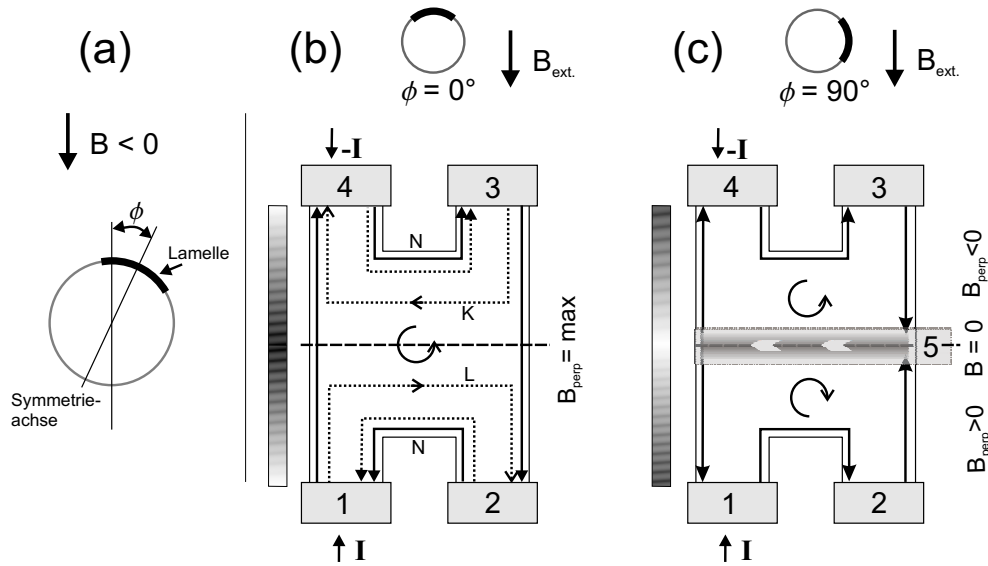


Abb. 46: (a) Skizze zur Definition des Drehwinkels ϕ zwischen Symmetrieachse der Lamelle und dem Lot. (b) zeigt das Randkanalschema nach dem Landauer-Büttiker-Formalismus für $\phi = 0^\circ$. Die senkrechte Magnetfeldkomponente ist an der Symmetrieachse maximal. Es existieren Kanäle am Rand der Probe. Zusätzlich treten MI1DES (offene Pfeile) auf, die jedoch nicht am Stromtransport von Source (1) nach Drain (4) beitragen. (c) zeigt schematisch das Verhalten für einen Drehwinkel von $\phi = 90^\circ$. In diesem Fall ist der Nulldurchgang der senkrechten Magnetfeldkomponente an der Symmetrieachse positioniert. Beiderseits des Nulldurchgangs hat die senkrechte Magnetfeldkomponente inverse Vorzeichen, was eine entgegengesetzte Ablenkung der Elektronen durch die Lorentzkraft begründet. Durch stromführende Kanäle entlang des Nulldurchgangs sind die Kontakte 1 und 3 bzw. 2 und 4 in dieser Konstellation direkt miteinander verbunden

verschoben. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 0^\circ$ zeigt der Magnetowiderstand $R_{23,14}$ wie erwartet ein symmetrisches Verhalten mit Shubnikov-de Haas-Oszillationen im Bereich höherer Magnetfelder. Aus der Periodizität der Oszillationen in $\frac{1}{B}$ wurde eine Ladungsträgerdichte von $N_S = 4,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bestimmt. Sobald durch Drehen des Röllchens im externen Magnetfeld das Maximum der senkrechten Magnetfeldkomponente die Symmetrieachse der Lamelle verlässt, zeigt $R_{23,14}$ ein asymmetrisches Verhalten. Im Bereich negativer Felder ist eine Steigung zu erkennen, die für einen Drehwinkel von $\phi = 90^\circ$ maximal wird. Bei diesem Winkel liegen Nulldurchgang und Symmetrieachse aufeinander. Im Bereich positiver Felder konvergiert der Magnetowiderstand gegen null. In Abb. 48(a) und (c) sind Messungen für den Bereich kleiner Magnetfelder sowie entsprechende FEM-Simulationen beispielhaft für drei Rotationswinkel gezeigt. Als Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit wurden $N_S = 4,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bzw. $\mu = 40.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ sowie ein Röllchenradius von $R = 10 \text{ }\mu\text{m}$ angenommen. Die Simulationsergebnisse stimmen gut mit den Messungen überein.

