

**Optische Tomographie durch Auswertung der spektralen Modulation  
von Weißlichtinterferenz**

Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades  
des Fachbereiches Physik  
der Universität Hamburg

vorgelegt von  
Henning Stiller  
aus Pinneberg

Hamburg 2004

Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. B. Rassow  
Prof. Dr. W. Scobel

Gutachter der Disputation: Prof. Dr. B. Rassow  
Prof. Dr. G. Huber

Datum der Disputation: 11. April 2005

Vorsitzender des  
Prüfungsausschusses: Dr. K. Petermann

Dekan des Fachbereichs Physik  
und Vorsitzender  
des Promotionsausschusses: Prof. Dr. G. Huber

Meiner lieben Mutter

## Übersicht

Aus der Kenntnis der Wellenlängenabhängigkeit von Amplitude und Phasenfaktor einer an einem Objekt gestreuten Welle relativ zur Amplitude und zum Phasenfaktor der auf das Objekt einfallenden Welle kann durch Fouriertransformation die räumliche Verteilung des Streuvermögens bestimmt werden. Das Spektrum des Realteils der relativen komplexen Amplitude der gestreuten Welle kann durch Messung der Spektren der einfallenden Welle, der gestreuten Welle und der Interferenz aus beiden bestimmt werden.

In der vorliegenden Arbeit wird auf der Grundlage des Zusammenhanges zwischen der Amplitude des an einem Objekt gestreuten Lichts und der räumlichen Verteilung des Streuvermögens eine Methode zur optischen Tomographie vorgestellt. Die Abhängigkeit der erzielbaren räumlichen Auflösung von der Spektralbreite bzw. der Kohärenzlänge des Messlichtes und die Abhängigkeit der maximalen Messtiefe von der Auflösung des Spektrums der Interferenz bzw. der einem Kanal des Spektrometers entsprechenden Kohärenzlänge wird untersucht. Dispersion der Streuung, der Absorption und des Brechungsindex beeinflusst das Spektrum der Interferenz. Die Auswirkung der Dispersion auf die Auswertung des Spektrums wird diskutiert und Methoden zur Kompensation erörtert.

Die Sensitivität definiert als der Kehrwert des kleinsten detektierbaren Streuvermögens eines einzelnen Streuers in einem Objekt bestehend aus vielen Streuern wird mit Hilfe des Signal zu Rauschverhältnisses bestimmt und in Relation zu der der Optischen Kohärenztomographie (OCT) gesetzt.

Es wird ein Messaufbau bestehend aus einem Weißlichtinterferometer und einem Spektrometer erörtert. Mit dieser Apparatur können die Spektren des Messlichtes, der an einem Objekt gestreuten Welle und der Interferenz aus diesen beiden Wellen gemessen und damit der Realteil der komplexen Amplitude der gestreuten Welle relativ zu der Referenzwelle und daraus durch Fouriertransformation die räumliche Verteilung des Streuvermögens bestimmt werden.

Mit dieser Apparatur wird die Messmethode für einige Messsituationen und an einigen Beispielobjekten experimentell verifiziert. Eine rigorose experimentelle Überprüfung der Ergebnisse der Analyse des Messverfahrens sowie ein experimenteller Vergleich seiner Ergebnisse mit denen der Kohärenztomographie ist nicht Thema dieser Arbeit, sondern bleibt nachfolgenden Arbeiten vorbehalten.

**Abstract**

Amplitude and phase factor of a wave scattered from an object relative to the amplitude and phase factor of the incident wave reveals by means of Fouriertransformation the spatial distribution of the object's scattering power. The real part of the relative complex amplitude of the scattered wave can be determined by measuring the spectra of the incident wave, the scattered wave, and the interference of both.

On the basis of the relationship between the amplitude of light scattered from an object and the spatial distribution of the scattering power this paper presents a method for optical tomography. The spatial resolution as a function of the spectral width or the coherence length of the incident light and the maximal range of depth as a function of the spectral resolution or the coherence length related to the spectral width of one channel of the spectrometer are investigated. Dispersion of scattering, of absorption and of the index of refraction distorts the spectral distribution. Its impact on the evaluation of the spatial distribution of the scattering power is discussed and means compensating for dispersion are suggested.

Sensitivity defined as the reciprocal of the minimal detectable scattering power of a single scattering unit in an object of many scattering units is determined by means of the signal to noise ratio. It is put into relation to the sensitivity of the Optical Coherence Tomography (OCT).

A measuring setup comprising a white light interferometer and a spectrometer is presented. It allows to measure the spectra of the incident light, the scattered light, and the interference of both from which the real part of the scattered amplitude relative to the amplitude of the reference light can be determined. The spatial distribution of the scattering power follows by means of Fouriertransformation.

The method is experimentally verified for some experimental setups and with some sample objects. A rigorous experimental verification of the measuring method and an experimental evaluation of the results relative to those of the OCT is not the objective of this paper but this is left to further investigations.

## Inhaltsverzeichnis

Liste häufig verwendeter Bezeichner . . . . .	viii
I. Einleitung . . . . .	1
II. Messprinzip der optischen Spektrotomographie . . . . .	6
1. Bestimmung der räumliche Verteilung des Streuvermögens eines Objektes aus der spektralen Modulation von Weißlichtinterferenz . . . . .	6
1. Messlicht mit unbegrenzter Spektralbreite . . . . .	6
2. Messlicht mit begrenzter Spektralbreite . . . . .	10
3. Auswertung des Interferenzspektrums $p_I(k)$ an Stelle des Modulationsterms $it(k)$ der Interferenz . . . . .	15
2. Eindeutigkeit . . . . .	19
3. Messbereich . . . . .	20
1. Axiale Auflösung . . . . .	20
1. Frequenzraum . . . . .	20
2. Ortsraum . . . . .	21
2. Laterale Auflösung . . . . .	25
3. Speckle . . . . .	25
4. Messtiefe . . . . .	27
1. Abhängigkeit der maximalen Messtiefe von der Apertur des Objektivs . . . . .	27
2. Abhängigkeit der maximalen Messtiefe von der spektralen Auflösung . . . . .	28
3. Zusammenhang zwischen Messtiefe, axialer Auflösung und lateraler Auflösung . . . . .	30
4. Korrektur der Abschwächung des Messsignals mit zunehmender Messtiefe wegen Streuung und Absorption . . . . .	31
4. Einfluss von Dispersion . . . . .	35
1. Dispersion von Streuung und Absorption . . . . .	35
2. Dispersion des Brechungsindex . . . . .	40

---

III. Messaufbau . . . . .	55
1. Interferometer . . . . .	55
2. Komponenten des Interferometers . . . . .	56
1. Lichtquelle . . . . .	56
2. Objektstrahlengang . . . . .	61
3. Spektrometer . . . . .	65
1. Abhängigkeit der räumlichen Auflösung von der Nichtlinearität der Winkeldispersion . . . . .	65
2. Linearisierung des Spektrums durch Interpolation . . . . .	70
IV. Sensitivität der Messmethode . . . . .	79
1. Signal zu Rauschverhältnis von Lichtquellen . . . . .	79
1. Spontane Emission . . . . .	79
2. Induzierte Emission . . . . .	79
2. Signal zu Rauschverhältnis eines Interferenzsignals . . . . .	80
1. Rauschquellen . . . . .	81
1. Quantenrauschen . . . . .	81
2. <i>Spectral ripple</i> und Schwebungsrauschen . . . . .	82
3. Specklerauschen . . . . .	83
2. Das Intensitätsspektrum der Interferenz als Signal . . . . .	84
1. Bestimmung des kleinsten detektierbaren Streuvermögens . . . . .	84
2. Die Sensitivität bei schwacher Rückstreuung vom Objekt . . . . .	89
3. Die Sensitivität bei starker Rückstreuung vom Objekt . . . . .	93
3. Die Differenz zwischen den Intensitätsspektren der Interferenz und der Objektwelle als Signal . . . . .	95
4. Die Differenz zwischen den Intensitätsspektren der Interferenz und der Referenzwelle als Signal . . . . .	99
3. Signal zu Rauschverhältnis eines Interferenzsignals bei Bewegungsunruhe . . . . .	105
4. Signal zu Rauschverhältnis bei der Optischen Kohärenztomographie (OCT) . . . . .	112

---

5. Sicherheitsrichtlinien . . . . .	123
V. Messungen . . . . .	127
1. Sensitivität bei starker Rückstreuung vom Objekt und deren Abhängigkeit von der Stärke der Referenzwelle . . . . .	127
2. Sensitivität bei schwacher Rückstreuung vom Objekt . . . . .	127
3. Sensitivität bei Bewegungsunruhe . . . . .	131
4. Optische Schnitte durch verschiedene Objekte . . . . .	133
5. Ausblick . . . . .	133
VI. Zusammenfassung . . . . .	136
VII. Literatur . . . . .	138



### Liste häufig verwendeter Bezeichner

Im Folgenden sind Bezeichner aufgeführt, die in dieser Arbeit häufig Verwendung finden. Es sind möglichst allgemein übliche Bezeichner verwendet worden, wodurch es in einigen Fällen, in denen die Bedeutung eindeutig aus dem Kontext hervorgeht, zu Mehrfachbelegungen kommt.

Bezeichner	Bedeutung	Gleichung	Seite
A	Apertur	Gl.II(36)	25
$a(z)$	Autokorrelationsfunktion von $\varepsilon(z)$	Gl.II(11)	11
$\hat{a}(z)$	$a(z)$ normiert auf das Streuvermögen $\sigma$ des gesamten Objektes	Gl.II(15)	12
$a_v(z)$	Autokorrelationsfunktion des auf das Volumenelement $\Delta r^2 \cdot \Delta z$ an der Stelle $z$ beschränkten Streuvermögens $\varepsilon(z)$	Gl.II(38)	26
$a(k, z)$	Autokorrelationsfunktion des Produktes aus $\varepsilon(z)$ und einer Funktion, die die Orts- und Wellenlängenabhängigkeit von Streuung und Absorption berücksichtigt	Gl.II(67)	36
$a(k)$	Amplitude des Fehlers, der durch Approximation des Spektrums durch Interpolation der diskreten Messwerte entsteht	Gl.III(50)	73
$\alpha(z)$	Absorptionskoeffizient	Gl.II(55)	32
$\bar{\alpha}(z)$	Mittelwert des Absorptionskoeffizienten über $z$	Gl.II(60)	33
$\alpha$	Einfallswinkel des Gitterspektrometers	Gl.III(26)	66
$\beta$	Beobachtungswinkel des Gitterspektrometers	Gl.III(20)	65
$\beta_0$	$\beta$ im Zentrum des Spektrums	Gl.III(20)	65
$\delta\beta_0(k)$	in $k$ nichtlinearer Term von $\beta$	Gl.III(20)	65
D	Dynamik der Messung	Gl.IV(32)	90
$D_D$	Dynamik des Detektors	Gl.IV(38)	92
$\varepsilon(z)$	Amplitudenstreuvermögen an der Stelle $z$	Gl.II(1)	7
$\varepsilon_g(z)$	gerader Anteil von $\varepsilon(z)$	Gl.II(7)	9
$\hat{\varepsilon}(z)$	$\varepsilon(z)$ normiert auf die Quadratwurzel des Intensitätsstreuvermögens $\sigma$ des gesamten Objektes	Gl.II(16)	12
$\eta$	Quanteneffizienz des Detektors		82
$\eta'$	reduzierte Quanteneffizienz	Gl.IV(21)	85
$F(z)$	Photonenfluss pro Fläche und Zeit	Gl.III(1)	57
fwc	<i>full well capacity</i> , maximale Kapazität eines Pixels des Detektors, angegeben in Anzahl von Photoelektronen		91
$\Phi$	Sensitivität	Gl.IV(1)	79
$\gamma(z)$	Fouriertransformierte des Spektrums $p_0(k)$	Gl.II(12)	11

$\tilde{\gamma}(z', 2(z-z'))$	Fouriertransformierte des Produkts aus $p_0(k)$ und einer Funktion, die die Orts- und Wellenlängenabhängigkeit von Streuung und Absorption berücksichtigt	Gl.II(72)	37
$\hat{\gamma}(z', z)$	Fouriertransformierte des Produktes aus $p_0(k)$ und einem Phasenfaktor, der Dispersion berücksichtigt	Gl.II(81)	42
$g(z)$	Betrag von $\gamma(z)$	Gl.II(20)	13
$g$	Gitterabstand	Gl.III(26)	66
$g$	Verstärkung durch induzierte Emission pro Länge	Gl.III(1)	57
$G$	Verstärkung über die gesamte Länge eines Lasers	Gl.III(2)	57
$\Gamma$	Confinement Faktor	Gl.III(1)	57
$H(k)$	Fensterfunktion		14
$it(k)$	spektrale Intensitätsverteilung des Modulations-terms der Interferenz	Gl.II(8)	9
$k, \lambda$	Wellenzahl, Wellenlänge: $k = 2\pi/\lambda$		
$k_0, \lambda_0$	Zentrum des Spektrums der Lichtquelle		10
$k'$	auf das Zentrum $k_0$ verschobene Koordinaten von $k$		13
$\Delta k, \Delta \lambda, \Delta v$	Breite des vom Spektrometer erfassten Spektrums	Gl.II(43)	28, 85
$\Delta k_0, \Delta \lambda_0, \Delta v_0$	Breite des Spektrums der Lichtquelle		10, 22 85
$\delta k$	Einheit der k-Achse	Abb. 2	9
$\delta k$	Wellenzahlbreite eines Kanals des Spektrometers	Gl.II(45)	29
$\kappa$	verschobener und normierter Beobachtungswinkel des Spektrometers	Gl.III(21)	65
$\delta \kappa$	in $k$ nichtlinearer Term von $\kappa$	Gl.III(22)	65
$l_c$	Kohärenzlänge	Gl.II(35)	22
$L$	maximale Messtiefe	Gl.II(49)	28
$L_A$	maximale Messtiefe, begrenzt durch die Apertur des Objektivs	Gl.II(40)	28
$L_S$	maximale Messtiefe, begrenzt durch die spektrale Auflösung	Gl.II(43)	28
$L_{Sn}$	maximale Messtiefe, begrenzt durch die spektrale Auflösung, im geometrischen Ortsraum	Gl.II(91)	47
$L_{FFT}$	maximale Messtiefe, begrenzt durch die Anzahl der Elemente des Datensatzes der FFT	Gl.III(43)	71
$m$	Beugungsordnung	Gl.III(26)	66
MTF	Modulationstransferfunktion	Gl.II(44)	29
$n$	Anzahl der vom Objekt in einen Kanal des Spektrometers gestreuten Photonen	Gl.IV(16)	83
$n_0$	Anzahl der pro Kanal des Spektrometers auf das Objekt fallenden Photonen	Gl.IV(16)	83
$N_0$	Anzahl der über die gesamte Breite des Spektrums auf das Objekt fallenden Photonen	Gl.IV(20)	85
$n$	Brechungsindex	Gl.II(76)	40
$\bar{n}$	Mittelwert des Brechungsindex über $z$	Gl.II(76)	40

$\bar{n}_r$	Mittelwert des Brechungsindex entlang der optischen Achse im Referenzarm		40
$\bar{n}_o$	Mittelwert des Brechungsindex entlang der optischen Achse im Objekt		40
$\Delta\bar{n}$	Differenz der mittleren Brechungsindizes im Objekt- und Referenzarm: $\bar{n}_o - \bar{n}_r$		41
$\bar{n}_0$	Mittelwert des Brechungsindex im Zentrum $\lambda_0$ des Spektrums	Gl.II(78)	41
$\delta\bar{n}_0$	in $k$ nichtlinearer Term des Brechungsindex	Gl.II(78)	41
$\Delta\delta\bar{n}_0$	Differenz zwischen den Funktionen $\delta\bar{n}_0$ für den Objekt- und Referenzarm	Gl.II(79)	41
$\Delta\delta\bar{n}_{0e}$	$\Delta\delta\bar{n}_0$ an den Stellen, an denen das Spektrum auf $e^{-2}$ seines Wertes im Zentrum abgefallen ist	Gl.II(94)	49
$n_{sp}$	Inversionsfaktor	Gl.III(5)	58
$N_D$	Anzahl der Elemente des CCD-Detektors	Gl.II(42)	28
$N_{D,eff}$	Für die Abtastung des Spektrums effektive Anzahl der Elemente des CCD-Detektors; wegen der MTF ist $N_{D,eff}$ kleiner als die tatsächliche Anzahl $N_D$	Gl.II(48)	30
$N_{FFT}$	Anzahl der Elemente des Datensatzes der FFT	Gl.III(40)	70
$\delta\nu$	Frequenzbreite eines Kanals des Spektrometers	Gl.IV(20)	85
$p(k)$	spektrale Intensitätsverteilung der am Objekt gestreuten Strahlung	Gl.II(7)	9
$p_0(k)$	spektrale Intensitätsverteilung der Lichtquelle	Gl.II(7)	9
$p_I(k)$	spektrale Intensitätsverteilung der Interferenz aus Objekt- und Referenzwelle	Gl.II(6)	8
$p_m(k)$	gemessene spektrale Intensitätsverteilung	Gl.II(44)	29
$p_t(k)$	tatsächlich spektrale Intensitätsverteilung	Gl.II(44)	29
$P$	Intensität der vom Objekt gestreuten Strahlung		11
$P_0$	Intensität der Lichtquelle		11
$\Delta r$	laterale Auflösung der Messung	Gl.II(36)	25
$r_D$	Anzahl der Rauschelektronen pro Pixel		92
$\rho$	Intensität der Referenzwelle relativ zu der Intensität der Lichtquelle		8
$\rho_{opt}$	bezüglich des Signal zu Rauschverhältnisses optimales $\rho$	Gl.IV(26)	87
$S/N$	Signal zu Rauschverhältnis	Gl.IV(20)	85
$\sigma$	inkohärentes Intensitätsstreuvermögen des Objektes	Gl.II(14)	12
$\Delta\sigma$	$\sigma$ für ein Volumenelement $\approx \Delta r^2 \cdot \Delta z$ des Objektes	Gl.II(37)	25
$\Delta\sigma_{min}$	minimal detektierbares Streuvermögen eines Volumenelementes $\approx \Delta r^2 \cdot \Delta z$	Gl.IV(27)	88
$\sigma(z)$	Intensitätsstreuvermögen pro Länge: $\Delta\sigma/\Delta z$	Gl.II(53)	32
$T$	Beobachtungszeit (=Belichtungszeit)		80
$T_{opt}$	bezüglich der Sensitivität optimale Beobachtungszeit		107

$\tau$	Dauer eines Videobildes	Gl.IV(109)	124
$\tau_c$	Kohärenzzeit	Gl.IV(6)	80
$v(k)$	komplexe Amplitude der vom Objekt an der Stelle $k$ pro $dk$ gestreuten Welle	Gl.II(2)	7
$v_0(k)$	komplexe Amplitude der von der Lichtquelle an der Stelle $k$ pro $dk$ emittierten Strahlung	Gl.II(2)	7
$v_R(k)$	komplexe Amplitude der Referenzwelle an der Stelle $k$ pro $dk$	Gl.II(4)	8
$V_0(z)$	Amplitude der von der Lichtquelle emittierten Strahlung an der Stelle $z$	Gl.II(13)	12
$V$	Resonatorvolumen	Gl.III(1)	57
$w_{spont}$	Rate der pro Mode spontan emittierten Photonen	Gl.III(1)	57
$w_{stim}$	Rate der pro Mode induziert emittierten Photonen	Gl.III(3)	58
$z$	Koordinaten der optischen Achse	Gl.II(2)	7
$z_0$	Referenzpunkt der $z$ -Achse, definiert durch den Ort der Reflexion der Referenzwelle	Gl.II(5)	8
$z_{opt}$	Koordinaten der optischen Achse in Einheiten der optischen Weglänge	Gl.II(87)	
$z_p$	Periode der durch lineare Interpolation verursachten Störung im des Spektrums im $k$ -Raum	Gl.III(46)	72
$z_{p0}$	$z_p$ im Zentrum des Spektrums	Gl.III(48)	73
$z_s$	Länge des Referenzarms	Gl.II(74)	40
$\Delta z$	axiale Auflösung der Messung bei Auswertung des eines Spektrums der Breite $\Delta k$	Gl.II(43)28	
$\Delta z_0$	maximal mögliche axiale Auflösung bei Auswertung der gesamten Breite $\Delta k_0$ des Spektrums der Lichtquelle	Gl.II(34)	22
$\Delta z_{0n}$	axiale Auflösung im geometrischen Ortsraum	Gl.II(90)	46
$\Delta z_p$	Ausdehnung der durch lineare Interpolation des Spektrums verursachten Störung	Gl.III(54)	74
$\Delta z_{\delta\kappa}$	axiale Auflösung ohne Linearisierung des Spektrums	Gl.III(32)	69
$\Delta z_{\delta n}$	axiale Auflösung bei nichtlinearer Dispersion	Gl.II(93)	49
$\delta z$	Einheit der $z$ -Achse	Abb. 3	9
$\delta z_p$	von $k$ abhängiger Term von $z_p$	Gl.III(49)	73

## I Einleitung

Eine bewährte Methode der kontaktlosen Messung von Abständen ist das Echolotverfahren (70). Hierbei wird auf ein Objekt, dessen Ort bestimmt werden soll, ein Wellenpaket geschickt und die Laufzeit des vom Objekt gestreuten Wellenpaketes zurück zum Sender gemessen. Aus der Gruppengeschwindigkeit des Wellenpaketes kann dann der Abstand zwischen Objekt und Beobachtungsort bestimmt werden.

Die Wahl der für eine bestimmte Messaufgabe geeigneten Welle hängt u.a. von dem zu durchdringenden Medium und den zu messenden Abständen ab. In der Medizin hat sich für viele tomographische Messungen die Sonographie bewährt, bei der die Distanzen aus den Laufzeiten von (Ultra-)Schallwellen ermittelt werden (30). Die Messgenauigkeit ist durch die Länge eines Pulses und diese wiederum durch die Kohärenzlänge begrenzt. Da die Kohärenzlänge bei gegebener relativer Spektralbreite proportional zur Wellenlänge ist, erfordern genaue Messungen kurze Wellenlängen. Die Wellenlängen von elektromagnetischen Wellen aus dem infraroten oder sichtbaren Spektralbereich ermöglichen bei ausreichend kleiner Kohärenzlänge, also ausreichend großer Spektralbreite, Messungen mit einer Genauigkeit im Submillimeterbereich. Wegen ihrer hohen Geschwindigkeit erfordern Laufzeitmessungen mit elektromagnetischen Wellen aber Zeitmessungen mit großer Genauigkeit in der Größenordnung  $\Delta t = \Delta z / v_g$  ( $\Delta z$ : Ortsauflösung,  $v_g$ : Gruppengeschwindigkeit im betrachteten Spektralbereich), d.h. für Ortsauflösungen im Submillimeterbereich muss die Genauigkeit der Zeitmessung in der Größenordnung von Pikosekunden liegen.

Schon frühe sonographische Untersuchungen bestimmten die Zeit, die ein Wellenpaket für das Durchlaufen der zu bestimmenden Wegstrecke benötigt, durch Vergleich mit der Laufzeit des Wellenpaketes in einer bekannten Referenzstrecke (43). Während in der Sonographie die Laufzeiten inzwischen aber im Allgemeinen auf elektronischem Wege gemessen werden (53), ist wegen der hohen Lichtgeschwindigkeit der Vergleich von Laufzeiten bei Verwendung elektromagnetischer Wellen weiterhin die geeignete Form der Zeitmessung. Dabei wird der zeitliche Verlauf des vom Objekt gestreuten Lichtpulses beobachtet, indem seine Intensität mit der des Referenzpulses in Abhängigkeit von der Laufzeit der Referenzwelle korreliert wird (39). Für die Messung werden eine Lichtquelle, die einzelne, ausreichend kurze Lichtpulse emittiert, deren Abstand zueinander groß ist verglichen mit der Pulsdauer, und ein aufwendiges Detektionssystem benötigt (68).

Nach der Entwicklung schneller optischer Schalter mit Hilfe von Kerrzellen konnten 1971 erste Messungen mit einer Genauigkeit im Submillimeterbereich durchgeführt werden (20); diese Methode findet bis heute Anwendung für tomographische Messungen (82). Schon 1971 wurden mögliche Anwendungen optischer Laufzeitmessungen für tomographische Messungen in der Medizin erkannt (21); da die zur Verfügung stehenden Lichtquellen aber noch nicht die für die gewünschten Genauigkeiten erforderlichen kurzen Pulse lieferten, sind zunächst jedoch nur wenige tomographische Untersuchungen an biologischem Material durchgeführt worden (14). Erst die Entwicklung von Lasern mit Pulsen im Femtosekundenbereich in 1981 (32) hat dann weitere tomographische Messungen auf der Grundlage von Laufzeitmessungen optischer Wellen mit Anwendungen in der Medizin stimuliert (33, 55). Komplexität, Größe und Kosten von Tomographen basierend auf Laufzeitmessungen kurzer elektromagnetischer Pulse haben aber bis heute einen Durchbruch dieser Methode für die Vermessung von Objekten mit Tiefen in der Größenordnung *cm* verhindert. Darüber hinaus muss wegen der kurzen Pulsdauer die Spitzenleistung während eines Pulses groß sein, damit die für ein ausreichend hohes Signal zu Rauschverhältnis notwendige Anzahl von Photonen für die Messung zur Verfügung stehen; dies kann insbesondere bei biologischem Material zu Schäden am Untersuchungsobjekt führen.

Schon 1972, also zu der Zeit, als erste Laufzeitmessungen mit kurzen Lichtpulsen durchgeführt wurden, schlugen Flournoy et al. ein einfaches Weißlichtinterferometer für optische Distanzmessungen vor, mit dem Ergebnisse erzielt werden, die zu denen aus Laufzeitmessungen äquivalent sind (31). Fercher et al. haben 1988 Experimente auf der Basis eines solchen Weißlichtinterferometers wieder aufgenommen und damit Laufzeitmessungen von Licht wesentlich vereinfacht.

Anders als Laufzeitmessungen von kurzen Pulsen werden bei dem Weißlichtinterferometer nicht die Intensitäten, sondern die Feldamplituden der Objekt- und der Referenzwelle kohärent miteinander korreliert (29). Die Korrelation ergibt sich aus dem Modulationsterm der Interferenz von Objekt- und Referenzwelle bei Variation der Referenzstrecke. Wenn die Weglängen der Objekt- und Referenzwelle bis auf die Kohärenzlänge abgeglichen sind, kann der Interferenzterm beobachtet werden und daher die Weglänge der Objektwelle aus der bekannten Weglänge der Referenzwelle bestimmt werden. Die Anforderungen an die Lichtquelle und den Detektor sind wesentlich einfacher als bei Laufzeitmessungen mit kurzen Pulsen: Räumliche Kohärenz und zeitliche Inkohärenz des Messlichtes, d.h. eine Punktlichtquelle mit möglichst breitem Spektrum (40) und eine Photodiode sind ausreichende Voraussetzungen für die Beobachtung des Interferenzterms. Im Unterschied zu Laufzeitmessungen mit kurzen Pulsen können die Lichtpulse zeitlich fluktuierend emittiert

werden, sofern die Messzeit wesentlich länger als die Kohärenzzeit ist und damit über viele Pulse gemittelt wird. Bei gleicher Anzahl der für die Messung zur Verfügung stehenden Photonen kann die Spitzenleistung der Lichtquelle daher wesentlich geringer als bei Laufzeitmessungen mit kurzen Pulsen sein.

Mangels Verfügbarkeit geeigneterer Lichtquellen führten Fercher et al. ihre ersten Versuche mit Multimode Laserdioden durch (29). Die Messungen wurden zunächst an biologischen Objekten, namentlich zur Bestimmung der Augenzlänge durchgeführt (29, 41) und fanden bald darauf auch erste Anwendungen zur Vermessung technischer Objekte (36, 47). Für die Messungen wird die Länge der Referenzstrecke kontinuierlich verändert und das heterodyne, mit der Dopplerfrequenz schwebende Interferenzsignal durch eine Photodiode mit nachgeschaltetem Frequenzfilter elektronisch detektiert.

Nachdem mit Superlumineszenzdioden räumlich kohärente Lichtquellen mit breiter, kontinuierlicher Spektralverteilung, d.h. mit räumlich eng begrenzter Kohärenzfunktion zur Verfügung standen, haben Huang et al. das Prinzip der Laufzeitmessung durch Interferenz aufgegriffen und unter dem Namen Optische Kohärenztomographie (OCT) für die zweidimensionale Erfassung von optischen Schnitten weiterentwickelt (42). Die Optische Kohärenztomographie hat seitdem eine rapide Entwicklung erfahren und Eingang nicht nur in medizinische, sondern auch in technische Anwendungen gefunden (7, 8, 25, 76, 80, 83). Der Schwerpunkt neuerer Arbeiten liegt auf der Verbesserung der räumlichen Auflösung durch Verwendung von Lichtquellen mit sehr breitem Spektrum, d.h. sehr kurzer Kohärenzlänge (12, 18, 19, 79).

Schnelle Messungen zur Darstellung optischer Schnitte in Videofrequenz sind mit dem OCT-Verfahren nur schwer zu realisieren, da die Weglänge der Referenzstrecke für jeden Tiefenscan über den gesamten Messbereich durchgestimmt werden muss (66). Selbst wenn die damit verbundenen mechanischen Probleme gelöst wären, verbliebe das Problem, dass die Streuung von einem Ort nur während desjenigen Bruchteils der Messzeit eines Tiefenscans zum Signal beiträgt, in dem die Weglängen der Objekt- und Referenzwelle bis auf die Kohärenzlänge abgeglichen sind:; dieser Bruchteil ist durch das Verhältnis von Kohärenzlänge zu Messtiefe gegeben. Bei kurzen Messzeiten wären daher hohe Leistungen notwendig, um genügend viele Photonen für ein ausreichend hohes Signal zu Rauschverhältnis zur Verfügung zu stellen.

Nur etwa ein Jahr nachdem Fercher et al. erste Distanzmessungen durch Beobachtung von Weißlichtinterferenz in Abhängigkeit von der Weglänge der Referenzwelle durchgeführt

haben, schlugen Smith et al. 1989 ein modifiziertes Weißlichtinterferometer für optische Distanzmessungen vor, bei dem die Weglänge der Referenzstrecke während der Messung nicht variiert werden muss, sondern konstant ist und die Interferenz spektral aufgelöst beobachtet wird (71). Dieses Verfahren wird im Folgenden als "optische Spektrotomographie" bezeichnet. Das zu Grunde liegende Messprinzip ist aus dem täglichen Leben bekannt: Wird eine dünne Schicht mit Weißlicht beleuchtet, beispielsweise ein Ölfilm mit Sonnenlicht, so schillert das zurückgestreute Licht in bunten Farben. Die dünne Schicht wirkt als Fabry-Perot Interferometer, abhängig von ihrer Dicke werden bestimmte Spektralbereiche durch Interferenz verstärkt und andere geschwächt, so dass die Farbzusammensetzung des gestreuten Lichts sich von der des einfallenden Lichts unterscheidet. Die Spektralverteilung des gestreuten Lichtes enthält also Informationen über den Abstand der streuenden Schichten. Auch die umgekehrte Anwendung ist seit langem wohlbekannt: Durch Aufbringen von Schichten bestimmter Dicke kann das spektrale Reflexionsverhalten von Optiken gezielt beeinflusst werden (65).

Zur Bestimmung der räumlichen Verteilung des Streuvermögens wird bei der optischen Spektrotomographie das von dem zu untersuchenden Objekt gestreute Licht wie bei der OCT mit einer Referenzwelle überlagert. Anders als bei der OCT ist ein Abgleich der Weglängen von Referenz- und Objektstrecke während der Messung aber nicht notwendig. Beobachtet wird das Spektrum der Interferenz aus Objekt- und Referenzwelle. Diese Interferenz kann ohne Weglängenabgleich bis zu Gangunterschieden beobachtet werden, die der Kohärenzlänge eines Kanals des Spektrometers entsprechen. Das Spektrum der Interferenz ist moduliert und die Frequenz der Modulation im  $k$ -Raum ist gleich der Weglängendifferenz; die Ortsbestimmung ergibt sich aus dem Spektrum also durch Fouriertransformation. Messungen basierend auf der optischen Spektrotomographie sind im Ergebnis identisch mit denen von Laufzeitmessungen mit kurzen Pulsen, auch wenn der Messaufbau einen Laufzeitvergleich der mit Gruppengeschwindigkeit laufenden Pulse in Objekt- und Referenzarm nicht auf den ersten Blick nahe legt.

Da keine mechanische Veränderung der Weglänge der Referenzstrecke notwendig ist und die Streuung von jedem Ort während der gesamten Messzeit eines Tiefenscans zum Signal beiträgt, können mit dieser Methode prinzipiell schnellere Messungen mit höherem Signal zu Rauschverhältnis als bei der OCT durchgeführt werden. Trotzdem hat dieses Prinzip der optischen Weglängenmessung lange Zeit wenig Aufmerksamkeit erfahren. Auch nachdem mit Superlumineszenzdiolen zeitlich inkohärente Lichtquellen mit hoher Strahldichte zur Verfügung standen, galt der OCT das Interesse vieler Arbeitsgruppen, während sich nur wenige Arbeiten mit dem auf der Analyse des Interferenzspektrums basierenden



Verfahrens beschäftigen (27). Dies hat sich erst in jüngster Zeit geändert, nachdem die OCT an ihre Grenzen gestoßen ist (3, 17, 51, 52, 57, 59, 81, 84).

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die physikalischen Grundlagen der optischen Spektrotomographie zu untersuchen. Die Abhängigkeit der die Messung charakterisierenden Größen, räumliche Auflösung und Messtiefe, von den Parametern der Messapparatur wird ebenso wie der Einfluss von Absorption und Dispersion des Objektes analysiert. Die Sensitivität definiert als der Kehrwert des kleinsten detektierbaren Streuvermögens der Messungen wird untersucht und in Relation zu der der Optischen Kohärenztomographie gesetzt. Es wird ein Messaufbau vorgestellt, mit dem für einige Messsituationen und an einigen Beispielobjekten Messungen durchgeführt werden. Eine ausführliche quantitative experimentelle Überprüfung der Ergebnisse der mathematischen Analyse und des Vergleiches mit der Optischen Kohärenztomographie erfolgt nicht in dieser Arbeit, sondern bleibt nachfolgenden Arbeiten vorbehalten.

## II Messprinzip der optischen Spektrotomographie

### II.1 Bestimmung der räumliche Verteilung des Streuvermögens eines Objektes aus der spektralen Modulation von Weißlichtinterferenz

#### II.1.1 Messlicht mit unbegrenzter Spektralbreite

Fällt Licht auf ein transparentes Objekt, dessen Brechungsindex entlang der optischen Achse variiert, so wird nach den Fresnelschen Formeln ein Teil der Welle reflektiert (9). Der Anteil des reflektierten bzw. des transmittierten Lichtes wird durch die Reflexions- bzw. die Durchlässigkeitskoeffizienten beschrieben. Hier soll jedoch nicht der nach dem Snelliusschen Reflexionsgesetz reflektierte, sondern der in den räumlichen Monomode einer einfallenden, räumlich kohärenten Welle zurückgestreute Anteil betrachtet werden. Dazu wird das Amplitudenstreuvermögen  $\epsilon(z)$  definiert, das den Betrag  $|dv|$  der Amplitude der an der Stelle  $z$  pro Schichtdicke  $dz$  in den räumlichen Monomode zurückgestreuten Welle relativ zum Betrag  $|v_0|$  der Amplitude der einfallenden, räumlich kohärenten Welle angibt:

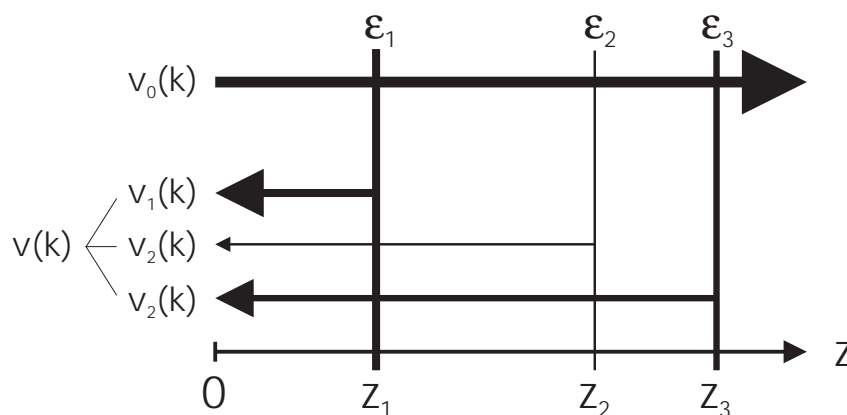


Abb. 1 Schematische Darstellung der Rückstreuung einfallenden Lichtes  $v_0(k)$  an drei streuenden Schichten.

Unterschiedliches Streuvermögen  $\epsilon_j$  und unterschiedliche Laufwege  $2z_j$  führen zu unterschiedlichen Amplituden und unterschiedlichen Phasen der zurückgestreuten Komponenten an der Stelle  $z=0$ :  $v_j(k) = v_0(k) \epsilon_j e^{2ikz_j}$  (mögliche Phasensprünge durch Streuung an dichteren Medien sind vernachlässigt, s. Text). Das zurückgestreute Licht setzt sich damit wie folgt zusammen:

$$v(k) = \sum_{j=1}^3 v_j = v_0(k) \sum_{j=1}^3 \epsilon_j e^{2ikz_j}$$

$$\varepsilon(z) dz \equiv \frac{|dv(z)|}{|v_0|} = \frac{\sqrt{dv(z)dv^*(z)}}{\sqrt{v_0v_0^*}}. \quad (1)$$

Die  $z$ -Abhängigkeit von  $\varepsilon(z)$  beschreibt die Verteilung des Streuvermögens entlang der  $z$ -Achse und enthält damit tomographische Information über das Objekt. Die Aufgabe optischer Tomographie ist es also, aus dem zurückgestreuten Signal die Funktion  $\varepsilon(z)$  zu bestimmen.

Die im Wellenvektorintervall  $dk$  vom Objekt zurückgestreute Welle ergibt sich aus der kohärenten Überlagerung der Amplituden aller entlang der optischen Achse in den räumlichen Monomode zurückgestreuten Beiträge. Werden Amplitude und Phase des pro Wellenvektorintervalls  $dk$  einfallenden, räumlich kohärenten Lichtes an der Stelle  $z = 0$  mit der komplexen Größe  $v_0(k)$  beschrieben (10) und wird zunächst angenommen, dass die Abschwächung des einfallenden Lichtes entlang der optischen Achse ebenso wie Mehrfachstreuungen, Absorption und Dispersion vernachlässigt werden können, so setzt sich das in den betrachteten räumlichen Monomode zurückgestreute Signal  $v(k)$  an der Stelle  $z = 0$  aus folgenden spektralen Komponenten zusammen (s. Abb. 1):

$$v(k) = v_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \varepsilon(z) e^{2ikz}; \quad (2)$$

$z$  ist die Komponente der geometrischen Weglänge entlang der optischen Achse. Der Übersichtlichkeit halber wird zunächst angenommen, dass der Brechungsindex entlang der optischen Achse 1 ist. In Kapitel II.4.2 wird diese Annahme fallengelassen und die Auswirkung eines von 1 verschiedenen und im Allgemeinen auch dispersiven Brechungsindex betrachtet. Der Faktor 2 im Exponenten des Integranden resultiert aus der Annahme, dass im zurückgestreuten Licht beobachtet wird, d.h. das beobachtete Licht durchläuft alle Strecken zweimal. Mögliche Phasensprünge bei den Streuungen sind in Gl.(2) vernachlässigt, da der korrespondierende Sprung in der Ortskoordinate lediglich ein Viertel der Wellenlänge beträgt und damit wesentlich kleiner als die Messgenauigkeit ist (s. Gl.(34)).