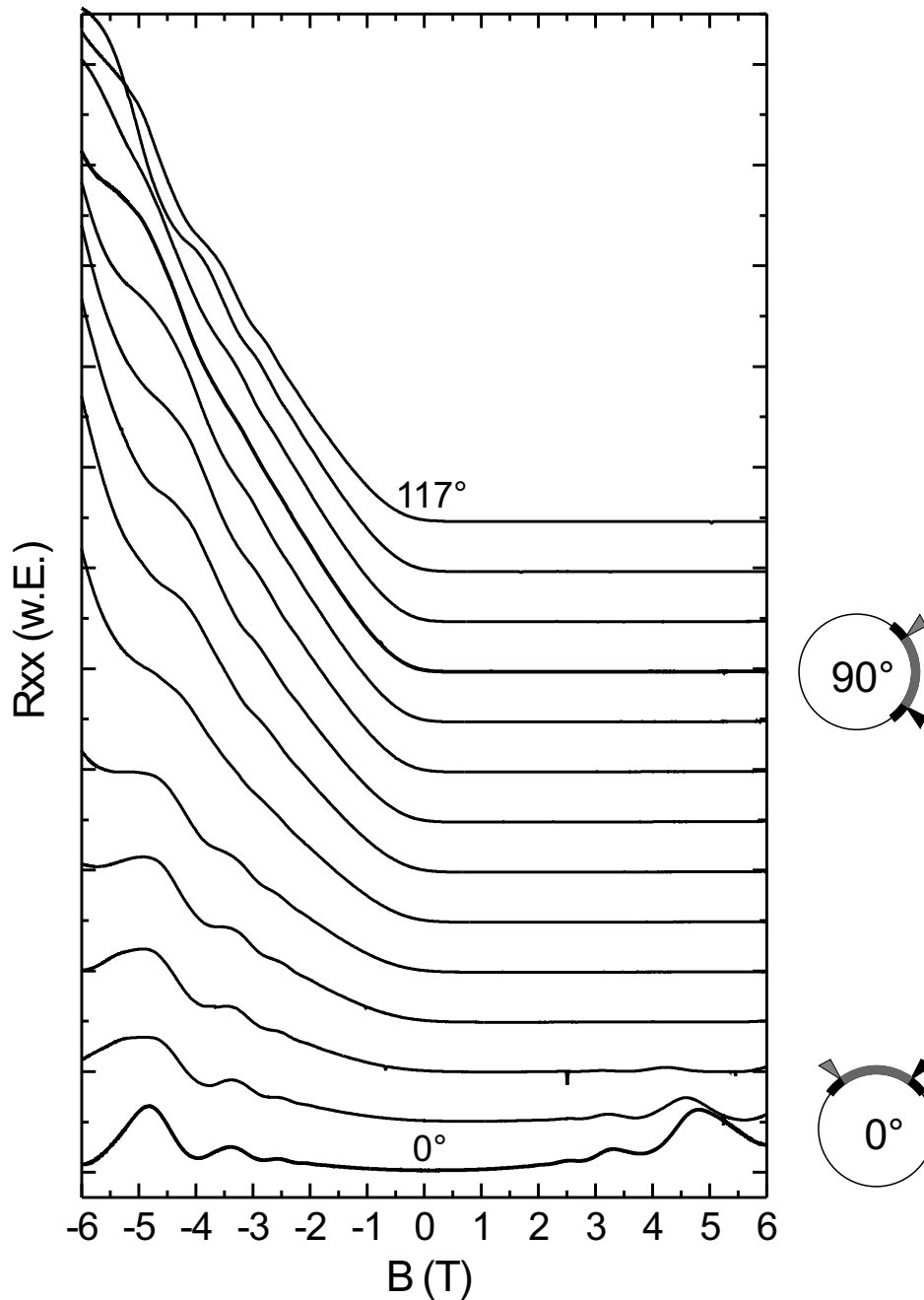


Abb. 47: Magnetotransportmessungen an einer gleichmäßig gekrümmten van der Pauw-Lamelle in Längsgeometrie (Probe #1580-B7). Die einzelnen Graphen zeigen Messungen bei verschiedenen Drehwinkeln beginnend bei $\phi = 0^\circ$ bis $\phi = 117^\circ$ in 9° -Schritten. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 0^\circ$ ist der Magnetowiderstand symmetrisch in B . In dieser Position liegt das Maximum des modulierten Magnetfeldes auf der Symmetrieachse der Lamelle. Entfernt man die Lamelle durch Drehen aus dieser symmetrischen Ausrichtung, zeigt der Widerstand eine wachsende Asymmetrie. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 90^\circ$ wird die Steigung im Bereich negativer Felder maximal.

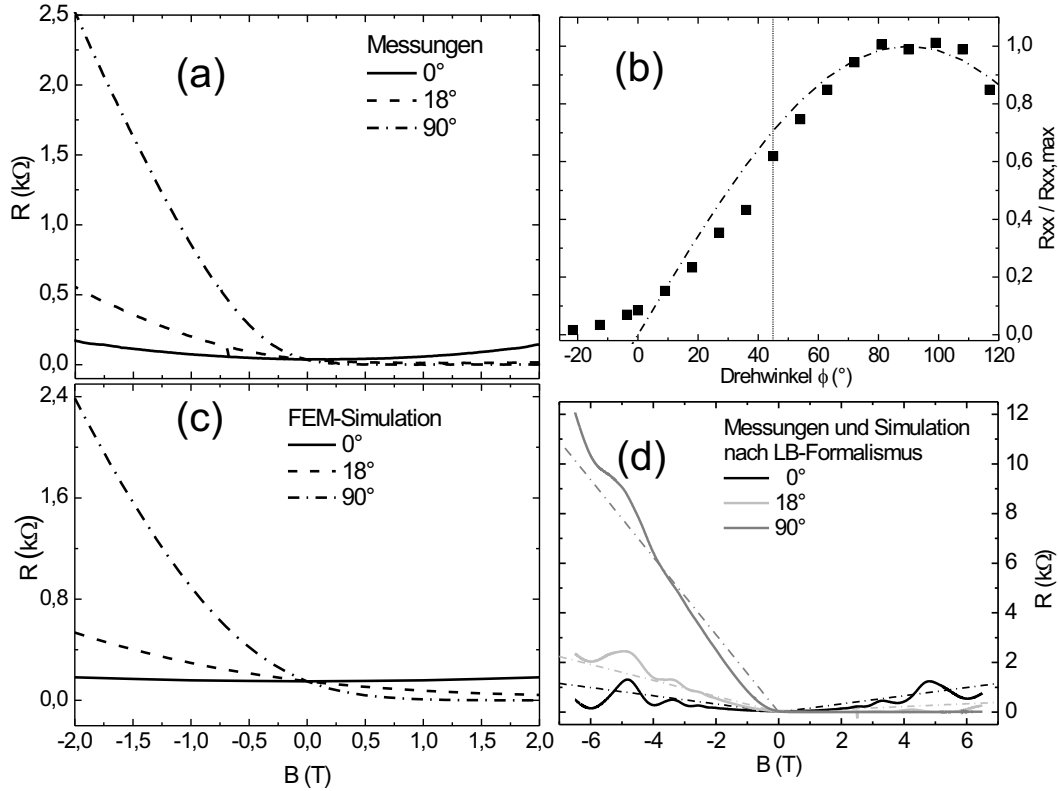


Abb. 48: (a) Magnetotransportmessungen an Probe #1580-B7 in Längsgeometrie (Source-Drain 1→4, Spannungsabgriffe 2,3) bei verschiedenen Drehwinkeln im Bereich kleiner Magnetfelder. (b) Normierter Widerstand $R_{xx}/R_{xx,max}$ im Bereich negativer Felder in Abhängigkeit des Drehwinkels. (c) FEM-Simulationen im Bereich kleiner Magnetfelder für ein A2DES mit Ladungsträgerdichte $N_S = 4,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, Beweglichkeit $\mu = 40.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ und Röllchenradius $R = 10 \text{ }\mu\text{m}$. (d) Errechneter Verlauf des Widerstands für drei Orientierungen der Lamelle im externen Magnetfeld. Die strichpunktierten Linien zeigen die Rechnungen, die durchgezogenen Linien die Messungen. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 0^\circ$ ist die Anzahl der abknickenden Randkanäle auf beiden Seiten der magnetischen Barrieren gleich (symmetrischer Fall), wohingegen $\phi = 18^\circ$ den asymmetrischen Fall ($L \neq K$) in Abb. 46(b) zeigt.

Abbildung 48(d) zeigt Rechnungen nach dem Landauer-Büttiker-Formalismus unter der Annahme kontinuierlicher Füllfaktoren (vgl. Abschnitt 4.1.3) für einen größeren Magnetfeldbereich. Diese Rechnungen nähern sich ebenfalls gut den Messungen an. Zur Erklärung der im Widerstand R_{xx} entstehenden Asymmetrie kann der Landauer-Büttiker-Formalismus herangezogen werden. Für einen Drehwinkel von $\phi = 18^\circ$ wird der Verlauf des Längswiderstands durch das Abknicken von Kanälen an magnetischen Barrieren beeinflusst. Dieses Verhalten wurde auch schon an Hallstreifen entlang der Röllchenkrümmung beobachtet (Abschnitt 5.1). Tatsächlich ent-

spricht der Widerstand $R_{23,14}$ der von der Pauw-Lamelle dem Längswiderstand eines Hallstreifens mit Magnetfeldmodulation entlang der Stromrichtung. Bei einem Drehwinkel von $\phi = 90^\circ$ existiert, wie in Abb. 46(c) angedeutet, ein leitfähiger Kanal am Nulldurchgang (Symmetrieachse der Probe). Je nach Orientierung des externen Magnetfeldes bewegen sich Ladungsträger in diesem Kanal nach links bzw. nach rechts, was dann direkte Auswirkungen auf die Koeffizientenmatrix \hat{T} und damit auf den Elektronentransport hat. Der Nulldurchgang selbst kann als ohmscher metallischer Kontakt angesehen werden. Die senkrechte Magnetfeldkomponente ist null, womit kein Einfluss auf das 2DES besteht. Unter der Annahme eines Systems mit fünf ohmschen Kontakten kann nun die Koeffizientenmatrix \hat{T} , wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben, für negative bzw. positive externe Magnetfelder erstellt werden. Mit entsprechend Abb. 46(c) benannten Kontakten erhält man so:

$$\begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ -I \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{e}{h} \begin{pmatrix} N & 0 & 0 & 0 & -N \\ -N & N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N & -N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N & -N \\ 0 & -N & -N & 0 & 2N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \end{pmatrix} \quad B_{ext} < 0 \quad (5.1)$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ -I \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{e}{h} \begin{pmatrix} N & -N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 & 0 & -N \\ 0 & 0 & N & 0 & -N \\ 0 & 0 & -N & N & 0 \\ -N & 0 & 0 & -N & 2N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \end{pmatrix} \quad B_{ext} > 0 \quad (5.2)$$

Mit diesen Matrizen können nun die jeweiligen Potentialdifferenzen an den Kontakten berechnet werden (Gleichung (4.14) und (4.15)). Der nach dieser Methode berechnete Magnetowiderstand $R_{23,14}$ für ein negatives bzw. positives externes Magnetfeld und einem Drehwinkel von $\phi = 90^\circ$ beträgt:

$$R_{23,14} = \frac{U_{23}}{I} = \frac{\mu_2 - \mu_3}{eI} = \frac{2h}{e^2N} \neq 0 \quad B_{ext} < 0 \quad (5.3)$$

$$R_{23,14} = \frac{U_{23}}{I} = \frac{\mu_2 - \mu_3}{eI} = 0 \quad B_{ext} > 0 \quad (5.4)$$

Für negative externe Magnetfelder ergibt sich also ein endlicher Magnetowiderstand, für positive externe Magnetfelder ist der Widerstand null. Anschaulich kann man sich dieses Verhalten folgendermaßen erklären. Sofern das externe Magnetfeld positiv ist, bewegen sich Elektronen in dem als Kontakt 5 bezeichneten Kanal am Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation vom linken zum rechten Rand über die Probe (Abb. 46(c)). Am rechten Probenrand ist der Kontakt 5 über Randkanäle mit den Kontakten 2 bzw. 3 verbunden. Kontakte, die über einen Randkanal verbunden sind, besitzen das gleiche chemische Potential, sofern der durch sie fließende Nettostrom

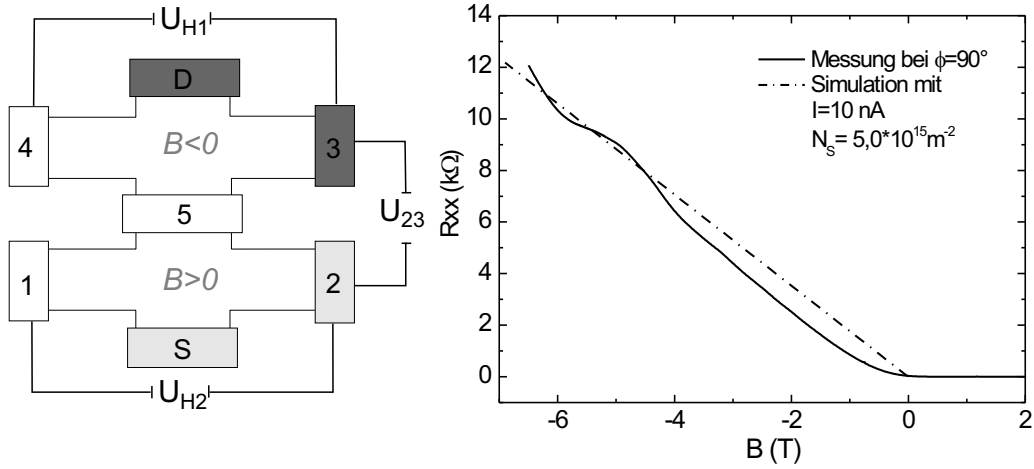


Abb. 49: Modell zweier gekoppelter Hallkreuze zur quantitativen Analyse der Widerstandswerte einer van der Pauw-Lamelle in Längsgeometrie. Die Gesamtspannung U_{23} ist gegeben durch die Hallspannungen zwischen den Kontakten 1,2 bzw. 4,3, welche wiederum vom senkrechten Magnetfeld am Ort der Kontakte abhängen. Die Spannung U_{23} ist dann maximal, wenn der Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation (Kontakt 5) auf der Symmetrieachse der Lamelle liegt. Das Diagramm zeigt die Messung für $\phi = 90^\circ$ und eine entsprechende Simulation des Widerstands.

null ist. Das ist bei den Kontakten 2 und 3 erfüllt. Die chemischen Potentiale μ_2 und μ_3 sind also gleich groß, woraus eine Spannungsdifferenz von $V = \frac{\Delta\mu}{e} = \frac{\mu_2 - \mu_3}{e} = 0$ resultiert. Für negative externe Magnetfelder sind die Kontakte 2 und 3 direkt mit Source (Kontakt 1) und Drain (Kontakt 4) verbunden, was dazu führt, dass das chemische Potential $\mu_3 = 0$ ist (Massepotential). Im Gegensatz dazu ist $\mu_2 = \mu_1 \neq 0$, was mit $V = \frac{\mu_2 - \mu_3}{e} \neq 0$ auf $R \neq 0$ im Bereich negativer Magnetfelder führt. Das System kann, solange der Nulldurchgang auf der Lamelle positioniert ist, durch zwei an einem Kontakt gekoppelte Hallkreuze in invertierten Magnetfeldern simuliert werden. Dies erlaubt eine quantitative Analyse der Steigung im Bereich negativer Magnetfelder. Abbildung 49 zeigt ein entsprechendes Schema. Die nummerierten Kontakte entsprechen denen in Abb. 46. Der Nulldurchgang wird durch Kontakt 5 simuliert. Die Hallspannungen U_{H1} und U_{H2} sind nach $U_H = I/eN_S \cdot B$ abhängig von Strom I , Ladungsträgerdichte N_S und Magnetfeld B . Strom und Ladungsträgerdichte sind für beide Hallkreuze gleich. Das effektive senkrechte Magnetfeld an Ort der Kontakte hingegen ist aufgrund der Modulation abhängig von der Lage des Nulldurchgangs (Kontakt 5) bezüglich der Kontaktpaare 1,2 bzw. 4,3 und kann unter der Annahme sehr schmaler Kontakte mit $B_{eff;1,2} = B_{ext} \cdot \cos(\phi \pm 45^\circ)$ für unsere reale Struktur genähert werden, da die reale Struktur bei einer Breite von $15 \mu\text{m}$ und einem Röllchenradius von $10 \mu\text{m}$ gerade etwa 90° überstreicht. Der Winkel ϕ bezeichnet den Drehwinkel nach der bereits bekannten Notation, d.h. bei $\phi = 90^\circ$ ist der Nulldurchgang auf der Symmetrieachse der Lamelle positioniert. Die Spannung $U_{23} = U_{H1} - U_{H2}$ hat nun genau bei diesem Drehwinkel ein Maximum. Wird der Null-

durchgang von der Symmetrieachse entfernt, nimmt zwar eine der Hallspannungen zu, die andere nimmt jedoch in stärkerem Maße ab, was zu einer Verringerung der Spannung U_{23} führt. In Abb. 48(b) ist der auf $R_{xx,max} = U_{23}/I$ normierte Längswiderstand in Abhängigkeit des Drehwinkels ϕ aufgetragen. Die strichpunktierte Kurve zeigt Werte, die nach dem oben beschriebenen Modell der gekoppelten Hallkreuze berechnet wurden. Es ist zu erkennen, dass die tatsächlichen Steigungen gut durch die errechneten Werte angenähert werden. Abweichungen treten für Drehwinkel $\phi < 45^\circ$ auf. Für Winkel $\phi < 45^\circ$ ist der Nulldurchgang der Modulation jedoch nicht mehr auf der Lamelle positioniert, womit das Modell nicht mehr gültig ist.