Für die gesuchte Funktion  $\varepsilon(z)$  ergibt sich aus Gl.(2) durch inverse Fouriertransformation (44):

$$\varepsilon(z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{v(k)}{v_0(k)} e^{-2ikz}. \quad (3)$$

Zur Bestimmung des Quotienten aus den komplexen Größen  $v(k)$  und  $v_0(k)$  wird die Differenz der zugehörigen Phasen  $\varphi$  und  $\varphi_0$  an der Stelle  $z = 0$  benötigt. Diese kann experimentell durch Interferenz der vom Objekt zurückgestreuten Welle  $v(k)$  mit einer zur einfallenden Welle  $v_0(k)$  proportionalen Referenzwelle  $v_R(k) = \varepsilon_R v_0(k)$  bestimmt werden. Wird die Referenzwelle aus der einfallenden Welle mit einem Spiegel erzeugt, so kann  $v_R(k)$  analog zu Gl.(2) durch eine Fouriertransformation des Amplitudenstreuvermögens  $\varepsilon_R(z)$  des Spiegels dargestellt werden:

$$v_R(k) = v_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \varepsilon_R(z) e^{2ikz} . \quad (4)$$

Wenn das Streuvermögen  $\varepsilon_R(z)$  des Spiegels durch eine Deltafunktion  $\varepsilon_R \delta(z-z_0)$  angenähert werden kann und dessen Position  $z_0$  als Ursprung der  $z$ -Achse definiert wird, d.h.  $z_0 = 0$ , dann folgt für die Amplitude der Referenzwelle

$$v_R(k) = \varepsilon_R v_0(k) . \quad (5)$$

Das Quadrat von  $\varepsilon_R$  ist gleich dem Reflexionskoeffizienten  $\rho$  des Spiegels:  $\rho = \varepsilon_R^2$ . In der Praxis wird die Intensität der Referenzwelle an der Stelle der Beobachtung der Interferenz nicht nur durch den Reflexionskoeffizienten  $\rho$ , sondern auch durch weitere Abschwächungen wie der Intensitätsteilung im Interferometer und räumlicher Filterung bestimmt. Im Allgemeinen steht der Koeffizient  $\varepsilon_R$  bzw.  $\rho$  dann für das Verhältnis der Amplitude bzw. der Intensität der Referenzwelle an der Stelle der Beobachtung der Interferenz zu der Amplitude bzw. der Intensität der Welle  $v_0(k)$ , die in das Interferometer einfällt. Entsprechendes gilt für das Amplitudenstreuvermögen  $\varepsilon(z)$  des Objektes.

Für das Intensitätsspektrum  $p_I(k)$  der Interferenz gilt

$$p_I(k) = v_R(k)v_R^*(k) + v(k)v^*(k) + v(k)v_R^*(k) + v_R(k)v^*(k) . \quad (6)$$

Bezeichnet man das auf das Objekt fallende bzw. vom Objekt zurückgestreute Intensitätsspektrum mit  $p_0(k) = v_0(k)v_0^*(k)$  und  $p = v(k)v^*(k)$  und verwendet man  $v(k)$  aus Gl.(2), dann lautet Gl.(6)

$$p_I(k) = \rho p_0(k) + p(k) + 2\sqrt{\rho} p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \epsilon_g(z) e^{2ikz}; \quad (7)$$

hierbei ist  $\epsilon_g(z) \equiv \frac{1}{2} [\epsilon(z) + \epsilon(-z)]$  der gerade Teil der Funktion  $\epsilon(z)$ .

Gl.(7) ist eine Beziehung zwischen der Fouriertransformation des geraden Teils des Streuvermögens  $\epsilon_g(z)$  und dem Modulationsterm  $it(k) \equiv p_I(k) - \rho p_0(k) - p(k)$  der Interferenz:

$$2\sqrt{\rho} p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \epsilon_g(z) e^{2ikz} = p_I(k) - \rho p_0(k) - p(k) \equiv it(k). \quad (8)$$

Durch Division mit  $2\sqrt{\rho} p_0(k)$  und inverse Fouriertransformation ergibt sich daraus  $\epsilon_g(z)$ :

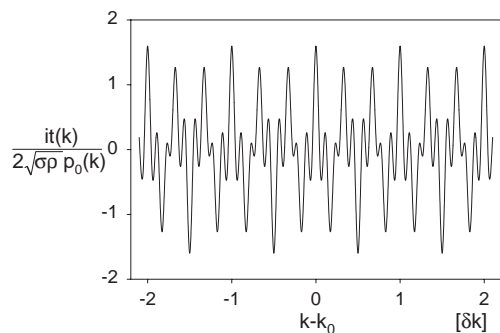


Abb. 2 Der Modulationsterm  $it(k)$  der Interferenz einer Referenzwelle mit einer an dem Streuvermögen aus Abb. 3 gestreuten Welle.  $it(k)$  ist normiert auf die Modulationstiefe  $2\sqrt{\sigma\rho} p_0(k)$ , wobei  $\sigma = \sum_i (\epsilon_i dz)^2$  das inkohärente Intensitätsstreuvermögen des Objektes ist.  $k$ -Achse in Einheiten von  $\delta k = \pi/\delta z$ .

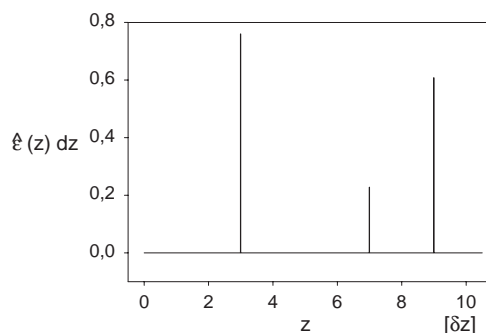


Abb. 3 Streuvermögen  $\hat{\epsilon}(z)$  bestehend aus drei Deltafunktionen:

$$\hat{\epsilon}(z) = \sum_{j=1}^3 \hat{\epsilon}_j \delta(z-z_j) \text{ mit}$$

$$z_1 = 3 \delta z$$

$$z_2 = 7 \delta z$$

$$z_3 = 9 \delta z \text{ und}$$

$$\epsilon_1 = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2}$$

$$\epsilon_2 = 0,3 \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2}$$

$$\epsilon_3 = 0,8 \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2}$$

$z$ -Achse in Einheiten von  $\delta z = \pi/\delta k$

$$\varepsilon_g(z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\rho}} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{it(k)}{p_0(k)} e^{-2ikz} . \quad (9)$$

Das Intensitätsspektrum  $it(k)$  des Interferenzterms kann durch Messung der Intensitätsspektren  $p_I(k)$ ,  $p(k)$  und  $p_0(k)$  experimentell bestimmt werden; durch Normierung auf das mit  $2\sqrt{\rho}$  multiplizierte Intensitätsspektrum  $p_0(k)$  der auf das Objekt einfallenden Welle und anschließender Fouriertransformation folgt nach Gl.(9) der gerade Teil  $\varepsilon_g(z)$  des Streuvermögens.

In Abb. 2 ist der Modulationsterm  $it(k)$  der Interferenz einer an drei Schichten mit dem Streuvermögen aus Abb. 3 gestreuten Welle mit einer Referenzwelle dargestellt. Das in Abb. 3 dargestellte Streuvermögen  $\hat{\varepsilon}(z)$  ist das auf die Quadratwurzel aus dem inkohärenten Intensitätsstreuvermögen  $\sigma \equiv \sum_i (\varepsilon_i dz)^2$  normierte Streuvermögen  $\varepsilon(z)$ . Der Modulationsterm in Abb. 2 ist auf diejenige Modulationstiefe  $2\sqrt{\sigma\rho}p_0(k)$  normiert, die der Interferenzterm hätte, wenn die Objektwelle aus der Streuung an einer einzigen Schicht mit dem Streuvermögen  $\sigma$  resultierte. Die Einheiten  $\delta k$  der  $k$ -Achse in Abb. 2 sind zu den Einheiten  $\delta z$  der  $z$ -Achse in Abb. 3 reziprok; in den Abbildungen ist  $\delta k = \pi/\delta z$  gewählt, d.h. zu einem Streuer an der Stelle  $\delta z$  gehört eine Modulation der Interferenz mit der Periode  $\delta k$ . Der Referenzpunkt  $k_0$  der  $k$ -Achse ist willkürlich so gewählt, dass  $k_0 z_j$  für die Orte  $z_j$  der Streuer ein ganzes Vielfaches von  $\pi$  ist.

### II.1.2 Messlicht mit begrenzter Spektralbreite

In der Praxis ist die Spektralverteilung  $p_0(k)$  der auf das Objekt einfallenden Welle nur in einem begrenzten Spektralbereich der Breite  $\Delta k_0$  um das Zentrum  $k_0$  wesentlich von Null verschieden und daher die Division von Gl.(8) durch  $p_0(k)$  außerhalb dieses Bereiches schlecht bestimmt. Nach Gl.(8) hat die Multiplikation der Fouriertransformation von  $\varepsilon_g(z)$  mit einem Intensitätsspektrums  $p_0(k)$  begrenzter Breite zur Folge, dass der Interferenzterm  $it(k)$  und damit das Messsignal nur für solche Streuvermögen  $\varepsilon_g(z)$  von Null verschiedenen ist, deren Fouriertransformation bezüglich  $2k$  mit dem Intensitätsspektrum  $p_0(k)$  überlappt. Der Faktor 2 in der Ortsfrequenz der Fouriertransformation von  $\varepsilon_g(z)$  tritt wegen der Annahme der Beobachtung im reflektierten Licht auf. Die tomographische Detektion eines Messobjektes ist also auf solche räumlichen Strukturen beschränkt, deren Ortsfrequenzen doppelt so groß sind wie die des Messlichtes  $p_0(k)$ . Im folgenden wird angenommen, dass die Spektralbreite des Messlichtes  $p_0(k)$  begrenzt ist und daher Gl.(8) nicht durch Division mit  $2\sqrt{\rho}p_0(k)$  in Gl.(9) umgeformt werden kann.

Zunächst wird das von dem Messobjekt zurückgestreute Intensitätsspektrum  $p(k)$  mit Hilfe von Gl.(2) proportional zu dem auf das Objekt einfallende Intensitätsspektrum  $p_0(k)$  ausgedrückt:

$$p(k) = v(k)v^*(k) = p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz a(z) e^{2ikz}; \quad (10)$$

hierbei ist  $a(z)$  die Autokorrelationsfunktion des Streuvermögens  $\varepsilon(z)$ :

$$a(z) = \varepsilon(z)*\varepsilon(-z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' \varepsilon(z')\varepsilon(z'-z); \quad (11)$$

das Symbol  $*$  steht für die Faltung:  $f(z)*g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' f(z') g(z-z')$ .

Ein Objekt streut also nur denjenigen Spektralbereich des einfallenden Intensitätsspektrums  $p_0(k)$  zurück, der mit der bezüglich  $2k$  fouriertransformierten Autokorrelationsfunktion seines Streuvermögens  $\varepsilon(z)$  überlappt, d.h. Licht wird nur von solchen räumlichen Strukturen gestreut, deren Ortsfrequenz doppelt so groß ist wie die des einfallenden Lichtes  $p_0(k)$ .

Das Verhältnis derjenigen Leistung  $P$ , die über das Spektrum integriert von dem Objekt zurückgestreut wird, zu derjenigen Leistung  $P_0$ , die über das Spektrum integriert auf das Objekt einfällt, kann als inkohärentes Intensitätsstreuvermögen  $\sigma$  des Objektes für das betrachtete Spektrum definiert werden. Die über das Spektrum integrierte Leistung  $P_0$  ist gleich der mit  $\sqrt{2\pi}$  multiplizierten Fouriertransformierten der Leistung  $p_0(k)$  an der Stelle  $z = 0$ . Diese Fouriertransformation ist die Autokorrelationsfunktion  $\Gamma(z)$  der Fouriertransformierten  $V_0(z)$  des analytischen Signals  $v_0(k)$  der Lichtquelle; wird sie auf ihren Wert an der Stelle  $z = 0$  normiert, dann wird sie normierte Autokorrelationsfunktion  $\gamma(z)$  genannt (46):

$$\gamma(z) = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk p_0(k) e^{ikz} = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk v_0(k)v_0^*(k) e^{ikz} = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dz' V_0(z')V_0^*(z'-z), \quad (12)$$

wobei  $V_0(z)$  das analytische Signal an der Stelle  $z$  ist:

$$V_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk v_0(k) e^{ikz}. \quad (13)$$

Mit Gl.(10) und Gl.(12) folgt für das inkohärente Streuvermögen  $\sigma$ :

$$\sigma \equiv \frac{P}{P_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dk p(k)}{\int_{-\infty}^{\infty} dk p_0(k)} = a(z) * \gamma(2z)|_{z=0} = \int_{-\infty}^{\infty} dz a(z) \gamma(2z). \quad (14)$$

Das inkohärente Streuvermögen  $\sigma$  ergibt sich also aus der Faltung der Autokorrelationsfunktion des Signals  $V_0(z)$  der Lichtquelle mit der des Amplitudenstreuvermögens  $\varepsilon(z)$  des Objektes; der Wert dieser Faltung an der Stelle  $z = 0$  ergibt  $\sigma$ . Der Faktor 2 im Argument von  $\gamma(2z)$  resultiert aus der Annahme, dass im reflektierten Licht beobachtet wird.

Wird die auf das inkohärente Streuvermögen  $\sigma$  normierte Autokorrelationsfunktion des Amplitudenstreuvermögens  $\varepsilon(z)$

$$\hat{a}(z) = \frac{a(z)}{\sigma} \quad (15)$$

und gemäß Gl.(11) entsprechend das normierte Amplitudenstreuvermögen

$$\hat{\varepsilon}(z) = \frac{\varepsilon(z)}{\sqrt{\sigma}} \quad (16)$$

eingeführt, dann kann der Interferenzterm aus Gl.(8) wie folgt geschrieben werden:

$$2\sqrt{\sigma\rho} p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{\varepsilon}_g(z) e^{2ikz} = it(k). \quad (17)$$

Mit Gl.(12) folgt daraus durch inverse Fouriertransformation:

$$\hat{\varepsilon}_g(z) * \gamma(2z) = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho} P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk it(k) e^{2ikz}. \quad (18)$$



In der Praxis ist es vorteilhaft, die Fouriertransformation bezüglich der Koordinaten  $k' = k - k_0$  durchzuführen, deren Ursprung im Zentrum  $k_0$  der Spektralverteilung  $p_0(k)$  liegt. Dann folgt für Gl.(18):

$$[\hat{\epsilon}_g(z) e^{-2ik_0z}] * [g(2z) e^{i\varphi(2z)}] = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho}P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' it(k) e^{2ik'z} ; \quad (19)$$

dabei ist  $g(z)$  der Betrag der Autokorrelationsfunktion  $\gamma(z)$  und  $\varphi(z)$  die Phase der Fouriertransformierten der auf den Ursprung der Achse zentrierten Spektralverteilung  $p_0(k'+k_0)$ :

$$\gamma(z) = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk p_0(k) e^{ikz} = \frac{1}{P_0} e^{ik_0z} \int_{-\infty}^{\infty} dk' p_0(k'+k_0) e^{ik'z} = g(z) e^{i(k_0z+\varphi(z))} . \quad (20)$$

Wenn das Spektrum  $p_0(k)$  glockenförmig ist, dann bewirkt die Faltung der Funktion  $\epsilon_g(z)$  mit dem Betrag  $g(2z)$  der zu  $p_0(k)$  gehörigen Autokorrelationsfunktion eine Peakverbreiterung und damit eine Einschränkung der räumlichen Auflösung der Funktion  $\epsilon_g(z)$  um  $\Delta z_0 \approx \pi/\Delta k_0$  (s. räumliche Auflösung in Kapitel II.4), so dass die Funktion  $\epsilon_g(z)$  bis auf diese Einschränkung nach Gl.(19) aus der Fouriertransformation des Interferenzterms  $it(k)$  bestimmt werden kann.

In Abb. 4 ist der auf die Modulationstiefe  $2\sqrt{\sigma\rho}P_0$  normierte Interferenzterm  $it(k)$  aus Abb. 2 für ein gaussförmiges Spektrum  $p_0(k)$  dargestellt; das einhüllende Spektrum  $p_0(k)$  und dessen Halbwertsbreite  $\Delta k_0$  sind mit eingezeichnet. Nach Gl.(19) ergibt sich aus dem Interferenzterm  $it(k)$  die in Abb. 5 dargestellte Funktion  $\hat{\epsilon}_g(z)*g(2z)$  durch Fouriertransformation. Ein Vergleich mit Abb. 3 zeigt, dass es sich bei dieser Faltung bis auf den Faktor  $1/2$  und eine Verbreiterung mit der Halbwertsbreite  $\Delta z_0$  um das gesuchte Streuvermögen  $\hat{\epsilon}(z)dz$  handelt. Der Faktor  $1/2$  resultiert aus der Tatsache, dass nur der gerade Anteil der gesuchten Funktion  $\hat{\epsilon}(z)$  in die Faltung eingeht. Die Halbwertsbreite beträgt  $\Delta z_0 = 4 \ln 2 / \Delta k_0$  (s. Kapitel II.4, Gl.(34) und Gl.(35)) und beschränkt die räumliche Auflösung des Messverfahrens.

Wenn das Spektrum  $p_0(k)$  von der Form einer Glockenfunktion abweicht, ist die Bestimmung der Funktion  $\epsilon_g(z)$  aus Gl.(19) im Allgemeinen nicht möglich. Sind die Abweichungen jedoch nur klein, so führt die Faltung der Funktion  $\epsilon_g(z)$  mit der Fensterfunktion  $g(2z) e^{i\varphi(2z)}$  neben der Peakverbreiterung zu kleinen Nebenpeaks, die als Rauschen aufgefasst werden können. In vielen praktisch relevanten Fällen hat die Spektralverteilung der

Intensität  $p_0(k)$  näherungsweise die Form einer Glockenfunktion mit spektralen Ripplern, aus denen durch die Faltung nur ein vernachlässigbares Rauschen resultiert (s. Kapitel IV.2.4).

Im allgemeinen Fall einer nicht glockenförmigen Spektralverteilung kann eine glockenförmige Fensterfunktion  $H(k)$  mit der Normierung  $\int_{-\infty}^{\infty} dk H(k) = P_0$  eingeführt werden, beispielsweise ein Hanning Fenster (13). Wird als Fensterfunktion eine reelle Funktion  $H(k) = h(k)h^*(k)$  gewählt, die das gleiche Zentrum  $k_0$  wie das Intensitätsspektrums  $p_0(k)$  hat und nach außen genauso schnell wie  $p_0(k)$  oder schneller abfällt, dann kann Gl.(8) durch das auf die Fensterfunktion normierte Intensitätsspektrum  $p_0(k)$  dividiert werden; statt Gl.(19) folgt dann:

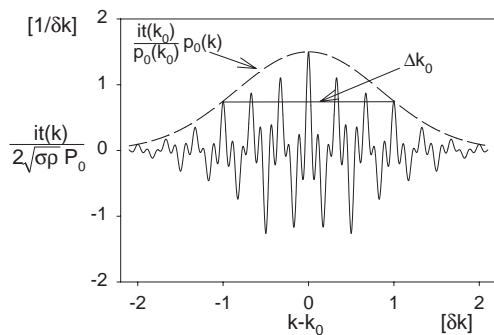


Abb. 4 Der Modulationsterm  $it(k)$  der Interferenz einer Referenzwelle mit einer an dem Streuvermögen aus Abb. 3 gestreuten Welle für ein gaussförmiges Spektrum  $p_0(k)$  mit der Halbwertsbreite  $\Delta k_0$ .

$it(k)$  ist normiert auf die Modulationstiefe  $2\sqrt{\sigma_p}P_0$  und in Einheiten von  $1/\delta k$  angegeben.

$k$ -Achse in Einheiten von  $\delta k = \pi/\delta z$ .

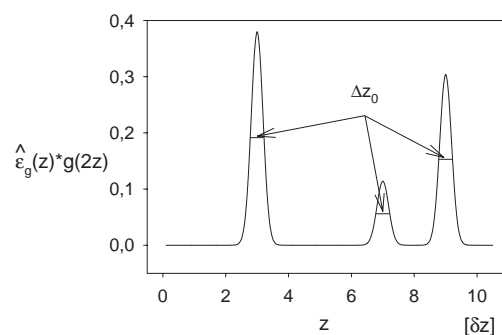


Abb. 5 Durch Fouriertransformation des Modulationsterms  $it(k)$  aus Abb. 4 ergibt sich eine Faltung, die bis auf den Faktor  $1/2$  und eine Verbreiterung mit der Halbwertsbreite  $\Delta z_0 = 4 \ln 2 / \Delta k_0$  der Autokorrelationsfunktion  $\gamma(2z)$  die Funktion  $\hat{\epsilon}(z)dz$  aus Abb. 3 ergibt.

$z$ -Achse in Einheiten von  $\delta z = \pi/\delta k$

$$[\hat{\varepsilon}_g(z) e^{-2ik_0z}] * [g_h(2z) e^{i\varphi_h(2z)}] = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho}P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' \frac{it(k)}{p_0(k)} H(k) e^{2ik'z}; \quad (21)$$

hierbei ist  $\varphi_h(z)$  die Phase der Fouriertransformierten der auf den Ursprung der Achse zentrierten Fensterfunktion  $H(k'+k_0)$  und  $g_h(z)$  der Betrag der normierten Autokorrelationsfunktion  $\gamma_h(z)$  von  $h(k)$ :

$$\gamma_h(z) = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk H(k) e^{ikz} = \frac{1}{P_0} e^{ik_0z} \int_{-\infty}^{\infty} dk' H(k'+k_0) e^{ik'z} = g_h(z) e^{i(k_0z+\varphi_h(z))}. \quad (22)$$

Während zur Bestimmung der Funktion  $\varepsilon_g(z)$  nach Gl.(19) ein glockenförmiges Spektrum  $p_0(k)$  des Messlichtes notwendig ist, kann  $\varepsilon_g(z)$  nach Gl.(21) durch Normierung des Interferenzterms  $it(k)$  auf  $p_0(k)$  auch bei Verwendung eines beliebigen Spektrums bestimmt werden. Die Einschränkungen aus Gl.(19) hinsichtlich der räumlichen Auflösung, mit der  $\varepsilon_g(z)$  bestimmt werden kann, gelten für Gl.(21) entsprechend, wobei die Auflösungsgrenze  $\Delta z_0 \approx \pi/\Delta k$  hier durch die Breite  $\Delta k$  der Fensterfunktion  $H(k)$  bestimmt ist. Da  $\Delta k$  nicht größer als die Spektralbreite  $\Delta k_0$  des Messlichtes  $p_0(k)$  sein darf, ist die räumliche Auflösung optimal, wenn als Fensterfunktion die Einhüllende des Spektrums gewählt wird.

### II.1.3 Auswertung des Interferenzspektrums $p_I(k)$ an Stelle des Modulationsterms $it(k)$ der Interferenz

Nach Gl.(18) bzw. Gl.(21) ist für die Bestimmung der gesuchten Funktion  $\varepsilon_g(z)$  die Kenntnis des Spektrums des Modulationsterms  $it(k)$  der Interferenz notwendig. Dies erfordert nach Gl.(8) die Messung von drei Spektren, nämlich dem Spektrum der Interferenz  $p_I(k)$ , dem Spektrum der Referenzwelle  $p_0(k)$  und dem Spektrum der Objektwelle  $p(k)$ . Im Folgenden wird untersucht, welche Auswirkung es auf die Bestimmung der gesuchten Funktion  $\varepsilon_g(z)$  hat, wenn die Messung auf ein einziges Spektrum, nämlich dem Spektrum der Interferenz  $p_I(k)$  beschränkt wird. Nach Gl.(7) folgt unter Verwendung von Gl.(10), Gl.(16) und Gl.(15) für das Spektrum  $p_I(k)$  der Interferenz:

$$p_I(k) = p_0(k) \left( \rho + \sigma \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{a}(z) e^{2ikz} + 2\sqrt{\sigma\rho} \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{\varepsilon}_g(z) e^{2ikz} \right). \quad (23)$$

Daraus folgt durch inverse Fouriertransformation:

$$\left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho}{\sigma}} \delta(z) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \hat{a}(z) + \hat{\epsilon}_g(z) \right) * \gamma(2z) = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho}P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk p_I(k) e^{2ikz} \quad (24)$$

bzw. bei Fouriertransformation bezüglich der Koordinate  $k' = k - k_0$ , deren Ursprung im Zentrum  $k_0$  der Spektralverteilung liegt:

$$\left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho}{\sigma}} \delta(z) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \hat{a}(z) + \hat{\epsilon}_g(z) \right) e^{2ik_0z} * [g(2z) e^{i\varphi(2z)}] = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho}P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' p_I(k) e^{2ik'z} \quad (25)$$

Ein Vergleich von Gl.(24) bzw. Gl.(25) mit Gl.(18) bzw. Gl.(19) zeigt, dass die Fouriertransformation des Interferenzspektrums  $p_I(k)$  eine Faltung ergibt, bei der, verglichen mit der Faltung aus der Fouriertransformation des Modulationsterms  $it(k)$  zu dem Faltungsfaktor  $\epsilon_g(z)$ , noch die beiden Summanden  $\frac{1}{2} \sqrt{\rho/\sigma} \delta(z)$  und  $\frac{1}{2} \sqrt{\sigma/\rho} \hat{a}(z)$  hinzukommen.

In Abb. 6 ist das auf die Modulationstiefe  $2\sqrt{\sigma\rho}P_0$  normierte Interferenzspektrum  $p_I(k)$  aus Gl.(23) für ein gaussförmiges Spektrum  $p_0(k)$  und ein Objekt mit dem Streuvermögen aus Abb. 3 dargestellt; die Spektren der Referenzwelle  $\rho p_0(k)$  und der Objektwelle  $\sigma p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{a}(z) e^{2ikz}$  sind mit eingezeichnet, wobei das Verhältnis  $\rho/\sigma = 10$  gewählt wurde. Die Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion  $\hat{a}(z)$  führt zu einer Modulation des Spektrums der Objektwelle; sie resultiert aus der Interferenz der an den drei Schichten des Objektes gestreuten Wellen.

Nach Gl.(25) ergibt sich aus dem Interferenzspektrum  $p_I(k)$  die in Abb. 7 dargestellte Funktion  $f(z) * g(2z) = \left( \frac{1}{2} \sqrt{\rho/\sigma} \delta(z) + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma/\rho} \hat{a}(z) + \hat{\epsilon}_g(z) \right) * g(2z)$  durch Fouriertransformation. Ein Vergleich mit Abb. 5 zeigt, dass diese Funktion bis auf Störungen am Ursprung der  $z$ -Achse und an den Stellen  $2\delta z$ ,  $4\delta z$  und  $6\delta z$  gleich der Fouriertransformation des Interferenzterms  $it(k)$  ist. Die Störungen resultieren aus den beiden zusätzlichen Termen, die in dem einen Faltungsfaktor zu der Funktion  $\hat{\epsilon}_g(z)$  hinzukommen. Der zu der Referenzwelle gehörige Term  $\frac{1}{2} \sqrt{\rho/\sigma} \delta(z)$  führt zu einer Störung in der Umgebung des Ursprungs der  $z$ -Achse; seine Amplitude wächst mit steigender Stärke  $\rho$  der Referenzwelle. Der zu der Objektwelle gehörige Term  $\frac{1}{2} \sqrt{\sigma/\rho} \hat{a}(z)$  hat Maxima an den Stellen, die gleich den gegenseitigen Abständen der streuenden Schichten des Objektes sind; seine Amplituden fallen mit steigender Stärke  $\rho$  der Referenzwelle. In Abb. 7 ist die Fouriertransformation

des Interferenzspektrums für  $\rho/\sigma = 10$  (gepunktet) und  $\rho/\sigma = 100$  (durchgezogen) dargestellt.

Soll die Funktion  $\varepsilon_g(z)$  durch die Fouriertransformation des Interferenzspektrums  $p_I(k)$  bestimmt werden, muss also dafür gesorgt werden, dass  $\varepsilon_g(z)$  möglichst wenig durch die beiden Störterme überlagert wird. Dies kann entweder durch räumliche Trennung der Störterme von  $\varepsilon_g(z)$  oder durch Verringerung ihrer Amplituden geschehen.

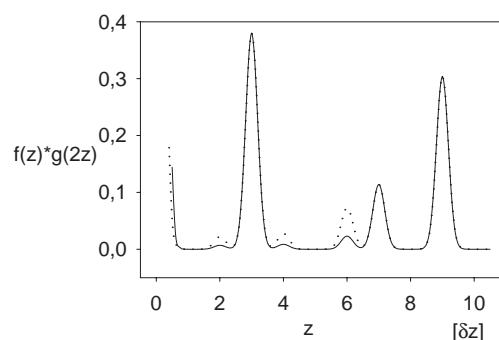
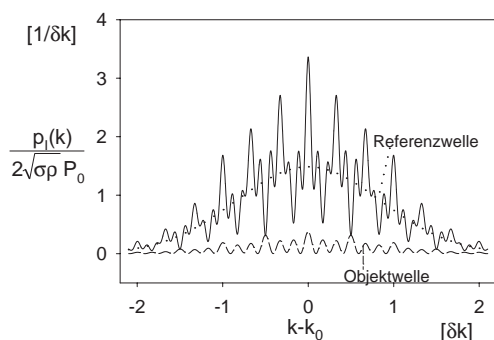


Abb. 6 Das Interferenzspektrum  $p_I(k)$  (durchgezogene Kurve) aus der Überlagerung einer Referenzwelle (gepunktet) mit einer an dem Streuvermögen aus Abb. 3 gestreuten Objektwelle (gestrichelt). Die Modulation der Objektwelle resultiert aus der Interferenz der an den drei Schichten des Objekts gestreuten Wellen. Für die Intensität  $\rho$  der Referenzwelle relativ zur Intensität  $\sigma$  der Objektwelle wurde in dieser Darstellung 10 gewählt. Die Intensitätsspektren sind normiert auf die Modulationstiefe  $2\sqrt{\sigma\rho}P_0$  und in Einheiten von  $1/\delta k$  angegeben.

Abb. 7 Durch Fouriertransformation der Interferenz  $p_I(k)$  aus Abb. 6 ergibt sich eine Faltung  $f(z)*g(2z)$ , die bis auf Störterme die Faltung  $\hat{\varepsilon}(z)*g(2z)$  aus Abb. 5 ergibt. Die Störampplituden liegen an den Stellen 0,  $2\delta z$ ,  $4\delta z$  und  $6\delta z$  der Maxima der Autokorrelationsfunktion von  $\varepsilon(z)$ . Die Störampplitude am Ursprung der z-Achse wächst mit steigendem steigender Intensität  $\rho$  der Referenzwelle, während sich die Störampplituden außerhalb des Ursprungs verringern; gepunktete Kurve für  $\rho/\sigma = 10$ , durchgezogene Kurve für  $\rho/\sigma = 100$ . z-Achse in Einheiten von  $\delta z = \pi/\delta k$

Da die Zentren beider Störterme definitionsgemäß im Ursprung der  $z$ -Achse liegt, kann ihre räumliche Trennung von der Funktion  $\varepsilon_g(z)$  nur durch Positionierung des Messobjektes in genügend großem Abstand vom Ursprung erfolgen. Der Term  $\frac{1}{2} \sqrt{\sigma/\rho} \hat{a}(z)$  erstreckt sich nach seiner Definition in Gl.(11) zu beiden Seiten des Ursprungs der  $z$ -Achse über eine Strecke, die jeweils gleich der Tiefe des Objektes ist. Die Positionierung eines Messobjektes in einem Abstand vom Ursprung der  $z$ -Achse, der größer als seine Tiefe ist, ist für ausgedehnte Messobjekte ungünstig, da die Messtiefe begrenzt ist (s. Kapitel II.5). Eine Vermeidung der Störung der Funktion  $\varepsilon_g(z)$  durch den Term  $\frac{1}{2} \sqrt{\sigma/\rho} \hat{a}(z)$  ist daher in solchen Fällen nicht durch räumliche Trennung, sondern nur durch ausreichende Verringerung seiner Amplitude möglich. Die Amplitude kann durch genügend große Wahl der Intensität  $\rho$  der Referenzwelle relativ zur Intensität  $\sigma$  der Objektwelle verkleinert werden. In Kapitel IV wird die Überlagerung der Funktion  $\varepsilon_g(z)$  durch die Störterme als Rauschen betrachtet und erörtert, wie die Intensität  $\rho$  der Referenzwelle relativ zur Intensität  $\sigma$  der Objektwelle gewählt werden muss, um das Signal zu Rauschverhältnis zu optimieren.

Der Term  $\frac{1}{2} \sqrt{\rho/\sigma} \delta(z)$  kann dagegen von  $\varepsilon_g(z)$  räumlich getrennt werden, sofern das Intensitätsspektrum  $p_0(k)$  glockenförmig ist und sich infolgedessen seine Faltung mit der Autokorrelationsfunktion  $\gamma(2z)$  nur über deren Breite  $\Delta z_0 \approx \pi/\Delta k_0$  erstreckt (s. räumliche Auflösung in Kapitel II.4). Fordert man, dass diese Faltung an der Stelle der Überlappung mit der Funktion  $\varepsilon_g(z)$  nicht größer als das Maximum des durch geeignete Wahl der Intensität  $\rho$  der Referenzwelle ausreichend verkleinerten Terms  $\frac{1}{2} \sqrt{\sigma/\rho} \hat{a}(z)$  sein soll und nimmt man eine gaussförmige Verteilung des Intensitätsspektrums  $p_0(k)$  an, dann folgt für den Mindestabstand  $z_a$  des Messobjektes vom Ursprung:

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho}{\sigma}} e^{-4 \ln 2 \left(\frac{z_a}{\Delta z_0}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \rightarrow z_a \approx \pm \sqrt{\lg\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)} \Delta z_0. \quad (26)$$

Wird die Intensität  $\rho$  der Referenzwelle relativ zur Intensität  $\sigma$  der Objektwelle so gewählt, dass das Signal zu Rauschverhältnis wie in Kapitel IV erörtert optimiert ist, dann ist für praktisch relevante Fälle die Wurzel aus dem Logarithmus dieses Verhältnisses nicht wesentlich größer als 1, so dass nach Gl.(26) der erforderliche Abstand  $z_a$  des Messobjektes vom Ursprung der  $z$ -Achse lediglich in der Größenordnung der Messgenauigkeit  $\Delta z_0$  liegen muss.

Wenn das Intensitätsspektrum  $p_0(k)$  des Messlichtes nicht glockenförmig ist, dann kann wie für Gl.(21) eine Fensterfunktion  $H(k)$  eingeführt werden, so dass sich statt Gl.(25) folgende Beziehung für  $\varepsilon_g$  ergibt:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho}{\sigma}} \delta(z) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \hat{a}(z) + \hat{\varepsilon}_g(z) \right) e^{2ik_0 z} * [g_h(2z) e^{i\phi_h(2z)}] = \\ & = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho} P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' \frac{p_I(k')}{p_0(k')} H(k') e^{2ik'z}. \end{aligned} \quad (27)$$

Nach Gl.(27) kann  $\varepsilon_g(z)$  also auch bei Verwendung eines beliebigen, von der Glockenform abweichenden Spektrums  $p_0(k)$  des Messlichtes aus dem auf  $p_0(k)$  normierten Interferenzspektrum  $p_I(k)$  bestimmt werden.

### II.2 Eindeutigkeit

In Gl.(19) bzw. Gl.(25) tritt nicht die gesuchte Funktion  $\varepsilon(z)$  selber, sondern nur ihr gerader Anteil  $\varepsilon_g = \frac{1}{2}(\varepsilon(z) + \varepsilon(-z))$  auf. Hieraus lässt sich  $\varepsilon(z)$  nur dann eindeutig bestimmen, wenn

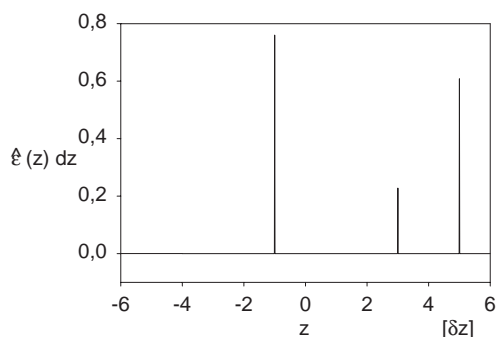


Abb. 8 Das Streuvermögen  $\hat{\varepsilon}(z)$  aus Abb. 3, dargestellt in einem um  $-4\delta z$  verschobenen Koordinatensystem.

Im Unterschied zu Abb. 3 liegt in diesem Fall der Nullpunkt des Gangunterschiedes zwischen Referenz- und Objektwelle innerhalb des Objektes.

$z$ -Achse in Einheiten von  $\delta z = \pi/\delta k$ .

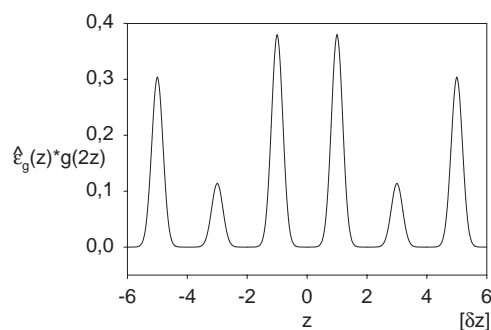


Abb. 9 Die Fouriertransformation des Modulationsterms der Interferenz ergibt für den in Abb. 8 dargestellten Fall eines innerhalb des Objektes liegenden Referenzpunktes eine Funktion, die nicht eindeutig die räumliche Struktur des Objektes wiedergibt.

$z$ -Achse in Einheiten von  $\delta z = \pi/\delta k$

die Funktion auf einer Seite des Nullpunkts der z-Achse, beispielsweise für  $z < 0$ , gleich Null ist:

$$\begin{aligned} \varepsilon(z) &= 2 \varepsilon_g(z) \quad \text{für } z > 0 \\ \varepsilon(z) &= 0 \quad \text{für } z < 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Abbildung 8 zeigt das Objekt aus Abb. 3 in einem Koordinatensystem, bei dem der Ursprung der z-Achse, also der Nullpunkt des Gangunterschiedes zwischen Referenz- und Objektwelle, innerhalb des Objektes liegt. Die Fouriertransformation des Modulationsterms der resultierenden Interferenz ergibt die in Abb. 9 dargestellte Funktion. Sie gibt nicht eindeutig die räumliche Struktur des Objektes wieder. Es muss deshalb durch das Experiment dafür gesorgt werden, dass sich der Nullpunkt des Gangunterschiedes zwischen Objekt- und Referenzwelle außerhalb des zu untersuchenden Objektes befindet. Im Folgenden wird angenommen, dass diese Bedingung erfüllt ist.