Fazit

Die Erkenntnisse dieses Abschnittes lassen sich wie folgt zusammenfassen: Magnetotransportmessungen an gleichmäßig gekrümmten van der Pauw-Lamellen zeigen eine Abhängigkeit des Magnetowiderstands vom Ausschnitt der Magnetfeldmodulation im Bereich der Lamelle. Die gezeigten Messungen in Längsgeometrie konnten gut qualitativ und quantitativ mit der Finite-Elemente-Methode im Bereich kleiner Magnetfelder simuliert werden. Darüber hinaus ist es uns unter Verwendung des Landauer-Büttiker-Formalismus gelungen, den Verlauf des Magnetowiderstands für unterschiedliche Vorzeichen des externen Magnetfeldes qualitativ zu erklären und im Modell der gekoppelten Hallkreuze quantitativ auszuwerten.

In unseren Modellen wurde die Existenz eines stromführenden Kanals am Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation als Voraussetzung angenommen. Das nur mit dieser Annahme eine Simulationen unserer Messdaten möglich ist, beweist indirekt die Existenz der stromführenden Kanäle am Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation. Darüber hinaus sind wir in der Lage, diese Kanäle aus Randzuständen zu laden. Wir können diese Kanäle zur Zeit jedoch noch nicht zweifelsfrei als Snake Orbits bezeichnen. Die besonderen Eigenschaften der Snake Orbits, wie beispielsweise verminderte Streuung, gehen weder in die FEM-Simulationen noch in das Modell nach Landauer-Büttiker ein. Es sollte daher möglich sein, Abweichungen der Messungen von unseren Modellen den Snake Orbits zuzuordnen. Bislang konnte solche Abweichungen aber nicht gemessen werden.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Die Verspannungsrelaxation dünner Halbleiterschichten durch Aufrollen in Mikroröllchen wurde in dieser Arbeit zur Herstellung und Untersuchung von gleichmäßig gekrümmten zweidimensionalen Elektronensystemen ausgenutzt. Darüber hinaus wurde der Aufrollmechanismus dahingehend erweitert, dass die Realisierung von Metall-Halbleiter-Hybridröllchen ermöglicht wurde.

Das Prinzip selbstaufrollender Halbleitersysteme wurde erstmals 1998 von Prinz et al. an SiGe/Si-Doppelschichtsystemen gezeigt und später auf III/V-Verbindungshalbleiter erweitert. Grundlage unserer Röllchen bilden mit Molekularstrahlepitaxie gewachsene Heterostrukturen auf einem GaAs-Substrat. Hierbei wird analog zum Verfahren des *Band-Gap-Engineering* durch Verwendung der Verbindungshalbleiter GaAs, AlAs und InAs sowie deren ternärer Mischkristalle die Verspannung in der Heterostruktur angepasst. Es ist so möglich, Verspannungsenergie in einem GaAs/InGaAs-Schichtsystem auf einem GaAs-Substrat zu speichern. Nach dem Ablösen vom Substrat durch das hochselektive Ätzen einer AlAs-Opferschicht wird die gespeicherte Verspannungsenergie bis auf ein Minimum abgebaut, indem sich das Schichtsystem aufbiegt. Die Krümmungsradien entsprechender Halbleiterröllchen variieren im Bereich weniger Nanometer bis hin zu einigen Mikrometern und sind abhängig von den Schichtdicken, den Elastizitätsmodulen sowie vom Betrag der Verspannungsenergie. Dieser wird durch den Indiumanteil in den ternären Mischkristallen bestimmt, welcher für die erhöhte Gitterkonstante und damit die Druckspannung verantwortlich ist. Der Aufrollprozess, die wirkenden Kräfte und die resultierenden Radien lassen sich mit verschiedenen Modellen vorhersagen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden nicht nur reine Halbleitersysteme, sondern auch Metall-Halbleiter-Hybridssysteme untersucht. Dabei zeigten Experimente an lithographisch definierten und thermisch aufgedampften Metallschichten auf einer verspannten InGaAs-Schicht, dass diese Metallschichten trotz ihrer nicht einkristallinen Struktur den Aufrollprozess nicht stören, sondern ihn sogar je nach verwendetem Metall unterstützen. Dieses Verhalten ermöglicht die Herstellung von Metall-Halbleiter-Hybridröllchen mit Biegeradien im Nanometerbereich. Vorteile in der Herstellung dieser dreidimensionalen Hybridssysteme sind unter anderem die hohe Prozessverlässlichkeit sowie die Möglichkeit, sie in beliebiger Form und Größe definiert

durch Standardlithographiemethoden herzustellen. Insbesondere bei der Herstellung nanoelektromechanischer Bauteile sind solche Systeme von großem Interesse. Als Anwendungen kommen Gelenke oder Spulen in Betracht.

Der Großteil dieser Arbeit beschäftigte sich mit der Untersuchung gekrümmter zweidimensionaler Elektronensysteme, welche mittels der in [Men05a] erstmals vorgestellten 2-Schritt-Lithographie und dem Prinzip der Trägerrolle hergestellt wurden. Die gleichmäßige Krümmung des Elektronensystems wurde dabei durch eine Einbettung in die Röllchenwand erreicht. Dabei kam ein beidseitig delta-dotierter GaAs-Quantentopf in der indiumfreien Schicht zum Einsatz. Mit Hilfe der 2-Schritt-Lithographie ist es uns möglich, beliebige Kontaktgeometrien inklusive Hallstreifen sowohl entlang der Krümmung als auch entlang der Achse des Röllchens zu präparieren. Darüber hinaus wurden metallische Kontakte und Gates in die Röllchen integriert, um das zweidimensionale Elektronensystem zu kontaktieren sowie die Eigenschaften wie Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit gezielt einzustellen. Die Beweglichkeit der Ladungsträger in unseren Strukturen konnte dabei auf einen für freischwebende, etwa 100 nm dünne Lamellen beachtlichen Wert von $\mu=125.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ angehoben werden.

Elektronensysteme in Hallstreifen entlang der Krümmung erfahren eine Modulation der senkrechten Magnetfeldkomponente entlang der Stromrichtung. Messungen an diesen Hallstreifen zeigen einen magnetoresistiven Untergrund, der mit Hilfe des Landauer-Büttiker-Formalismus verstanden werden kann. Das als magnetische Barriere wirkende Modulationsmaximum führt zu über den Hallstreifen verteilt abknickenden Randkanälen, welche dadurch gegenüberliegende Kontakte miteinander verbinden. Es resultiert ein von der Lage des Modulationsmaximums abhängiger Anteil des Hallwiderstands im Längswiderstand. Die Position der im Längswiderstand auftretenden Shubnikov-de Haas-Oszillationen wird durch die maximale Magnetfeldkomponente zwischen den Spannungsabgriffen dominiert und zeigt eine cosinusförmige Abhängigkeit vom Drehwinkel ϕ zwischen Hallstreifensymmetrieachse und Lot. Der Hallwiderstand wird dominiert von der über die Kontaktbreite gemittelten senkrechten Magnetfeldkomponente.

Verlaufen Stromrichtung und Magnetfeldmodulation senkrecht zueinander, wie es bei Hallstreifen entlang der Röllchenachse der Fall ist, zeigen sowohl der Hallwiderstand als auch die Minimapositionen der SdH-Oszillationen im Längswiderstand eine cosinusförmige Abhängigkeit vom Drehwinkel. Die Steigung der Hallgeraden wird hier durch das über die Breite des Hallstreifens gemittelte senkrechte Magnetfeld bestimmt. Die Shubnikov-de Haas-Oszillationen im Längswiderstand erfahren eine Dämpfung, die mit dem Konzept der aufgebogenen Landauniveaus verstanden werden kann. Neuartige Trajektorien wurden theoretisch für den Fall vorhergesagt, in dem der Nulldurchgang der Magnetfeldmodulation auf dem Hallstreifen positioniert ist. Sowohl in Wechselstrommessungen als auch in Gleichstrommessungen ist es bisher nicht gelungen, Signaturen dieser als Snake Orbits bezeichneten Strompfade an gekrümmten Hallstreifen entlang der Röllchenachse nachzuweisen. Wir vermuten, dass die Stärke der Modulation nicht ausreichend ist, um eine eindeutige Signatur im Magnetowiderstand zu verursachen. In unseren gekrümmten Systemen (Radius

10 μm) erreichen wir einen Gradienten von etwa 10 % des externen Magnetfeldes pro Mikrometer. In Experimenten an flachen zweidimensionalen Elektronensystemen, in denen Signaturen im Magnetowiderstand den Snake Orbits zugeordnet wurden, waren die Magnetfeldgradienten um mindestens Faktor 20 größer. Die Stärke der Magnetfeldmodulation korreliert mit dem Röllchenradius. Eine Verringerung des Röllchenradius auf 6 μm würde die Stärke der Modulation etwa verdoppeln, womit wir dann im von Müller theoretisch vorhergesagten Regime wären [Mül92].

In einem weiteren Experiment im Rahmen dieser Arbeit wurden Messungen an gleichmäßig gekrümmten van der Pauw-Lamellen durchgeführt. Diese Geometrie wurde verwendet, um die leitfähigen Zustände am Nulldurchgang gezielt aus Randzuständen zu laden. Es ist so möglich, einen Einfluss der metallischen Kontakte auszuschließen. Tatsächlich konnte eine Abhängigkeit des Magnetowiderstands von der Lage des Nulldurchgangs bezüglich der Symmetrieachse der Lamelle beobachtet werden. Über ein Modell im Rahmen des Landauer-Büttiker-Formalismus konnte diese Abhängigkeit indirekt den stromführenden Kanälen am Nulldurchgang zugeordnet werden. Es ist bislang jedoch nicht möglich, die theoretisch vorausgesagten Eigenschaften der Snake Orbits nachzuweisen.

Für zukünftige Experimente im Bereich gleichmäßig gekrümmter Elektronensysteme stellt die Weiterentwicklung der zugrundeliegenden Heterostruktur die größte Herausforderung dar. So sollte es beispielsweise möglich sein, bei einer Verkleinerung des Krümmungsradius der Röllchen, Signaturen der Snake Orbits oder Driftzustände auch an Hallstreifen entlang der Röllchenachse zu messen. Die Vorteile dieses Systems sind eindeutig: Es gibt in diesem System außer der Magnetfeldmodulation keine weiteren Modulationen, welche das Elektronensystem beeinflussen. Darüber hinaus scheint eine deutliche Erhöhung der Qualität des Elektronensystems, insbesondere die Beweglichkeit der Ladungsträger notwendig, um beispielsweise die genaue Charakterisierung der magnetisch induzierten Stromkanäle zu ermöglichen. Es erscheint ebenso denkbar, diese Stromkanäle bei genauer Kenntnis ihrer Eigenschaften als Sonden oder Sensoren zur Untersuchung von Defekten zu verwenden.

Ein weiteres interessantes Experiment ist die Untersuchung der magnetisch induzierten Stromkanäle in einem Hallstreifen entlang der Röllchenachse. Hier sollte es möglich sein, Kanäle durch Anlegen einer Gatespannung über den Hallstreifen zu schieben und Wechselwirkungen mit anderen Kanälen oder Störstellen zu beobachten. Auch hier ist wieder ein Einsatz als Sonde denkbar.

Ein viel versprechender Ansatz bei der Optimierung der Heterostruktur scheint der Übergang von einem deltadotierten Quantentopf zu einer HEMT-Struktur zu sein, was eine höhere Beweglichkeit des Elektronensystems erwarten lässt und darüber hinaus dünnere Heterostrukturen und damit kleinere Radien ermöglicht.

Anhang A

Belichtungs- und Entwicklungsparameter

Optischer Positivlack	
Name	Mikroposit S1813
Hersteller	Shipley
Beschichtung	Schleudern für 60 s bei 6000 U/Min
Ausbacken	2 Minuten Hotplate bei 95°C-100°C
Belichtung	4 s mit UV, 275 W bei 405 nm
Entwicklung	30 s Mikroposit Developer
Entfernen	Aceton/Ultraschall/Isopropanol

Optischer Negativlack	
Name	ma-N 1410
Hersteller	Microresist Technology
Beschichtung	Schleudern für 30 s bei 5000 U/Min
Ausbacken	90 s Hotplate bei 100°C
Belichtung	10 s mit UV, 275 W bei 365 nm
Entwicklung	30 s ma-D 533 S
Entfernen	Aceton/Ultraschall/Isopropanol

Anhang B

Die in dieser Arbeit verwendeten Heterostrukturen wurden in der Molekularstrahl-epitaxieanlage des Instituts für Angewandte Physik der Universität Hamburg hergestellt. Die für die in Kapitel 5 vorgestellten Messungen gewachsenen Heterostrukturen hatten alle den folgenden Aufbau. Sie unterscheiden sich lediglich in der δ -Dotierung:

#1361/#1362/#1580		
GaAs	Schutzschicht	5 nm
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		10 nm
Si	δ -Dotierung	30/35/35 s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		10 nm
Si	δ -Dotierung	30/35/35 s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$	Spacer	20 nm
GaAs	Quantentopf	10 nm
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$	Spacer	30 nm
Si	δ -Dotierung	30/35/35 s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		10 nm
$\text{In}_{0.18}\text{Ga}_{0.82}\text{As}$	Verspannte Schicht	20 nm
AlAs	Opferschicht	400 nm
GaAs	Pufferschicht	400 nm
GaAs-Substrat		

Darüber hinaus wurden Schichtsysteme entwickelt, die einen kleineren Krümmungsradius aufweisen. Leider waren die 2DES in diesen Schichten nach dem Aufrollen verarmt. #1607 und #1608 haben Krümmungsradien von $6 \mu\text{m}$ bzw. $8 \mu\text{m}$. Sie unterscheiden sich in den Schichtdicken. Zusätzlich wurden Proben gewachsen, bei denen die δ -Dotierung bei einem Radius von $8 \mu\text{m}$ variiert wurde. Es handelt sich dabei um #1627, #1637 und #1638. Die Elektronensysteme waren hier nach dem Aufrollen ebenfalls verarmt.