## II.3 Messbereich

### II.3.1 Axiale Auflösung

#### II.3.1.1 Frequenzraum

Nach Gl.(17) ist der Modulationsterm der Interferenz  $it(k)$  und damit das Messsignal proportional zu dem Produkt aus dem Spektrum  $p_0(k)$  des Messlichtes und dem Ortsfrequenzspektrum des Streuvermögens  $\varepsilon_g(z)$ :

$$it(k) = 2\sqrt{\sigma\rho} p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{\varepsilon}_g(z) e^{2ikz}. \quad (29)$$

Daraus folgt, dass nur diejenigen Anteile des Streuvermögens  $\varepsilon_g(z)$  zum Interferenzterm und damit zum Messsignal beitragen, deren Fouriertransformierte bezüglich  $2k$  mit der spektralen Intensitätsverteilung  $p_0(k)$  des Messlichtes überlappen. Daher werden mit der optischen Tomographie nur solche räumlichen Strukturen detektiert, deren halbe Ortsfrequenzen innerhalb der spektralen Breite des Messlichtes liegen, d.h. die Messmethode filtert die Fouriertransformierte des Streuvermögens im Ortsfrequenzraum mit der spektralen Verteilung  $p_0(k)$  des Messlichtes.



Um detektiert zu werden, muss die räumliche Ausdehnung  $\Delta z_s$  von Streuern also so klein sein, dass die Verteilung ihrer halben Ortsfrequenzen wesentlich mit dem Zentrum  $k_0$  der Intensitätsverteilung  $p_0(k)$  des Messlichtes überlappt. Daraus folgt:

$$\Delta z_s \lesssim \frac{2}{k_0} = \frac{\lambda_0}{\pi}. \quad (30)$$

Strukturen, die sich räumlich nur langsam oder aber mit hoher Frequenz verändern, so dass deren halbe Ortsfrequenzen im Wesentlichen außerhalb der Spektralverteilung des Messlichtes liegen, liefern dagegen nur kleine Messsignale. Die durch optische Tomographie detektierbaren Strukturen sind also abhängig von dem Wahl des Wellenlängenbereichs des verwendeten Lichtes.

### II.3.1.2 Ortsraum

Nach Gl.(18) ergibt sich aus der Fouriertransformation des Modulationsterms  $it(k)$  der Interferenz nicht das gesuchte Streuvermögen  $\varepsilon_g(z)$ , sondern dessen Faltung mit der Autokorrelationsfunktion  $\gamma(2z)$  des Messlichtes. Aus Gl.(19) folgt, dass der Wert dieser Faltung an einem Ort  $z_j$  gleich der kohärenten Überlagerung des mit dem Phasenfaktor  $e^{2ik_0(z_j-z')}$  multiplizierten Streuvermögens  $\varepsilon_g(z_j-z')$  über die Breite  $\Delta z_0 \approx \pi/\Delta k_0$  des Betrages der Autokorrelationsfunktion  $g(2z')$  ist. Ist das Streuvermögen innerhalb dieser Breite auf nur einen Ort  $z_j$  begrenzt, dessen Ausdehnung  $\Delta z_s$  wesentlich kleiner als die halbe Wellenlänge  $\lambda_0/2$  des Messlichtes ist, dann ergibt die Faltung näherungsweise:

$$[\hat{\varepsilon}_g(z) e^{2ik_0z}] * [g(2z) e^{-i\varphi(2z)}] \approx \hat{\varepsilon}_{g_j} g(2(z \pm z_j)) e^{\pm 2ik_0z_j - i\varphi(2(z \pm z_j))}, \quad (31)$$

wobei  $\hat{\varepsilon}_{g_j}$  der Wert des Integrals der Funktion  $\hat{\varepsilon}_g(z)$  in einer Umgebung der Breite  $\lambda_0/2$  an der Stelle  $z_j$  ist:

$$\hat{\varepsilon}_{g_j} = \int_{z_j - \Delta z_0/2}^{z_j + \Delta z_0/2} dz \hat{\varepsilon}_g(z) = \int_{z_j - \lambda_0/4}^{z_j + \lambda_0/4} dz \hat{\varepsilon}_g(z). \quad (32)$$

Der Betrag der Fouriertransformation des Modulationsterms  $it(k)$  der Interferenz, also das Messsignal, ist nach Gl.(31) an der Stelle  $z_j$  eines Streuers gleich dessen Amplitudenstreuvermögen  $\hat{\varepsilon}_{g_j}$ :

$$\left| \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho}P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk \, it(k) e^{2ikz_j} \right| = \hat{\varepsilon}_{g_j}, \quad (33)$$

sofern der Betrag des Faltungsfaktors des Streuvermögens an der Stelle  $z = 0$  den Wert eins hat. In Gl.(31) ist der Betrag des Faltungsfaktors gleich dem Betrag der Autokorrelationsfunktion  $\gamma(z)$  und damit definitionsgemäß gleich eins. Im Allgemeinen kann der Betrag des Faltungsfaktors an der Stelle  $z = 0$  jedoch auch kleiner als eins sein (s. Kapitel II.4.2); er bezeichnet daher die relative Signalstärke, d.h. die Stärke des Messsignals relativ zur Stärke des Streuvermögens  $\hat{\varepsilon}_{g_j}$ .

Der Ort  $z_j$  eines Streuers ist nach Gl.(31) bis auf die Breite  $l_c/2$  des Betrages der Autokorrelationsfunktion  $g(2(z\pm z_j))$  bestimmt. Die Breite des Betrages der Autokorrelationsfunktion  $g(z)$  ist definiert als die Kohärenzlänge  $l_c$  (46), so dass für die axiale Auflösungsgrenze  $\Delta z_0$  folgt:

$$\Delta z_0 = \frac{l_c}{2}; \quad (34)$$

der Faktor  $1/2$  folgt aus der Tatsache, dass im zurückgestreuten Licht beobachtet wird und daher das Argument der Autokorrelationsfunktion  $2z$  beträgt.

Kann die Spektralverteilung durch eine Gaussfunktion mit der Halbwertsbreite  $\Delta k_0$  bzw. im Frequenzraum  $\Delta\nu_0$  oder im Wellenlängenraum  $\Delta\lambda_0$  beschrieben werden, so folgt für die Kohärenzlänge  $l_c$ :

$$l_c = \frac{4 \ln 2}{\pi} \frac{2\pi}{\Delta k_0} \approx \frac{2\pi}{\Delta k_0} = \frac{c}{\Delta\nu_0} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0} \quad (35)$$

Um räumliche Strukturen möglichst hoch auflösen zu können, muss also Licht von möglichst geringer zeitlicher Kohärenz, d.h. Licht möglichst großer spektraler Breite verwendet werden.

Nach Gl.(31) ist die Phase der Fouriertransformation des Modulationsterms  $it(k)$  der Interferenz gleich  $2k_0z_j + \varphi(2(z\pm z_j))$ ; die Kenntnis der Phase erlaubt daher die Bestimmung des Ortes  $z_j$  mit einer Genauigkeit sehr viel besser als  $\lambda_0/2$ , allerdings nur modulo eines Vielfachen von  $\lambda_0/2$ . Diese Mehrdeutigkeit ist beschränkt durch die Breite des Betrages der

Autokorrelationsfunktion  $g(2(z \pm z_j))$ , also durch  $\Delta z_0 = l_0/2$ . Die Auswertung der Phase führt daher auf etwa  $\lambda_0/\Delta\lambda_0$  mögliche Werte von  $z_j$ , die innerhalb der Breite  $l_0/2$  liegen. Da  $\lambda_0/\Delta\lambda_0 \gg 1$  ist, kann die in dem Phasenfaktor enthaltene Information in der Regel nicht zur Erhöhung der Messgenauigkeit genutzt werden und ist deshalb ohne praktische Bedeutung.

Ist die Ausdehnung der Funktion  $\hat{\epsilon}_g(z)$  in einer Umgebung der Breite  $\Delta z_0 = l_0/2$  des Betrages der Autokorrelationsfunktion  $g(2(z-z_j))$  um die Stelle  $z_j$  größer als  $\lambda_0/2$ , so ist nach Gl.(19) die Fouriertransformierte des Interferenzterms  $it(k)$  an der Stelle  $z_j$  proportional zur kohärenten Überlagerung der aus dieser Schicht zurückgestreuten Welle, also proportional zur Speckleamplitude der aus einer Schicht der Dicke  $\Delta z_0$  an der Stelle  $z_j$  zurückgestreuten Welle. Diese Größe lässt im Allgemeinen keinen eindeutigen Schluss auf Verlauf und Betrag der Funktion  $\hat{\epsilon}_g(z)$  in der betrachteten Umgebung  $\Delta z_0$  der Stelle  $z_j$  zu.

Abbildung 10 zeigt als Beispiel den Fall von zwei Streuern gleichen Streuvermögens im Abstand von  $d = \Delta z_0/2$ . Der Betrag ihres Streuvermögens  $\epsilon_{11}$  und  $\epsilon_{12}$  ist so gewählt, dass bei inkohärenter Rückstreuung, also für  $d \gg \Delta z_0$ , ihr gemeinsames Intensitätsstreuvermögen gleich dem des Streuers an der Stelle  $z = 3\delta z$  aus Abb. 3 wäre, d.h.  $\epsilon_{11}^2 + \epsilon_{12}^2 = 2 \epsilon_{11}^2 = \epsilon_1^2$ . Die nach Gl.(18) zu diesem Streuvermögen gehörige Faltung  $\hat{\epsilon}_g(z) * \gamma(2z)$  ist in Abb. 11 dargestellt. Betrag und Kurvenverlauf hängen wegen der Phase des Faltungsfaktors  $\gamma(2z)$  (s. Gl.(20)) in der Umgebung der Stelle  $z = 3\delta z$  von der Phasendifferenz  $\Delta\phi = 2k_0d + \phi_s$  ab;  $\phi_s$  berücksichtigt einen möglichen Phasensprung bei der Streuung. Ist  $\Delta\phi$  ein ungeradzahliges Vielfaches von  $\pi/2$ , dann hat die Faltung einen kleineren Betrag und eine größere Breite als die zu dem einzelnen Streuer gehörige Faltung (vergl. durchgezogene Kurve in Abb. 11 mit Abb. 5). Der Kurvenverlauf nähert sich bei dieser Phasendifferenz dem des einzelnen Streuers umso mehr an, je kleiner der Abstand  $d$  ist. Ist die Phasendifferenz  $\Delta\phi$  ein geradzahliges Vielfaches von  $\pi$ , dann sind Betrag und Breite der Faltung größer als die der zu dem einzelnen Streuer gehörige Faltung (vergl. gepunktete Kurve in Abb. 11 mit Abb. 5). Während sich bei dieser Phasendifferenz  $\Delta\phi$  mit abnehmendem Abstand  $d$  die Breiten annähern, geht die Amplitude gegen den doppelten Wert der zu dem einzelnen Streuer gehörigen Faltung. Ist die Phasendifferenz  $\Delta\phi$  ein ungeradzahliges Vielfaches von  $\pi$ , dann hat die Faltung zwei lokale Maxima (s. gestrichelte Kurve in Abb. 10), deren Abstand umso größer als  $d$  ist und deren Amplitude umso mehr gegen Null geht, je geringer der Abstand  $d$  ist.

Befinden sich mehrere Streuer innerhalb der Breite der Autokorrelationsfunktion  $\gamma(2z)$ , so hängt das Messsignal in diesem Bereich also sehr empfindlich von ihrem Gangunterschied

ab. Eine geringfügige Änderung des Ortes eines Streuers um einen Bruchteil der Wellenlänge  $\lambda_0$  oder der Wellenlänge  $\lambda_0$  um einen Bruchteil der Spektralbreite  $\Delta\lambda_0$  hat ein stark verändertes Messsignal zur Folge. Ist in einem Bereich mit einer axialen Ausdehnung  $\gg \Delta z_0$  die Anzahl der Streuer pro Weglänge größer als  $1/\Delta z_0$ , so liefert Gl.(19) also keine eindeutige Aussage über die Struktur des Objekts in diesem Bereich, d.h. eine optische Tomographie ist dann nicht möglich.

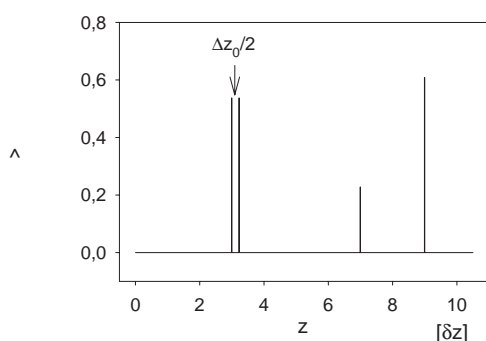


Abb. 10 Streuvermögen eines Objektes, das im Unterschied zu dem aus Abb. 3 an der Stelle  $z = 3 \delta z$  aus zwei Streuern besteht, deren Abstand  $d$  gleich der halben Breite  $\Delta z_0/2$  des Faltungsfaktors  $\gamma(2z)$  ist. Die Amplituden  $\epsilon_{11}$  und  $\epsilon_{12}$  des Streuvermögens ist für diese beiden Streuer gleich und die Summe der Betragsquadrate ist gleich dem Betragsquadrat der Amplitude des Streuers an der Stelle  $z = 3\delta z$  in Abb. 3 gewählt:  $\epsilon_{11} = \epsilon_{12} = 1/\sqrt{2} \epsilon_1$ .

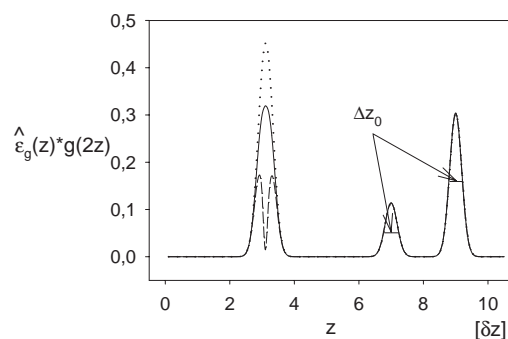


Abb. 11 Der Betrag und Kurvenverlauf der nach Gl.(18) zu dem Streuvermögen aus Abb. 10 gehörigen Faltung hängt wegen der Phase des Faltungsfaktors  $\gamma(2z)$  in der Umgebung der Stelle  $z = 3 \delta z$  von dem Phasenabstand  $\Delta\phi = 2k_0d$  der beiden Streuer ab.

Durchgezogene Kurve für  $\Delta\phi$  gleich einem ungeradzahigen Vielfachen von  $\pi/2$ , gepunktete Kurve für  $\Delta\phi$  gleich einem geradzahigen Vielfachen von  $\pi$  und gestrichelte Kurve für  $\Delta\phi$  gleich einem ungeradzahigen Vielfachen von  $\pi$ .

### II.3.2 Laterale Auflösung

Die laterale Auflösung  $dx$  ist gleich der lateralen Ausdehnung des Messstrahls an der Stelle der Messung (s. Abb. 12). Sie ist minimal, wenn das Messlicht auf das Objekt fokussiert wird und der Fokus beugungsbegrenzt ist. Nimmt man an, dass die radiale Intensitätsverteilung des Messstrahls gaussförmig ist und definiert man die Halbwertsbreite als laterale Ausdehnung, dann folgt für die laterale Auflösungsgrenze (11):

$$\Delta r = \frac{2\lambda}{\pi A}; \quad (36)$$

$A$  ist die numerische Apertur des Objektivs.

Die laterale Auflösung wächst bzw. die laterale Auflösungsgrenze  $\Delta r$  fällt also mit der numerischen Apertur des Objektivs.

### II.3.3 Speckle

Die Aussagen von Kapitel II.3.1.2 über die Auswirkung von Anzahl und axialer Ausdehnung von Streuern im Bereich der Messgenauigkeit  $\Delta z_0$  auf das Messergebnis gelten für alle Streuer, die sich im Bereich des Messstrahls, also in einem Zylinder mit um die optische Achse mit dem Volumen  $\approx \Delta z_0 \cdot \Delta r^2$  befinden. Befindet sich in einem solchen Volumenelement nur ein Streuer mit einer axialen Ausdehnung  $\Delta z_s \lesssim \lambda/2$  (vergl. Gl.(32)), dann liefert die Fouriertransformation des Modulationsterms  $it(k)$  der Interferenz nach Gl.(18) einen Betrag, der proportional zum Streuvermögen dieses Streuers ist.

Ist die axiale Ausdehnung des Streuvermögens  $\varepsilon(z)$  in dem betrachteten Volumenelement dagegen größer als  $\lambda/2$ , so ergibt die Fouriertransformation des Modulationsterms  $it(k)$  der Interferenz nach Gl.(19) einen Betrag, dessen Quadrat gleich der Speckleintensität der aus dem betrachteten Volumenelement gestreuten Strahlung relativ zu der Intensität der auf das Objekt einfallenden Strahlung ist. Dementsprechend wird diese Größe im Folgenden als Intensitätsstreuvermögen  $\Delta\sigma$  des betrachteten Volumenelements bezeichnet:

$$\Delta\sigma \equiv |\hat{\varepsilon}_g(z) * \gamma(2z)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dz' a_v(z', z) e^{2ik_0 z'}; \quad (37)$$

hierbei ist  $a_v(z', z)$  die Autokorrelationsfunktion des auf das Volumenelement  $\approx \Delta z_0 \cdot \Delta x^2$  an der Stelle  $z$  begrenzten Streuvermögens  $\varepsilon(z)$ :

$$\begin{aligned} a_v(z', z) &= \varepsilon(z') \cdot g(2(z-z')) * \varepsilon(-z') \cdot g(-2(z-z')) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dz'' \varepsilon(z'') g(2(z-z'')) \varepsilon(z''+z') g(2(z-(z''+z'))) . \end{aligned} \quad (38)$$

Die Integration entlang der optischen Achse  $z''$  erfolgt über alle Streuer, die sich im Bereich des Messstrahls, also um die optische Achse herum in einem Zylinder mit der Grundfläche  $\approx \Delta x^2$  befinden.

Räumliche Strukturen, z.B. Grenzschichten, die durch ein optisch tomographisches Verfahren detektiert werden können, sind durch Dichte und Stärke ihrer Streuer gekennzeichnet, d.h. Dichte und Stärke der Streuer sind entlang einer Struktur ähnlich. Quantitativ ausgedrückt heißt dies, dass sich die Autokorrelationsfunktion  $a_v(z', z)$  in einer Umgebung der Ausdehnung  $\Delta z_s$  der Streuer um die Stelle  $z' = 0$  entlang der Struktur nur wenig ändert.

Dagegen ist die relative Anordnung der Streuer zueinander im Allgemeinen nicht konstant, d.h. für  $z'$  größer als die axiale Ausdehnung  $\Delta z_s$  der Streuer kann sich die Autokorrelationsfunktion  $a_v(z', z)$  entlang der Struktur ändern. Ist die Änderung der relativen Anordnung der Streuer zueinander in der Größenordnung der Wellenlänge  $\lambda_0$  oder größer, so ist wegen des Phasenfaktors in Gl.(37) das Messsignal aus ähnlichen Strukturen unterschiedlich, sofern sich in einem Volumenelement der Größe  $\approx \Delta z_0 \cdot \Delta x^2$  mehrere Streuer befinden.

Erstreckt sich eine Struktur mit mehreren Streuern im betrachteten Volumenelement jedoch über viele benachbarte Volumenelemente der Größe  $\approx \Delta z_0 \cdot \Delta x^2$ , sind also die Anzahl von Streuern und deren Streustärke in benachbarten Volumenelementen ähnlich, so kann durch Mittelung der zugehörigen Messwerte diese Struktur detektiert werden. Nach Gl.(37) folgt nämlich für den Mittelwert:

$$\overline{|\hat{\varepsilon}_g(z) * \gamma(2z)|^2} = \int_{-\Delta z_s/2}^{\Delta z_s/2} dz' a_v(z', z) e^{2ik_0 z} \approx \int_{-\lambda_0/4}^{\lambda_0/4} dz' a_v(z', z) , \quad (39)$$

wobei die Näherung für Streuer mit einer Ausdehnung  $\Delta z_s \lesssim \lambda_0/2$  gilt.

Der Wert der Autokorrelationsfunktion  $a_v(z',z)$  in der Umgebung  $\Delta z_s$  der Stelle  $z' = 0$  ist aber definitionsgemäß kennzeichnend für eine bestimmte Struktur, daher ist der Mittelwert aus Gl.(39) für gleiche Strukturen ähnlich. Der Umkehrschluss gilt allerdings nicht: unterschiedliche Strukturen können die gleiche Autokorrelationsfunktion  $a_v(0,z)$  haben. Daher folgt aus der Gleichheit von Messwerten nach Gl.(37) bzw. von deren Mittelwerten nach Gl.(39) nicht notwendigerweise eine gleiche Struktur.

Die Mittelung nach Gl.(39) hat nicht unbedingt rechnerisch zu erfolgen. Wird das Betragsquadrat der Messwerte benachbarter Tiefenscans beispielsweise in Falschfarben dargestellt, so bewirkt dies bei der Betrachtung subjektiv ebenfalls eine Mittelung über benachbarte Orte (s. Kapitel V.4).

### II.3.4 Messtiefe

#### II.3.4.1 Abhängigkeit der maximalen Messtiefe von der Apertur des Objektivs

Die optische Begrenzung der Messtiefe  $L_A$  ist durch die Schärfentiefe des Fokus des Messlichtes bestimmt. Nimmt man wiederum eine radial gaussförmige Intensitätsverteilung des Messstrahls an, dann wird üblicherweise der doppelte Rayleighbereich als Tiefe des Fokus bezeichnet. Der Rayleighbereich  $z_R$  ist der Bereich, in dem der Querschnitt des Messstrahls auf das doppelte des Querschnitts im Fokus anwächst (s. Abb. 12); an dieser Stelle ist die radiale Ausdehnung des Messstrahls also gleich  $\sqrt{2} \cdot \Delta r$ . Für diese auch konfokaler Parameter genannte Tiefe folgt (11):

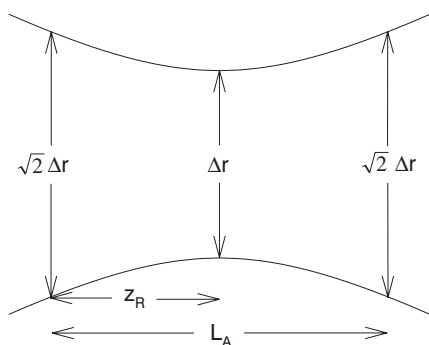


Abb. 12 Verlauf der Strahltaille des Messstrahls in der Umgebung des Fokus. Der Durchmesser im Fokus ist gleich der maximalen lateralen Auflösung  $\Delta r$ . Der Rayleighbereich  $z_R$  erstreckt sich vom Fokus bis zu der Stelle, an der der Strahlquerschnitt sich verdoppelt.

$L_A = 2 z_R$  ist als Messtiefe definiert

$$L_A = \frac{\pi \Delta r^2}{2 \lambda} = \frac{2 \lambda}{\pi A^2}. \quad (40)$$

Die Messtiefe ist also umgekehrt proportional zum Quadrat der numerischen Apertur  $A$ ; eine Erhöhung der Messtiefe ist nur auf Kosten einer Verschlechterung der lateralen Auflösung möglich.

### II.3.4.2 Abhängigkeit der maximalen Messtiefe von der spektralen Auflösung

Aus Gl.(19) bzw. Gl.(25) folgt, dass die Auflösungsgrenze  $\delta k_{\min}$  der spektralen Messung des Modulationsterms der Interferenz die maximal mögliche Messtiefe  $L_S$  relativ zum Ursprung der  $z$ -Achse, d.h. relativ zum Nullpunkt des Gangunterschiedes zwischen Objekt- und Referenzwelle begrenzt:

$$L_S = \frac{\pi}{\delta k_{\min}}. \quad (41)$$

Die Messtiefe  $L_S$  ist also gleich der Kohärenzlänge, die der Spektralbreite der spektralen Auflösung  $\delta k_{\min}$  des Spektrometers korrespondiert.

In der Praxis wird das Spektrum der Breite  $\Delta k$  beispielsweise mit einer CCD-Zeile durch  $N_D$  Messpunkte abgetastet. Nach dem Nyquist Theorem beträgt dann die maximal detektierbare Frequenz  $1/2 \delta k_{\min}$  (16):

$$\frac{1}{\delta k_{\min}} = \frac{N_D}{2} \frac{1}{\Delta k}. \quad (42)$$

Daraus folgt für die maximale Messtiefe  $L_S$ :

$$L_S = \frac{N_D}{2} \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{N_D}{2} \Delta z, \quad (43)$$

wobei  $\Delta z = \pi/\Delta k$  die zur Spektralbreite  $\Delta k$  gehörige räumliche Auflösungsgrenze ist. Wird die gesamte Spektralbreite  $\Delta k_0$  auf den Detektor abgebildet, erreicht  $\Delta z$  den minimal möglichen Wert  $\Delta z_0 = l_c/2$ . Unabhängig von der auf den Detektor abgebildeten Spektral-



breite ist das Verhältnis von Messtiefe  $L_S$  zur räumlichen Auflösung  $\Delta z$  immer gleich der halben Anzahl  $N_D/2$  der Abtastpunkte des Spektrums.

Die Modulationstransferfunktion des Spektrometers führt zu einer Dämpfung hoher Frequenzen im Spektrum. Die Fouriertransformierte des gemessenen Spektrums  $p_m(k)$  kann durch Multiplikation der Fouriertransformierten des tatsächlichen Spektrums  $p_t(k)$  mit der Modulationstransferfunktion  $MTF(2z)$  des gesamten Systems bestehend aus Optik und Detektor ausgedrückt werden:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk p_m(k) e^{-2ikz} = MTF(2z) \int_{-\infty}^{\infty} dk p_t(k) e^{-2ikz} \quad (44)$$

Wird das Streuvermögen mit Gl.(19) bzw. Gl.(25) aus der Fouriertransformierten eines gemessenen Spektrum bestimmt, so muss es also noch durch die Modulationstransferfunktion  $MTF(2z)$  des Spektrometers dividiert werden, um die Abschwächung der Funktion  $\varepsilon(z)$  mit zunehmendem  $z$  zu korrigieren.

Die obere Grenze  $MTF_{\max}(2z)$  der Modulationstransferfunktion ist durch die Dämpfung hoher Frequenzen des Spektrums durch den Detektor gegeben. Diese Dämpfung erfolgt auf Grund von Streuung im Detektormaterial und der endlichen Breite der Pixel des Detektors. Das mit einem Detektor der Pixelbreite  $\delta k = \Delta k/N_D$  gemessene Spektrum  $p_m(k)$  lässt sich näherungsweise durch Faltung des tatsächlichen Spektrums  $p_t(k)$  mit einer Gaussfunktion ausdrücken, deren Breite von der Pixelbreite  $\delta k$  im Spektralraum abhängt:

$$p_m(k) = \frac{1}{a \delta k \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk' p_t(k') \exp\left(-\frac{(k-k')^2}{a \delta k}\right); \quad (45)$$

der Parameter  $a$  bestimmt das Verhältnis der Breite der Gaussfunktion zu der Breite  $\delta k$  der Pixel und ist daher umso größer, je größer die durch Streuung im Detektormaterial hervorgerufene mittlere Abweichung zwischen den Orten des Auftreffens der Photonen auf dem Detektor und ihrer Detektion ist.

Durch Fouriertransformation von Gl.(45) folgt eine Gl.(44) entsprechende Beziehung, aus der die Modulationstransferfunktion  $MTF_{\max}(2z)$  des Detektors folgt:

$$MTF_{\max}(2z) = e^{-(z a \delta k)^2} \quad (46)$$

Bei vielen Zeilensensoren lässt sich der Effekt der endlichen Pixelbreite und der Streuung wie in Gl.(45) durch Faltung mit einer Gaussfunktion beschreiben, deren Breite sich im Wesentlichen auf ein Pixel und dessen unmittelbare Nachbarn beschränkt und die übernächsten Pixel nur noch wenig überlappt. Dies ist der Fall, wenn  $a \approx 1$  ist; dann fällt die Gaussfunktion zu den Rändern eines Pixels relativ zum Zentralwert auf ca. 0,8 ab und beträgt am Rand des übernächsten Pixels nur noch weniger als 0,1.

Definiert man die maximale Messtiefe  $L_S$  als denjenigen Wert von  $z$ , bei der die Modulationstransferfunktion aus Gl.(46) auf den Bruchteil  $q$  abfällt, dann ergibt sich für  $L_S$ :

$$L_S = N_D \frac{\sqrt{-\ln(q)}}{a \Delta k} \quad (47)$$

Wegen des Logarithmus und der Quadratwurzel hängt die maximale Messtiefe  $L_S$  nur schwach von der Wahl von  $q$  ab; wird  $q$  beispielsweise von einem Wert  $q_0$  auf  $q_0^4$  verringert, dann erhöht sich die in Gl.(47) definierte Messtiefe lediglich auf das Doppelte. Ohne starke Einschränkung der Allgemeingültigkeit kann beispielsweise  $q = 1/2$  gewählt werden, womit aus Gl.(47) mit  $a = 1$  eine maximale Messtiefe folgt, die etwa halb so groß wie die aus Gl.(43) unter Berücksichtigung des Nyquist Theorems ist. Dem Effekt der endlichen Pixelbreite und der Streuung im Detektor kann daher dadurch Rechnung getragen werden, dass in Gl.(43) eine wirksame Anzahl  $N_{D,eff}$  der Abtastpunkte verwendet wird, die halb so groß wie die tatsächliche Pixelanzahl ist:

$$N_{D,eff} \approx \frac{N_D}{2} \quad (48)$$

### II.3.4.3 Zusammenhang zwischen Messtiefe, axialer Auflösung und lateraler Auflösung

Die kleinere der beiden die Messtiefe begrenzenden Größen  $L_A$  aus Gl.(40) und  $L_S$  aus Gl.(43) bestimmt die maximal mögliche Messtiefe  $L$ . Um eine möglichst große Messtiefe bei maximaler lateraler Auflösung zu erreichen, müssen die Apertur  $A$  des Messobjektivs und die Anzahl  $N_D$  der Pixel daher so aufeinander abgestimmt sein, dass  $L_A$  und  $L_S$  gleich groß sind:

$$L = \frac{2\lambda}{\pi A^2} = \frac{N_D}{2} \frac{\pi}{\Delta k}, \quad (49)$$

das heißt

$$A = \sqrt{\frac{8}{\pi N_D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda}}. \quad (50)$$

In diesem Fall ergibt sich folgende Beziehung zwischen Messtiefe  $L$  und lateraler bzw. axialer Auflösung:

$$L = \frac{\pi \Delta r^2}{2 \lambda} = \frac{N_D}{2} \Delta z \quad (51)$$

und folgender Zusammenhang zwischen lateraler und axialer Auflösung:

$$\Delta r = \sqrt{\frac{N_D \lambda \Delta z}{\pi}} = \frac{1}{\pi A} \sqrt{8 \Delta\lambda \Delta z}. \quad (52)$$

In der Praxis kann es Gründe geben, von Gl.(49) abzuweichen und eine größere Apertur  $A$  und damit nach Gl.(40) eine kleinere Messtiefe zu wählen, als sie nach Gl.(43) bei gegebener Pixelanzahl  $N_D$  möglich wäre. Während die Beibehaltung einer hohen Pixelanzahl wegen Gl.(46) zur Verringerung der Signalabschwächung mit zunehmender Messtiefe  $z$  vorteilhaft ist, kann eine Vergrößerung der Apertur und damit eine Einschränkung der maximalen Messtiefe wünschenswert sein, weil dies eine Verbesserung von erstens der lateralen Auflösung (s. Gl.(36)) und zweitens der vom Objekt empfangenen Signalstärke bewirkt, da die in die Messapparatur eingekoppelte Leistung unter der Annahme isotroper Streuung am Objekt proportional zu  $A^2$  ist.

#### II.3.4.4 Korrektur der Abschwächung des Messsignals mit zunehmender Messtiefe wegen Streuung und Absorption

Gleichung (2) und das daraus in Kapitel II.1 abgeleitete Streuvermögen  $\epsilon(z)$  gilt unter der Annahme, dass die Abschwächung der Intensität des Messlichtes entlang der optischen Achse durch Streuung und Absorption im Objekt vernachlässigt werden kann. Ist dies nicht der Fall, muss das Streuvermögen  $\epsilon(z)$  korrigiert werden, um das wahre Streuvermögen  $\epsilon_w(z)$  zu erhalten.

Die Abschwächung des Lichtes durch Streuung wird durch das Intensitätsstreuvermögen beschrieben. Das Intensitätsstreuvermögen  $\Delta\sigma$  eines Volumenelementes der Größe  $\approx \Delta z_0 \cdot \Delta r^2$  ergibt sich aus Gl.(37). Mit Gl.(37) lässt sich analog zu dem Amplitudenstreuvermögen  $\varepsilon(z)$  aus Gl.(1) das Intensitätsstreuvermögen  $\sigma(z)$  definieren, das die Intensität  $\Delta P$  angibt, die relativ zur auf das Objekt einfallenden Intensität  $P_0$  pro Weglänge  $\Delta z$  an der Stelle  $z$  gestreut wird:

$$\sigma(z) \equiv \frac{\Delta P/P_0}{\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} |\varepsilon(z) * \gamma(2z)|^2 = \frac{\Delta\sigma}{\Delta z}. \quad (53)$$

Kann die Abschwächung der auf das Objekt einfallenden Intensität  $P_0$  entlang der optischen Achse nicht vernachlässigt werden, so kann entsprechend dem wahren Amplitudenstreuvermögen  $\varepsilon_w(z)$  das wahre Intensitätsstreuvermögen  $\sigma_w(z)$  eingeführt werden, das die Abhängigkeit der Intensität  $P(z)$  von  $z$  berücksichtigt:

$$\sigma_w(z) \equiv \frac{dP/P(z)}{dz} = \frac{dP/P_0}{dz} \frac{P_0}{P(z)} = \sigma(z) \frac{P_0}{P(z)}; \quad (54)$$

Die gesamte Änderung  $dP_g(z)$  der Intensität an der Stelle  $z$  im Weglängenintervall  $dz$  ergibt sich aus der Streuung  $\sigma_w(z)$  und der Absorption  $\alpha(z)$ :

$$\frac{dP_g(z)}{dz} = -P(z) (\sigma_w(z) + \alpha(z)), \quad (55)$$

so dass für die Intensität  $P(z)$  folgt:

$$P(z) = P_0 e^{-\int_0^z dz' (\sigma_w(z') + \alpha(z'))} \quad (56)$$

und damit für Gl.(54):

$$\sigma_w(z) = \sigma(z) e^{2 \int_0^z dz' (\sigma_w(z') + \alpha(z'))}. \quad (57)$$

Für Gl.(57) ist angenommen, dass die Intensität auf dem Rückweg durch das Objekt zum Detektor durch Streuung und Absorption die gleichen Verluste wie auf dem Hinweg

erleidet, so dass der Exponentialfaktor zur Korrektur des Streuvermögens  $\sigma(z)$  zu quadrieren ist.

Wird  $\sigma_w(z)$  in Gl.(57) separiert, folgt:

$$\frac{d}{dz} e^{-2 \int_0^z dz' \sigma_w(z')} = -2 \sigma(z) e^{2 \int_0^z dz' \alpha(z')} \quad (58)$$

und damit für  $\sigma_w(z)$ :

$$\sigma_w(z) = \frac{\sigma(z) e^{2\bar{\alpha}z}}{1 - 2 \int_0^z dz' \sigma(z') e^{2\bar{\alpha}z'}}, \quad (59)$$

wobei

$$\bar{\alpha}(z) = \frac{1}{z} \int_0^z dz' \alpha(z') \quad (60)$$

der Mittelwert des Absorptionskoeffizienten über  $z$  ist.

Wird Gl.(53) in Gl.(59) eingesetzt, so folgt eine Beziehung, die die Korrektur der gemessenen Faltung  $\varepsilon(z)*\gamma(2z)$  erlaubt, um die Faltung  $\varepsilon_w(z)*\gamma(2z)$  zu erhalten:

$$\begin{aligned} \varepsilon_w(z)*\gamma(2z) &= \frac{\varepsilon(z)*\gamma(2z) e^{\bar{\alpha}z}}{\sqrt{1 - \frac{A^2}{2\Delta z_0} \int_0^z dz' |\varepsilon(z')*\gamma(2z')|^2 e^{2\bar{\alpha}z'}}} \approx \\ &\approx \frac{\varepsilon(z)*\gamma(2z) e^{\bar{\alpha}z}}{1 - \frac{A^2}{4\Delta z_0} \int_0^z dz' |\varepsilon(z')*\gamma(2z')|^2 e^{2\bar{\alpha}z'}}; \end{aligned} \quad (61)$$

für die Näherung ist angenommen worden, dass der Nenner nur unwesentlich kleiner als 1 ist. Der Faktor  $A^2/4$  berücksichtigt die Tatsache, dass begrenzt durch die Apertur  $A$  des Objektivs der Messapparatur nur in den Raumwinkel  $A^2$  gestreute Leistung zur Messung beiträgt. Bei isotroper Streuung beträgt diese  $A^2/4$  der auf das Objekt einfallenden Leistung.

Für ein transparentes Objekt mit  $\alpha = 0$  sind die Exponentialfunktionen in Zähler und Nenner gleich eins und das Streuvermögen  $\varepsilon_w(z)$  kann aus dem nach Gl.(18) experimentell ermittelten Streuvermögen  $\varepsilon(z)$  gemäß Gl.(61) berechnet werden. Dies gilt auch für ein nicht transparentes Objekt, wenn die Ortsverteilung  $\alpha(z)$  des Absorptionskoeffizienten bekannt ist. Bei einem zu vermessenden Objekt ist dies aber im Allgemeinen nicht der Fall, so dass die Exponentialfunktionen in Gl.(61) mit einem mittleren Absorptionskoeffizienten angenähert werden müssen, um  $\varepsilon(z)$  bezüglich der Abschwächung der Lichtintensität in Folge von Absorption und Streuung näherungsweise korrigieren zu können.

In Abb. 13 ist das Faltungsprodukt  $\hat{\varepsilon}_g(z) * \gamma(2z)$  für das Streuvermögen aus Abb. 3 unter der Annahme eines von  $z$  unabhängigen Absorptionskoeffizienten  $\alpha = 0,1/\delta z$  und unter Berücksichtigung der Abschattung durch die Streuung dargestellt. Das mit der durchgezogenen

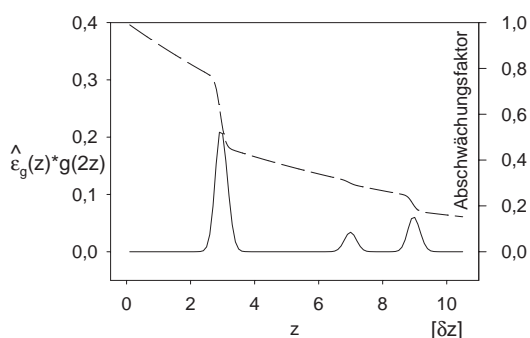


Abb. 13 *Fouriertransformation des Modulationsterms der Interferenz, bei der die Intensität der aus zunehmender Tiefe des Objektes gestreuten Welle durch Absorption und Abschattung abnimmt (durchgezogene Kurve). Gestrichelt ist der Abschwächungsfaktor dargestellt, der sich aus einer angenommenen Absorption von  $\alpha = 0,1/\delta z$  und einer zu dem Streuvermögen aus Abb. 3 proportionalen Abschattung ergibt.*

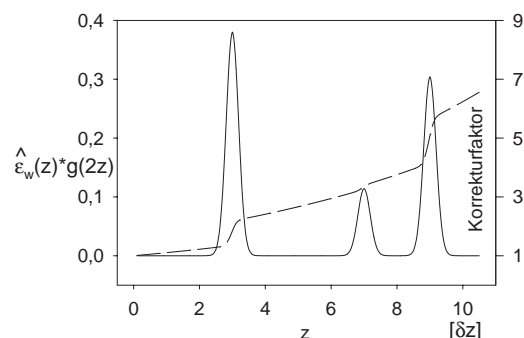


Abb. 14 *Wird die Funktion aus Abb. 14 mit dem gestrichelt dargestellten Faktor aus Gl.(61) multipliziert, ergibt sich die mit der durchgezogenen Kurve dargestellte Funktion. Sie ist identisch mit der Funktion in Abb. 5 und gibt damit das Messergebnis so wieder, wie man es ohne Abschwächung durch Absorption und Abschattung erhält*

Kurve in Abb. 14 dargestellte Faltungsprodukt  $\hat{\epsilon}_w(z) * \gamma(2z)$ , das mit dem gestrichelt gezeichneten Korrekturfaktor nach Gl.(61) aus  $\hat{\epsilon}_g(z) * \gamma(2z)$  folgt, gibt den räumlichen Verlauf des Streuvermögens aus Abb. 3 so wieder, wie man es aus einem nicht durch Absorption und Abschattung abgeschwächten Messsignal erhält (vergl. Abb. 5).