#1607/#1608		
GaAs	Schutzschicht	5 nm
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		8/9 nm
Si	δ -Dotierung	35 s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		8/9 nm
Si	δ -Dotierung	35 s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$	Spacer	16/17 nm
GaAs	Quantentopf	10 nm
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$	Spacer	17/17 nm
Si	δ -Dotierung	35 s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		5/17 nm
$\text{In}_{0.18}\text{Ga}_{0.82}\text{As}$	Verspannte Schicht	20 nm
AlAs	Opferschicht	400 nm
GaAs	Pufferschicht	400 nm
GaAs-Substrat		

#1627/#1637/#1638		
GaAs	Schutzschicht	5 nm
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		13 nm
Si	δ -Dotierung	20/20/- s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		10 nm
Si	δ -Dotierung	20/20/30 s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$	Spacer	14 nm
GaAs	Quantentopf	10 nm
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$	Spacer	17 nm
Si	δ -Dotierung	20/20/30 s
$\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$		10 nm
$\text{In}_{0.18}\text{Ga}_{0.82}\text{As}$	Verspannte Schicht	20 nm
AlAs	Opferschicht	400 nm
GaAs	Pufferschicht	400 nm
GaAs-Substrat		

Literaturverzeichnis

- [And82] T. Ando, A.B. Fowler and F. Stern. *Electronic properties of two-dimensional systems*. Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
- [Bee89] C. W. J. Beenakker. *Guiding-center-drift resonance in a periodically modulated two-dimensional electron gas*. Phys. Rev. Lett. **62**, 2020 (1989).
- [Ber06] A. Bernardi, A. R. Goñi, M. I. Alonso, F. Alsina, H. Scheel, P. O. Vaccaro and N. Saito. *Probing residual strain in InGaAs/GaAs micro-origami tubes by micro-Raman spectroscopy*. J. Appl. Phys. **99**, 063512 (2006).
- [Bim99] D. Bimberg, M. Grundmann and N.N. Ledentsov. *Quantum Dot Heterostructures*. John Wiley & Sons (1999).
- [Böh02] S. Böhm. *Der epitaktische Lift-off als Methode, elektrische- und optische Eigenschaften in III-V-Halbleiter-Strukturen zu beeinflussen*. Ph.D. thesis, LMU (2002).
- [Büt85] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer and S. Pinhas. *Generalized many-channel conductance formula with application to small rings*. Phys. Rev. B **31**, 6207 (1985).
- [Büt86] M. Büttiker. *Four-terminal phase-coherent conductance*. Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986).
- [Büt88] M. Büttiker. *Absence of backscattering in the Quantum Hall Effect in multiprobe conductors*. Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988).
- [Car95] H.A. Carmona, A.K. Geim, A. Nogaret, P.C. Main, T.J. Foster, M. Henini, S.P. Beaumont and M.G. Blamire. *Two dimensional electrons in a lateral magnetic superlattice*. Phys. Rev. Lett. **74**, 3009 (1995).
- [Cha89] K.H. Chang. *Characteristics of dislocations at strained heteroepitaxial InGaAs/GaAs interfaces*. J. Appl. Phys. **66**, 7 (1989).
- [Den04a] Ch. Deneke, N.-Y. Jin-Phillipp, I. Loa and O. G. Schmidt. *Radial superlattices and single nanoreactors*. Appl. Phys. Lett. **84** (22), 4475 (2004).

- [Den04b] Ch. Deneke and O. G. Schmidt. *Real-time formation, accurate positioning, and fluid filling of single rolled-up nanotubes*. Appl. Phys. Lett. **85** (14), 2914 (2004).
- [dW89] C.G. Van de Walle. *Band lineups and deformation potentials in the model-solid theory*. Phys. Rev. B **39**, 1871 (1989).
- [Edi95] S.P. Edirisighe and A. Staton-Bevan. *Transmission electron microscopy study of $In_{0.25}Ga_{0.75}As$ epilayers grown on GaAs (001) by molecular beam epitaxy: The effect of epilayer thickness*. J. Vac. Sci. Technol. B **13**, 3 (1995).
- [Ent01] M. V. Entin and L. I. Magarill. *Spin-orbit interaction of electrons on a curved surface*. Phys. Rev. B **64**, 85330 (2001).
- [Fai91] J. Faist, P. Guéret and H.P. Meier. *Interior contacts for probing the equilibrium between magnetic edge channels in the quantum Hall effect*. Phys. Rev. B **43**, 9332 (1991).
- [Fle04] T. Fleischmann, K. Kubota, P.O. Vaccaro, T.-S. Wang, S. Saravanan and N. Saito. *Self-assembling GaAs mirror with electrostatic actuation using micro-origami*. Physica E **24**, 78 (2004).
- [Ger96] Rolf R. Gerhardts. *Quasiclassical calculation of magnetoresistance oscillations of a two-dimensional electron gas in spatially periodic magnetic and electrostatic fields*. Phys. Rev. B **53**, 11064 (1996).
- [Gol04] S. V. Golod, V. Ya. Prinz, P. Wägli, L. Zhang, O. Kirfel, E. Deckhardt, F. Glaus, C. David and D. Grützmacher. *Freestanding SiGe/Si/Cr and SiGe/Si/Si_xN_y/Cr microtubes*. Appl. Phys. Lett. **84**, 3391 (2004).
- [Gra04] M. Grayson, D. Schuh, M. Bichler, M. Huber, G. Abstreiter, L. Hoepfel, J. Smet and K. Von Klitzing. *Quantum Hall effect in a two-dimensional electron system bent by 90°*. Physica E **22**, 181 (2004).
- [Gru03] M. Grundmann. *Nanoscroll formation from strained heterostructures*. Appl. Phys. Lett. **83**, 2444 (2003).
- [Guo98] Y. Guo, B.L. Gu, Z.Q. Li, J.L. Zhu and Y. Kawazoe. *Transport properties of electrons in quasiperiodic magnetic superlattices*. J. Phys.: Condens. Matter **10**, 1549 (1998).
- [Gus99] G.M. Gusev, J.R. Leite, A.A. Bykov, N.T. Moshegov, V.M. Kudryashev, A.I. Toropov and Yu.V. Nastaushev. *Single-particle relaxation time in a spatially fluctuating magnetic field*. Phys. Rev. B **59**, 5711 (1999).
- [Hal82] B.I. Halperin. *Quantized Hall conductance, current-carrying edge states, and the existence of extended states in a two-dimensional disordered potential*. Phys. Rev. B **25**, 2185 (1982).