## II.4 Einfluss von Dispersion

### II.4.1 Dispersion von Streuung und Absorption

Für die von einem Objekt nach Gl.(2) zurückgestreute Amplitude ist ein dispersionsloses Medium ohne Absorption vorausgesetzt. Sind jedoch das Streuvermögen  $\epsilon(z,k)$  und der Absorptionskoeffizient  $\alpha(z,k)$  dispersiv, so lautet die Gleichung für die vom Objekt zurückgestreute Amplitude:

$$v(k) = v_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \epsilon(z,k) e^{-\int_0^z dz' \alpha(z',k)} e^{2ikz}. \quad (62)$$

Um die Auswirkung der Dispersion zu beschreiben ist es vorteilhaft, das Streuvermögen durch das Produkt einer nur vom Ort abhängigen Funktion  $\epsilon(z) \equiv \epsilon(z,k_0)$  bei fester Wellenlänge, beispielsweise an der Stelle  $k_0$  des Zentrums der Spektralverteilung und einer Funktion  $s(z,k) = \epsilon(z,k)/\epsilon(z,k_0)$ , die die Wellenlängenabhängigkeit berücksichtigt, auszudrücken:

$$\epsilon(z,k) = \epsilon(z) s(z,k) \quad (63)$$

Mit der Funktion

$$h(z,k) = s(z,k) e^{-\int_0^z dz' \alpha(z',k)}, \quad (64)$$

die die auf Grund von dispersiver Streuung und Absorption bestehende Wellenlängenabhängigkeit der von einem Ort  $z$  aus dem Objekt gestreuten Amplitude beschreibt, kann Gl.(62) wie folgt geschrieben werden:

$$v(k) = v_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \epsilon(z) h(z,k) e^{2ikz}. \quad (65)$$

Daraus folgt für das vom Objekt zurückgestreute Intensitätsspektrum  $p(k)$ :

$$p(k) = v(k)v^*(k) = p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz a(k,z) e^{2ikz}; \quad (66)$$

hierbei ist  $a(k,z)$  die Autokorrelationsfunktion des mit  $h(z,k)$  multiplizierten Streuvermögens  $\varepsilon(z)$ :

$$a(k,z) = \varepsilon(z) h(z,k) * \varepsilon(-z) h(-z,k) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' \varepsilon(z') h(z',k) \varepsilon(z'-z) h(z'-z,k). \quad (67)$$

Durch Integration des Intensitätsspektrums  $p(k)$  aus Gl.(66) folgt die der Gl.(14) entsprechende Beziehung für das inkohärente Streuvermögen  $\sigma$ :

$$\sigma \equiv \frac{P}{P_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dk p(k)}{\int_{-\infty}^{\infty} dk p_0(k)} = \tilde{a}(z) * \gamma(2z)|_{z=0} = \int_{-\infty}^{\infty} dz \tilde{a}(z) \gamma(2z). \quad (68)$$

Anders als bei dem inkohärenten Streuvermögen ohne Dispersion der Streuung und Absorption ist die Funktion  $\tilde{a}(z)$  nicht gleich der Autokorrelationsfunktion  $a(k,z)$ , sondern ergibt sich aus ihr durch Integration:

$$\tilde{a}(z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_{-\infty}^{\infty} dk a(k,z) e^{2ik(z'-z)}. \quad (69)$$

Mit  $\sigma$  aus Gl.(68) und  $v(k)$  aus Gl.(65) ergibt sich die der Gl.(17) entsprechende Beziehung für den Interferenzterm:

$$2\sqrt{\sigma p} p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{\varepsilon}_g(z) h_g(z,k) e^{2ikz} = it(k); \quad (70)$$

hierbei ist  $h_g(z,k) = 1/2 (h(z,k) + h(-z,k))$  der in  $z$  gerade Anteil von  $h(z,k)$ .

Wird wie in Gl.(18) die inverse Fouriertransformation des Interferenzterms  $it(k)$  durchgeführt, so folgt:



$$\int_{-\infty}^{\infty} dz' \hat{\epsilon}_g(z') \tilde{\gamma}(z'; 2(z-z')) = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho} P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk it(k) e^{2ikz} \quad (71)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}(z'; 2(z-z')) &= \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk p_0(k) h_g(z', k) e^{2ik(z-z')} = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz'' \gamma(2z'') \int_{-\infty}^{\infty} dk h_g(z', k) e^{2ik(z-z'-z'')} . \end{aligned} \quad (72)$$

Da die Funktion  $\tilde{\gamma}(z'; 2(z-z'))$  nicht nur von der Differenz  $z-z'$  zwischen der Ortskoordinate  $z$  und der Integrationsvariablen  $z'$ , sondern zusätzlich auch von der Integrationsvariablen  $z'$  selber abhängt, lässt sich das Integral über  $z'$  in Gl.(71) im Unterschied zu dem in Gl.(18) nicht als Faltung darstellen.

Für  $h(z, k) = 1$ , also im dispersionslosen Fall, geht die Funktion  $\tilde{\gamma}(z'; 2(z-z'))$  nach Gl.(72) über in die zu dem Spektrum  $p_0(k)$  gehörige Autokorrelationsfunktion  $\gamma(2(z-z'))$  aus Gl.(12), und damit geht Gl.(71) über in Gl.(18). Ist innerhalb des Spektralbereiches des Messlichtes jedoch  $h(z, k) \neq 1$ , so weicht die Funktion  $\tilde{\gamma}(z'; 2(z-z'))$  abhängig von der Beschaffenheit der Dispersion durch Verbreiterung und ggfs. Nebenmaxima von  $\gamma(2(z-z'))$  ab. Dementsprechend ändert sich durch Dispersion auch das nach Gl.(71) zu dem Streuvermögen  $\epsilon(z')$  am Ort  $z'$  gehörige Messsignal  $\hat{\epsilon}_g(z') \tilde{\gamma}(z'; 2(z-z'))$ . Im Allgemeinen haben Verbreiterung und Nebenmaxima der Funktion  $\tilde{\gamma}(z'; 2(z-z'))$  eine Verschlechterung der Ortsauflösung und eine Entartung der Funktion  $\epsilon_g(z)$  zur Folge.

Ändert sich die Funktion  $h(z, k)$  innerhalb der Spektralbreite des Messlichtes nur langsam, so führt dies im Wesentlichen lediglich zu einer Verschiebung des Zentrums der Spektralverteilung. Da eine Verschiebung sich bei der Fouriertransformierten aber nur auf die Phase auswirkt, führt eine innerhalb der Spektralbreite näherungsweise lineare Dispersion von Streuung und Absorption zu einer nur von der Tiefe abhängigen Abschwächung des Signals, die mit der in Kapitel II.3.3.4 geschilderten Methode korrigiert werden kann.

Besteht das Messobjekt beispielsweise aus biologischem Material, so ist die im Wesentlichen durch das Melanin hervorgerufene Absorption über einen weiten Bereich des sichtbaren und des nahen Infraroten Spektrums mit der Wellenlänge monoton fallend (35). Für Messlicht aus diesem Spektralbereich kann der Absorptionskoeffizient durch eine lineare Funktion angenähert werden, d.h.  $\alpha(z, k) \approx a(z) \cdot (k-k_0)$ . Die aus einer solchen Absorption

resultierende Verschiebung des Spektrums ist umso größer, je tiefer die Streuorte  $z'$  im Objekt liegen. Liegt die Tiefe  $z'$  unter der Annahme eines ortsunabhängigen Absorptionskoeffizienten  $\alpha(k) \approx a \cdot (k-k_0)$  in der Größenordnung des Kehrwertes  $1/a \Delta k_0$  seiner Änderung über die Spektralbreite des Messlichtes, so liegt die Verschiebung in der Größenordnung der Spektralbreite  $\Delta k_0$ . Streuungen aus größeren Tiefen  $z' \gtrsim 1/a \Delta k_0$  lassen sich praktisch nicht mehr detektieren, weil das Signal dann nur in einer Flanke der Spektralverteilung wesentlich vorhanden ist.

Ändert sich die Funktion  $h(z,k)$  wegen schneller Änderung des Streuvermögens und der Absorption innerhalb der Spektralbreite  $\Delta k_0$  hochfrequent, so führt dies nach Gl.(72) zu einer Verbreiterung und Modulation der Funktion  $\tilde{\gamma}(z';2(z-z'))$ , d.h. zu einer Verschlechterung der Ortsauflösung und einer Entartung des Streuvermögens. Befinden sich innerhalb der Breite der Funktion  $\tilde{\gamma}(z';2(z-z'))$  mehrere Streuer, so überlagern sich nach Gl.(71) deren mit einem Phasenfaktor behaftete Beiträge zum Messsignal kohärent, und der Betrag der resultierenden Funktion lässt im Allgemeinen keine Rückschlüsse auf die räumliche Verteilung des Streuvermögens zu (vergl. Kapitel II.3.1.2 und Abb. 11).

In Abb. 15 ist als Beispiel eine gaussförmige Absorptionslinie dargestellt; für diese wurde eine Verschiebung gegenüber dem Zentrum der Spektralverteilung  $p_0(k)$  um  $0,2 \delta k$ , eine Halbwertsbreite von  $0,4 \delta k$ , also einem Fünftel der Halbwertsbreite  $\Delta k_0$  von  $p_0(k)$  und ein ortsunabhängiger Absorptionskoeffizient mit einem Wert von  $\alpha_{\max} = 0,2/\delta z$  im Zentrum der Absorptionslinie angenommen. Wird der aus einem Objekt mit einem solchen Absorptionskoeffizienten und dem Streuvermögen  $\hat{\epsilon}_g(z)$  aus Abb. 3 resultierende Interferenzterm nach Gl. (71) transformiert, so ergibt sich die in Abb. 16 dargestellte Kurve. Die Positionen  $3 \delta z$ ,  $7 \delta z$  und  $9 \delta z$  der Streuer liegen in der Größenordnung des Kehrwertes des Absorptionskoeffizienten  $1/\alpha_{\max} = 5 \delta z$ , ihre räumliche Bestimmung ist daher gegenüber einem Objekt ohne Absorption beeinträchtigt. Zum einen nimmt die Signalstärke mit zunehmender Tiefe ab, zum anderen bildet sich ein strukturierter Untergrund mit Nebenmaxima. Die Breite  $\Delta z_\alpha \approx \pi/\Delta k_\alpha = 2,5 \delta z$  des Untergrundes ist um den Faktor  $\Delta z_\alpha/\Delta z_0 = \Delta k_0/\Delta k_\alpha = 5$  größer als die räumliche Auflösung  $\Delta z_0 \approx \pi/\Delta k_0 = 0,5 \delta z$  ohne Absorption und beeinträchtigt diese daher. In Abb. 16 überlagern sich die zu den Streuern an den Stellen  $7 \delta z$  und  $9 \delta z$  gehörigen Flanken. Für die zugehörigen Funktionen ist eine Phasendifferenz von  $\pi/2$  angenommen, andere Phasendifferenzen führen im Überlappungsgebiet zu anderen Beträgen. Im Überlappungsbereich ist also einer räumlichen Verteilung des Streuvermögens nicht eindeutig ein Betrag der Funktion aus Gl.(71) zugeordnet.

Befindet sich innerhalb der Breite der Funktion  $\tilde{\gamma}(z';2(z-z'))$  nur ein Streuer, so ist das Messsignal  $\hat{\epsilon}_g(z') \tilde{\gamma}(z';2(z-z'))$  nicht nur proportional zum Streuvermögen  $\epsilon(z)$ , sondern enthält nach Gl.(72) auch Information über die Funktion  $h(z,k)$ . Wenn keine Absorption vorliegt, ist die Funktion  $h(z,k) = s(z,k)$  proportional zum Streuspektrum an der Stelle  $z$  und kann daher zur Identifizierung des Streuers an dieser Stelle dienen. Mit Absorption ist die Funktion  $h(z,k)$  wegen des Integrals über die Ortskoordinate  $z'$  (s. Gl.(64)) nicht für den Ort  $z$  spezifisch und eine Identifizierung des Streuers ist dann im Allgemeinen nicht möglich.

Liegt keine Absorption vor, und ist die Dispersion der Streuung bekannt und vom Ort unabhängig, d.h.  $h(z,k) = s(k)$ , so kann die mit ihr verbundene Verschlechterung der räumlichen Auflösung und die Entartung des Streuvermögens vermieden werden, indem

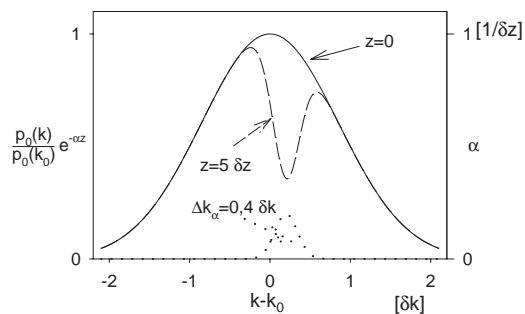


Abb. 15 Spektralverteilung  $p_0(k) e^{-\alpha z}$  an den Stellen  $z=0$  (durchgezogene Kurve) und  $z=5 \delta z$  (gestrichelte Kurve) für ein Spektrum  $p_0(k)$  mit Gaussverteilung. Für den Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  (gepunktete Kurve, rechte Skala) ist ebenfalls Gaussverteilung mit der Breite  $\Delta k_\alpha=0,2 \delta k$  und dem Wert  $\alpha(k_\alpha)=0,2/\delta z$  an der Stelle  $k_\alpha=k_0+0,2 \delta k$  seines Zentrums angenommen.

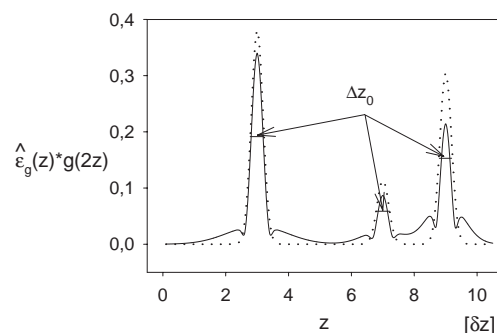


Abb. 16 Die Transformation nach Gl.(71) mit den Parametern aus Abb. 15 und dem Streuvermögen  $\hat{\epsilon}_g(z)$  aus Abb. 3 ergibt die durchgezogene Kurve. Sie unterscheidet sich mit zunehmender Tiefe von der ohne Absorption (gepunktete Kurve), und zwar durch eine abnehmende Amplitude und im Vergleich zu  $\Delta z_0$  ausgedehnten Flanken, die moduliert sind.

der Interferenzterm  $it(k)$  aus Gl.(70) vor der Fouriertransformation nach Gl.(71) auf die Funktion  $s(k)$  normiert wird (vergl. auch Gl.(21)):

$$\hat{\epsilon}_g(z) * \gamma(2z) = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho}P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{it(k)}{s(k)} e^{2ikz}. \quad (73)$$

#### II.4.2 Dispersion des Brechungsindex

Im Allgemeinen durchläuft das Messlicht sowohl in der Apparatur als auch im Objekt Wege mit dispersivem Brechungsindex. Ist dieser für die Objekt und Referenzwelle unterschiedlich, führt dies bei deren Überlagerung zu einer Phasendifferenz, die zusätzlich zu der in Gl.(17) für den Interferenzterm berücksichtigt werden muss. Wird mit  $v_0(k)$  die Amplitude und Phase des Messlichtes an der Stelle  $z = -z_s$  der Teilung in Objekt und Referenzwelle bezeichnet ( $z_s$  ist also die Länge des Referenzarms des Interferometers), so lautet die Amplitude und Phase des vom Objekt zurückgestreuten Lichtes an der gleichen Stelle  $z = -z_s$  unter Berücksichtigung eines dispersiven Brechungsindex (vergl. Gl.(2)):

$$v(k) = v_0(k) e^{2ik\bar{n}_o z_s} \int_{-\infty}^{\infty} dz \epsilon(z) e^{2ik\bar{n}z} \quad (74)$$

und die entsprechende Größe der Referenzwelle (vergl. Gl.(5)):

$$v_R(k) = \epsilon_R v_0(k) e^{2ik\bar{n}_r z_s}; \quad (75)$$

hierbei ist

$$\bar{n} = \frac{1}{z} \int_0^z dz' n(z', k) \quad (76)$$

der Mittelwert des Brechungsindex im Objekt entlang der optischen Achse zwischen 0 und  $z$  und entsprechend  $\bar{n}_o$  bzw.  $\bar{n}_r$  die Mittelwerte der Brechungsindizes entlang der optischen Achse der Objekt- bzw. der Referenzwelle zwischen  $-z_s$  und 0. Im Allgemeinen ist  $\bar{n} = \bar{n}(z, k)$  orts- und wellenlängenabhängig und  $\bar{n}_o = \bar{n}_o(k)$  bzw.  $\bar{n}_r = \bar{n}_r(k)$  wellenlängenabhängig.

Die der Gl.(17) entsprechende Beziehung für den Interferenzterm, die dispersive Medien berücksichtigt, ergibt sich durch die Überlagerung der Amplituden aus Gl.(74) und Gl.(75):

$$2\sqrt{\sigma\rho} p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{\varepsilon}_g(z) e^{2ik(\bar{n}z \pm \Delta\bar{n}z_s)} = it(k); \quad (77)$$

hierbei ist  $\Delta\bar{n} = \bar{n}_o - \bar{n}_r$  die Differenz der mittleren Brechungsindizes im Objekt bzw. Referenzarm des Interferometers; das Pluszeichen im Exponenten von Gl.(77) gilt für positive  $z$ , das Minuszeichen für negative  $z$ , wobei wiederum  $\varepsilon(z) = 0$  für  $z < 0$  angenommen wird.

Zur Untersuchung der Auswirkung der Dispersion werden die Brechungsindizes an der Stelle  $k_0$  des Zentrums der Spektralverteilung von  $p_0(k)$  in Taylorreihen bis zur ersten Ordnung mit Restglied  $\delta\bar{n}_0$  entwickelt:

$$\bar{n} = \bar{n}_0 + \bar{n}'_0 \cdot (k - k_0) + \delta\bar{n}_0 \approx \bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0^2 \cdot \left(\frac{1}{k_0} - \frac{1}{k}\right) + \delta\bar{n}_0; \quad (78)$$

für die Näherung ist angenommen, dass die Spektralbreite  $\Delta k_0$  von  $p_0(k)$  sehr viel kleiner als  $k_0$  ist, so dass im betrachteten Spektralbereich  $k \cdot k_0 \approx k_0^2$  gilt.

Mit Gl.(78) und der entsprechenden Beziehung für  $\Delta\bar{n}$  kann die Phase des Integranden in Gl.(77) als Summe aus einem wellenlängenunabhängigen Term, einem in  $k$  linearen Term und dem in höherer als 1. Ordnung von  $k$  abhängigen Restglied dargestellt werden:

$$\begin{aligned} 2k(\bar{n}z \pm \Delta\bar{n}z_s) = & -2k_0^2(\bar{n}'_0 z \pm \Delta\bar{n}'_0 z_s) + \\ & + 2k((\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z \pm (\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s) + \\ & + 2k(\delta\bar{n}_0 z \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s) \approx \\ & \approx 2k_0(\bar{n}_0 z \pm \Delta\bar{n}_0 z_s) + \\ & + 2k'((\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z \pm (\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s) + \\ & + 2k_0(\delta\bar{n}_0 z \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s); \end{aligned} \quad (79)$$

im zweiten Teil von Gl.(79) ist  $k$  durch die auf das Zentrum  $k_0$  der Spektralverteilung von  $p_0(k)$  verschobene Koordinate  $k' = k - k_0$  ersetzt worden, und die Näherung gilt für  $k(\delta\bar{n}_0 z \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s) \approx k_0(\delta\bar{n}_0 z \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)$ .

Wird die Phase aus Gl.(79) in Gl.(77) eingesetzt und die Fouriertransformation durchgeführt, so folgt die der Gl.(19) entsprechende Gleichung für  $\varepsilon(z)$ , die dispersive Medien berücksichtigt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz' \hat{\varepsilon}_g(z') e^{-2ik_0(\bar{n}_0 z' \pm \Delta \bar{n}_0 z_s)} \hat{g}(2z', 2z) e^{i\hat{\varphi}} = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho} P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' it(k) e^{2ik'z} \quad (80)$$

mit

$$\begin{aligned} \hat{g}(2z', 2z) e^{i\hat{\varphi}} &= \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' p_0(k) e^{-2ik_0(\delta\bar{n}_0 z' \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)} e^{2ik'[z - ((\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z' \pm (\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s)]} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz'' g(2z'') e^{i\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} dk' e^{-2ik_0(\delta\bar{n}_0 z' \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)} e^{2ik'[z - z'' - ((\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z' \pm (\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s)]}. \end{aligned} \quad (81)$$

Die Funktion  $g(z)$  ist der Betrag der Autokorrelationsfunktion  $\gamma(z)$  und  $\varphi$  ist die zugehörige Phase (s. Gl.(20)).

Der Phasenfaktor bei  $\hat{\varepsilon}_g(z)$  in Gl.(80) ist nur dann von Bedeutung, wenn sich innerhalb der Breite von  $\hat{g}(2z', 2z)$  mehrere Streuer befinden und sich deren Beiträge daher überlappen; sie überlagern dann kohärent (vergl. Kapitel II.3.1.2 und Abb. 11).

Die Phase  $2k_0(\delta\bar{n}_0 z' \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)$  im Integranden von Gl.(81) ist definitionsgemäß (s. Gl.(78)) in höherer als 1. Ordnung von  $k'$  abhängig. Ist die Abweichung von der linearen Dispersion innerhalb der Breite  $\Delta k_0$  des Spektrums  $p_0(k)$  klein mit

$$|2k_0(\delta\bar{n}_0 z' \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)| \ll \pi/4, \quad (82)$$

so kann der Phasenfaktor bei  $p_0(k)$  in Gl.(81) näherungsweise gleich 1 gesetzt werden.

Die Bedingung in Gl.(82) ist erfüllt, wenn innerhalb des Spektralbereiches  $\Delta k$  gilt:

$$|\delta\bar{n}_0| \ll \frac{\lambda_0}{16z} \quad (83)$$

und

$$|\Delta\delta\bar{n}_0| \ll \frac{\lambda_0}{16z_s} . \quad (84)$$

In Abb. 17 ist  $\delta n_0$  für den Spektralbereich um  $\lambda_0 = 830nm$  für Wasser und die beiden Glassorten BK7 und SF10 dargestellt. Dafür ist das Quadrat des Brechungsindex mit der Dispersionsformeln nach Herzberger aus sechs Reihengliedern approximiert (49):

$$n^2 = A_0 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda^{-2} + A_3\lambda^{-4} + A_4\lambda^{-6} + A_5\lambda^{-8} \quad (85)$$

und mit diesem Brechungsindex aus Gl.(78)  $\delta n_0$  bestimmt worden.

Im Folgenden wird zunächst die Phase aus Gl.(83) betrachtet, die durch die nichtlineare Dispersion  $\delta\bar{n}_0$  im Objekt hervorgerufen wird. Setzt man in Gl.(83) für  $z'$  als oberen Grenzwert die maximale Messtiefe  $L_s$  aus Gl.(43) ein, so lautet die Bedingung für eine vernachlässigbare Phase:  $\delta\bar{n}_0 \ll \frac{\Delta\lambda}{8N_D} \lambda_0$ ; ist beispielsweise die Wellenlänge  $\lambda_0 = 830nm$ , die Spektralbreite  $\Delta\lambda = 20nm$  und die Anzahl der Abtastpunkte des Spektrums  $N_D = 1000$ , dann folgt  $\delta\bar{n}_0 \ll 3,5 \cdot 10^{-6}$ . Diese Bedingung ist bis zu den Rändern des Spektrums an den Stellen  $820nm$  und  $840nm$  für Wasser und BK7 näherungsweise erfüllt, während das Restglied  $\delta n_0$  von SF10 an diesen Stellen den Wert  $7 \cdot 10^{-6}$  erreicht und damit Gl.(83) nicht erfüllt (s. Abb. 17).

Umgekehrt ergibt sich die Messtiefe, bis zu der die Phase vernachlässigt werden kann, nach Gl.(83) zu  $z' \ll \lambda_0 / 16 \delta\bar{n}_0$ . Ist der Brechungsindex des Objektes beispielsweise durch den des Wassers gegeben, wie dies näherungsweise z.B. bei Messungen an Augen der Fall

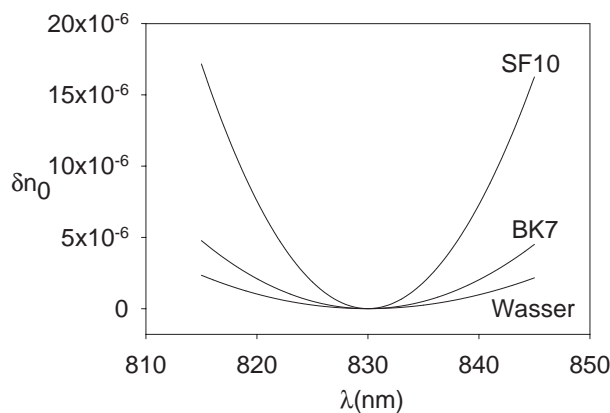


Abb. 17 Abweichung  $\delta n_0$  des Brechungsindex von der linearen Dispersion in der Umgebung von  $\lambda_0 = 830nm$  für Wasser und die Glassorten BK7 und SF10

ist (48), und beträgt die Wellenlänge  $\lambda_0$  des Messlichtes  $830nm$  bei einer Spektralbreite  $\Delta\lambda = 20nm$ , so folgt für die Messtiefe  $z' \ll \lambda_0/16 \cdot 10^6 \approx 5cm$ .

In der Praxis ist der Unterschied  $\Delta\delta\bar{n}_0$  in der nichtlinearen Dispersion der Arme des Interferometers von größerer Bedeutung als die nichtlineare Dispersion des Objektes, da die Länge  $z_s$  der Interferometerarme wesentlich größer als die Messtiefe  $L_S$  sein kann. Sind in die Arme Optiken eingefügt und deren Dicken gleich, aber deren Glassorten unterschiedlich, so muss zur Vernachlässigung der Phase die Dicke der Optiken nach Gl.(84) der Bedingung  $d \ll \lambda_0/16 \Delta\delta\bar{n}_0$  genügen. Ist beispielsweise die eine Glassorte BK7 und die andere SF10, so folgt bei einer Wellenlänge  $\lambda_0$  des Messlichtes von  $830nm$  und einer Spektralbreite  $\Delta\lambda = 20nm$   $d \ll 0,9cm$ .

Sind in die Interferometerarme Optiken der gleichen Glassorte eingefügt, so muss der Unterschied  $\Delta d$  in deren Dicken nach Gl.(84) der Bedingung  $\Delta d \ll \lambda_0/16 \delta\bar{n}_0$  genügen, damit die Phase vernachlässigt werden kann. Bei einer Wellenlänge  $\lambda_0$  des Messlichtes von  $830nm$  und einer Spektralbreite  $\Delta\lambda = 20nm$  folgt für BK7  $\Delta d \ll 2,5cm$ , für SF10  $\Delta d \ll 0,7cm$ . Handelt es sich um ein faseroptisches Interferometer, so ist der effektive Brechungsindex der Fasern, der sich aus dem Brechungsindex des Materials und des Durchmessers des Faserkerns ergibt (23), zur Bestimmung von  $\delta n_0$  zu verwenden. Beispielsweise ist für die Fasern Flexcore 780 und 850 von Corning das Restglied  $\delta n_0$  ungefähr gleich dem von BK7 (45), so dass der Unterschied der Faserlängen im Objekt und Referenzarm wie bei BK7 wesentlich kleiner als  $2,5cm$  sein muss, damit die Phase vernachlässigt werden kann.

Durchläuft das Messlicht dispersive Schichten des Objektes, die vor dem Messbereich, also im Bereich  $z < 0$  liegen, so muss für diese ebenfalls die Bedingung Gl.(84) erfüllt sein, damit die Phase vernachlässigt werden kann. Wird beispielsweise der Augenhintergrund tomographiert, so ist die nichtlineare Dispersion in den vorderen Augenmedien zu berücksichtigen. Bei Verwendung von Licht mit der Wellenlänge  $\lambda_0 = 830nm$  und einer spektralen Breite von  $\Delta\lambda = 20nm$  beträgt  $\delta n_0(k')$  an den Rändern dieses Spektralbereiches sowohl für den Glaskörper als auch für das Kammerwasser ungefähr  $10^{-6}$  (48). Nach Gl.(84) folgt daraus für die Dicke  $d$  die Bedingung  $d \ll 5cm$ ; sie ist für die Bulbuslänge bei dem Menschen von ca.  $2,3cm$  (50) ausreichend erfüllt.

Im Folgenden wird zunächst angenommen, dass die Bedingung aus Gl.(82) erfüllt ist und der Phasenfaktor bei  $p_0(k)$  in Gl.(81) näherungsweise gleich 1 gesetzt werden kann. Dann



geht die Funktion  $\hat{g}(2z', 2z)$  nach Gl.(81) über in den Betrag der zu dem Spektrum  $p_0(k)$  gehörigen Autokorrelationsfunktion  $\gamma[2[z - ((\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z' \pm (\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s)]]$  aus Gl.(12). Hierbei steht im Argument der Autokorrelationsfunktion die Differenz zwischen der Ortsvariablen  $z$  und der optische Weglänge  $z_{opt}$  der Wellengruppe:

$$z_{opt} = (\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z' \pm (\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s . \quad (86)$$

Wird die Integrationsvariable  $z'$  in Gl.(80) durch die optische Weglänge  $z_{opt}$  der Wellengruppe substituiert, d.h.

$$z' = \frac{z_{opt}}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} \mp \frac{\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} z_s , \quad (87)$$

dann kann das Integral als Faltung geschrieben werden, und Gl.(80) geht bis auf ein verändertes Argument der Funktion des Streuvermögens über in Gl.(19):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} [\hat{\epsilon}_g \left( \frac{z}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} \mp \frac{\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} z_s \right) e^{-2ik_0(\bar{n}_0 z' \pm \Delta\bar{n}_0 z_s)}] * [g(2z) e^{i\Phi}] = \quad (88) \\ & = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho} P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' it(k) e^{2ik'z} . \end{aligned}$$

Aus dem Argument des Streuvermögens in Gl.(88) folgt, dass die Fouriertransformation des Interferenzterms Informationen über die Struktur des Objektes nicht im geometrischen, sondern im Ortsraum der optischen Weglänge  $z_{opt}$  der Wellengruppe liefert;  $z_{opt}$  ist proportional zum Laufzeitunterschied zwischen den mit der Gruppengeschwindigkeit laufenden Wellenpaketen im Objekt- und Referenzarm. Die Fouriertransformation des Interferenzspektrums liefert daher eine Funktion im Ortsraum, die äquivalent zu denen aus Laufzeitmessungen (Echolotverfahren) sind.

Die Laufzeit bzw. die optische Weglänge  $z_{opt}$  der Wellengruppe hängt bei gegebener geometrischer Struktur vom Brechungsindex und seiner linearen Dispersion an der Stelle  $k_0$  des Zentrums der Spektralverteilung ab; sie ist gegenüber der geometrischen Koordinate um den Faktor  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0$  gedehnt und um den Betrag  $\pm(\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s$  verschoben. Da  $\bar{n}_0$  und  $\bar{n}'_0$  im Allgemeinen vom Ort abhängen, kann die Dehnung über  $z$  variieren. Der Dehnungsfaktor  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0$  ist durch den Brechungsindex  $\bar{n}_0$  und seine lineare Dispersion im Zentrum  $k_0$  der Spektralverteilung gegeben; bei normaler Dispersion, d.h. für  $\bar{n}'_0 > 0$

ist der Faktor verglichen mit  $\bar{n}_0$  vergrößert, bei anormaler Dispersion verkleinert. In der Praxis ist die Abweichung des Faktors von  $\bar{n}_0$  häufig klein, bei Wasser beträgt  $\bar{n}'_0 k_0$  im Nahen Infraroten etwa 1% von  $\bar{n}_0$ , bei der stark dispersiven Glassorte SF10 etwa 2% (69); in einigen Fällen kann die Abweichung aber auch bedeutend sein, bei Schwefelkohlenstoff beträgt sie beispielsweise etwa 8% (9). Die Koordinatenverschiebung  $-(\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s$  ist apparatespezifisch und kann durch geeignete Positionierung des Objektes kompensiert werden.

Durch die Transformation von Gl.(88) wird die geometrische Struktur des Objektes also umso stärker vergrößert abgebildet, je größer der Faktor  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0$  ist. Dagegen ist der Faltungsfaktor  $\gamma(2z)$  nicht vom Brechungsindex abhängig, infolgedessen bleibt die räumliche Auflösung im optischen Ortsraum unabhängig von der Vergrößerung des Objektes immer gleich  $\Delta z_0 = l_c/2$  (vergl. Gl.(34)). Ebenso ist die Messtiefe im optischen Ortsraum unabhängig vom Brechungsindex immer gleich  $L_S = N_D/2 \cdot \Delta z_0$  (vergl. Gl.(43)).

Sind der Brechungsindex und seine lineare Dispersion an der Stelle  $k_0$  bekannt, so kann als Fouriervariable in Gl.(80) die optische Weglänge  $z_{opt}$  aus Gl.(86) gewählt werden, so dass statt Gl.(88) folgt:

$$\begin{aligned} & [\hat{\epsilon}_g(z) e^{-2ik_0(\bar{n}_0 z \pm \Delta\bar{n}_0 z_s)}] * [g(2(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z) e^{i\Phi}] = \\ & = \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho} P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' it(k) e^{2ik'((\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z \pm (\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)z_s)}. \end{aligned} \quad (89)$$

Die Fouriertransformation des Interferenzterms nach Gl.(89) lässt das Argument der Funktion  $\hat{\epsilon}_g(z)$  unverändert, die Transformation bildet das Streuvermögen daher in den geometrischen Ortsraum ab. Dagegen ist das Argument der Autokorrelationsfunktion gleich  $2(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z$  und daher ihre Breite um den Faktor  $1/(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)$  kleiner als die der Funktion  $g(2z)$ ; daher verkleinert sich die Auflösungsgrenze  $\Delta z_{0n}$  im geometrischen Ortsraum gegenüber der Auflösungsgrenze  $\Delta z_0$  im optischen Ortsraum um diesen Faktor (vergl. Kapitel II.3.1.2, Gl.(34)):

$$\Delta z_{0n} = \frac{\Delta z_0}{(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)} = \frac{l_c}{2(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)}, \quad (90)$$

d.h. die räumliche Auflösung ist im geometrischen Ortsraum umso besser, je größer der Faktor  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0$  ist.

Die maximal mögliche geometrische Messtiefe  $L_{Sn}$  nimmt entsprechend ab (vergl. Gl.(43)):

$$L_{Sn} = \frac{ND}{2} \Delta z_{0n} = \frac{ND}{2} \frac{\Delta z_0}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0}, \quad (91)$$

d.h. die Reichweite der Messung ist bezogen auf die geometrische Struktur des Objektes umso geringer, je größer der Faktor  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0$  ist.

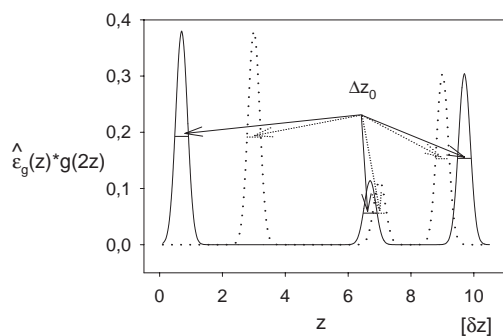


Abb. 18 *Fouriertransformation des Modulationsterms der Interferenz gemäß Gl.(88) mit dem Objekt aus Abb. 3, für den Brechungsindex 1 (gepunktete Kurve) und für  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0 = 1,5$  (durchgezogene Kurve). Die Ortskoordinate  $z$  stellt die optische Weglänge der Wellengruppe dar, das Objekt scheint daher wegen seines Brechungsindex vergrößert und wegen der Brechungsindexunterschiede im Objekt- und Referenzarm verschoben.*

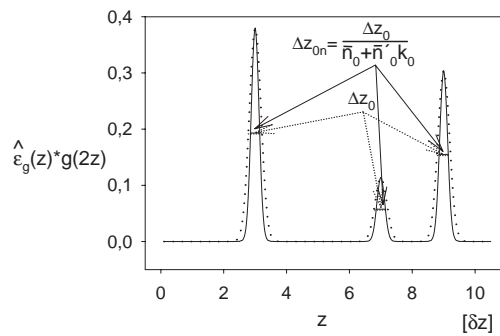


Abb. 19 *Wie Abb. 18, Fouriertransformation jedoch nach Gl.(89). Die Ortskoordinate  $z$  stellt die geometrische Weglänge dar, die Struktur des Objektes wird daher vom Brechungsindex unabhängig wiedergegeben. Die Auflösungsgrenze  $\Delta z_{0n}$  verkleinert sich dagegen mit zunehmendem Brechungsindex und zunehmender linearer Dispersion des Objektes.*

In Abb. 18 ist die Funktion aus Gl.(88) für das Streuvermögen aus Abb. 3 für  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0 = 1,5$  und  $(\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)_{z_s} = -3,8 \delta z$  (durchgezogene Kurve) dargestellt; zum Vergleich ist die gleiche Funktion auch für den Brechungsindex 1 eingezeichnet (gepunktete Kurve). Die Ortskoordinate  $z$  stellt die optische Weglänge der Wellengruppe dar, daher wachsen die Abstände zwischen den Streuern bei gleicher geometrischer Struktur mit wachsendem Brechungsindex und wachsender linearer Dispersion des Objektes, in dem Beispiel aus Abb. 18 um den Faktor 1,5. Die Auflösungsgrenze  $\Delta z_0$  bleibt dagegen unverändert. Unterschiedliche Brechungsindizes im Referenz- und Objektarm des Interferometers führen im optischen Ortsraum zu einer Verschiebung, in dem Beispiel aus Abb. 18 ist für den Brechungsindex  $\bar{n}_r$  im Referenzarm ein größerer Wert als für den Brechungsindex  $\bar{n}_o$  im Objektarm angenommen, das Objekt erscheint daher zur Messapparatur hin verschoben, in diesem Beispiel um  $(\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)_{z_s} = -3,8 \delta z$ .

In Abb. 19 ist die Funktion aus Gl.(89) für das Streuvermögen aus Abb. 3 wie in Abb. 18 für  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0 = 1,5$  und  $(\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0)_{z_s} = -3,8 \delta z$  (durchgezogene Kurve) und zum Vergleich auch für den Brechungsindex 1 dargestellt (gepunktete Kurve). Die Ortskoordinate  $z$  stellt die geometrische Weglänge dar, daher sind die Abstände zwischen den Streuern bei gleicher geometrischer Struktur unabhängig von dem Brechungsindex und der linearen Dispersion des Objektes. Die Auflösungsgrenze  $\Delta z_{0n}$  verkleinert sich dagegen mit wachsendem Brechungsindex und wachsender linearer Dispersion, in dem Beispiel aus Abb. 19 um den Faktor  $1/1,5$ . Unterschiedliche Brechungsindizes im Referenz- und Objektarm des Interferometers führen zu keiner Verschiebung.

Ist die Dispersion in höherer als 1. Ordnung wesentlich, d.h. ist  $|2k_0(\delta\bar{n}_0 z' \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)| \gtrsim \pi/4$ , so lässt sich die Funktion  $\hat{g}(2z', 2z)$  aus Gl.(81) nicht wie in Gl.(88) und Gl.(89) durch den Betrag der Autokorrelationsfunktion  $g(2z)$  des Messlichtes annähern. Zur Abschätzung ihrer Auswirkung wird zunächst angenommen, dass die nichtlineare Dispersion von den optischen Elementen in der Apparatur verursacht ist und die des Objektes vernachlässigt werden kann. Dann ist die zu der Dispersion höherer Ordnung gehörige Phase gleich  $2k_0\Delta\delta\bar{n}_0 z_s$  und damit unabhängig von der Integrationsvariablen  $z'$ , so dass die Funktion  $\hat{g}(2z', 2z)$  in Gl.(81) nur von der Differenz zwischen der Ortsvariablen  $z$  und der optischen Weglänge  $z_{opt}$  aus Gl.(86) abhängt. Damit geht Gl.(80) über in eine zu Gl.(88) analoge Beziehung, wobei der Faltungsfaktor  $g(2z)$  in Gl.(88) durch

$$\begin{aligned}\hat{g}(2z) e^{i\hat{\Phi}} &= \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' p_0(k) e^{\mp 2ik_0\Delta\bar{n}_0 z_s} e^{2ik'z} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz'' g(2z'') e^{i\hat{\Phi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk' e^{\mp 2ik_0\Delta\bar{n}_0 z_s} e^{2ik'(z-z'')}\end{aligned}\quad (92)$$

zu ersetzen ist. Die räumliche Ausdehnung der Funktion  $\hat{g}(2z)$  ist umso größer und ihr Betrag umso kleiner, je stärker die Phase  $2k_0\Delta\bar{n}_0 z_s$  innerhalb der Spektralbreite von  $p_0(k)$  von Null abweicht, d.h. die räumliche Auflösung und die relative Signalstärke  $\hat{g}(0)$  (s. Seite 22) verschlechtern sich mit zunehmender Dispersion höherer Ordnung. Lässt sich die nichtlineare Dispersion  $\Delta\bar{n}_0$  durch einen Term zweiter Ordnung und die Spektralverteilung  $p_0(k)$  durch eine Gaussfunktion annähern, dann folgt für die Breite von  $\hat{g}(2z)$  und damit für die Auflösungsgrenze:

$$\Delta z_{\delta n} = \Delta z_0 \sqrt{1 + (2k_0 \Delta\bar{n}_{0e} z_s)^2} \quad (93)$$

und für die relative Signalstärke, also den Betrag der Funktion  $\hat{g}(2z)$  an der Stelle  $z = 0$ :

$$\hat{g}(0) = \frac{1}{(1 + (2k_0 \Delta\bar{n}_{0e} z_s)^2)^{1/4}}; \quad (94)$$

hierbei ist  $\Delta\bar{n}_{0e} \equiv \Delta\bar{n}_0 (\Delta k_e) = 1/\ln(2) \cdot \Delta\bar{n}_0 (\Delta k_0/2)$  die Abweichung des Brechungsindex von der linearen Dispersion an den Stellen  $k_0 \pm \Delta k_e$  der Spektralverteilung, an der die Intensität  $p_0(k)$  auf  $e^{-2}$  ihres Wertes im Zentrum  $k_0$  abgefallen ist:  $p_0(k_0 \pm \Delta k_e) = e^{-2} p_0(k_0)$ ;  $\Delta k_0$  ist die Halbwertsbreite (FWHM) von  $p_0(k)$ .  $\Delta z_0$  ist die zu der Autokorrelationsfunktion  $\gamma(2z)$  gehörige Auflösungsgrenze und ergibt sich im optischen Ortsraum aus Gl.(34).

Sind der Brechungsindex und seine lineare Dispersion an der Stelle  $k_0$  bekannt, so kann als Fouriervariable in Gl.(80) die optische Weglänge  $z_{opt}$  aus Gl.(86) gewählt werden, so dass wie in Gl.(89) eine Abbildung der Objektstruktur im geometrischen Ortsraum folgt; in Gl.(89) ist dabei der Faltungsfaktor  $g(2z)$  durch  $\hat{g}(2z)$  aus Gl.(92) und folglich in Gl.(93) für das Auflösungsvermögen  $\Delta z_0$  durch  $\Delta z_{0n}$  aus Gl.(90) zu ersetzen.

Die zu der nichtlinearen Dispersion im Objekt gehörige Phase  $2k_0\delta\bar{n}_0 z'$  hat nach Gl.(81) qualitativ die gleichen Auswirkungen auf die Fouriertransformation von Gl.(80) wie die zu den optischen Elementen der Apparatur gehörige Phase  $2k_0\Delta\bar{n}_0 z_s$ . Wegen der Zunah-

me der Phase  $2k_0\delta\bar{n}_0 z'$  mit der Integrationsvariablen  $z'$  sind die Auswirkungen jedoch quantitativ umso größer, je tiefer die betrachtete Stelle im Objekt liegt. Die räumliche Auflösung und die relative Signalstärke nehmen also mit zunehmender Tiefe im Objekt ab.

Erreicht die Phase aus Gl.(82) an den Stellen  $\pm\Delta k_0/2$  der Halbwerte des Spektrums  $p_0(k)$  den Grenzwert  $\pi/4$  so vergrößert sich nach Gl.(93) die Auflösungsgrenze  $\Delta z_{\delta n}$  gegenüber der Auflösungsgrenze  $\Delta z_0$  ohne nichtlineare Dispersion um den Faktor  $\sqrt{(1+(\pi/4 \ln(2))^2)} \approx 1,5$  und die Signalstärke nimmt nach Gl.(94) um den Faktor  $(1+(\pi/4 \ln(2))^{-1/4} \approx 0,8$  ab. Die Näherungen von Gl.(88) und Gl.(89) sind also bis nahe an den Grenzwert aus Gl.(82) gut erfüllt. Ist die nichtlineare Dispersion innerhalb der Spektralbreite von  $p_0(k)$  stark mit  $|2k_0(\delta\bar{n}_0 z' \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)| \gg \pi/4$ , dann ist die Auflösung  $\Delta z_{\delta n}$  nach Gl.(93) näherungsweise proportional zu der Phase mit  $\Delta z_0$  als Proportionalitätsfaktor; die relative Signalstärke nach Gl.(94) ist dann gleich dem Kehrwert der Quadratwurzel aus der Phase.

Ist die nichtlineare Dispersion  $\delta\bar{n}_0$  im Objekt sehr stark, so dass innerhalb der Spektralbreite von  $p_0(k)$

$$2k_0 \delta\bar{n}_0 \Delta z_{0n} \gtrsim \frac{\pi}{4}, \quad (95)$$

d.h.

$$\delta\bar{n}_0 \gtrsim \frac{\lambda_0}{16 \Delta z_{0n}} \approx \frac{(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0) \Delta \lambda_0}{16 \lambda_0}, \quad (96)$$

dann geht die Funktion  $\hat{g}(z', z)$  aus Gl.(81) gegen Null und die Bestimmung des räumlichen Streuvermögens  $\varepsilon(z)$  nach Gl.(80) ist nicht möglich. In praktisch relevanten Fällen erreicht die nichtlineare Dispersion die Größenordnung aus Gl.(96) nicht (vergl. S. 43).

In Abb. 20 ist die Fouriertransformation des Modulationsterms der Interferenz mit dem Objekt aus Abb. 3 bei nichtlinearer Dispersion in den Armen des Interferometers im geometrischen Ortsraum dargestellt (durchgezogene Kurve). Dazu ist in Gl.(89) der Betrag der Autokorrelationsfunktion  $g(2(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0))$  als Faltungsfaktor durch die Funktion  $\hat{g}(2(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0))$  aus Gl.(92) ersetzt worden. Für die zur nichtlinearen Dispersion gehörige Phase  $2k_0\Delta\delta\bar{n}_0 z_s$  ist ein Wert doppelt so groß wie der Grenzwert aus Gl.(82), also  $\pi/2$  und

für die lineare Dispersion wie in Abb. 19 Werte von  $\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0 = 1,5$  und  $(\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0) z_s = -3,8 \delta z$  angenommen worden. Auflösungsgrenze und Signalstärke sind gegenüber dem Fall ohne nichtlineare Dispersion (gepunktete Kurve) verschlechtert, in dem Beispiel aus Abb. 20 vergrößert sich die Halbwertbreite  $\Delta z_{\delta n}$  um den Faktor 2,48 und verkleinert sich das Maximum der Peaks um den Faktor 0,64.

In Abb. 21 ist angenommen, dass die nichtlineare Dispersion nicht in der Apparatur sondern im Objekt vorliegt. Für die zugehörige Phase wurde  $2k_0 \delta \bar{n}_0 z = \pi/20 \approx \pi/6$  angenommen. Die Verschlechterung von räumlicher Auflösung und Signalstärke nehmen mit zunehmender Tiefe  $z$  im Objekt zu, in dem Beispiel aus Abb. 21 ist sie an der Stelle  $z = 10 \delta z$  gleich der aus Abb. 20, da die Phase  $2k_0 \delta \bar{n}_0 z$  an dieser Stelle den Wert  $\pi/2$  erreicht.

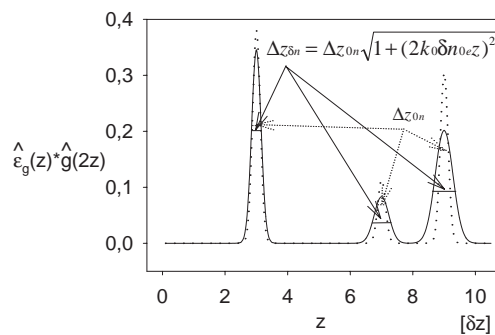
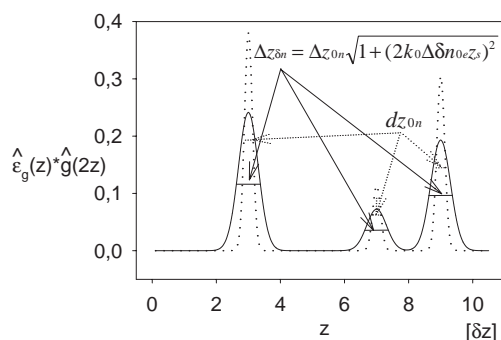


Abb. 20 *Fouriertransformation des Modulationsterms der Interferenz mit dem Objekt aus Abb. 3 bei nichtlinearer Dispersion in den Armen des Interferometers (durchgezogene Kurve), dargestellt im geometrischen Ortsraum. Für die Phase  $2k_0 \Delta \delta \bar{n}_0 z_s$  ist ein Wert von  $\pi/2$  an den Rändern des Spektrums angenommen. Die Breite  $\Delta z_{\delta n}$  der Peaks wächst in diesem Fall um den Faktor 2,5 und das ihr Maximum wird um den Faktor 0,64 kleiner als ohne nichtlineare Dispersion (gepunktete Kurve)*

Abb. 21 *Wie Abb. 20, nichtlineare Dispersion jedoch nicht in der Apparatur, sondern im Objekt. Für die Phase ist  $2k_0 \delta \bar{n}_0 z = \pi/20 \approx \pi/6$  angenommen. Mit zunehmender Tiefe  $z$  im Objekt wächst die Breite  $\Delta z_{\delta n}$  und fällt der Maximalwert der Peaks.*

Ist die nichtlineare Dispersion  $\delta\bar{n}_0$  im Objektes bzw.  $\Delta\delta\bar{n}_0$  in der Apparatur bekannt, so kann die daraus resultierende Verschlechterung von Signalstärke und räumlicher Auflösung vermieden werden, indem der Interferenzterm multipliziert mit dem Phasenfaktor transformiert wird. Dann gilt für  $z > 0$ :

$$\begin{aligned} & [\hat{\epsilon}_g(z) e^{-2ik_0(\bar{n}_0 z + \Delta\bar{n}_0 z_s)}] * [\hat{g}(2(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0) z) e^{i\hat{\phi}}] = \\ & \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho} P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' it(k) e^{2ik_0(\delta\bar{n}_0 z + \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)} e^{2ik'((\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0) z + (\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0) z_s)} \end{aligned} \quad (97)$$

mit

$$\begin{aligned} & \hat{g}(2(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0) z) e^{i\hat{\phi}} = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' p_0(k) e^{2ik_0\delta\bar{n}_0 z} e^{2ik'(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0) z} \approx \\ & g(2(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0) z) e^{i\hat{\phi}} . \end{aligned} \quad (98)$$

Die Näherung in Gl.(98) gilt, wenn die durch die nichtlineare Dispersion verursachte Phase  $2k_0\delta\bar{n}_0 z$  innerhalb der Spektralbreite  $\Delta k_0$  von  $p_0(k)$  sehr viel kleiner als  $2k'(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0)z$  ist, d.h.

$$2k_0 \delta\bar{n}_0 \Delta z_{0n} \ll \pi/4 . \quad (99)$$

Diese Bedingung ist aber in praktisch relevanten Fällen erfüllt (vergl. Gl.(95)). Sie ist auch Voraussetzung für die Korrektur der nichtlinearen Dispersion nach Gl.(98). Damit die Modulation des Interferenzterms detektiert werden kann, muss nämlich bei einer spektralen Auflösungsgrenze von  $\delta k$  (vergl. Kapitel II.3.3.2) innerhalb der Spektralbreite  $\Delta k_0$  gelten:

$$|2k_0(\delta\bar{n}_0 z \pm \Delta\delta\bar{n}_0 z_s)| \ll \frac{\pi}{4} \frac{\Delta k_0}{\delta k} = \frac{\pi}{4} \frac{L_S}{\Delta z_0} . \quad (100)$$

Die Bedingung in Gl.(100) ist erfüllt, wenn gilt:

$$\delta\bar{n}_0 \ll \frac{\lambda_0}{16 \Delta z_{0n}} \approx \frac{(\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0) \Delta \lambda_0}{16 \lambda_0} \quad (101)$$

und



$$\Delta\bar{n}_0 \ll \frac{\lambda_0}{16 \Delta z_0} \frac{L_S}{z_s} \approx \frac{\Delta\lambda_0}{16 \lambda_0} \frac{L_S}{z_s} \approx \frac{N_D}{32} \frac{\lambda_0}{z_s}. \quad (102)$$

Für Gl.(101) ist zur Abschätzung die Ortskoordinate  $z$  gleich der maximalen Messtiefe  $L_{Sn} = L_S / \bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0$  aus Gl.(91) gesetzt worden. Mit Gl.(100) bzw. Gl.(101) ist auch Gl.(99) erfüllt.

Da die nichtlineare Dispersion der optischen Elemente der Apparatur im Allgemeinen bekannt und diese in der Praxis von größerer Bedeutung als die des Objektes ist (s. Seite 43f), lässt sich die Korrektur nach Gl.(97) in der Regel immer durchführen. Wenn die nichtlineare Dispersion unbekannt ist, kann sie in erster Näherung durch einen Term 2. Ordnung  $\delta n_0 = 1/2 n''_0 k'^2$  approximiert (vergl. Abb. 17) und die Größe  $n''_0$  in einem iterativen Verfahren durch Maximierung der relativen Maxima von Gl.(97) bestimmt werden.

Die Korrektur der nichtlinearen Dispersion erlaubt beispielsweise die Führung der Referenzwelle durch optische Fasern, sofern deren Länge  $z_s$  die Bedingung aus Gl.(102) erfüllt. Wird das Spektrum z.B. durch  $N_D = 1000$  Punkte abgetastet, so ergibt sich mit den Daten von BK7 aus Abb. 17 für den Unterschied zwischen den Faserlängen im Referenz- und Objektarm die Bedingung  $z_s \ll 12m$ .

Aus Gl.(80) und Gl.(81) folgt, dass sich die räumliche Verteilung des Streuvermögens  $\epsilon(z)$  nur dann eindeutig bestimmen lässt, wenn das Objekt so im optischen Ortsraum positioniert wird, dass der Nullpunkt des optischen Ortsraumes  $z_{opt}$  (s. Gl.(86)) nicht im Objekt liegt, d.h.:

$$\begin{aligned} \epsilon(z) &= 2 \epsilon_g(z) \quad \text{für } z > -\frac{\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} z_s \quad \text{oder } z < -\frac{\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} z_s \\ \epsilon(z) &= 0 \quad \text{für } z < -\frac{\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} z_s; \quad \text{oder } z > -\frac{\Delta\bar{n}_0 + \Delta\bar{n}'_0 k_0}{\bar{n}_0 + \bar{n}'_0 k_0} z_s. \end{aligned} \quad (103)$$

Da die optische Weglänge der Wellengruppe am Rand  $k' = \pm \Delta k_0 / 2$  des Spektrums um  $\approx \pm 4^{k_0 / \Delta k_0} \Delta \bar{n}_0 (\Delta k_0 / 2) z_s$  von der aus Gl.(97) an der Stelle  $k_0$  des Zentrums der Spektralverteilung abweicht, darf sich das Objekt zur eindeutigen Vermessung auch nicht in einer Zone mit der Breite  $\approx 8^{k_0 / \Delta k_0} \Delta \bar{n}_0 (\Delta k_0 / 2) z_s$  um den Nullpunkt des optischen Ortsraumes

befinden. Objekte in dieser Zone lassen sich mit einem anderen, in der Literatur als Dispersionradar bezeichneten Messverfahren, tomographieren (6).

### III Messaufbau

#### III.1 Interferometer

Nach Gl.II (18) wird zur Bestimmung des räumlichen Streuvermögens  $\epsilon(z)$  eines Objektes das Spektrum des Modulationsterms  $it(k)$  der Interferenz aus einer von dem Objekt zurückgestreuten Welle mit einer Referenzwelle benötigt;  $it(k)$  ergibt sich nach Gl.II (8) aus den Spektren  $p_0(k)$  der Referenzwelle,  $p(k)$  der Objektwelle und  $p_I(k)$  der Interferenz. In Abb. 22 ist der Aufbau zur Messung der Spektren schematisch dargestellt.

In der vorliegenden Arbeit wird zur Erzeugung der Interferenz ein faseroptisches Michelson-Interferometer eingesetzt, an dessen Ausgang ein Gitterspektrometer die Beobachtung Spektren  $p_0(k)$ ,  $p(k)$  und  $p_I(k)$  ermöglicht. Als Weißlichtquelle dient eine Superlumineszenzdiode mit geringer zeitlicher und hoher räumlicher Kohärenz (s. Kapitel III.2.1). Ihr Licht wird in Fasern des Typs Flexcore 850 der Firma Corning eingekoppelt. Hierbei handelt es sich für die verwendete Wellenlänge um einmodige Fasern mit Stufenprofil. Ihr

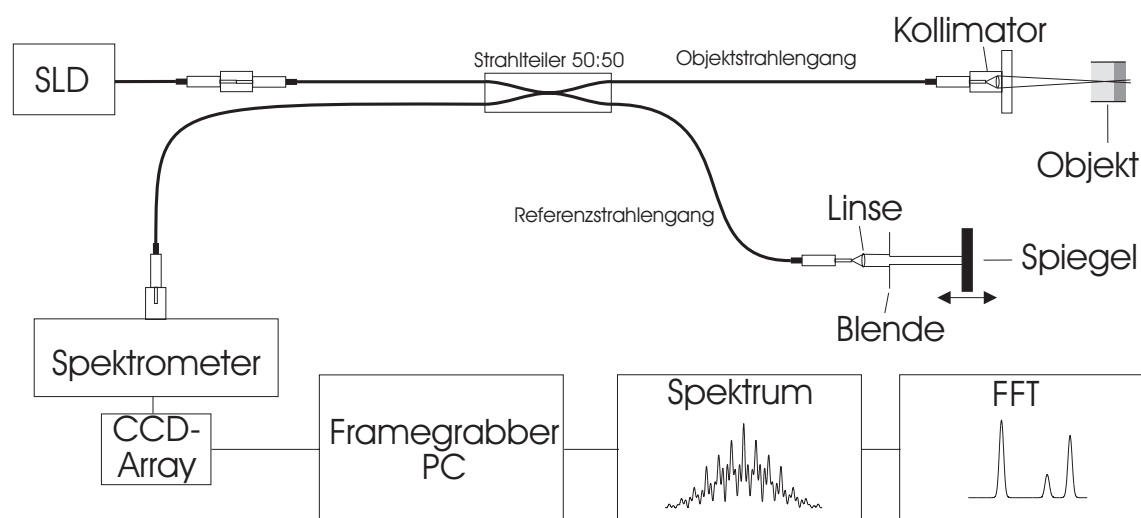


Abb. 22 Schematische Darstellung eines faseroptischen Michelson-Interferometers zur Detektion des Spektrums der Weißlichtinterferenz einer von einem Objekt gestreuten Welle mit einer Referenzwelle. SLD: Lichtquelle hoher räumlicher und geringer zeitlicher Kohärenz, hier Superlumineszenzdiode

Kerndurchmesser beträgt  $4\ \mu\text{m}$ , das Kernmaterial ist germaniumdotiertes Quarzglas; der Fasermantel besteht aus hochreinem Quarzglas. Die Fasern sind mit FC/APC Steckern verbunden.

Die Intensität des eingekoppelten Lichtes wird durch einen Strahlteiler im Verhältnis 1:1 in Referenz- und Objektwelle geteilt. Um die Weglänge der Referenzwelle variieren zu können, tritt das Licht am Ende der Faser aus, wird durch eine 120 mm Linse kollimiert und durch einen Spiegel in sich zurückreflektiert und wieder in die Faser eingekoppelt. Zur Veränderung der Weglänge kann der Spiegel translatorisch bewegt werden. Der Kontrast des Interferenzspektrums dient als Signal zur automatischen Detektion des Abgleichs zwischen den Weglängen im Referenz- und im Objektstrahlengang. Eine Blende im offenen Strahlengang ermöglicht die Intensität der Referenzwelle zu verändern.

Die Objektwelle tritt ebenfalls aus der Faser aus und wird durch einen Kollimator in das Objekt fokussiert. Der Übersichtlichkeit halber sind in der Prinzipskizze von Abb. 22 weitere Einrichtungen zur Strahlführung und zur Beobachtung der Messorte relativ zum Objekt nicht dargestellt. Eine detailliertere Darstellung des Objektstrahls nach Austritt aus der Faser erfolgt in Kapitel III.2.2.

Das Spektrum  $p_I(k)$  der Interferenz aus Referenz- und Objektwelle wird durch ein Gitterspektral zerlegt (s. Kapitel III.2.3) und durch einen CCD-Sensor detektiert (45, 22); die Anzahl  $N_D$  seiner vertikalen Bildelemente beträgt 755 in 96 Zeilen. Durch Abdeckung des Referenz- bzw. des Objektstrahlenganges kann das Spektrum  $p(k)$  der Objekt- bzw.  $p_0(k)$  der Referenzwelle gemessen werden. Die Daten des CCD-Sensors werden durch einen Framegrabber zur Verarbeitung an einen PC übergeben. Die Fouriertransformation der Spektren erfolgt durch einen FFT-Algorithmus (56).

## III.2 Komponenten des Interferometers

### III.2.1 Lichtquelle

Für die Weißlichtinterferometrie eignen sich Superlumineszenzdiode als Lichtquellen in besonderer Weise, da sie bei hoher räumlicher und geringer zeitlicher Kohärenz hohe optische Leistung liefern, also eine hohe Strahldichte bei breiter spektraler Verteilung aufweisen (37, 2). Die im Vergleich zu Lichtquellen mit lediglich spontaner Emission erhöhte Strahlungsdichte resultiert bei Superlumineszenzdiode aus der Verstärkung der spontanen Emission durch induzierte Emission (ASE = *amplified spontaneous emission*) in

Folge der Inversion. Die Eigenschaft der geringen zeitlichen Kohärenz wird bei Superlumineszenzdiolen dadurch erreicht, dass diese im Unterschied zu Laserquellen eine geringe Reflektivität an den Austrittsflächen des aktiven optischen Mediums haben, so dass das Produkt aus dem Reflexionskoeffizient und der Verstärkung über die gesamte Länge des aktiven Mediums auch bei hoher Inversion klein gegen 1 ist und daher auch bei hoher Leistung die Laserbedingung und die damit verbundene hohe zeitliche Kohärenz nicht erreicht wird. Im Folgenden wird die optische Leistung durch verstärkte spontane Emission bei Superlumineszenzdiolen untersucht.

Unter der Voraussetzung, dass sich eine optische Diode nicht in Sättigung befindet, gilt für die Veränderung des Flusses  $F(z)$  von Photonen pro Fläche und pro Zeiteinheit in einer Mode und in eine der beiden Richtungen entlang der optischen Achse  $z$  (78):

$$\frac{dF(z)}{dz} = \frac{\Gamma w_{\text{spont}}}{2V} + F(z)(g - \alpha); \quad (1)$$

dabei ist  $\Gamma$  der Confinement Faktor,  $w_{\text{spont}}$  ist die Rate der im gesamten aktiven Medium pro Mode durch spontane Emission erzeugten Photonen,  $V$  ist das Resonatorvolumen,  $g$  ist der Gewinn an Photonen pro Länge des aktiven Mediums und pro einfallender Photonen in Richtung der optischen Achse durch induzierte Emission, und  $\alpha$  ist der Verlust an Photonen pro Längeneinheit in Richtung der optischen Achse, der nicht durch induzierte Emissions- oder Absorptionsprozesse, sondern z.B. durch Streuung bedingt ist. Der Faktor 2 im Nenner des ersten Terms von Gl.(1) trägt der Tatsache Rechnung, dass mit  $F(z)$  nur eine der beiden Flussrichtungen betrachtet wird.

Wenn der Reflexionskoeffizient an den Austrittsflächen des Resonators klein ist, so dass das Produkt aus dem Reflexionskoeffizienten und der Verstärkung über die gesamte Länge  $L$  des aktiven Mediums klein gegen 1 ist, kann die Rückreflexion vernachlässigt werden (58). Nach Gl.(1) gilt dann für die Anzahl  $n$  der Photonen, die im Modenintervall  $dm$  und in der Zeit  $dt$  auf einer Seite des Resonators austreten:

$$\begin{aligned} n &= \frac{\Gamma w_{\text{spont}}}{2gL(1-\alpha/g)} (e^{gL(1-\alpha/g)} - 1) dmdt \\ &= \frac{\Gamma w_{\text{spont}}}{2} \frac{(G-1)}{\ln G} dmdt; \end{aligned} \quad (2)$$

dabei ist  $G = \exp(gL(1-\alpha/g))$  die Verstärkung. Für  $g = \alpha$  bzw.  $G = 1$  ist die Verstärkung durch induzierte Emission gleich den Verlusten im aktiven Medium, so dass im Ergebnis keine Verstärkung stattfindet und die Rate der pro Mode emittierten Photonen lediglich aus der spontanen Emission  $\Gamma w_{spon}/2$  besteht.

Der Gewinn  $g$  pro Länge des aktiven Mediums hängt mit der Rate  $w_{stim}$  der im gesamten Resonator pro Mode durch induzierte Emission erzeugten Photonen wie folgt zusammen (78):

$$g = \frac{\Gamma \bar{n}}{c} w_{stim} ; \quad (3)$$

$\bar{n}$  ist der Gruppenbrechungsindex und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit in Vakuum.

Die Raten der stimulierten und der spontanen Emission sind zueinander proportional (78):

$$w_{stim} = w_{spon} \left[ 1 - \exp \frac{h\nu - (F_c - F_v)}{kT} \right] = \frac{w_{spon}}{n_{sp}} \quad (4)$$

$F_c$  und  $F_v$  sind die Fermienergien des Leitungs- bzw. des Valenzbandes; der so genannte Inversionsfaktor  $n_{sp}$  ist zur Abkürzung des Kehrwertes des Faktors in eckigen Klammern von Gl.(4) eingeführt worden:

$$n_{sp} = \frac{1}{1 - \exp \frac{h\nu - (F_c - F_v)}{kT}} ; \quad (5)$$

$n_{sp}$  hängt also von der Differenz der Fermienergien des Leitungs- und des Valenzbandes, der Temperatur und der betrachteten Wellenlänge ab; bei positivem  $g$  ist  $n_{sp}$  immer größer als 1 und nähert sich bei sinkenden Temperaturen und steigender Inversion 1 an. Bei gebräuchlichen Betriebsbedingungen beträgt  $n_{sp}$  zwischen 1,5 und 2,5 (62).

Mit Gl.(3) und Gl.(4) folgt für die Laserlänge  $L$ :

$$\frac{\Gamma w_{spon}}{2gL(1-\alpha/g)} = \frac{c n_{sp}}{2\bar{n}L(1-\alpha/g)} , \quad (6)$$

Daraus folgt zusammen mit Gl.(2) für Anzahl  $n$  der im Modenintervall  $dm$  und in der Zeit  $dt$  durch spontane verstärkte Emission emittierten Photonen:

$$n = \frac{c n_{sp}}{2\bar{n}L(1-\alpha/g)} (G-1) dm dt \quad (7)$$

Nimmt man laterale Monomodigkeit an, so ist für jeweils eine der beiden unabhängigen Polarisationsrichtungen die Anzahl der Moden  $dm$  im Intervall  $dk_z$  der longitudinalen Wellenvektorkomponente in  $z$ -Richtung:

$$dm = \frac{L}{\pi} dk_z = \frac{L}{\pi} \left( k \frac{dn}{dk} + n \right) dk = \frac{\bar{n}L}{\pi} dk ; \quad (8)$$

$k$  ist die Wellenvektorkomponente in  $z$ -Richtung im Vakuum und  $\bar{n}$  wiederum der Gruppenbrechungsindex.

Mit  $dk = 2\pi/c dv$  bzw.  $dk = 2\pi/\lambda^2 d\lambda$  folgt aus Gl.(7) für die Anzahl  $n$  der im Frequenzintervall  $dv$  bzw. dem Wellenlängenintervall  $d\lambda$  und in der Zeit  $dt$  emittierten Photonen:

$$n = \frac{n_{sp}}{(1-\alpha/g)} (G-1) dv dt \approx n_{sp} (G-1) dv dt \quad (9)$$

bzw.

$$n = \frac{cn_{sp}}{\lambda^2(1-\alpha/g)} (G-1) d\lambda dt \approx \frac{cn_{sp}}{\lambda^2} (G-1) d\lambda dt . \quad (10)$$

Die Näherung in Gl.(9) bzw. Gl.(10) gilt für  $\alpha \ll g$ ;  $\alpha$  liegt in der Größenordnung  $10cm^{-1}$  (1) und mit  $G = \exp(gL(1-\alpha/g))$  folgt für  $\alpha/g$ :

$$\frac{\alpha}{g} = \left( \frac{\ln 10 \log G}{\alpha L} + 1 \right)^{-1} . \quad (11)$$

Für  $G \gg 1$  ist die Näherung  $1-\alpha/g \approx 1$  also grob erfüllt. Nimmt man für  $G = 250$ ,  $\alpha = 10cm^{-1}$  und die geometrische Länge des aktiven Mediums  $L = 1,3mm$  an, so ergibt sich  $\alpha/g \approx 0,19$ . Wegen des Logarithmus hängt der Quotient  $\alpha/g$  nur schwach von der tatsächlichen Verstärkung  $G$  ab; nimmt man statt  $G = 250$  eine Verstärkung von

$G = 1000$  an, sinkt der Quotient lediglich von 0,19 auf 0,16. Stärker ist die Abhängigkeit von der geometrischen Länge  $L$  des aktiven Mediums; nimmt man statt  $L = 1,3\text{mm}$  (wie bei der Superlumineszenzdiode SLD-38-HP von Superlum, Moskau) eine Länge von  $L = 0,3\text{mm}$  (wie bei gebräuchlichen Laserdioden) an, sinkt der Quotient  $\alpha/g$  von 0,19 auf 0,05. Diese Argumentation ist allerdings nur sinnvoll, wenn die Parameter Verstärkung  $G$  und geometrische Länge  $L$  für eine Superlumineszenzdiode vorliegen und man damit eine Abschätzung des Quotienten  $\alpha/g$  vornehmen will. Bei einer prinzipiellen Betrachtungsweise muss aber berücksichtigt werden, dass  $\ln(G)$  bei gegebener Inversion proportional zu  $L$  ist und  $\alpha/g$  daher unabhängig von der geometrischen Länge der Diode ist. Zur Abschätzung des Quotienten  $\alpha/g$  muss daher  $g$  bekannt sein. Bei gebräuchlichen Inversionen mit dem Inversionsfaktor  $n_{sp} \approx 2$  liegt der Gewinn  $g$  pro Länge des aktiven Mediums bei etwa  $100\text{cm}^{-1}$  (78) und ist damit etwa eine Größenordnung größer als die Verluste  $\alpha$  pro Länge, so dass die Näherung  $1 - \alpha/g \approx 1$  unter gebräuchlichen Betriebsbedingungen grob erfüllt ist.

Damit folgt für die Anzahl  $n$  der pro Modenintervall  $d\lambda$  und pro Zeitintervall  $dt$  auf einer Seite des Resonators austretenden Photonen aus Gl.(2):

$$\frac{\Gamma_{w_{spon}}}{2gL(1-\alpha/g)} d\lambda dt = \frac{n_{sp}}{(1-\alpha/g)} d\nu dt = \frac{cn_{sp}}{\lambda^2(1-\alpha/g)} d\lambda dt \approx 10^{12} \frac{d\lambda dt}{\text{nm s}}, \quad (12)$$

wobei der Zahlenwert für  $\lambda \approx 830\text{nm}$  und  $n_{sp} \approx 2$  berechnet und  $\alpha \ll g$  angenommen ist. Multipliziert man Gl.(12) mit der Energie  $h\nu$  der Photonen und dividiert durch das Wellenlängenintervall  $d\lambda$  und das Zeitintervall  $dt$ , dann ergibt sich die zugehörige Leistung pro Wellenlängenintervall:

$$\frac{cn_{sp}}{\lambda^2(1-\alpha/g)} h\nu = \frac{c^2 h n_{sp}}{\lambda^3(1-\alpha/g)} \approx 2 \times 10^{-7} \text{ W/nm}. \quad (13)$$

In der vorliegenden Arbeit wird eine Superlumineszenzdiode des Typs SLD-381-DIP-10-SM der Firma Superlum, Moskau, verwendet. Die in eine Singlemodefaser eingekoppelte Diode hat eine Zentralwellenlänge von  $\lambda_0 = 817,2\text{nm}$ , eine Spektralbreite  $\Delta\lambda_0 = 19,6\text{nm}$  (FWHM) und eine spektrale Modulation auf Grund der Restreflektivität an der Austrittsfläche mit einem lokalen Kontrast von  $< 0,25\%$ . Die in die Faser eingekoppelte optische Leistung beträgt  $3\text{mW}$  bei einem Treiberstrom von  $180\text{mA}$  und einer Temperatur von  $25^\circ\text{C}$ . Während der Messungen wird durch ein Peltierelement die Betriebstemperatur auf konstant  $25^\circ\text{C}$  gehalten.



Für die verwendete Laserdiode ergibt sich somit aus Gl.II(34) für die axiale Auflösungsgrenze:

$$\Delta z_0 = 17 \mu m , \quad (14)$$

aus Gl.II(52) und der effektiven Anzahl des CCD-Sensors  $N_{D,eff} = 512$  (s. Gl.II(48)) für die laterale Auflösungsgrenze:

$$\Delta r = 48 \mu m \quad (15)$$

und aus Gl.II(43) für die Messtiefe:

$$L_S = 4,35 \text{ mm} , \quad (16)$$

wenn gemäß Gl.II(50) für die Apertur des Messstrahls:

$$A = 0,01 \quad (17)$$

gewählt wird.

In der vorliegenden Arbeit wurde zur Erhöhung der für die Messung zur Verfügung stehenden am Objekt gestreuten Leistung und zur Verminderung des Signalrauschens durch Speckle (s. Kapitel II.3.3.3) eine Apertur von  $A = 0,04$  gewählt. Dadurch verringert sich die Messtiefe nach Gl.II(40) auf ca.  $0,3 \text{ mm}$  und verbessert sich die beugungsbegrenzte laterale Auflösung auf  $\Delta r = 12 \mu m$ .

### III. 2.2 Objektstrahlengang

Der Abgleich der Weglängen von Objekt- und Referenzstrahlengang wie er in Abb. 22 dargestellt ist, erfordert aufwendige Justage und Mechanik der translatorischen Spiegelbewegung, um die am Spiegel reflektierte Referenzwelle in die nur  $4 \mu m$  durchmessende Faser wieder einzukoppeln. Dieses Problem kann umgangen werden, wenn der Weglängenabgleich nicht im Referenz- sondern im Objektstrahlengang durchgeführt wird. Hier hat nämlich im Unterschied zum Referenzstrahlengang eine Dejustierung der Strahlrichtung lediglich eine Verschiebung des Messortes auf dem Objekt zur Folge; dagegen führt die im allgemeinen nicht spiegelnden sondern in einen großen Raumwinkel streuende Rück-

reflexion am Objekt aber unabhängig von der Strahlrichtung zu einer Wiedereinkopplung eines Teil der gestreuten Welle in die Faser.

In Abb. 23 ist die Vorrichtung zum Weglängenabgleich dargestellt. Die Abbildung zeigt lediglich den Objektstrahlengang ab dem Kollimator aus Abb. 22. Anders als in Abb. 22 fokussiert der Kollimator die Objektwelle nicht, sondern kollimiert sie. Sie trifft dann auf einen Retroreflektor, mit dem durch translatorische Bewegung der Weglängenabgleich zwischen Referenz- und Objektwelle hergestellt werden kann. In dieser Version kann im Referenzstrahlengang auf die Aus- und Wiedereinkopplung ganz verzichtet und stattdessen die Rückreflexion am Faserende als Referenzwelle genutzt werden. Die Anpassung der Intensität der Referenzwelle kann dabei durch Biegung der Faser erfolgen, wodurch die Intensität der im Kern geführten Welle mit zunehmender Krümmung durch zunehmende Auskoppelung in den Fasermantel abnimmt. Wird die Referenzwelle durch Reflexion am Faserende erzeugt, so ist zu beachten, dass bei abgeglichenen Weglängen ein Unterschied  $z_s$  zwischen den Faserlängen im Referenz- und Objektstrahlengang verbleibt. Dies hat wegen der nichtlinearen Dispersion  $\delta\bar{n}_0$  in den Fasern nach Kapitel II.4.2 Auswirkungen auf das Interferenzspektrum, so dass zur Bestimmung des räumlichen Streuvermögens  $\epsilon(z)$  des Objektes die Transformation nach Gl.II(97) ausgeführt werden muss.