- [Hau88] R.J. Haug, A.H. MacDonald, P. Streda and K. Von Klitzing. *Quantized multichannel magnetotransport through a barrier in two dimensions*. Phys. Rev. Lett. **61**, 2797 (1988).
- [Hey01] Ch. Heyn. *Critical coverage for strain-induced formation of InAs quantum dots*. Phys. Rev. B **64**, 165306 (2001).
- [Hey05] Ch. Heyn and S. Cunis. *Shutter-transients during solid-source epitaxy*. J. Vac. Sci. Technol. **B 23**, 2014 (2005).
- [Hir88] H. Hirai, S. Komiyama, S. Hiyamizu and S. Sasa. *Quantized Hall Effects in AlGaAs-GaAs Heterostructures with Narrow Gates*. Proc. 19th ICPS 55 (1988.).
- [Hjo96] Klas Hjort. *Sacrificial etching of III-V compounds for micromechanical devices*. J. Micromech. Microeng. **6**, 370 (1996).
- [Hof96] E. Hofstetter, J.M.C. Taylor and A. MacKinnon. *Two-dimensional electron gas in a linearly varying magnetic field: Quantization of the electron and current density*. Phys. Rev. B **53**, 4676 (1996).
- [Hol03] M. Holz, O. Kronenwerth and D. Grundler. *Optimization of semiconductor-metal hybrid structures for application in magnetic-field sensors and read heads*. Appl. Phys. Lett. **83**, 3344 (2003).
- [Hol05] M. Holz, O. Kronenwerth and D. Grundler. *Enhanced sensitivity due to current redistribution in the Hall effect of semiconductor-metal hybrid structures*. Appl. Phys. Lett. **86**, 072513 (2005).
- [Hos03] M. Hosoda, Y. Kishimoto, M. Sato, S. Nashima, K. Kubota, S. Saravanan, P.O. Vaccaro, T. Aida and N. Ohtani. *Quantum-well microtube constructed from a freestanding thin quantum-well layer*. Appl. Phys. Lett. **83** (5), 1017 (2003).
- [How94] S.J. Howard, Y.C. Tsui and T.W. Clyne. *The effect of residual stresses on the debonding of coatings-Part 1*. Acta Metall. Mater. **42**, 2823 (1994).
- [Ibr97] S. Ibrahim, V.A. Schweigert and F.M. Peeters. *Classical transport of electrons through magnetic barriers*. Phys. Rev. B **56**, 7508 (1997).
- [IPTI] St. Petersburg Ioffe Physico-Technical Institute.
<http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/>.
- [Kip06] T. Kipp, H. Welsch, Ch. Strehlow, Ch. Heyn and D. Heitmann. *Optical Modes in Semiconductor Microtube Ring Resonators*. Phys. Rev. Lett. **96**, 077403 (2006).
- [Kle03] A. Kleiner. *Chiral spin currents and Quantum Hall Effect in nanotubes*. Phys. Rev. B **67**, 155311 (2003).

- [Kli80] K.V. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper. *New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance*. Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [Kub02] K. Kubota, P.O. Vaccaro, N. Ohtani, Y. Hirose, M. Hosoda and T. Aida. *Photoluminescence of GaAs /AlGaAs micro-tubes containing uniaxially strained quantum wells*. Physica E **13**, 313 (2002).
- [Kub03] K. Kubota, T. Fleischmann, S. Saravanan, P. O. Vaccaro and T. Aida. *Self-Assembly of Microstage Using Micro-Origami Technique on GaAs*. Jpn. J. Appl. Phys. **42**, 4079 (2003).
- [Lan70] R. Landauer. *Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices*. Phil. Mag. **21**, 863 (1970).
- [Lau81] R.B. Laughlin. *Quantized Hall conductivity in two dimensions*. Phys. Rev. B **23**, 5632 (1981).
- [Lea95] M.L. Leadbeater, C.L. Foden, J.H. Burroughes, M. Pepper, T.M. Burke, L.L. Wang, M.P. Grimshaw and D.A. Ritchie. *Magnetotransport in a nonplanar two-dimensional electron gas*. Phys. Rev. B **52**, R8629 (1995).
- [Lev99] M. Levinshstein, S. Rumyantsev and M. Shur. *Handbook series on semiconductor parameters*, volume 1 and 2. World Scientific (1999).
- [Lor03] A. Lorke, S. Böhm and W. Wegscheider. *Curved two-dimensional electron gases*. Superlattices and Microstructures **33**, 347 (2003).
- [Mag96] L.I. Magarill, D.A. Romanov and A.V. Chaplik. *Kinetics of two-dimensional electrons on a curved surface*. JETP Letters **64**, 460 (1996).
- [Mag98] L.I. Magarill, D.A. Romanov and A.V. Chaplik. *Ballistic transport and spin-orbit interaction of two-dimensional electrons on a cylindrical surface*. Journal of Experimental and Theoretical Physics **86**, 771 (1998).
- [Man97] A. Manolescu and Rolf R. Gerhardt. *Coulomb effects on the quantum transport of a two-dimensional electron system in periodic electric and magnetic fields*. Phys. Rev. B **56**, 9707 (1997).
- [Mat74] J.W. Matthews and A.E. Blakeslee. *Defects in epitaxial multilayers, I. misfit dislocations*. J. Crystal Growth **27** (1974).
- [Men04] S. Mendach, O. Schumacher, Ch. Heyn, S. Schnüll, H. Welsch and W. Hansen. *Preparation of curved two-dimensional electron systems in InGaAs/GaAs-microtubes*. Physica E **23**, 274 (2004).
- [Men05a] S. Mendach. *InGaAs-Mikro- und Nanoröhrchen*. Dissertation, Universität Hamburg (2005).

- [Men05b] S. Mendach, T. Kipp, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen. *Interlocking mechanism for the fabrication of closed single-walled semiconductor microtubes*. Semicon. Sci. Technology **20**, 402 (2005).
- [Men06a] S. Mendach, O. Schumacher, M. Holz, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen. *Evenly curved two-dimensional electron systems in rolled up Hall bars*. Appl. Phys. Lett. **88**, 212113 (2006).
- [Men06b] S. Mendach, R. Songmuang, S. Kiravittaya, A. Rastelli, M. Beyoucef and O. G. Schmidt. *Light emission and wave guiding of quantum dots in a tube*. Appl. Phys. Lett. **88**, 111120 (2006).
- [Mül92] J.E. Müller. *Effect of a nonuniform magnetic field on a two-dimensional electron gas in the ballistic regime*. Phys. Rev. Lett. **68**, 385 (1992).
- [Nog00] A. Nogaret, S.J. Bending and M. Henini. *Resistance resonance effects through magnetic edge states*. Phys. Rev. Lett. **84**, 2231 (2000).
- [Nog03] A. Nogaret, D.N. Lawton, D.K. Maude, J.C. Portal and M. Henini. *Hall anomaly of diffusive magnetic waveguides*. Phys. Rev. B **67**, 165317 (2003).
- [Pee93] F.M. Peeters and A. Matulis. *Quantum structures created by nonhomogeneous magnetic fields*. Phys. Rev. B **48**, 15166 (1993).
- [Peo85] R. People and J.C. Bean. *Calculation of critical layer thickness versus lattice mismatch for Ge_xSi_{1-x}/Si strained-layer heterostructures*. Appl. Phys. Lett. **47**, 3 (1985).
- [Pri98] V.Ya Prinz, V. A. Seleznev and A. K. Gutakovsky. Proc. 24th ICPS (1998).
- [Pri00] V.Ya Prinz, V. A. Seleznev, A. K. Gutakovsky, A. V. Chehovskiy, V. V. Preobrazhenskii, M. A. Putyato and T. A. Gavrilova. *Free-standing and overgrown InGaAs/GaAs nanotubes, nanohelices and their arrays*. Physica E **6**, 828 (2000).
- [Rei00] J. Reijniers and F.M. Peeters. *Snake orbits and related magnetic edge states*. J. Phys.: Condens. Matter **12**, 9771 (2000).
- [Sch03] O. Schumacher. *Mikro- und Nanoröllchen aus GaAs/InGaAs - Heterostrukturen*. Master's thesis, Universität Hamburg (2003).
- [Sch05] O. Schumacher, S. Mendach, H. Welsch, A. Schramm, Ch. Heyn and W. Hansen. *Lithographically defined metal-semiconductor-hybrid nanocrolls*. Appl. Phys. Lett. **86**, 143109 (2005).