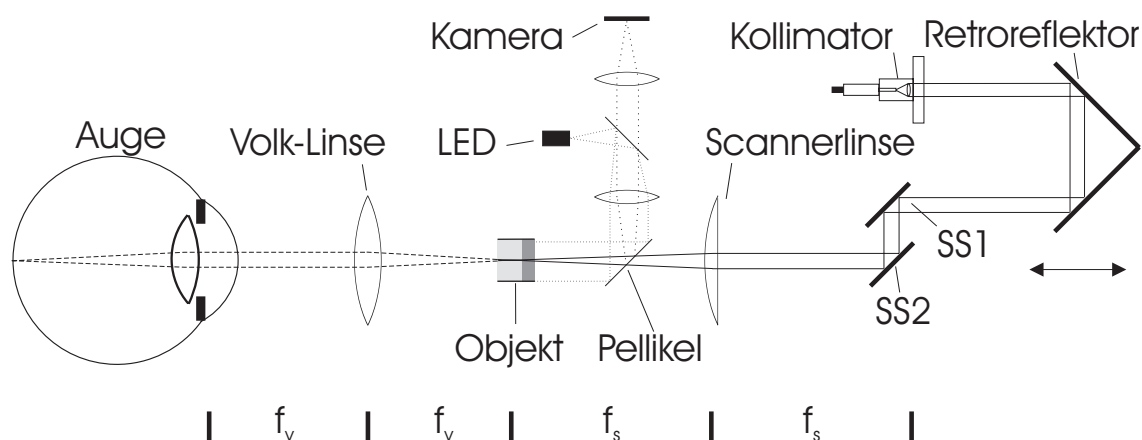


Abb. 23 Erweiterter Objektstrahlengang, dargestellt ab dem Kollimator des Interferometers aus Abb. 22.

SS1, SS2: um zueinander senkrecht stehende Achsen drehbare Scannerspiegel

$f_s$ : Brennweite der Scannerlinse

$f_v$ : Brennweite der Volk-Linse

Um ein Messobjekt an unterschiedlichen Stellen tomographisch vermessen zu können, wird der Messstrahl mit Hilfe von zwei um zueinander senkrecht stehenden Achsen drehbare Ablenkspiegel SS1 und SS2 lateral über das Objekt geführt. Durch geeignete Ansteuerung können so Schnitte entlang Kurven beliebiger Form durch das Objekt und durch Aneinanderfügen benachbarter Schnitte auch Volumenausschnitte des Objektes dargestellt werden.

Da ein Tiefenscan aus der FFT eines Spektrums mit den  $N_D$  Abtastpunkten des CCD-Sensor des Spektrometers resultiert, ist die Anzahl der axialen Bildpunkte gleich  $N_D$ . Die Anzahl  $N_S$  der lateralen Bildpunkte ist abhängig von der lateralen Ausdehnung  $B$ , die für einen Schnitt erfasst werden soll, und dem Abstand zwischen lateral benachbarten Tiefenscans. Wählt man für diesen die laterale Auflösungsgrenze  $\Delta r$  aus Gl.II(52) und die laterale Ausdehnung  $B$  in der Größenordnung der Messtiefe  $L$ , so folgt mit Gl.II(36) und Gl.II(40):

$$N_S = \frac{B}{\Delta r} = \frac{1}{A} \approx 100 ; \quad (18)$$

für die Näherung ist die Apertur aus Gl.(17) eingesetzt worden.

Ist die Zeit für die Erfassung eines Schnittes mit  $\tau$  vorgegeben, so beträgt die Zeit für die Ansteuerung eines lateralen Bildpunktes und die Messung eines Tiefenscans zusammen  $\tau/N_S$ . Legt man gemäß der Videonorm  $\tau = 20ms$  fest, so liegt  $\tau/N_S$  in der Größenordnung der Zeit, die die schnellsten verfügbaren Scanner für die Ansteuerung benachbarter Bildpunkte benötigen (15). Das Tastverhältnis einer tomographischen Vermessung eines Schnittes, bei der für jeden Tiefenscan die Einstellung der Scannerspiegeln abgewartet werden muss, kann daher Null oder negativ werden, was eine Messung bei Videofrequenz verhindert.

Das Tastverhältnis bleibt auch bei hohen Bildwiederholraten größer als Null, wenn die Scannerspiegel mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit den lateralen Bereich  $B$  überfahren und die Lichtquelle zur Messung eines Tiefenscans gepulst wird. Die Pulsdauer und damit die Messzeit  $T$  eines Tiefenscans muss dann so begrenzt werden, dass die laterale Verschiebung des Tiefenscans klein ist verglichen mit der lateralen Ausdehnung  $\Delta r$  des Messstrahls:

$$T \ll \frac{\Delta r}{B} \tau = A \tau , \quad (19)$$

wobei der zweite Teil der Gleichung gilt, wenn die laterale Ausdehnung  $B$  des Schnittes gleich der durch die Apertur des Messstrahls nach Gl.II(40) gegebenen Messtiefe  $L_A$  gewählt wird.

Unter der Bedingung aus Gl.(19) ist die laterale Bewegung des Messstrahls während der Messdauer  $T$  sehr viel kleiner als dessen laterale Ausdehnung  $\Delta r$ . Daher ist die Veränderung der Phase der aus einem Volumenelement der Größe  $\approx \Delta z_0 \cdot \Delta r^2$  gestreuten Objektwelle (s. Kapitel II.3.2) klein und damit ist das Interferenzsignal durch die Strahlbewegung wenig beeinträchtigt.

Der in der vorliegenden Arbeit verwendete Scanner ist das Modell 6800HP der Firma Cambridge Technology, Inc. (15). Hierbei handelt es sich um einen Galvanometerscanner, dessen Einstellzeit für lateral benachbarte Punkte  $300 \mu s$  beträgt und der einen Strahldurchmesser von ca.  $2 mm$  aufnimmt. Er steht in der Brennebene einer Linse mit der Brennweite  $f_s = 25 mm$ . In deren anderer Brennebene befindet sich das zu untersuchende Objekt.

Für Untersuchungen des Augenhintergrundes wird dieser in die Brennebene der Scannerlinse mit einer Volklinse (74) der Brennweite  $f_v = 20 mm$  abgebildet. Die Hauptebene des Auges befindet sich in der einen und für ein rechtsichtiges Auge die Bildebene des Augenhintergrundes in der anderen Brennebene der Volklinse. Durch das durch Scanner- und Volklinse gebildete telezentrische System wird der Scanner mit der Größe  $f_v/f_s$  in die Pupillenebene des Auges abgebildet; der Scanwinkel ist daher durch die Eintrittspupille wenig eingeschränkt. Befindet sich nicht das Objekt selbst, sondern dessen Bild in der Brennebene der Scannerlinse, so ist der Retroreflektor so einzustellen, dass er Referenz- und Objektstrahlengang bezüglich des realen Objektes und nicht dessen Bildes abgleicht.

Zur Ausrichtung des Messstrahls relativ zum Objekt wird über einen Strahlteiler ein Beobachtungsstrahlengang in den Objektstrahlengang eingespiegelt. Zur Einspiegelung wird ein Pellikel verwendet, bei dem keine die Messung oder die Beobachtung störenden Reflexe auftreten. Die Abbildung erfolgt über zwei telezentrisch angeordnete Linsen, in deren einer Brennebene sich das Objekt und in deren anderer Brennebene sich die Kamera befindet. Zwischen den Linsen und in der Brennebene der objektseitigen Linse befindet sich eine Lichtquelle zur Beleuchtung. Um zusätzliche Strahlung auf dem Detektor und damit eine Belastung seiner Dynamik und Erhöhung des Rauschens zu verhindern, wird hierfür eine Lichtquelle verwendet, deren Spektrum nicht mit dem des Messlichtes überlappt, in der vorliegenden Arbeit eine IR-LED.

### III.2.3 Spektrometer

#### III.2.3.1 Abhängigkeit der räumlichen Auflösung von der Nichtlinearität der Winkeldispersion

Das Spektrometer ist an anderer Stelle beschrieben (45). An dieser Stelle wird daher lediglich auf das Problem eingegangen, dass die Fouriertransformation zur Auswertung der Spektren nach Gl.II (18) bezüglich  $k$  durchgeführt werden muss, die Dispersion des Beobachtungswinkels  $\beta(k)$  eines Spektrometers und damit der für die FFT vorliegende Datensatz im allgemeinen jedoch nicht linear in  $k$  ist. Die Winkeldispersion kann als Summe eines konstanten, eines in  $k$  linearen und eines in höherer Ordnung von  $k$  abhängigen Terms  $\delta\beta_0$  dargestellt werden:

$$\beta = \beta_0 + \beta'_0 k' + \delta\beta_0 ; \quad (20)$$

$\beta_0$  ist der Beobachtungswinkel im Zentrum  $k_0$  des Spektrums,  $\beta'_0$  ist die erste Ableitung von  $\beta$  an dieser Stelle und  $k' = k - k_0$  ist die auf das Zentrum  $k_0$  verschobene Koordinate.

Die um  $\beta_0$  verschobene und auf die erste Ableitung  $\beta'_0$  normierte Winkeldispersion  $\beta$  ist im Zentrum  $k_0$  des Spektrums gleich  $k'$ :

$$\kappa \equiv \frac{\beta - \beta_0}{\beta'_0} = k' + \delta\kappa , \quad (21)$$

mit dem in höherer als erster Ordnung von  $k'$  abhängigen Restglied

$$\delta\kappa = \frac{\delta\beta}{\beta'_0} . \quad (22)$$

Wird die Fouriertransformation des Modulationsterms  $it(k)$  der Interferenz nicht wie in Gl.II (18) bzw. Gl.II (19) nach  $k$ , sondern nach  $\kappa$  durchgeführt, so folgt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho}P_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa it(k) e^{2i\kappa z} &= \frac{1}{2\sqrt{\sigma\rho}P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' \kappa' it(k) e^{2i\delta\kappa z} e^{2ik'z} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dz' \hat{\varepsilon}_g(z') e^{-2ik_0 z'} \hat{g}(2z', 2z) e^{i\hat{\phi}} \end{aligned} \quad (23)$$

mit

$$\kappa' \equiv \frac{d\kappa}{dk} = 1 + \frac{d(\delta\kappa)}{dk} \quad (24)$$

und

$$\begin{aligned} \hat{g}(2z', 2z) e^{i\hat{\varphi}} &= \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' \left(1 + \frac{d(\delta\kappa)}{dk}\right) p_0(k) e^{2i\delta\kappa z} e^{2ik(z-z')} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz'' g(2z'') e^{i\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} dk' \left(1 + \frac{d(\delta\kappa)}{dk}\right) e^{2i\delta\kappa z} e^{2ik'(z-z''-z')} . \end{aligned} \quad (25)$$

Um die Abweichung der Funktion  $\hat{g}(2z', 2z)$  von der Funktion  $g(2z', 2z)$  und damit den Fehler abschätzen zu können, der resultiert, wenn die Fouriertransformation nicht bezüglich  $k$  sondern bezüglich  $\kappa$  durchgeführt wird, muss  $\delta\kappa$  nach Gl.(22) aus  $\beta$  bestimmt werden.  $\beta$  ist abhängig vom Spektrometertyp, in der vorliegenden Arbeit ist das dispersive Element ein Reflexionsgitter, für dessen Beobachtungswinkel gilt:

$$\sin\beta = -\frac{2\pi m}{kg} - \sin\alpha ; \quad (26)$$

$g$  ist der Gitterabstand,  $m$  die Beugungsordnung und  $\alpha$  der Einfallswinkel (s. Abb. 24).

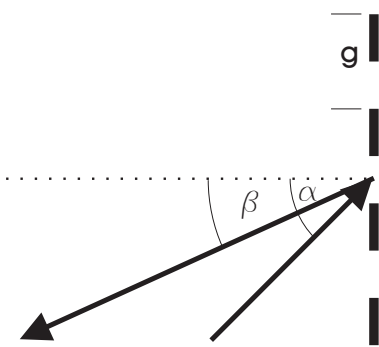


Abb. 24 Schematische Darstellung eines Reflexionsgitters. Die Vorzeichen der Winkel sind im mathematisch positiven Winkel bezüglich des Einfallslotes definiert; das Vorzeichen der Beugungsordnung  $m$  ist für den dargestellten Beobachtungswinkel negativ definiert

Aus Gl.(26) folgt:

$$\beta' = \frac{g}{2\pi m} \frac{(\sin\beta + \sin\alpha)^2}{\cos\beta}. \quad (27)$$

Mit Gl.(21) und Gl.(27) kann die Abweichung  $\delta\kappa$  der normierten Winkeldispersion  $\kappa$  von  $k'$  bestimmt werden (s. Abb. 25).

Mit der zweiten Ableitung

$$\beta'' = \beta' \left( -\frac{2}{k} + \frac{2\pi m}{gk^2} \frac{\sin\beta}{\cos^2\beta} \right) \quad (28)$$

lässt sich  $\delta\kappa$  durch einen Term zweiter Ordnung annähern:

$$\delta\kappa \approx \frac{1}{2} \frac{\beta''_0}{\beta'_0} k'^2 = \left( -\frac{1}{k_0} + \frac{\pi m}{2gk_0^2} \frac{\tan\beta_0}{\cos\beta_0} \right) k'^2 \approx \left( -1 + \frac{m}{2} \frac{\tan\beta_0}{\cos\beta_0} \right) \frac{k'^2}{k_0}; \quad (29)$$

die letzte Näherung gilt für den üblichen Fall, dass  $g$  in der Größenordnung von  $\lambda_0$  liegt.

Mit Gl.(29) folgt, dass der Betrag von  $\frac{d(\delta\kappa)}{dk}$  sehr viel kleiner als 1 ist, sofern der

Beobachtungswinkel  $\beta_0$  der Bedingung  $\left| -1 + \frac{m}{2} \frac{\tan\beta_0}{\cos\beta_0} \right| \ll \frac{k_0}{\Delta k_0}$  genügt. In der vorliegen-

den Arbeit ist der Gitterabstand  $g = 0,83\mu m$  und der Einfallswinkel  $\alpha = 40^\circ$ , so dass aus Gl.(26) bei der Zentralwellenlänge der verwendeten Superlumineszenzdiode von

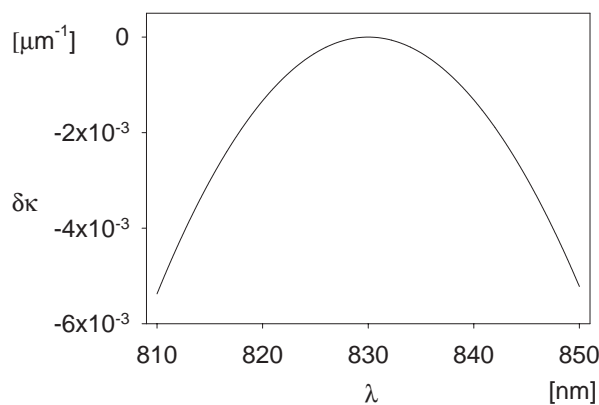


Abb. 25 Abweichung  $\delta\kappa$  der normierten Winkeldispersion  $\kappa$  eines Gitterspektrometers von  $k'$  (s. Gl.(21)).

Gitterabstand  $g$ :  $830 \mu m$

Einfallswinkel  $\alpha$ :  $40^\circ$

Beugungsordnung  $m$ :  $-1$

$\lambda_0 = 817,2nm$  in der Beugungsordnung  $m = -1$  für den Beobachtungswinkel  $\beta_0 = 20^\circ$  folgt. Damit ist die Bedingung  $|-1 + \frac{m \tan\beta_0}{2 \cos\beta_0}| = 1,2 \ll \frac{k_0}{\Delta k_0}$  wie in anderen praktisch relevanten Fällen erfüllt, so dass der Summenfaktor im Integranden von Gl.(25) im Spektralbereich  $\Delta k_0$  durch 1 angenähert werden kann.

Die Phase  $2 \delta\kappa z$  im Integranden von Gl.(25) ist definitionsgemäß (s. Gl.(21)) in höherer als 1. Ordnung von  $k'$  abhängig; ist sie innerhalb der Breite  $\Delta k_0$  des Spektrums  $p_0(k)$  klein mit

$$|2 \delta\kappa z| \ll \pi/4, \quad (30)$$

so kann der Phasenfaktor bei  $p_0(k)$  in Gl.(25) näherungsweise gleich 1 gesetzt werden.

In der Näherung zweiter Ordnung aus Gl.(29) mit  $\delta\kappa \approx (-1 + \frac{m \tan\beta_0}{2 \cos\beta_0}) \Delta k_0^2/4k_0 \approx \Delta k_0^2/4k_0$  folgt, dass für Messtiefen mit

$$|z| \ll \frac{\pi}{2} \frac{k_0}{\Delta k_0^2} \quad (31)$$

die Funktion  $\hat{g}(2z', 2z)$  aus Gl.(25) durch den Betrag der Autokorrelationsfunktion  $g(2z')$  des Messlichtes angenähert werden kann und daher die Fouriertransformation bezüglich der zum Beobachtungswinkel  $\beta$  proportionalen Größe  $\kappa$  näherungsweise das gleiche Ergebnis liefert wie die Fouriertransformation in Gl.II (18) bzw. Gl.II (19) bezüglich  $k$ . Mit der maximalen Messtiefe  $L_s$  aus Gl.II(43) folgt, dass die Fouriertransformation bezüglich  $\kappa$  bei einer Anzahl von  $N_D$  Abtastpunkten des Spektrums mit

$$N_D \ll \frac{k_0}{\Delta k_0} \quad (32)$$

für den gesamten Messbereich ausreichend genau ist.

Für Messtiefen größer als die aus Gl.(31) lässt sich die Funktion  $\hat{g}(2z', 2z)$  aus Gl.(25) nicht durch den Betrag der Autokorrelationsfunktion  $g(2z)$  des Messlichtes annähern. Analog zur nichtlinearen Dispersion des Brechungsindex (s. Gl.II(92)) führt dies zu einer Verschlechterung der Auflösungsgrenze  $\Delta z \delta\kappa$ . Nähert man  $\delta\kappa$  gemäß Gl.(29) durch einen Term



zweiter Ordnung und die Spektralverteilung  $p_0(k)$  durch eine Gaussverteilung an, so folgt für  $\Delta z_{\delta\kappa}$ :

$$\Delta z_{\delta\kappa} = \Delta z_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta k_0^2 z}{2 \ln 2 k_0}\right)^2} \quad (33)$$

und für die relative Signalstärke (s. Seite 22), also den Betrag der Funktion  $\hat{g}(2z', 2z)$  an der Stelle  $z' = 0$ :

$$\hat{g}(0, 2z) = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{\Delta k_0^2 z}{2 \ln 2 k_0}\right)^2\right)^{1/4}} \quad (34)$$

Auflösung und relative Signalstärke verschlechtern sich also mit zunehmender Messtiefe  $z$ . An der Stelle des Grenzwertes aus Gl.(31) verschlechtert sich die Auflösungsgrenze auf  $\Delta z_{\delta\kappa} \approx \sqrt{2} \Delta z_0$  und die relative Signalstärke auf  $\hat{g}(0, \frac{\pi \Delta k_0}{k_0}) \approx 0,81$ . An der Stelle der maximalen Messtiefe  $L_s$  aus Gl.II(43) gilt für die Auflösungsgrenze  $\Delta z_{\delta\kappa}$ :

$$\Delta z_{\delta\kappa} \approx \Delta z_0 \sqrt{1 + \left(N_D \frac{\Delta k_0}{k_0}\right)^2} \quad (35)$$

und für die relative Signalstärke:

$$\hat{g}(0, L_s) = \frac{1}{\left(1 + \left(N_D \frac{\Delta k_0}{k_0}\right)^2\right)^{1/4}} \quad (36)$$

Für die in dieser Arbeit verwendete Superlumineszenzdiode mit  $\lambda_0 = 817,2nm$  und  $\Delta\lambda_0 = 19,6nm$  folgt bei  $N_D = 1024$  Abtastpunkten  $\Delta z_{\delta\kappa} \approx N_D \frac{\Delta k_0}{k_0} \approx 25 \Delta z_0$  und  $\hat{g}(0, L_s) \approx \sqrt[4]{N_D \frac{\Delta k_0}{k_0}} \approx 0,2$ .

Bei der Beobachtung des Spektrums in negativer Beugungsordnung ( $m < 0$ ) ist nach Gl.(29)  $\delta\kappa$  negativ und damit die Auswirkung der Fouriertransformation bezüglich  $\kappa$  qualitativ gleich der normaler nichtlinearer Dispersion des Brechungsindex vom Objekt (vergl. Gl.II(81)), d.h. diese beiden Effekte verstärken sich in ihrer Auswirkung auf die

Verschlechterung von räumlicher Auflösung und relativer Signalstärke. Dagegen wirkt nichtlineare normale Dispersion des Brechungsindex  $\delta n_0$  im Referenzarm der des Beobachtungswinkels entgegen:

$$\Delta z_{\delta\kappa} = \Delta z_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta k_0^2 z}{2 \ln 2 k_0} - 2k_0 \Delta \delta \bar{n}_0 e z_s\right)^2} \quad (37)$$

bzw.

$$\hat{g}(0, 2z) = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{\Delta k_0^2 z}{2 \ln 2 k_0} - 2k_0 \Delta \delta \bar{n}_0 e z_s\right)^2\right)^{1/4}}. \quad (38)$$

Da die Beeinträchtigung der räumlichen Auflösung und der relativer Signalstärke durch die nichtlineare Dispersion des Brechungsindex im Referenzarm unabhängig von der Messtiefe  $z$  ist, kompensieren sich die Effekte nur für eine Messtiefe  $z_{\delta 0}$ :

$$z_{\delta 0} \approx \left(\frac{2k_0}{\Delta k_0}\right)^2 \delta n_0 z_s = \frac{1}{4} k_0^2 n_0'' z_s. \quad (39)$$

Ist die nichtlineare Dispersion beispielsweise durch eine optische Faser verursacht, die im Referenzarm um  $z_s$  länger als im Objektarm ist, so beträgt bei der hier verwendeten Wellenlänge  $\lambda_0 = 817,2 \text{ nm}$  die Messtiefe optimaler räumlicher Auflösung  $z_{\delta 0} \approx 1,4 \cdot 10^{-3} z_s$ .

### III.2.3.2 Linearisierung des Spektrums durch Interpolation

Um die beschriebene Beeinträchtigung von räumlicher Auflösung und relativer Signalstärke zu vermeiden, muss der aus den Intensitätsmessungen der  $N_D$  Abtastpunkte des Detektors bestehende Datensatz für die FFT in einen Datensatz überführt werden, dessen Elemente im  $k$ -Raum äquidistant sind. Für die FFT ist es weiterhin notwendig die Anzahl  $N_{FFT}$  der Elemente des Datensatzes gleich der zu  $N_D$  nächst kleineren Zweierpotenz zu wählen:

$$N_{FFT} = 2^n \leq N_D. \quad (40)$$

Das zu

$$k'_j = \left(j - \frac{N_{FFT}+1}{2}\right) \frac{\Delta k}{N_{FFT}-1} \quad (41)$$

des linearisierten Datensatzes gehörige Element  $j$  ergibt sich aus dem Datensatz des Detektors durch Interpolation der Elemente  $i = INT(\iota)$  und  $i+1$ , wobei  $INT$  die Funktion ist, deren Wert gleich der nächst kleineren ganzen Zahl von  $\iota$  ist, mit

$$\begin{aligned} \iota &= \frac{N_D - 1}{\Delta \kappa} \kappa(k_j) - \frac{N_D - 1}{\Delta \kappa} \kappa\left(-\frac{\Delta k}{2}\right) + 1 + q \approx \\ &\approx \left(j - \frac{N_{FFT} + 1}{2}\right) \frac{N_D - 1}{N_{FFT} - 1} \left(1 + \frac{\beta''_0}{2\beta'_0} \left(j - \frac{N_{FFT} + 1}{2}\right) \frac{\Delta k}{N_{FFT} - 1}\right) + \\ &\quad + \frac{N_D - 1}{2} \left(1 - \frac{\beta''_0}{2\beta'_0} \frac{\Delta k}{2}\right) + 1 + q \approx \\ &\approx \left(j - \frac{N_{FFT} + 1}{2}\right) \frac{N_D - 1}{N_{FFT} - 1} \left(1 + (-1 + \frac{m \tan \beta_0}{2 \cos \beta_0}) \left(j - \frac{N_{FFT} + 1}{2}\right) \frac{\Delta k}{k_0(N_{FFT} - 1)}\right) + \\ &\quad + \frac{N_D - 1}{2} \left(1 - (-1 + \frac{m \tan \beta_0}{2 \cos \beta_0}) \frac{\Delta k}{2k_0}\right) + 1 + q ; \end{aligned} \quad (42)$$

hierbei ist für die erste Näherung das Restglied  $\delta \kappa$  aus Gl.(22) durch einen Term zweiter Ordnung in  $k'$  ausgedrückt, und für die zweite Näherung ist Gl.(29) für ein Reflexionsgitter verwendet worden.  $\Delta \kappa$  ist die Breite von  $\kappa$ , die durch die  $N_D$  Abtastpunkte des Detektors erfasst werden und  $\Delta k$  ist die zugehörige Breite im  $k$ -Raum, d.h.  $\Delta \kappa / N_D - 1$  ist die Schrittweite zwischen zwei benachbarten Abtastpunkten im  $\kappa$ -Raum und  $\Delta k / N_{FFT} - 1$  die Schrittweite zwischen zwei benachbarten Elementen des zur FFT vorgesehenen Datensatzes; in der Näherung zweiter Ordnung (s. Gl.(29)) ist  $\Delta k = \Delta \kappa$ .  $q$  ist eine Zahl, durch deren Wahl die Phase der Elemente des Datensatzes relativ zu der der Abtastpunkte eingestellt werden kann; für  $q$  ganzzahlig ist  $\iota(j=1) = 1$  und  $\iota(j=N_{FFT}) = N_D$ , d.h. der erste bzw. der letzte Wert des Datensatzes ist gleich dem Messwert des ersten bzw. des letzten Abtastpunktes.

Wird die Fouriertransformation mit einem Datensatz aus  $N_{FFT}$  Elementen durchgeführt, so ergibt sich die maximale Messtiefe  $L_{FFT}$ , indem in Gl.II(43) die Anzahl  $N_D$  der Abtastpunkte des Detektors durch  $N_{FFT}$  ersetzt wird:

$$L_{FFT} = \frac{N_{FFT}}{2} \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{N_{FFT}}{2} \Delta z . \quad (43)$$

Die Interpolation der Messwerte führt zu einer Abweichung der für die FFT zur Verfügung stehenden Werte von den wahren Funktionswerten. Die Abweichung ist Null für diejenigen Elemente  $j$ , die mit einem Messwert  $i = j + n$  des Detektors zusammenfallen. Dies ist näherungsweise bei denjenigen Elementen  $j$  der Fall, die den Stellen von  $k'$  nächst gelegen sind, für die die Differenz

$$\begin{aligned} v &= \nu - \left( k' \frac{N_{FFT}-1}{\Delta k_0} + \frac{N_{FFT}+1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{\Delta k_0} \left( k'(N_D - N_{FFT} + (N_D-1) \delta\kappa) - (N_D-1) \delta\kappa \left( -\frac{\Delta k_0}{2} \right) \right) + \frac{N_D - N_{FFT}}{2} + q \end{aligned} \quad (44)$$

eine ganze Zahl ist. Für Gl.(44) ist  $\nu$  aus Gl.(42) und  $\kappa$  aus Gl.(21) verwendet worden.

Die Abweichung des durch Interpolation gewonnenen Datensatzes von den wahren Werten oszilliert also und hat ihre Minimalwerte, wenn  $v$  ganzzahlig ist. Sie kann daher als näherungsweise proportional zu  $\sin^2(\pi v)$  beschrieben werden. Der für die Fouriertransformation zur Verfügung stehende Datensatz  $\tilde{it}(k)$  hängt folglich mit dem Spektrum  $it(k)$  wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned} \tilde{it}(k) &= it(k) - \Delta it(k) = it(k) - a(k) \sin^2(k' z_p - \varphi_p/2) \\ &= it(k) - \frac{1}{2} a(k) (1 - \cos(2k' z_p - \varphi_p)) . \end{aligned} \quad (45)$$

Hierbei ist mit Gl.(44)

$$\begin{aligned} z_p &= \Delta z_0 \left( N_D - N_{FFT} + (N_D-1) \frac{\delta\kappa}{k'} \right) \\ &\approx \Delta z_0 \left( N_D - N_{FFT} + (N_D-1) \left( -1 + \frac{m \tan\beta_0}{2 \cos\beta_0} \right) \frac{k'}{k_0} \right) \\ &= z_{p0} + \delta z_p(k') \end{aligned} \quad (46)$$

und

$$\begin{aligned} \varphi_p &= 2\Delta z_0 (N_D-1) \delta\kappa \left( -\frac{\Delta k_0}{2} \right) - 2\pi q \\ &\approx \pi (N_D-1) \left( -1 + \frac{m \tan\beta_0}{2 \cos\beta_0} \right) \frac{\Delta k_0}{2k_0} - 2\pi q \end{aligned} \quad (47)$$

$\Delta z_0 = \pi/\Delta k_0$  ist die räumlichen Auflösung; die Näherungen in Gl.(46) und Gl.(47) gelten nach Gl.(29) für Gitterspektrometer. Bei der Phase  $\varphi_p$  in Gl.(47) ist der Term  $(N_D - N_{FFT}) \pi$  weggelassen worden, da die Winkelfunktion wegen ihrer Periodizität von ihm unabhängig ist.

$z_p$  besteht aus einem konstanten Term

$$z_{p0} = \Delta z_0 (N_D - N_{FFT}) \quad (48)$$

und einem von  $k'$  abhängigen Term

$$\delta z_p = \Delta z_0 (N_D - 1) \left( -1 + \frac{m \tan \beta_0}{2 \cos \beta_0} \right) \frac{k'}{k_0}. \quad (49)$$

Die Amplitude  $a(k)$  hängt von der Art der Interpolation ab. Ist diese linear, so lässt sich die Amplitude  $a(k)$  der Abweichung der interpolierten Werte von den wahren Werten  $it(k)$  des Modulationsterms der Interferenz aus Gl.II(17) durch einen Term zweiter Ordnung annähern:

$$a(k) \approx -\frac{1}{2} \frac{d^2 it}{dk^2} \cdot \left( \frac{\Delta k}{2N_{FFT}} \right)^2 \approx 2\sqrt{\sigma p} p_0(k) \int_{-\infty}^{\infty} dz \left( \frac{z'}{L_{FFT}} \right)^2 \hat{\epsilon}_g(z') e^{2ikz'}; \quad (50)$$

$L_{FFT}$  ist die maximale Messtiefe aus Gl.(43).

Die Fouriertransformation des aus linearer Interpolation gewonnenen Datensatzes  $\tilde{it}(k)$  aus Gl.(45) unterscheidet sich von der des tatsächlichen Spektrums  $it(k)$  aus Gl.II (19) durch die Fouriertransformation der Differenz  $\Delta it(k) = 1/2 a(k) (1 - \cos(2k'z_p - \varphi_p))$  (s. Gl.(45)). Mit Gl.(50) folgt:

$$\frac{1}{2\sqrt{\sigma p} p_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' \tilde{it}(k) e^{2ik'z} = \left[ \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{z'}{L_{FFT}} \right)^2 \right) \hat{\epsilon}_g(z') e^{-2ik_0 z'} \right] * [g(2z) e^{i\varphi}] + s \quad (51)$$

mit

$$s = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{z'}{L_{FFT}} \right)^2 \hat{\epsilon}_g(z') e^{-2ik_0 z'} \right] * [\tilde{g}(2z) e^{i\tilde{\varphi}}], \quad (52)$$

wobei  $\tilde{g}(2z) e^{i\tilde{\Phi}}$  die Summe aus zwei Termen  $\tilde{g}_1(2z) e^{i\tilde{\Phi}_1}$  und  $\tilde{g}_2(2z) e^{i\tilde{\Phi}_2}$  ist, mit

$$\begin{aligned}
 \tilde{g}_{1,2}(2z) e^{i\tilde{\Phi}_{1,2}} &= \frac{1}{2P_0} \int_{-\infty}^{\infty} dk' p_0(k) e^{\pm i(2k' \delta_{z_p} - \varphi_p)} e^{2ik'(z \pm z_{p0})} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz' g(2z') e^{i\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} dk' e^{\pm i(2k' \delta_{z_p} - \varphi_p)} e^{2ik'(z - z' \pm z_{p0})} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{\Delta z_0} \Delta z_p} \int_{-\infty}^{\infty} dz' g(2z') e^{i\varphi} e^{\mp i(\pi \frac{(z - z' \pm z_{p0})^2}{\Delta z_0 \Delta z_p} + \varphi_p + \frac{\pi}{4})} \\
 &\approx \frac{1}{4\pi^{3/2}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{\Delta z_p}} e^{-\frac{(z - z' \pm z_{p0})^2}{\Delta z_p^2}} e^{\mp i(\pi \frac{(z - z' \pm z_{p0})^2}{\Delta z_0 \Delta z_p} + \varphi_p + \frac{\pi}{4})}.
 \end{aligned} \tag{53}$$

$\Delta z_0 = \pi/\Delta k_0$  ist die räumliche Auflösung. Für den dritten Teil von Gl.(53) ist  $\delta_{z_p}$  aus Gl.(49) eingesetzt und die Integration über  $k'$  ausgeführt worden; der letzte Teil von Gl.(53) gilt

unter der Annahme einer gaussförmigen Spektralverteilung  $p_0(k) = \frac{P_0}{\sqrt{\pi \Delta k_0}} e^{-\frac{k^2}{\Delta k_0^2}}$ ; die

Näherung gilt, wenn die Größe

$$\Delta z_p \equiv -\frac{2 \delta_{z_p} \Delta k_0}{k'} = \lambda_0 (N_D - 1) \left(1 - \frac{m \tan \beta_0}{2 \cos \beta_0}\right) = 2 \frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0} (N_D - 1) \left(1 - \frac{m \tan \beta_0}{2 \cos \beta_0}\right) \Delta z_0 \tag{54}$$

sehr viel größer als  $\Delta z_0$  ist;  $\Delta z_p$  ist dann die räumliche Ausdehnung der Funktionen  $\tilde{g}_{1,2}(2z)$ . Die Bedingung  $\Delta z_p \gg \Delta z_0$  ist aber immer dann erfüllt, wenn die Anzahl  $N_D$  der Abtastpunkte den Grenzwert aus Gl.(32) überschreitet, d.h. wenn eine Interpolation zur Bewahrung der räumlichen Auflösung notwendig wird.

Ein Vergleich des ersten Terms der rechten Seite von Gl.(51) mit Gl.II (19) zeigt, dass durch die Fouriertransformation des aus linearer Interpolation gewonnenen Datensatzes das Streuvermögen  $\hat{\epsilon}_g(z)$  um den Faktor  $1 - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{L_{FFT}}\right)^2$  vermindert wiedergegeben wird; das zu einer Streuung an der Stelle  $z$  gehörige Signal wird also durch die Interpolation umso mehr abgeschwächt, je größer  $z$  ist, d.h. je tiefer die betrachtete Stelle  $z$  im Objekt liegt.

Diesem abgeschwächten Signal ist noch der Störterm  $s$  überlagert. Für  $z_{p0} = 0$ , d.h. nach Gl.(48) für den Fall, dass die Anzahl  $N_{FFT}$  der Elemente des Datensatzes für die Fourier-

transformation gleich der Anzahl  $N_D$  der Bildpunkte des Detektors ist, folgt für  $\tilde{g}(2z) e^{i\tilde{\varphi}}$   
 $= \tilde{g}_1(2z) e^{i\tilde{\varphi}_1} + \tilde{g}_2(2z) e^{i\tilde{\varphi}_2}$  aus Gl.(53):

$$\tilde{g}(2z) e^{i\tilde{\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{\Delta z_0 \Delta z_p}} [g(2z) e^{i\varphi}] * [\cos(\pi \frac{z^2}{\Delta z_0 \Delta z_p} + \varphi_p + \frac{\pi}{4})]. \quad (55)$$

Die Verminderung des Messsignals durch lineare Interpolation hängt von der Phase  $\varphi_p$  aus Gl.(47) ab; am Ort  $z_j$  eines Streuzentrums ist das Signal am stärksten beeinträchtigt bei  $\varphi_p = 3\pi/4 + n 2\pi$  und am geringsten bei  $\varphi_p = -\pi/4 + n 2\pi$ , wobei der Reduktionsfaktor zwischen den Werten  $1 - \frac{1}{2} (\frac{z}{L_{FFT}})^2 (1 \pm \sqrt{\frac{\Delta z_0}{\Delta z_p}})$  liegt. Die Phase  $\varphi_p$  nimmt den Wert  $-\pi/4$  (modulo  $2\pi$ ) und der Reduktionsfaktor damit seinen Minimalwert an, wenn der Parameter  $q$  aus Gl.(42) wie folgt gewählt wird (s. Gl.(47)):

$$q = \frac{1}{\Delta k_0} (N_D - 1) \delta \kappa \left( -\frac{\Delta k_0}{2} \right) + \frac{1}{8} \quad (56)$$

$$\approx \frac{1}{4} ((N_D - 1) \left( -1 + \frac{m \tan \beta_0}{2 \cos \beta_0} \right) \frac{\Delta k_0}{k_0} + \frac{1}{2}).$$

Bei der so phasenverschobenen Interpolation ergibt sich in Gl.(45) für die Phase  $\varphi_p = -\pi/4 + n 2\pi$ . In Abb. 26 ist die durch Interpolation hervorgerufene relative Abweichung  $\Delta i(k)/a(k) = \sin^2(k' z_p - \varphi_p/2)$  für verschiedene Werte der Phase  $\varphi_p$  dargestellt. Für  $\varphi_p = -\pi/4$  ist das Spektrum im Wesentlichen am Rand und kaum im Zentrum von der Interpolation betroffen, daher ist in diesem Fall das Messsignal am wenigsten beeinträchtigt.

Wegen der Periodizität der relativen Abweichung muss nur der nicht ganzzahlige Rest von  $q$  bekannt sein. Dieser ergibt sich prinzipiell aus Gl.(56), in der Praxis kann er jedoch auch durch Maximierung eines Messsignals iterativ approximiert werden.

Da die zu dem Term  $s$  aus Gl.(52) gehörige Störung eine Breite  $\Delta z_p$  hat, die wesentlich größer als die Auflösungsgrenze  $\Delta z_0$  aus Gl.II(34) ist (s. Gl.(54)), gehört zu jedem Signal von einem Streuzentrum ein breiter Untergrund. Seine Amplitude beträgt nach Gl.(52) und Gl.(55)  $\frac{1}{2} (\frac{z_j}{L_{FFT}})^2 \sqrt{\frac{\Delta z_0}{\Delta z_p}}$  des Streuvermögens am betrachteten Ort  $z_j$ ; wegen des Phasenfaktors in Gl.(55) ist diese Störung mit einer Frequenz moduliert, die mit dem Abstand von  $z_j$  quadratisch zunimmt.