- [Sch06] O. Schumacher, M. Stampe, Ch. Heyn and W. Hansen. *Magneto-resistance studies on evenly curved Hall bars in InGaAs/GaAs-microtubes*. Proc. 28th ICPS (2006).
- [Shu30] L. Shubnikov and W.J. de Haas. Leiden Comm. **207a**, **107c**, **207d**, **210a** (1930).
- [Sni] G. Snider. *1D Poisson: Software zur selbkonsistenten Lösung von Poisson- und Schrödingergleichung*. Frei im Internet erhältlich unter: <http://www.nd.edu/~gsnider/>.
- [Tho89] J. A. Thornton and D. W. Hoffman. *Stress related effects in thin films*. Thin Solid Films **171**, 5 (1989).
- [Tsu97] Y.C. Tsui and T.W.Clyne. *An analytical model for predicting residual stresses in progressively deposited coatings - Part 1*. Thin Solid Films **306**, 23 (1997).
- [Vac01] P. O. Vaccaro, K. Kubota and T. Aida. *Strain-driven self-positioning of micromachined structures*. Appl. Phys. Lett. **78**, 2852 (2001).
- [Veg21] L. Vegard. *The constitution of mixed crystals and the spaceoccupied by atoms*. Z. Phys. **5**, 17 (1921).
- [Vor02] A. B. Vorob'ev and V. Ya. Prinz. *Directional rolling of strained hetero-films*. Semicon. Sci. Technology **17**, 614 (2002).
- [Was88] S. Washburn, A. B. Fowler, H. Schmid and D. Kern. *Quantized Hall effect in the presence of backscattering*. Phys. Rev. Lett. **61**, 2801 (1988).
- [Wei79] Ch. Weißmantel. *Grundlagen der Festkörperphysik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1979).
- [Wel06a] H. Welsch (2006). Private communication.
- [Wel06b] H. Welsch, T. Kipp, Ch. Heyn and W. Hansen. *Lateral Self-Arrangement of Self-Assembled InAs Quantum Dots by an Intentional Induced Dislocation Network*. submitted to J. Crystal Growth (2006).
- [Win] M. J. Winter. <http://www.Webelements.com>.
- [Wu85] X.S. Wu, L.A. Coldren and J.L. Merz. *Selectiv etching characteristics of HF for $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$* . Electronics Letters **21**, 13 (1985).
- [Ye95] P.D. Ye, D. Weiss, R.R. Gerhardts, M. Seeger, K.Von Klitzing, K. Eberl and H. Nickel. *Electrons in a periodic magnetic field induced by a regular array of micromagnets*. Phys. Rev. Lett. **74**, 3013 (1995).

Eigene Veröffentlichungen

Referierte Zeitschriftenbeiträge

Magneto-resistance studies on evenly curved Hall bars in InGaAs/GaAs-microtubes
O. Schumacher, M. Stampe, Ch. Heyn and W. Hansen
Proc. 28th ICPS, Vienna/Austria (2006)

Lithographically defined Metal-Semiconductor-Hybrid Nanoscrolls
O. Schumacher, S. Mendach, H. Welsch, A. Schramm, Ch. Heyn and W. Hansen
Appl. Phys. Lett. **86**, 143109 (2005)

selected for:

Virtual Journal of Nanoscale Science and Technology, **11** (14) (2005)
Nanovantage.com, Choice of May 2005, Category: Metal Nanoparticles

Evenly curved two-dimensional electron systems in rolled-up Hall-bars
S. Mendach, O. Schumacher, H. Welsch, Ch. Heyn, and W. Hansen
M. Holz
Appl. Phys. Lett. **88**, 212113 (2006)

Preparation of curved two-dimensional electron systems in InGaAs/GaAs-microtubes
S. Mendach, O. Schumacher, Ch. Heyn, S. Schnüll, H. Welsch, and W. Hansen
Physica E **23**, 274 (2004)

Tagungsbeiträge

Magneto-resistance studies on evenly curved Hall bars in InGaAs/GaAs-microtubes

O. Schumacher, M. Stampe, Ch. Heyn and W. Hansen

28th International Conference on the Physics of Semiconductors (ICPS),

Vienna, Austria 2006

Beitragsform: Vortrag

Gekrümmte zweidimensionale Elektronengase in InGaAs-Mikroröllchen

O. Schumacher, M. Stampe, S. Mendach, Ch. Heyn and W. Hansen

Deutscher MBE-Workshop,

Hamburg, 2006

Beitragsform: Vortrag

Magneto-resistance studies on evenly curved Hall bars

O. Schumacher, M. Stampe, Ch. Heyn and W. Hansen

DPG-Frühjahrstagung,

Dresden, 2006

Beitragsform: Poster

Magneto-transport measurements on evenly curved Hall bars

O. Schumacher, S. Mendach, M. Holz, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen

DPG-Frühjahrstagung,

Berlin, 2005

Beitragsform: Vortrag

Applications of self-rolling strained semiconductor and metal/semiconductor layers

S. Mendach, O. Schumacher, T. Kipp, H. Welsch, Ch. Heyn and W. Hansen

International Symposium on Quantum Hall Systems and Quantum Materials,

Hamburg, 2004

Beitragsform: Poster

Micro- and Nanotubes made of strained metal/semiconductor double layers

O. Schumacher, S. Mendach, Ch. Heyn, H. Welsch and W. Hansen

DPG-Frühjahrstagung,

Regensburg, 2004

Beitragsform: Poster

Curved Two-Dimensional Electron Gases in InGaAs-Tubes and -Coils

O. Schumacher, S. Mendach, Ch. Heyn, S. Schnüll, R. Anton and W. Hansen

DPG-Frühjahrstagung,

Dresden, 2003

Beitragsform: Poster

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt:

- Prof. Dr. Wolfgang Hansen für die Übertragung und Förderung dieser Arbeit auf dem interessanten Gebiet der selbstaufrollenden Halbleiterschichtsysteme
- Dr. Stefan Mendach für die gute Zusammenarbeit in den letzten Jahren und für viele wichtige Hinweise und Anmerkungen
- Miriam Stampe für die gute Zusammenarbeit, insbesondere für viele Messungen während ihrer Diplomarbeit.
- Dr. Christian Heyn und dem MBE-Team des IAP für das Herstellen der Proben und die kompetente Beratung nicht nur in Kristallwachstumsfragen
- Dr. Matthias Holz für die FEM-Rechnungen.
- Prof. Dr. Ulrich Merkt und Prof. Dr. Detlef Heitmann für die Übernahme der Zweitgutachten.
- Allen Mitgliedern des Instituts für Angewandte Physik, insbesondere den Mitgliedern der Gruppe W, für die sehr entspannte Arbeitsatmosphäre und die schöne Zeit.
- Meiner Meme für alles
- Andreas und Holger für die Erklärung der Welt anhand zweier Zuckerspender, diverse Male Kopfschmerzen und andere Späße
- Meiner Familie für die Unterstützung.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG danke ich für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit über den Sonderforschungsbereich *Quantenmaterialien*.