Ist  $z_{p0} \neq 0$ , sind also die Anzahl  $N_{FFT}$  der Elemente des Datensatzes für die Fouriertransformation kleiner als die Anzahl  $N_D$  der Abtastpunkte des Detektors (s. Gl.(48)), so spaltet sich nach Gl.(53) der Term  $s$  auf in zwei Teile mit relativen Maxima  $\frac{1}{4} \left(\frac{z}{L_{FFT}}\right)^2 \sqrt{\frac{\Delta z_0}{\Delta z_p}}$  an den Stellen  $z_j \pm z_{p0}$ . Ist  $2z_{p0} < \Delta z_p$ , d.h. überlagern sich die beiden Störterme, so ergibt sich auf Grund ihrer von  $z$  abhängigen Phase (s. Gl.(53)) im Überlappungsbereich eine Modulation. Ist  $g(z)$  gerade, so folgt aus Gl.(53) für den Funktionswert  $\tilde{g}(2(z-z_j)) e^{i\tilde{\varphi}}$  =  $\tilde{g}(0) = \tilde{g}_1(0) e^{i\tilde{\varphi}_1} + \tilde{g}_2(0) e^{i\tilde{\varphi}_2}$  an der Stelle  $z = z_j$  des Streuers:

$$\tilde{g}(0) = \frac{1}{\sqrt{\Delta z} \Delta z_p} \int_{-\infty}^{\infty} dz' g(2z') \cos\left(\pi \frac{(z_{p0}-z')^2}{\Delta z_0 \Delta z_p} + \varphi_p + \frac{\pi}{4}\right). \quad (57)$$

Für  $z_{p0} = 0$  ist  $\tilde{g}(0)$  mit dem Wert der Funktion aus Gl.(55) an der Stelle  $z = 0$  identisch. Mit zunehmendem Betrag von  $z_{p0}$  entfernen sich die relativen Maxima der Störung von der Stelle  $z_j$  des Streuzentrums an die Stellen  $z_j \pm z_{p0}$  und die Störung des Messsignals nimmt

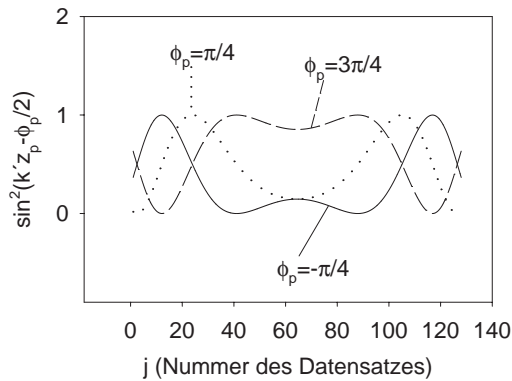


Abb. 26 Die durch Interpolation hervorgerufene relative Abweichung  $\Delta it^{(k)}/a(k) = \sin^2(k'z_p - \varphi_p/2)$  für verschiedene Werte der Phase  $\tilde{\varphi}_p$ .

$$N_D = N_{FFT} = 128$$

$$\lambda_0 = 830nm$$

$$\Delta\lambda_0 = 20nm$$

$$\beta_0 = 20^\circ$$

$$m = -1$$

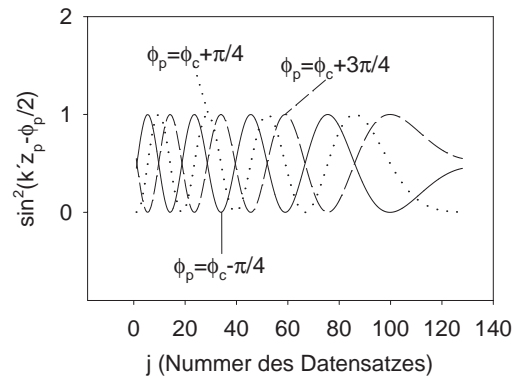


Abb. 27 Wie Abb. 26, jedoch mit unterschiedlicher Anzahl der Bildpunkte  $N_D$  des Detektors und der Elemente  $N_{FFT}$  des Datensatzes für die Fouriertransformation

$$N_D = 132$$

$$N_{FFT} = 128$$

$$\varphi_c = -\pi \frac{z_{p0}^2}{\Delta z_0 \Delta z_p}$$



infolgedessen ab, d.h. der Betrag von  $\tilde{g}(0)$  nimmt mit zunehmendem Betrag von  $z_{p0}$  ab; für  $z_{p0} \gg \Delta z_p$  ist  $\tilde{g}(0)$  sehr viel kleiner als der Wert der Funktion aus Gl.(55) an der Stelle  $z = 0$  und die Störung des Messsignals ist daher vernachlässigbar. Befinden sich jedoch im Bereich der relativen Maxima der Störung, d.h. innerhalb eines Bereiches mit der Breite  $\approx 2z_{p0}$  mehrere Streuzentren, so überlagern sich die zugehörigen Störungen mit den Signalen, so dass in diesem Fall die Messung durch die Interpolation beeinträchtigt ist. In jedem Fall ist die Ortsbestimmung eines Streuzentrums beeinträchtigt, da die Breite  $\Delta z_p$  der Störung wesentlich größer als die räumliche Auflösungsgrenze  $\Delta z_0$  ist (s. Gl.(54)) und für  $z_{p0} \neq 0$  die Störung mit relativen Maxima an den Stellen  $z_j \pm z_{p0}$  entartet ist.

Das Messsignal ist an der Stelle  $z_j$  eines Streuers am wenigsten gestört, wenn die Phase

$\varphi_p = -\pi \frac{z_{p0}^2}{\Delta z_0 \Delta z_p} - \pi/4$  beträgt, d.h. nach Gl.(47) wenn

$$q = \frac{1}{\Delta k_0} (N_D - 1) \delta \kappa \left( -\frac{\Delta k_0}{2} \right) + \frac{z_{p0}^2}{2 \Delta z_0 \Delta z_p} + \frac{1}{8} \quad (58)$$

$$\approx \frac{1}{4} \left( (N_D - 1) \left( -1 + \frac{m \tan \beta_0}{2 \cos \beta_0} \right) \frac{\Delta k_0}{k_0} + \frac{(N_D - N_{FFT})^2}{(N_D - 1) \left( -1 + \frac{m \tan \beta_0}{2 \cos \beta_0} \right) \frac{\Delta k_0}{k_0}} + \frac{1}{2} \right) .$$

Für Gl.(58) ist  $z_{p0}$  aus Gl.(48) und  $\Delta z_p$  aus Gl.(54) verwendet worden.

In Abb. 27 ist die relative Abweichung  $\Delta i^{(k)}/a(k) = \sin^2(k' z_p - \varphi_p/2)$  für verschiedene Werte der Phase  $\varphi_p$  dargestellt.

In Abb. 28 ist die Auswirkung der linearen Interpolation auf die Bestimmung des Streuvermögens des Objektes aus Abb. 3 abgebildet; zum Vergleich ist das aus nicht interpolierten Daten gewonnene Streuvermögen mit eingezeichnet (gepunktete Kurve, vergl. Abb. 5). Für die Anzahl der Elemente des Datensatzes wurde  $N_{FFT} = 64$  und für die Anzahl der Abtastpunkte des Detektors  $N_D = 65$  angenommen; daraus folgt für die Messtiefe  $L_{FFT} = N_{FFT}/2 \Delta z_0 \approx 14 \delta z$  und für  $z_{p0} = \Delta z_0$  ( $N_D - N_{FFT}$ ) =  $\Delta z_0$ . Die anderen Parameter sind gleich denen aus Abb. 26; für die Ausdehnung der Störung folgt damit nach Gl.(54)  $\Delta z_p \approx 3,76 \Delta z_0 \approx 1,66 \delta z$ . Für die Phase  $\varphi_p$  wurde der Mittelwert der Phasen gewählt, die das Messsignal an der Stelle eines Streuers am meisten bzw. am wenigsten beeinträchtigen.

Das Signal an der Stelle  $z_1 = 3\delta z$  ist wegen  $z_1 \ll L_{FFT}$  kaum von der Interpolation betroffen; es zeigt nur geringe Veränderungen in den Ausläufern des Peaks. Die größere Tiefe des Signals an der Stelle  $z_2 = 7\delta z$  führt trotz der geringeren Streustärke zu einer vergleichbaren Störung an der Vorderseite dieses Signals. An der Rückseite überlagert sich die Störung mit der des Signals an der Stelle  $z_3 = 9\delta z$  und führt daher zu einem asymmetrischen Kurvenverlauf. Wegen seiner Nähe zur maximalen Messtiefe  $L_{FFT}$  ist die zu dem Signal an der Stelle  $z_3 = 9\delta z$  gehörige Störung signifikant. Da in dem Beispiel aus Abb. 28  $2z_{p0} < \Delta z_p$ , überlagern sich die beiden zu den jeweiligen Streuzentren gehörigen Störterme, was wegen ihrer von  $z$  abhängigen Phase (s. Gl.(53)) im Überlappungsbereich zu einer Modulation führt. Darüber hinaus überlagern sich auch noch die zu den Streuzentren an den Stellen  $z_2 = 7\delta z$  und  $z_3 = 9\delta z$  gehörigen Störungen gegenseitig, woraus eine Modulation mit komplizierter  $z$ -Abhängigkeit folgt. Wenn also nahe der maximalen Messtiefe viele Streuzentren dicht beieinander liegen mit Abständen kleiner  $\approx z_{p0} + \Delta z_p/2$ , ist die Interpretation der Messergebnisse durch die lineare Interpolation erschwert. Um die Störungen zu reduzieren, muss eine Interpolation höherer Ordnung durchgeführt werden.

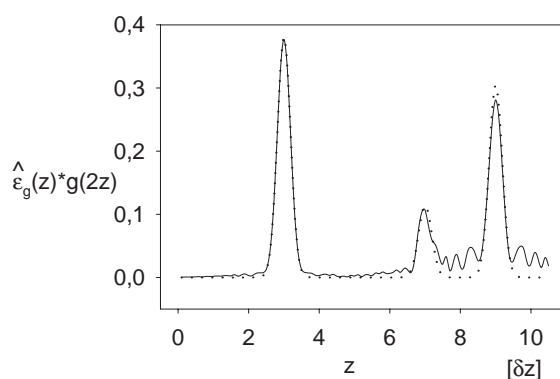


Abb. 28 Die Fouriertransformation des aus linearer Interpolation gewonnen Datensatzes (durchgezogene Kurve) führt gegenüber der Transformation der nicht interpolierten Werte (gepunktete Kurve) zu einer Störung, die mit zunehmender Tiefe größer wird.

## IV Sensitivität der Messmethode

In diesem Kapitel wird die Empfindlichkeit der Messmethode bestimmt. Die Sensitivität  $\Phi$  wird definiert als der Kehrwert des kleinsten detektierbaren Streuvermögens  $\Delta\sigma_{\min}$ , mit dem ein einzelner Streuer in einem Objekt bestehend aus vielen Streuern detektiert werden kann:

$$\Phi \equiv \frac{1}{\Delta\sigma_{\min}}. \quad (1)$$

Die Sensitivität  $\Phi$  gibt damit den Faktor an, um das sich das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  von dem Streuvermögen mit dem Wert 1 unterscheidet, bei dem die gesamte einfallende Lichtleistung gestreut wird. Das kleinste detektierbare Streuvermögen ist durch Rauschen begrenzt; im Folgenden wird daher zunächst das Signal zu Rauschverhältnis untersucht, um daraus  $\Delta\sigma_{\min}$  bzw. die Sensitivität  $\Phi$  abzuleiten.

### IV.1 Signal zu Rauschverhältnis von Lichtquellen

#### IV.1.1 Spontane Emission

Die Varianz  $\Delta n^2$  der Anzahl der von einer Lichtquelle emittierten Photonen ist gleich deren Erwartungswert  $n$  (54):

$$\Delta n^2 = n, \quad (2)$$

sofern die Emission überwiegend spontan erfolgt, d.h. die Photonen nicht miteinander korreliert sind.

Tragen mehrere unabhängige Lichtquellen mit spontaner Emission zum Signal bei, ergibt sich die gesamte Varianz aus der Summe der Einzelvarianzen:

$$\Delta n^2 = \sum_i \Delta n_i^2 = \sum_i n_i \quad (3)$$

Daraus folgt das Signal zu Rauschverhältnis:

$$S_{N_{se}} = \frac{n}{\Delta n} = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n} ; \quad (4)$$

der Index "se" steht für "spontane Emission".

#### IV. 1.2 Induzierte Emission

Findet in der Lichtquelle wie beispielsweise in einer Superlumineszenzdiode zu einem wesentlichen Teil auch induzierte Emission statt, so ist zusätzlich zum Quantenrauschen auch Rauschen mit der Schwebungsfrequenz durch Interferenz benachbarter Moden zu berücksichtigen (60). Nach Gl.III(9) ist die Anzahl der im Frequenzintervall  $\delta\nu'$  und im Zeitintervall  $\delta t'$  emittierten Photonen einer Polarisationsrichtung:

$$n = n_{sp}(G-1)\delta\nu'\delta t' \quad (5)$$

Diese Photonen interferieren in der Kohärenzzeit  $\tau_c = 1/\delta\nu'$  mit den Photonen einer beliebigen anderen Mode der Frequenzbreite  $\delta\nu$ , wodurch in der Zeit  $\tau_c$  das folgende mittlere Schwebungsrauschen entsteht:

$$\Delta n = \sqrt{n_{sp}^2(G-1)^2\delta\nu\tau_c} . \quad (6)$$

(Der Faktor 2, der vor der Wurzel des Interferenzterms steht, kürzt sich gegen den Faktor  $1/2$ , der berücksichtigt, dass bei der Summation über die Moden im Intervall  $\delta\nu$  die Interferenz zweier Moden nicht doppelt gezählt wird).

Beträgt die Beobachtungszeit  $T$  ein Vielfaches der Kohärenzzeit  $\tau_c$ , so ist das gesamte Rauschen gleich der Wurzel aus der Summe der Quadrate der durch die einzelnen miteinander nicht korrelierten Wellenzüge hervorgerufenen Rauschbeiträge:

$$\Delta n = \sqrt{n_{sp}^2(G-1)^2\delta\nu T} = \sqrt{n_{sp}(G-1)n} = \frac{n}{\sqrt{\delta\nu T}} . \quad (7)$$

Damit beträgt das Signal zu Rauschverhältnis einer breitbandigen Quelle mit induzierter Emission:

$$S_{N_{ie}} = \frac{n_{sp}(G-1)\delta\nu T}{\sqrt{n_{sp}(G-1)\delta\nu T + n_{sp}^2(G-1)^2\delta\nu T}} \approx \sqrt{\delta\nu T} , \quad (8)$$

wobei die Näherung für  $G \gg 1$  gilt. Der Index "ie" steht für induzierte Emission.

Für den durch das Schwebungsrauschen verursachten lokalen Kontrast  $q_s$  des Rauschens einer Quelle mit überwiegend induzierter Emission ( $G \gg 1$ ) folgt:

$$q_s = \frac{\Delta n}{n} = \sqrt{\frac{n_{sp}(G-1)}{n}} = \frac{1}{\sqrt{\delta \nu T}}. \quad (9)$$

## IV. 2 Signal zu Rauschverhältnis eines Interferenzsignals

Nach Gl.II(19) kann das räumliche Streuvermögen  $\varepsilon(z)$  eines Objektes bis auf die Faltung mit der Autokorrelationsfunktion des Spektrums der verwendeten Lichtquelle aus der Fouriertransformation des Modulationsterms einer Interferenz im Wellenvektorraum bestimmt werden. Da der Modulationsterm einer Interferenz einer Messung nicht direkt zugänglich ist, müssen zu seiner Bestimmung im Allgemeinen drei Intensitätsspektren gemessen werden, nämlich das der Interferenz  $p_I(k)$ , das der Lichtquelle  $p_0(k)$  und das des vom Objekt zurückgestreuten Lichtes  $p(k)$ . Der Modulationsterm  $it(k)$  der Interferenz ergibt sich aus diesen Messungen, indem vom Interferenzspektrum die Spektren der Lichtquelle und des vom Objekt zurückgestreuten Lichtes abgezogen werden (s. Gl.II(8)). Die Amplitude des Modulationsterms ist das Signal, das relativ zum Rauschen der Intensitätsspektren das Signal zu Rauschverhältnis liefert.

### IV. 2.1 Rauschquellen

#### IV. 2.1.1 Quantenrauschen

Ist die Anzahl der Photonen der Objektwelle  $n_{Obj}$  und die der Referenzwelle  $n_{Ref}$ , so folgt nach Gl.(3) für die Varianz bei inkohärenter Überlagerung:

$$\Delta n^2 = \Delta n_{Obj}^2 + \Delta n_{Ref}^2 = n_{Obj} + n_{Ref}. \quad (10)$$

Bei kohärenter Überlagerung ist das Rauschen des Interferenzterms mit dem Quantenrauschen der  $n_{Obj}$  bzw.  $n_{Ref}$  Photonen aus der Objekt- bzw. der Referenzwelle korreliert, so dass sich folgende Varianz ergibt:

$$\begin{aligned}
\Delta n^2 &= \left( \frac{\partial}{\partial n_{Obj}} (n_{Obj} + n_{Ref} + 2 \sqrt{n_{Obj} n_{Ref}} \cos\varphi) \Delta n_{Obj} \right)^2 + \\
&+ \left( \frac{\partial}{\partial n_{Ref}} (n_{Obj} + n_{Ref} + 2 \sqrt{n_{Obj} n_{Ref}} \cos\varphi) \Delta n_{Ref} \right)^2 \\
&= (\sqrt{n_{Obj}} + \sqrt{n_{Ref}} \cos\varphi)^2 + (\sqrt{n_{Ref}} + \sqrt{n_{Obj}} \cos\varphi)^2 \\
&= (n_{Obj} + n_{Ref}) (1 + \cos^2\varphi) + 4 \sqrt{n_{Obj} n_{Ref}} \cos\varphi ;
\end{aligned} \tag{11}$$

$\varphi$  ist die Phasendifferenz zwischen Objekt- und Referenzwelle.

Ist die Anzahl der von der Lichtquelle während der Beobachtungszeit in einen Kanal des Spektrums emittierten Photonen gleich  $n_0$ , und fallen davon  $n_{Obj} = \sigma n_0$  bzw.  $n_{Ref} = \rho n_0$  Photonen aus der Objekt- bzw. der Referenzwelle auf einen Pixel eines Photodetektors, dessen Quanteneffizienz  $\eta$  ist, so lautet Gl.(11) für die Varianz der Photoelektronen:

$$\Delta n^2 = ((\sigma + \rho) (1 + \eta \cos^2\varphi) + 4\sqrt{\sigma\rho\eta} \cos\varphi) \eta n_0 . \tag{12}$$

Wird zur Abschätzung der Varianz  $\cos^2\varphi$  gleich eins und der in  $\cos\varphi$  lineare Term gleich seinem Mittelwert Null gesetzt, so folgt näherungsweise:

$$\Delta n^2 \approx (\sigma + \rho) (1 + \eta) \eta n_0 \tag{13}$$

#### IV. 2.1.2 *Spectral Ripple* und Schwebungsrauschen

Während die Einhüllende der Autokorrelationsfunktion durch die Faltung mit dem Streuvermögen zu einer Begrenzung des räumlichen Auflösungsvermögens führt (s. Kapitel II.2.3), wirken sich Abweichungen von der Einhüllenden (*spectral ripple*) wie eine Rauschquelle (s. Anmerkung zu Gl.II(25)) aus und müssen daher ebenfalls bei dem Signal zu Rauschverhältnis berücksichtigt werden. Bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission kann die durch den lokalen Kontrast  $q$  zu beschreibende Abweichung des Spektrums von der Einhüllenden näher spezifiziert werden. Diese Abweichung hat zwei wesentliche Ursachen:

1. Die Restreflektivität an den Austrittsflächen einer Superlumineszenzdiode führt im Spektrum durch Interferenz zu einer Intensitätsmodulation mit dem Kontrast  $q_r = 2rG$ , wobei  $r$  das Produkt der Quadratwurzeln aus den Reflektivitätskoeffizienten an den beiden

Austrittsflächen und  $G$  die Intensitätsverstärkung der Photonen bei einem einfachen Durchlauf durch das aktive Medium ist (60).

2. Durch Schwebung entsteht nach Gl.(9) ein Rauschen mit dem Kontrast  $q_s = 1/\sqrt{\delta\nu T}$ .

Wird die Anzahl der Photonen mit der mittleren Anzahl  $(\sigma + \rho)n_0$ , also der Anzahl aus der inkohärenten Überlagerung aus Objekt- und Referenzwelle angenähert und ist die Quanteneffizienz  $\eta$ , so folgt für die Varianz der Photoelektronen:

$$\Delta n^2 = (\sigma + \rho)^2 \left( (2rG)^2 + \frac{1}{\delta\nu T} \right) (\eta n_0)^2 = (\sigma + \rho)^2 (q \eta n_0)^2, \quad (14)$$

wobei  $q^2$  wie folgt definiert ist:

$$q^2 = q_r^2 + q_s^2 = (2rG)^2 + \frac{1}{\delta\nu T}. \quad (15)$$

#### IV. 2.1.3 Specklerauschen

Nach Gl.II(10) folgt mit Gl.II(15) für die Anzahl  $n$  der pro Frequenzintervall  $\delta\nu$  von einem Objekt zurückgestreuten Photonen:

$$n = \sigma n_0 \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{a}(z) e^{2ikz}; \quad (16)$$

$\sigma$  ist das in Gl.II(14) definierte inkohärente Streuvermögen des Objekts,  $n_0$  die Anzahl der pro Frequenzintervall  $\delta\nu$  auf das Objekt fallenden Photonen und  $\hat{a}(z)$  die auf  $\sigma$  normierte Autokorrelationsfunktion des Streuvermögens  $\varepsilon(z)$ .

Die Speckleintensität, die vom Objekt in die Messapparatur zurückgestreut wird, hängt bei festem Beobachtungsort von der Wellenlänge ab. Die inkohärente, im Wellenlängenmittel pro Frequenzintervall  $\delta\nu$  zurückgestreute Anzahl der Photonen ergibt sich aus Gl.II(14):

$$\langle n \rangle = \sigma n_0 \quad (17)$$

In Gl.(17) drücken die spitzen Klammern die Mittelung über die Wellenlänge aus.

Die Varianz  $\Delta n^2$  der Anzahl  $n$  der Photonen bei Variation des Wellenlänge ist gleich der mittleren Anzahl der Photonen (38):

$$\Delta n^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \langle n^2 \rangle - (\sigma n_0)^2 = (\sigma n_0)^2 . \quad (18)$$

Mit der Quanteneffizienz  $\eta$  folgt daraus für die Varianz der Photoelektronen eines Detektors:

$$\Delta n^2 = (\sigma \eta n_0)^2 . \quad (19)$$

## IV. 2.2 Intensitätsspektrum der Interferenz als Signal

### IV. 2.2.1 Bestimmung des kleinsten detektierbaren Streuvermögens

Wird ein Objekt mit räumlich kohärentem Licht bestrahlt und ist die Anzahl der Photonen im Frequenzintervall  $\delta\nu$  gleich  $n_0$ , so kann die von dem Objekt aus einer Schicht der Dicke  $\Delta z_0$  an der Stelle  $z_j$  auf der optischen Achse in den räumlichen Monomode zurückgestreute Anzahl der Photonen durch  $\Delta\sigma n_0$  ausgedrückt werden, wobei  $\Delta\sigma$  das in Gl.II(37) definierte Intensitätsstreuvermögen ist.  $\Delta\sigma$  beschreibt die Anzahl der Photonen, die relativ zur Anzahl  $n_0$  der einfallenden Photonen aus der betrachteten Schicht der Dicke  $\Delta z_0$  in den räumlichen Mode zurückgestreut wird. Überlagert man diesem Signal zeitlich kohärent eine Referenzwelle mit  $\rho n_0$  Photonen, so resultiert ein Interferenzterm mit einer spektralen Modulation mit der Amplitude  $2n_0\sqrt{\Delta\sigma\rho}$ .

Das Messsignal, das eine Schicht des Objektes mit dem Streuvermögen  $\Delta\sigma$  liefert, ist gleich der mit der Quanteneffizienz  $\eta$  multiplizierten Modulationstiefe  $2\eta n_0\sqrt{\Delta\sigma\rho}$  des Interferenzterms aus der Überlagerung der  $\Delta\sigma n_0$  von der betrachteten Schicht zurückgestreuten Photonen mit den  $\rho n_0$  Photonen der Referenzwelle. Zur Bestimmung der zugehörigen Varianz wird zunächst angenommen, dass das räumliche Streuvermögen gemäß der Näherung aus Gl.II(25) aus dem Intensitätsspektrum der Interferenz, also ohne Abzug der Spektren der Objekt- und Referenzwelle bestimmt wird. Dann ergibt sich die Varianz nach Gl.(3) aus der Summe der Varianz des Quantenrauschens gemäß Gl.(13), des Schwebungsrauschens gemäß Gl.(14) und des Specklerauschens gemäß Gl.(19). Daraus folgt für das Signal zu Rauschverhältnis



$$\begin{aligned}
s/N &= \frac{2\eta n_0 \sqrt{\Delta\sigma\rho}}{\sqrt{(\sigma+\rho)(1+\eta)\eta n_0 + (\sigma+\rho)^2 (q\eta n_0)^2 + (\sigma\eta n_0)^2}} \\
&= \frac{2\sqrt{\Delta\sigma\eta' n_0}}{\sqrt{1+\sigma/\rho + ((\rho+2\sigma+\sigma^2/\rho)q^2 + \sigma^2/\rho)\eta' n_0}};
\end{aligned} \tag{20}$$

$n_0 = N_0/\Delta\nu_0$   $\delta\nu = N_0/\Delta\nu_0 \Delta\nu/N_D$  ist die Anzahl der von der Quelle in einen bestimmten spektralen Kanal der Breite  $\delta\nu$  emittierten Photonen, wobei  $N_0$  die Anzahl der von der Lichtquelle in die gesamte Breite  $\Delta\nu_0$  des Spektrums emittierten Photonen ist.  $\Delta\nu$  ist der Teil des Spektrums, der auf den Detektor abgebildet wird, wobei angenommen ist, dass die Photonen näherungsweise gleich auf  $N_D = \Delta\nu/\delta\nu$  Kanäle einer Detektorzeile verteilt werden. Nachfolgend wird der Übersichtlichkeit halber angenommen, dass das gesamte Spektrum auf den Detektor abgebildet wird, d.h.  $\Delta\nu = \Delta\nu_0$ ; andernfalls muss im folgenden  $N_0$  durch  $N_0 \Delta\nu/\Delta\nu_0$  ersetzt werden.

Für  $\mathcal{N}_{(1+\eta)}$  ist in Gl.(20) zur Abkürzung die Größe  $\eta'$  eingeführt worden; im Wertebereich der Quanteneffizienz  $\eta$  zwischen Null und eins gilt für die im Folgenden reduzierte Quanteneffizienz genannte Größe  $\eta'$  näherungsweise:

$$\eta' = \frac{\eta}{1+\eta} \approx \frac{\eta}{2} \text{ für } 0 < \eta < 1. \tag{21}$$

Wenn der lokale Kontrast  $q$  der Einhüllenden sehr viel kleiner als eins ist, kann der Term  $\sigma^2/\rho q^2$  im zweiten Summanden der Wurzel im Nenner verglichen mit dem ersten Summanden  $\sigma^2/\rho$  vernachlässigt werden kann. Werden außerdem die Signale durch Fouriertransformation über die  $N_D$  Kanäle des Detektors summiert, verbessert sich das Signal zu Rauschverhältnis um den Faktor  $\sqrt{N_D}$ , so dass für das Signal zu Rauschverhältnis folgt:

$$s/N = \frac{2\sqrt{\Delta\sigma\eta' N_0}}{\sqrt{1+\sigma/\rho + ((\rho+2\sigma)q^2 + \sigma^2/\rho)\eta' n_0}} = \frac{2\sqrt{\Delta\sigma'}}{\sqrt{1+q/\rho' + \sigma'/2(1/\rho' + \rho' + 2q)}}; \tag{22}$$

hierbei sind zur Abkürzung die normierten Größen  $\rho' = q/\sigma$ ,  $\Delta\sigma' = \eta' N_0 \Delta\sigma$  und  $\sigma' = 2 \sigma q \eta' n_0$  eingeführt worden.

Wird eine Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission verwendet, dann ist der lokale Kontrast  $q$  durch Gl.(15) gegeben. Durch Fouriertransformation vergrößert sich in Gl.(20) aber nicht nur das Messsignal um den Faktor der Wurzel aus der Anzahl der  $N_D$  Kanäle

des Spektrums, sondern auch der aus der Reflektivität der Austrittsflächen der Diode resultierende Rauschterm  $(\rho+\sigma)2rG\eta n_0$ , da dieser nach der Fouriertransformation nur an der Stelle der optischen Weglänge des aktiven Mediums ein Signal liefert und daher im Ortsraum phasengerecht aufsummiert wird. Auf Grund dieser Tatsache kann er jedoch leicht identifiziert und eliminiert werden. Dies gilt aber nicht für den mit dem in Gl.(14) vernachlässigten Interferenzterm verbundenen Rauschterm  $4\sqrt{\sigma\rho}rG\eta n_0$ , dessen zugehöriges Störsignal im Ortsraum über einen Bereich verteilt ist, der gleich der Tiefe des Messobjektes ist und das gegenüber dem Signal vom Messobjekt um die optische Weglänge des aktiven Mediums der Diode verschoben ist. In der Praxis übersteigt die optische Weglänge der aktiven Medien gebräuchlicher Superlumineszenzdioden aber die Messtiefe der Objekte, so dass diese Störsignale in der Regel von den Messsignalen räumlich getrennt sind.

Wenn diese räumliche Trennung nicht gegeben ist, kann das durch die Restreflektivität der Austrittsflächen der Diode verursachte Rauschen gegenüber dem Schwebungsrauschen vernachlässigt werden, sofern  $4\sqrt{\sigma\rho}rG \ll (\sigma+\rho)/\sqrt{\delta\nu T}$  ist. Wie noch gezeigt wird (s. Gl.(26)), ist das Signal zu Rauschverhältnis im Allgemeinen dann optimal, wenn  $\rho = \sigma/q \gg \sigma$ . Unter dieser Bedingung kann das durch die Restreflektivität der Austrittsflächen der Diode verursachte Rauschen gegenüber dem Schwebungsrauschen vernachlässigt werden, wenn die Beobachtungszeit  $T \ll 1/(4rG)^4 \delta\nu \approx 10^{-5} s$  ist, wobei für die Abschätzung zu Grunde gelegt worden ist, dass bei gebräuchlichen Superlumineszenzdioden der durch die Restreflektivität verursachte Kontrast  $2rG \approx 3 \cdot 10^{-2}$  ist und die spektrale Breite von  $\Delta\lambda \approx 23nm$  bei einer zentralen Wellenlänge von  $\lambda = 830nm$  mit 1000 Kanälen entsprechend  $\delta\nu \approx 10^{10} Hz$  pro Kanal spektral aufgelöst wird.

Im Folgenden wird angenommen, dass für das Signal zu Rauschverhältnis das durch die Restreflektivität der Austrittsflächen verursachte Rauschen gegenüber dem Schwebungsrauschen vernachlässigt werden kann und daher bei Verwendung einer Lichtquelle mit vorwiegend induzierter Emission für den Kontrast  $q$  gilt:

$$q = q_s = \frac{1}{\sqrt{\delta\nu T}}. \quad (23)$$

Das durch die Abweichung von der Einhüllenden verursachte Rauschen ist bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission also umso kleiner, je länger die Beobachtungszeit  $T$  ist. Im o.g. Beispiel mit  $\delta\nu = 10^{10} Hz$  nimmt  $q$  für in der Praxis

relevante Beobachtungszeiten  $T$  zwischen  $T = 10^{-6}s$  und  $T = 10^{-2}s$  Werte von  $10^{-2}$  bis  $10^{-4}$  an. Nachfolgend wird neben  $q$  auch immer diese für induzierte Emission geltende Größe  $1/\sqrt{\delta\nu T}$  mit angeführt.

Weiterhin gilt nach Gl.(5) bei einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission für die Anzahl  $n_0$  der pro Frequenzintervall  $\delta\nu$  in der Zeit  $T$  emittierten Photonen:

$$n_0 = n_{sp}(G-1)\delta\nu T, \quad (24)$$

so dass für das Signal zu Rauschverhältnis aus Gl.(22) folgt:

$$S/N = \frac{2\sqrt{\delta\sigma\eta'N_0}}{\sqrt{1+\sigma/\rho+(\rho+2\sigma)\eta'n_{sp}(G-1)+\sigma^2/\rho\eta'n_0}}. \quad (25)$$

Neben  $q = 1/\sqrt{\delta\nu T}$  spielt für die Abschätzung des Signal zu Rauschverhältnisses die Größe  $\eta'n_{sp}(G-1)$  eine wichtige Rolle. Während die Quanteneffizienz  $\eta$  bei gebräuchlichen CCD-Zeilen im Nahen Infrarot in der Größenordnung von 0,5 liegt (siehe z.B. CCD-Zeilen von Andor-Technologies oder EG&G Reticon) und damit  $\eta'$  nach Gl.(21) etwa 0,25 beträgt, ist  $n_{sp}(G-1)$  nach Gl.(24) gleich der Anzahl der pro Frequenzintervall  $\delta\nu$  und pro Beobachtungszeit  $T$  emittierten Photonen, also gleich der Anzahl der innerhalb der Kohärenzzeit  $\tau_c = 1/\delta\nu$  emittierten Photonen und damit proportional zur Leistung der Superlumineszenzdiode. Im o.g. Beispiel beträgt  $n_{sp}(G-1)$  an der Stelle der zentralen Wellenlänge  $\lambda = 830nm$  etwa 2000, wenn die Leistung der Superlumineszenzdiode bei einer spektralen Breite von  $\Delta\lambda \approx 23nm$  8 mW beträgt; das Produkt  $\eta'n_{sp}(G-1)$  beträgt in diesem Beispiel also 500.

Das Signal zu Rauschverhältnis in Gl.(22) bzw. Gl.(25) ist maximal, wenn die relative Intensität  $\rho$  der Referenzwelle in Abhängigkeit von der relativen Intensität  $\sigma$  der Objektwelle wie folgt gewählt wird:

$$\rho_{opt} = \frac{\sigma}{q} \sqrt{1 + \frac{1}{\sigma\eta'n_0}} \approx \frac{\sigma}{q} = \sigma\sqrt{\delta\nu T} < 1, \quad (26)$$

d.h. wenn die normierte relative Intensität  $\rho' = \rho/q \approx 1$  ist;  $\rho'$  ist also die auf die Stelle des Maximums des Signal zu Rauschverhältnisses normierte relative Intensität  $\rho$  der Referenzwelle. Die Näherung im zweiten Teil von Gl.(26) gilt unter der Annahme, dass die Anzahl

$\sigma\eta n_0$  der Photoelektronen, die pro spektralem Kanal von dem vom Objekt zurückgestreuten Licht auf dem Detektor ausgelöst werden, groß gegen  $1+\eta$  ist. Die Beziehung in Gl.(26) gilt nur für  $\sigma < q = 1/\sqrt{\delta\nu T}$ , da  $\rho$  definitionsgemäß immer kleiner als 1 ist (s. Seite 84); wenn  $\sigma$  in der Größenordnung von  $q = 1/\sqrt{\delta\nu T}$  oder größer ist, muss  $\rho$  zur Optimierung des Signal zu Rauschverhältnisses möglichst maximal gewählt werden; in der Praxis ist auf Grund von Verlusten durch Strahlteilung, Kopplung u.ä.  $\rho \approx 1/8$  der größtmögliche Wert.

Fordert man, dass zur Detektion eines Signals das Signal zu Rauschverhältnis mindestens 2 sein muss, folgt aus Gl.(22) für das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$ :

$$\Delta\sigma_{\min} = \frac{1}{\eta'N_0} \Delta\sigma'_{\min} = \frac{1}{\eta'N_0} \left[ 1 + \frac{1}{2}\rho' + \frac{\sigma'}{2}(\frac{1}{\rho'} + \rho') \right]. \quad (27)$$

Ist die Quanteneffizienz  $\eta$  bzw.  $\eta'$  des Detektors und die Anzahl  $N_0$  der für die Messung zur Verfügung stehenden Photonen vorgegeben, kann zur besseren Vergleichbarkeit der Abhängigkeit der Sensitivität von  $\sigma'$  und  $\rho'$  die normierte Sensitivität  $\Delta\sigma'_{\min}$  definiert als das auf  $1/\eta'N_0$  normierte kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  verwendet werden:

$$\Delta\sigma'_{\min} = 1 + \frac{1}{2}\rho' + \frac{\sigma'}{2}(\frac{1}{\rho'} + \rho'). \quad (28)$$

In Abb. 29 ist  $\Delta\sigma'_{\min}$  in Abhängigkeit von  $\rho'$  für verschiedene normierte Streustärken  $\sigma'$  des Objektes unter der Annahme  $1/2 \ll 1$  dargestellt.

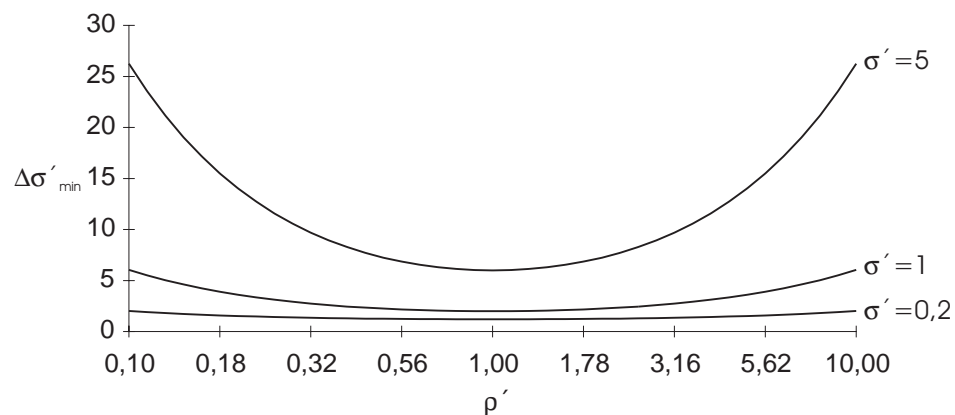


Abb. 29 Die normierte Sensitivität  $\Delta\sigma'_{\min} = \eta'N_0\Delta\sigma_{\min}$  in Abhängigkeit von der normierten relativen Intensität  $\rho'$  der Referenzwelle für verschiedene Werte der normierten relativen Intensität  $\sigma'$  der Objektwelle.  
 $\rho'$ -Achse im logarithmischen Maßstab.

Nach Gl.(26) ist  $\Delta\sigma'_{min}$  für  $\rho = \sigma/q = \sigma\sqrt{\delta\nu T}$  bzw.  $\rho' = \rho q/\sigma = \rho/\sigma\sqrt{\delta\nu T} = 1$  am kleinsten und damit die Sensitivität am besten:

$$\Delta\sigma'_{min,0} = \sigma' + 1, \quad (29)$$

wobei  $q = 1/\sqrt{\delta\nu T} \ll 1$  angenommen wurde.

#### IV. 2.2.2 Sensitivität bei schwacher Rückstreuung vom Objekt

Ist die Rückstreuung vom Objekt schwach mit  $\sigma' = 2 \sigma q \eta' n_0 \ll 1$  oder bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission unter Beachtung von Gl.(23) und Gl.(24) mit  $\sigma' = 2 \sigma \eta' n_{sp} (G-1) \sqrt{\delta\nu T} \ll 1$ , dann dominiert das Quantenrauschen und das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{min}$  wird minimal:

$$\Delta\sigma'_{min,0} = 1 \text{ bzw. } \Delta\sigma_{min,0} = \frac{1}{\eta' N_0}. \quad (30)$$

$\Delta\sigma'_{min}$  ist also das auf das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{min,0} = 1/\eta' N_0$  normierte Streuvermögen und gibt damit das Vielfache an, um das sich das kleinste detektierbare Streuvermögen bei einem bestimmten  $\sigma'$  und  $\rho'$  von seinem durch das Quantenrauschen begrenzten Optimalwert bei  $\sigma' \ll 1$  und  $\rho' = 1$  unterscheidet (s. Abb. 29).

Da  $\Delta\sigma$  die Anzahl der Photonen ist, die relativ zur Anzahl  $N_0$  der von der Quelle emittierten Photonen aus dem betrachteten Bereich  $\Delta z$  in den betrachteten räumlichen Mode und damit auf den Detektor zurückgestreut werden, folgt aus Gl.(30) mit der Näherung  $\eta' \approx 1/2$  aus Gl.(21), dass es für die Detektion eines Streuers bereits ausreichend ist, wenn von diesem eine solche Anzahl von Photonen auf den Detektor fallen, die auf der gesamten Detektorzeile lediglich zwei Photoelektronen auslösen.

Die Sensitivität  $\Phi$  nach Gl.(1) ist mit  $\Delta\sigma_{min}$  aus Gl.(30) gleich der Anzahl der von der Quelle emittierten Photonen multipliziert mit der reduzierten Quanteneffizienz  $\eta'$  des Detektors:

$$\Phi = \frac{1}{\Delta\sigma_{min}} = \eta' N_0. \quad (31)$$

Die Dynamik  $D$  der Messung, definiert als das Verhältnis des gesamten Streuvermögens  $\sigma$  des Objektes zum kleinsten detektierbaren Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  einer einzelnen Schicht des Objektes, ist für kleine  $\sigma$  mit  $\sigma \ll \frac{1}{2}q\eta'n_0 = \frac{1}{2}\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta vT}$  proportional zu  $\sigma$ , da unter dieser Bedingung  $\Delta\sigma_{\min}$  seinen kleinst möglichen Wert annimmt und unabhängig von  $\sigma$  ist. In der betrachteten Näherung  $\sigma \ll \frac{1}{2}q\eta'n_0 = \frac{1}{2}\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta vT}$  gilt für die obere Grenze der Dynamik:

$$D \equiv \frac{\sigma}{\Delta\sigma_{\min}} = \sigma\eta'N_0 \leq \frac{N_D}{2q} = \frac{N_D}{2}\sqrt{\delta vT} \quad (32)$$

Neben dieser Definition werden in der Literatur aber auch andere Definitionen der Dynamik benutzt. Nach der Definition von Swanson et al. (75) ist der Kehrwert des kleinsten detektierbaren Streuvermögens, also die in der vorliegenden Arbeit als Sensitivität definierte Größe, die Dynamik. Da diese Größe aber keinen dynamischen Bereich, sondern die Empfindlichkeit der Messung kennzeichnet, bleibt für sie in dieser Arbeit der Begriff Sensitivität vorbehalten, während der Begriff der Dynamik für die Tiefe verwendet wird, mit der das kleinste detektierbare Streuvermögen relativ zum gesamten Streuvermögen des Objektes bestimmt werden kann. Über diesen Tiefenbereich macht die Dynamik nach der Definition von Swanson et al. keine Aussage. Andretzky et al. definieren die Dynamik als das Verhältnis des größten zum kleinsten detektierbaren Streuvermögen (4). Da das größte detektierbare Streuvermögen einer Schicht im Allgemeinen vom Streuvermögen des gesamten Objektes abhängt, ist die Dynamik nach dieser Definition spezifisch für das Objekt und nicht für die Messmethode und wird daher in der vorliegenden Arbeit ebenfalls nicht verwendet.

In Abb. 29 ist  $\Delta\sigma'_{\min}$  aus Gl.(28) in Abhängigkeit von  $\rho'$  für verschiedene  $\sigma'$  dargestellt. An der Stelle  $\rho' = 1$  ist  $\Delta\sigma_{\min}$  minimal und weicht von diesem Optimalwert in Abhängigkeit von  $\rho'$  umso stärker ab, je größer  $\sigma'$  ist. Da im Allgemeinen die relative Intensität  $\sigma$  der Objektwelle vor der Messung nicht bekannt ist, ist es von praktischer Bedeutung, wie stark die relative Intensität  $\rho$  der Referenzwelle von der Stelle  $\rho'_q = \sigma\sqrt{\delta vT}$  des Optimalwertes der Sensitivität abweichen darf, ohne dass sich die Sensitivität wesentlich verschlechtert. Wird eine Verschlechterung der Sensitivität um den Faktor 1,5 gegenüber dem Optimalwert toleriert, dann folgt aus Gl.(28) für die Grenzen  $\rho_{\min}$  bzw.  $\rho_{\max}$  des erlaubten Bereiches von  $\rho'$ :

$$\rho'_{\min,\max} = \frac{1}{2\sigma'} (\pm \sqrt{1+6(1-4q/3)\sigma'+5\sigma'^2} + 1) + 3/2. \quad (33)$$

In Abb. 30 sind die Grenzen  $\rho'_{\min}$  und  $\rho'_{\max}$  gemäß Gl.(33) in Abhängigkeit von der normierten relativen Intensität  $\sigma'$  der Objektwelle aufgetragen. Für  $\sigma' = 2\sigma q\eta'n_0 = 2\sigma\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T} \ll 1$  ist das Signal zu Rauschverhältnis durch das Quantenrauschen bestimmt und nur wenig von der Wahl der relativen Intensität  $\rho$  der Referenzwelle abhängig; für den Bereich von  $\rho$ , in dem sich die Sensitivität um weniger als den Faktor 1,5 gegenüber dem Optimalwert verschlechtert, gilt nach Gl.(33) mit  $q \ll \sigma' \ll 1$ :

$$2\sigma^2\eta'n_0 < \rho < 1/2q^2\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp}(G-1). \quad (34)$$

Für noch kleinere Rückstreuungen mit  $\sigma' \ll q$  bzw.  $2\sigma\eta'n_0 \ll 1$ , bei denen die Objektwelle also sehr viel weniger als ein Photoelektron pro Pixel auslöst, ist die untere Grenze von  $\rho$  nicht  $2\sigma^2\eta'n_0$ , sondern  $2\sigma$ .

Innerhalb dieses Bereiches kann  $\rho$  so gewählt werden, dass das Signal optimal auf den Detektor abgestimmt ist. Dessen erforderliche Kapazität *fwc* (*full well capacity*), die die durch die Sättigung beschränkte maximale Anzahl von Photoelektronen pro Pixel angibt, muss mindestens gleich der Anzahl der durch das Licht ausgelösten Photoelektronen sein:  $fwc \geq (\rho+\sigma)\eta'n_0 \approx \rho\eta'n_0$ .

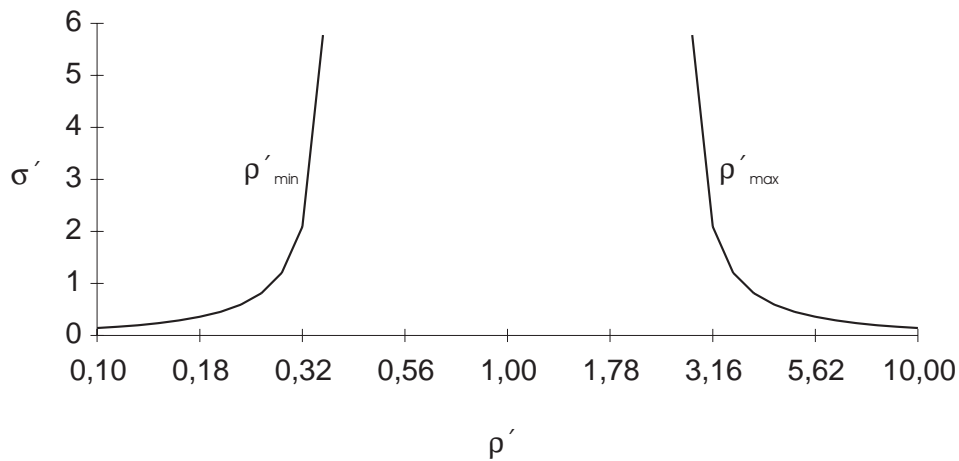


Abb. 30 Die Grenzen  $\rho'_{\min}$  und  $\rho'_{\max}$  des Bereiches von  $\rho'$ , für den sich die Sensitivität um weniger als den Faktor 1,5 gegenüber dem Optimalwert bei  $\rho' = 1$  verschlechtert.

$\rho'$ -Achse im logarithmischen Maßstab.

Nach Gl.(34) muss bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission die Anzahl  $\rho\eta n_0$  der pro Pixel des Detektors ausgelösten Photoelektronen kleiner als etwa  $1/q^2 = \delta\nu T$  sein, damit eine durch das Quantenrauschen begrenzte Sensitivität erreicht wird. Dies bedeutet, dass die Anzahl der pro Frequenzintervall  $\delta\nu$  und pro Beobachtungszeit  $T$  auf einem Pixel des Detektors ausgelösten Photoelektronen kleiner als eins sein muss, d.h. innerhalb der Kohärenzzeit  $1/\delta\nu$  darf nur weniger als ein Photon auf einen Pixel fallen. Es ist auch anschaulich klar, dass dies eine notwendige Bedingung zur Vermeidung von Schwebungsinterferenz und dem damit verbundenem Rauschen ist.

Damit die Sensitivität durch das Quantenrauschen begrenzt ist, darf außerdem die Anzahl  $r_D$  der Rauschelektronen pro Pixel des Detektors höchstens gleich der Anzahl der durch das Quantenrauschen ausgelösten Photoelektronen sein, d.h.  $r_D \leq \sqrt{(\rho+\sigma)\eta n_0} \approx \sqrt{\rho\eta n_0}$ . Daraus und aus der Bedingung für die minimal erforderliche Kapazität  $fwc$  des Detektors folgt für  $\rho$ :

$$\frac{r_D^2}{\eta n_0} \leq \rho \leq \frac{fwc}{\eta n_0}. \quad (35)$$

Wird für die Quanteneffizienz die Näherung  $\eta \approx 2\eta'$  aus Gl.(21) benutzt, so ergibt sich mit Gl.(34) und Gl.(35) abhängig von der Wahl der relativen Intensität  $\rho$  der Referenzwelle für die minimal erforderliche Kapazität  $fwc$  eines Pixels des Detektors:

$$(2\sigma\eta'n_0)^2 \leq fwc \leq \frac{1}{q^2} = \delta\nu T \quad (36)$$

und für die maximal erlaubte Anzahl  $r_D$  der Rauschelektronen pro Pixel:

$$2\sigma\eta'n_0 \leq r_D \leq \frac{1}{\sqrt{q}} = \sqrt{\delta\nu T}. \quad (37)$$

Unabhängig von der Wahl der relativen Intensität  $\rho$  der Referenzwelle gilt nach Gl.(35) für die minimal erforderliche Dynamik  $D_D$  des Detektors:

$$D_D \equiv \frac{fwc}{r_D} = \sqrt{fwc} = r_D; \quad (38)$$



daraus folgt abhängig von der Wahl der relativen Intensität  $\rho$  der Referenzwelle für die minimal erforderliche Dynamik  $D_D$  des Detektors:

$$\sigma\eta'n_0 \leq D_D \leq \frac{1}{\sqrt{q}} = \sqrt{\delta\nu T} . \quad (39)$$

#### IV. 2.2.3 Sensitivität bei starker Rückstreuung vom Objekt

Ist die für Gl.(30) genannte Bedingung nicht erfüllt, sondern  $\sigma' = 2\sigma q\eta'n_0 \gg 1$  oder bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission unter Beachtung von Gl.(23) und Gl.(24)  $\sigma' = 2\sigma\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta\nu T} \gg 1$ , dann dominiert das Specklerauschen und das durch die Abweichung des Spektrums durch die Einhüllende hervorgerufene Rauschen. Mit  $\rho = \sigma/q = \sigma\sqrt{\delta\nu T}$  bzw.  $\rho' = \rho q/\sigma = \rho/\sigma\sqrt{\delta\nu T} = 1$  gemäß Gl.(26) folgt aus Gl. (29) für das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$ :

$$\Delta\sigma'_{\min,0} = \sigma' \gg 1 \quad \text{bzw.} \quad \Delta\sigma_{\min,0} = \frac{2\sigma q}{N_D} = \frac{2\sigma}{N_D\sqrt{\delta\nu T}} \gg \frac{1}{\eta'N_0} , \quad (40)$$

d.h. die Sensitivität ist verglichen mit der für  $\sigma \ll 1/2q\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta\nu T}$  verschlechtert (vergleiche Gl.(30)).

Die Dynamik  $D$  ist gleich dem oberen Grenzwert, den die Dynamik annimmt, wenn das Rauschen durch das Quantenrauschen dominiert ist (s. Gl.(32)):

$$D \equiv \frac{\sigma}{\Delta\sigma_{\min}} = \frac{N_D}{2q} = \frac{N_D}{2} \sqrt{\delta\nu T} . \quad (41)$$

Wie Gl.(27) und der zugehörigen Abb. 29 zu entnehmen ist, weicht die Sensitivität von ihrem Optimalwert gemäß Gl.(40) in Abhängigkeit von der relativen Intensität  $\rho$  der Referenzwelle umso stärker ab, je größer  $\sigma'$  ist. Für den Bereich von  $\rho$ , innerhalb dessen diese Abweichung weniger als den Faktor 1,5 ausmacht, gilt nach Gl.(33) für  $\sigma' \gg 1$  (s. auch Abb. 30):

$$\frac{(3-\sqrt{5})}{2} \frac{\sigma}{q} \approx 0,4 \sigma\sqrt{\delta\nu T} < \rho < \frac{(3+\sqrt{5})}{2} \frac{\sigma}{q} \approx 2,6 \sigma\sqrt{\delta\nu T} . \quad (42)$$

An der Stelle  $\rho = \sigma/q = \sigma\sqrt{\delta v T}$  des Optimums der Sensitivität beträgt die minimal erforderliche Kapazität  $f_{wc}$  eines Pixels des Detektors:

$$f_{wc} \geq (\rho + \sigma)\eta n_0 \approx \frac{\sigma\eta n_0}{q} = \sigma\eta n_{sp}(G-1)(\delta v T)^{3/2} \gg \frac{1}{q^2} = \delta v T \quad (43)$$

und ist damit wesentlich größer als für  $\sigma \ll 1/2q\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}$  (vergleiche Gl.(36)).

Auch die maximal erlaubte Anzahl  $r_D$  der Rauschelektronen pro Pixel ist größer als für  $\sigma \ll 1/2q\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}$  (vergleiche Gl.(37)):

$$r_D \leq \sigma\eta n_0 \gg \frac{1}{q} = \sqrt{\delta v T} . \quad (44)$$

Die minimal erforderliche Dynamik  $D_D$  des Detektors ist gleich dem oberen Grenzwert aus Gl.(39):

$$D_D \equiv \frac{f_{wc}}{r_D} \geq \frac{1}{q} = \sqrt{\delta v T} \ll \sqrt{f_{wc}} \quad (45)$$

Trotz der erhöhten Anforderungen an die Kapazität  $f_{wc}$  steigt also die erforderliche Dynamik des Detektors für  $\sigma > 1/2q\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}$  wegen des erhöhten Rauschens des Signals nicht weiter an.

Wenn  $\sigma$  in der Größenordnung von  $q = 1/\sqrt{\delta v T}$  oder größer ist, kann  $\rho$  nicht den Wert  $\sigma/q = \sigma\sqrt{\delta v T}$  annehmen, für den nach Gl.(26) das Signal zu Rauschverhältnis maximal ist, da  $\rho$  definitionsgemäß kleiner als 1 ist (s. Seite 84). Unter dieser Bedingung dominiert dann das Specklerauschen und für das Signal zu Rauschverhältnis folgt:

$$s/N = 2\sqrt{\Delta\sigma \rho/\sigma^2 N_D} \ll 2\sqrt{\Delta\sigma\eta'N_0} . \quad (46)$$

Damit verschlechtert sich die Sensitivität, d.h. das kleinste detektierbare Signal  $\Delta\sigma_{\min}$  wächst verglichen mit dem aus Gl.(29) bzw. Gl.(40):

$$\Delta\sigma_{\min} = \frac{\sigma^2}{\rho N_D} \gg \frac{2\sigma q}{N_D} = \frac{2\sigma}{N_D\sqrt{\delta v T}} \gg \frac{1}{\eta'N_0} ; \quad (47)$$

die Dynamik der Messung verschlechtert sich ebenfalls (vergleiche Gl.(41)):

$$D = \frac{\rho N_D}{\sigma} \ll \frac{N_D}{2q} = \frac{N_D}{2} \sqrt{\delta v T} . \quad (48)$$

Die minimal erforderliche Kapazität fwc eines Pixels des Detektors beträgt:

$$f_{wc} \geq (\rho + \sigma) \eta n_0 \approx \rho \eta n_0 \approx 1/8 \eta n_0 , \quad (49)$$

wobei angenommen ist, dass  $\rho$  in der Praxis nicht größer als  $\approx 1/8$  werden kann.

Für die maximal erlaubte Anzahl  $r_D$  der Rauschelektronen pro Pixel gilt:

$$r_D \leq \sigma \eta n_0 \quad (50)$$

Trotz der hohen Anforderungen an die Kapazität fwc des Detektors ist wegen der starken Objektwelle und des damit verbundenen starken Specklerauschens die Anforderung an die minimal erforderliche Dynamik  $D_D$  des Detektors nur gering:

$$D_D \geq \frac{\rho}{\sigma} \ll \frac{1}{q} = \sqrt{\delta v T} \quad (51)$$

#### IV. 2.3 Differenz zwischen den Intensitätsspektren der Interferenz und der Objektwelle als Signal

Nach Gl.(19) ist das Specklerauschen der Objektwelle gleich der mittleren Anzahl  $\sigma \eta n_0$  der Photoelektronen, die von der Objektwelle allein pro Pixel des Detektors ausgelöst werden. Daher verschlechtert sich das Signal zu Rauschverhältnis durch das Specklerauschen immer dann, wenn die mittlere Anzahl  $\sigma \eta n_0$  der durch die Objektwelle allein ausgelösten Photoelektronen in der Größenordnung oder größer ist als die Anzahl der Rauschelektronen, die durch andere Rauschquellen hervorgerufen werden. Die Verschlechterung des Signal zu Rauschverhältnisses durch das Specklerauschen der Objektwelle kann kompensiert werden, indem der Modulationsterm der Interferenz nicht wie für Gl.(20) durch das Intensitätsspektrum der Interferenz, sondern gemäß Gl.II(25) durch die Differenz der Intensitätsspektren der Interferenz und der Objektwelle angenähert wird. In diesem Fall verschwindet in Gl.(20) der zum Specklerauschen gehörige Term im Rau-

schen. Neu hinzu kommt dafür ein Term, der das Quantenrauschen der zusätzlichen Messung des Spektrums der Objektwelle berücksichtigt:

$$S/N = \frac{2\sqrt{\Delta\sigma\eta'N_0}}{\sqrt{1+2\sigma/\rho+(\rho+2\sigma+\sigma^2/\rho)q^2\eta'n_0}}. \quad (52)$$

Das Signal zu Rauschverhältnis ist maximal, wenn die relative Intensität  $\rho$  der Referenzwelle in Abhängigkeit von der relativen Intensität  $\sigma$  der Objektwelle wie folgt gewählt wird:

$$\rho = \sqrt{2\sigma/q^2\eta'n_0+\sigma^2} \approx \sqrt{2\sigma/q^2\eta'n_0} = \sqrt{2\sigma/\eta'n_{sp}(G-1)}; \quad (53)$$

die Näherung gilt für  $\sigma \ll 2/q^2\eta'n_0 = 2/\eta'n_{sp}(G-1)$ . Da in der Praxis die Apertur des Kollimators aus dem Raumwinkel  $2\pi$  des zurückgestreuten Lichtes nur weniger als  $10^{-3}$  ausschneidet, ist die Bedingung für  $\eta'n_{sp}(G-1) < 10^3$  und damit in allen praktisch relevanten Fällen für Superlumineszenzdioden mit  $G < 10^3$  erfüllt, sofern Rückstreuungen von optischen Elementen der Apparatur ebenfalls wesentlich kleiner als  $10^{-3}$  sind. Bei einem faseroptischen Aufbau resultieren diese hauptsächlich aus der Reflexion vom Faserende, die durch Anstrahlen der Endfläche auf ca.  $10^{-5}$  reduziert werden kann (64).

Daraus folgt für das kleinste detektierbare Streuvermögen:

$$\Delta\sigma_{min,0} = \frac{2\sigma q^2}{N_D} (1 + \sqrt{1/2\sigma q^2\eta'n_0}) + \frac{1}{\eta'N_0} = \frac{2\sigma}{\Delta\nu T} (1 + \sqrt{1/2\sigma\eta'n_{sp}(G-1)}) + \frac{1}{\eta'N_0}, \quad (54)$$

mit der auf den gesamten Detektor abgebildeten spektralen Breite  $\Delta\nu = N_D \delta\nu$ .

Für Rückstreuungen mit  $\sigma \ll (1,5-\sqrt{5/4})/2q^2\eta'n_0 \approx 1/10q^2\eta'n_0 = 1/10\eta'n_{sp}(G-1)$  dominiert das Quantenrauschen und die Sensitivität nimmt den gleichen Wert wie in Gl.(30) an:

$$\Delta\sigma_{min,0} = \frac{1}{\eta'N_0}. \quad (55)$$

Die obere Grenze der relativen Intensität  $\sigma$  der Objektwelle, bis zu der die Sensitivität der Messung durch das Quantenrauschen bestimmt ist, steigt also durch den Abzug des

Spektrums der Objektwelle um den Faktor  $1/5q = \sqrt{\delta v T}/5$  von  $1/2q\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp}\sqrt{\delta v T}$  (s. Bedingung für  $\sigma$  bei Gl.(30)) auf  $1/10q^2\eta'n_0 = 1/10\eta'n_{sp(G-1)}$ .

Die relative Intensität  $\sigma$  der Objektwelle ist bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission mit  $G < 10^3$  in praktisch relevanten Fällen immer kleiner als  $1/10q^2\eta'n_0 = 1/10\eta'n_{sp(G-1)}$  (s. Argumentation bei Gl.(53)), so dass durch Abzug des Spektrums der Objektwelle vom Intensitätsspektrum der Interferenz auch bei starker Intensität der Objektwelle die durch das Quantenrauschen begrenzte Sensitivität erreicht werden kann.

Die bei einer Messung ohne Abzug des Spektrums der Objektwelle vom Intensitätsspektrum der Interferenz für  $\sigma \gg 1/2q\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp(G-1)}\sqrt{\delta v T}$  durch Gl.(40) gegebene Sensitivität kann durch Abzug des Objektwellenspektrums um den Faktor  $N_D/2\sigma q\eta'N_0 = 1/2\sigma q\eta'n_0 = 1/2\sigma\eta'n_{sp(G-1)}\sqrt{\delta v T}$  verbessert werden; dieser Faktor beträgt 1 für  $\sigma = 1/2q\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp(G-1)}\sqrt{\delta v T}$  und sinkt bis auf  $5q = 5\sqrt{\delta v T}$  für  $\sigma = 1/10q^2\eta'n_0 = 1/10\eta'n_{sp(G-1)}$ .

Dementsprechend steigt auch die erreichbare Dynamik  $D$  verglichen mit der in Gl.(32) bzw. Gl.(41) um den Faktor  $1/5q = \sqrt{\delta v T}/5$  :

$$D = \sigma\eta'N_0 \leq \frac{N_D}{10q^2} = \frac{N_D}{10}\delta v T . \quad (56)$$

Der Optimalwert der Sensitivität wird erreicht, wenn die relative Intensität  $\rho$  der Referenzwelle gemäß Gl.(53) gewählt wird. Unter der Voraussetzung  $\sigma \ll 1/10q^2\eta'n_0 = 1/10\eta'n_{sp(G-1)}$  verschlechtert sich nach Gl.(52) die Sensitivität aber um weniger als den Faktor 1,5, wenn  $\rho$  von Gl.(53) abweicht, solange für  $\rho$  gilt:

$$4\sigma < \rho < 1/2q^2\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp(G-1)} . \quad (57)$$

Ein Vergleich mit Gl.(34) zeigt, dass bei Abzug des Spektrums der Objektwelle vom Intensitätsspektrum der Interferenz die untere Grenze von  $\rho$ , bis zu der das Signal zu Rauschverhältnis durch das Quantenrauschen begrenzt ist, um den Faktor  $2/\sigma\eta'n_0$  sinkt. Dadurch sinkt auch die Kapazität  $f_{wc}$  eines Pixels des Detektors, die im Falle des Abzugs des Spektrums der Objektwelle vom Intensitätsspektrum minimal erforderlich ist, um eine durch das Quantenrauschen begrenzte Sensitivität zu erreichen:

$$f_{wc} \geq (\rho + \sigma)\eta n_0 \geq 5 \sigma \eta n_0 \ll \frac{1}{q^2} = \delta v T . \quad (58)$$

Die minimal erforderliche Kapazität nach Gl.(58) ist bei gleicher relativer Intensität  $\sigma$  der Objektwelle um den Faktor  $\sqrt[5]{2\sigma\eta'n_0} > 5q = \sqrt[5]{\delta v T}$  bzw. um den Faktor  $5q = \sqrt[5]{\delta v T}$  kleiner als die nach Gl.(36) für  $\sigma \ll \sqrt[5]{2q\eta'n_0} = \sqrt[5]{2\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}}$  bzw. nach Gl.(43) für  $\sigma \gg \sqrt[5]{2q\eta'n_0} = \sqrt[5]{2\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}}$  bei einer Messung ohne Abzug des Spektrums der Objektwelle vom Intensitätsspektrum erforderliche Kapazität; für  $\sigma \ll \sqrt[5]{10q^2\eta'n_0} = \sqrt[5]{10\eta'n_{sp}(G-1)}$  und damit für alle relevanten Fälle ist sie wesentlich kleiner als  $\sqrt[5]{q^2} = \delta v T$ .

Damit sich das Signal zu Rauschverhältnis nicht durch das Detektorrauschen verschlechtert, darf die Anzahl  $r_D$  der Rauschelektronen pro Pixel höchstens gleich der Anzahl der durch das Quantenrauschen ausgelösten Photoelektronen sein:

$$r_D \leq \sqrt{5\sigma\eta n_0} \ll \frac{1}{q} = \sqrt{\delta v T} . \quad (59)$$

Die minimal erforderliche Dynamik  $D_D$  des Detektors beträgt damit:

$$D_D \geq \sqrt{5\sigma\eta n_0} \ll \frac{1}{q} = \sqrt{\delta v T} \quad (60)$$

und ist damit sehr viel kleiner als die Dynamik, die nach Gl.(39) bzw. Gl.(45) minimal erforderlich ist, um ohne Abzug des Spektrums der Objektwelle vom Intensitätsspektrum der Interferenz ein durch das Quanten- bzw. Specklerauschen begrenztes Signal zu Rauschverhältnis zu erreichen.

Die Differenz zwischen den Intensitätsspektren der Interferenz und der Objektwelle erlaubt zwar eine Bestimmung der Topographie des Messobjektes mit bestmöglicher, nämlich durch das Quantenrauschen begrenzter Sensitivität, erfordert aber entweder für jeden Tiefenscan zwei aufeinander folgende separate Messungen der Spektren von Interferenz und Objektwelle oder eine Teilung der Objektwelle, so dass deren Spektrum gleichzeitig mit dem der Interferenz bestimmt werden kann. Während die erste Möglichkeit experimentell aufwendig ist und die Messzeit verlängert, verschlechtert die zweite Möglichkeit nach Gl.(52) das Signal zu Rauschverhältnis und damit die Sensitivität, da die Anzahl der für die Bestimmung des Interferenzspektrums zur Verfügung stehenden Photonen durch die Teilung der Objektwelle verringert ist. Steht durch die Teilung nur der Bruchteil  $b$  der

Intensität der Objektwelle für die Interferenz zur Verfügung, verschlechtert sich die Sensitivität nach Gl.(55) verglichen mit der einer Messung, bei der die Spektren von Interferenz und Objektwelle nacheinander bestimmt werden, um eben diesen Faktor  $b$ . Gegenüber der Sensitivität, die gemäß Gl.(29) ohne Abzug des Spektrums der Objektwelle vom Spektrum der Interferenz erreicht werden kann, erfolgt daher durch Abzug des durch Teilung bestimmten Spektrums der Objektwelle erst dann eine Verbesserung, wenn die relative Intensität  $\sigma$  der Objektwelle größer als  $(1/b-1)^{1/2} q \eta' n_0$  ist; dieser Wert beträgt  $3/2 q \eta' n_0$ , wenn  $b=1/4$  ist, was unter der Annahme einer verlustfreien 1:1 Teilung gilt, die für Bestrahlung und Beobachtung zweimal durchlaufen wird.

In der Praxis kann unter bestimmten Voraussetzungen auf das Abziehen des Spektrums der Objektwelle verzichtet werden, ohne dass sich das Signal zu Rauschverhältnis und damit die Sensitivität gegenüber der durch das Quantenrauschen begrenzten Sensitivität wesentlich verschlechtert. Dies ist dann der Fall, wenn das Messobjekt von einigen Streuern dominiert wird, so dass sich das hieraus resultierende Störsignal ebenso wie das Messsignal durch die Fouriertransformation um den Faktor  $\sqrt{ND}$  verstärkt. An den zugehörigen Stellen im Ortsraum findet sich dann eine starke Störung wieder, die unter Umständen als solche identifiziert werden kann, im übrigen Ortsraum sind die Störungen aber entsprechend reduziert.

Der störende Einfluss des Specklerausens ist auch dann reduziert, wenn signifikante Signale aus dem Objekt nur aus einer begrenzt dicken Schicht kommen. Dann können die Störsignale vom Specklerauschen räumlich vom Messsignal getrennt werden, indem den Gangunterschied  $\Delta z$  zwischen Referenzwelle und Objektwelle an der Eintrittsfläche des Objektes größer als die Objektdicke gewählt wird. Dies hat allerdings den Nachteil, dass dann die Messsignale im Spektrum zu höheren Frequenzen hin verschoben sind, was auf Grund der MTF des Spektrometers eine Dämpfung der Modulationsamplituden und damit der Signale bewirkt.

#### **IV. 2.4 Differenz zwischen den Intensitätsspektren der Interferenz und der Referenzwelle als Signal**

Der Verschlechterung des Signal zu Rauschverhältnisses durch das Specklerauschen kann mit einer starken Referenzwelle entgegengewirkt werden, da mit wachsendem  $\rho$  der zum Specklerauschen gehörige erste Term in der Wurzel des Nenners von Gl.(20) fällt. Wird die Referenzwelle zu stark, führen die durch die Größe  $q = 1/\sqrt{\delta v T}$  im zweiten Term in der Wurzel des Nenners von Gl.(20) quantifizierten spektralen Ripple der Referenzwelle

ihrerseits zu einer Verschlechterung des Signal zu Rauschverhältnisses; die hinsichtlich der Optimierung des Signal zu Rauschverhältnisses beste Wahl der relativen Intensität  $\rho$  ist durch Gl.(26) gegeben. Bei starker Objektwelle mit  $\sigma > \frac{1}{2}q\eta'n_0 = \frac{1}{2}\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta vT}$  kann jedoch auch bei optimaler Anpassung der Intensität der Referenzwelle nur eine geringere als die durch das Quantenrauschen begrenzte Sensitivität erreicht werden (vergl. Gl.(40) und Gl.(30)).

Die Verschlechterung des Signal zu Rauschverhältnisses durch das durch die Modulation der Referenzwelle des Spektrums hervorgerufene Rauschen nach Gl.(14) kann kompensiert werden, indem der Modulationsterm der Interferenz nicht wie für Gl.(20) durch den Intensitätsspektrum der Interferenz, sondern gemäß Gl.II(25) durch die Differenz zwischen den Intensitätsspektren der Interferenz und der Referenzwelle angenähert wird. In diesem Fall kann mit einer Referenzwelle, die stärker als nach Gl.(26) ist, der Verschlechterung des Signal zu Rauschverhältnisses durch das Specklerauschen entgegengewirkt werden, ohne dass die spektralen Ripple ihrerseits zu einer Verschlechterung des Signal zu Rauschverhältnis führen.

Wenn das Intensitätsspektrum der Referenzwelle abgezogen wird, kann der Modulationsterm durch die Interferenz zwischen Referenz- und Objektwelle aber im allgemeinen nicht mehr, wie für Gl.(20) geschehen, vernachlässigt werden kann; wird dieser Interferenzterm mit seiner mittleren Intensität und außerdem auch das Quantenrauschen der zusätzlichen Messung der Referenzwelle berücksichtigt, ergibt sich für das Signal zu Rauschverhältnis:

$$S/N = \frac{2\sqrt{\Delta\sigma\eta'N_0}}{\sqrt{2+\sigma/\rho+(\sigma^2/\rho+2\sigma q^2)\eta'n_0}} \approx \frac{2\sqrt{\Delta\sigma\eta'N_0}}{\sqrt{\sigma^2/\rho\eta'n_0+2}}. \quad (61)$$

Für  $\sigma \ll \frac{1}{2}q^2\eta'n_0 = \frac{1}{2}\eta'n_{sp}(G-1)$  kann der Modulationsterm durch die Interferenz vernachlässigt werden. Wie bei Gl.(53) erläutert, ist diese Abschätzung in allen praktisch relevanten Fällen richtig. Die Näherung von Gl.(61) gilt, wenn außerdem  $\sigma\eta'n_0 \gg 1$ ; dies ist für  $\sigma > \frac{1}{2}q\eta'n_0 = \frac{1}{2}\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta vT}$  immer der Fall und nur unter dieser Voraussetzung ist Gl.(61) von praktischer Bedeutung, da für kleinere Intensitäten der Objektwelle nach Gl.(30) auch ohne Abzug des Spektrums der Referenzwelle von dem Spektrum der Interferenz eine durch das Quantenrauschen begrenzte Sensitivität erreicht werden kann. Im Folgenden wird daher  $\sigma > \frac{1}{2}q\eta'n_0 = \frac{1}{2}\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta vT}$  angenommen.

Daraus folgt für das kleinste detektierbare Streuvermögen:



$$\Delta\sigma_{min,0} = \frac{\sigma^2}{\rho N_D} + \frac{2}{\eta' N_0} \quad (62)$$

Wird die Referenzwelle stark genug gewählt mit  $\rho \gg \frac{1}{2} \sigma^2 \eta' n_0$ , dann dominiert das Quantenrauschen und das kleinste detektierbare Streuvermögen ist lediglich um den Faktor zwei schlechter und liegt damit in der gleichen Größenordnung wie in Gl.(30) und Gl.(55):

$$\Delta\sigma_{min,0} = \frac{2}{\eta' N_0} \quad (63)$$

Die obere Grenze der relativen Intensität  $\sigma$  der Objektwelle, bis zu der die Sensitivität der Messung durch das Quantenrauschen bestimmt ist, steigt also durch den Abzug des Spektrums der Referenzwelle um den Faktor  $q \sqrt{8\rho\eta'n_0} = \sqrt{8\rho\eta'n_{sp}(G-1)} < q\sqrt{\eta'n_0} = \sqrt{\eta'n_{sp}(G-1)}$  von  $\frac{1}{2}q\eta'n_0 = \frac{1}{2}\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta\nu T}$  (s. Bedingung für  $\sigma$  bei Gl.(30)) auf  $\sqrt{2\rho\eta'n_0} < \frac{1}{2}\sqrt{\eta'n_0}$ ; dabei ist berücksichtigt, dass  $\rho$  definitionsgemäß immer kleiner als 1 ist und in der Praxis das Produkt  $8\rho n$  den Wert  $\approx 1$  nicht überschreitet.

Die bei einer Messung des Intensitätsspektrum der Interferenz für  $\sigma \gg \frac{1}{2}q\eta'n_0 = \frac{1}{2}\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta\nu T}$  durch Gl.(40) gegebene Sensitivität kann wie durch Abzug des Objektwellenspektrum auch durch Abzug des Referenzwellenspektrums auf durch Quantenrauschen begrenzte Sensitivität verbessert werden. Der Faktor, um den sich das kleinste detektierbare Streuvermögen verkleinert, beträgt  $\frac{2N_D}{2\sigma q\eta'N_0} = \frac{1}{\sigma q\eta'n_0} = \frac{1}{\sigma\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta\nu T}}$ ; dieser Faktor ist gleich 1 für  $\sigma = \frac{1}{q\eta'n_0} = \frac{1}{\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta\nu T}}$  und sinkt bis auf  $\frac{2}{q\sqrt{\eta'n_0}} = \frac{2}{\sqrt{\eta'n_{sp}(G-1)}}$  für  $\sigma = \frac{1}{2}\sqrt{\eta'n_0}$ .

Für noch stärkere Objektwellen mit  $\sigma \gg \frac{1}{2}\sqrt{\eta'n_0}$  kann die Bedingung  $\rho \gg \frac{1}{2} \sigma^2 \eta' n_0$  für eine durch das Quantenrauschen begrenzte Sensitivität nicht mehr erfüllt werden, so dass das Specklerauschen dominiert; für das kleinste detektierbare Streuvermögen folgt dann aus Gl.(62):

$$\Delta\sigma_{min,0} = \frac{\sigma^2}{\rho N_D} \approx \frac{8\sigma^2}{N_D}, \quad (64)$$

wobei für die Näherung  $\rho$  wiederum als maximal  $\approx \frac{1}{8}$  angenommen wurde.

Verglichen mit der Sensitivität, die nach Gl.(40) ohne Abzug des Referenzwellenspektrums erreicht werden kann, verbessert sich die Sensitivität um den Faktor  $\sigma/2\rho q \approx 4\sigma/q = 4\sigma\sqrt{\delta v T} \gg 2/q\sqrt{\eta'n_0} = 2/\sqrt{\eta'n_{sp}(G-1)}$ . Gegenüber der Sensitivität, die gemäß Gl.(55) nach Abzug des Objektwellenspektrums für starke Objektwellen mit  $\sigma \gg 1/2\sqrt{\eta'n_0}$  erreichbar ist, ist die Sensitivität bei Abzug der Referenzwelle um den Faktor  $\sigma^2\eta'n_0/\rho \approx 8\sigma^2\eta'n_0 \gg 2$  schlechter.

Wenn  $\sigma$  in der Größenordnung von  $q = 1/\sqrt{\delta v T}$  oder größer als  $q = 1/\sqrt{\delta v T}$  ist, ist die Sensitivität durch Gl.(47) gegeben und eine Verbesserung durch Abzug des Referenzwellenspektrums ist nicht möglich.

Die erreichbare Dynamik  $D$  ist für  $\sigma \ll 1/2\sqrt{\eta'n_0}$  bei Abzug des Referenzwellenspektrums in der gleichen Größenordnung wie bei Abzug des Objektwellenspektrums (vergl. Gl.(56)):

$$D = \frac{\sigma\eta'N_0}{2} \leq N_D/4\sqrt{\eta'n_0} . \quad (65)$$

Verglichen mit der Dynamik aus Gl.(41) für einer Messung, bei der weder das Objekt noch das Referenzwellenspektrum abgezogen wird, ist die Dynamik bei Abzug des Referenzwellenspektrums um den Faktor  $\sigma q\eta'n_0 = \sigma\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T} \leq q/2\sqrt{\eta'n_0} = 1/2\sqrt{\eta'n_{sp}(G-1)}$  verbessert.

Für  $1/2\sqrt{\eta'n_0} \ll \sigma \ll q = 1/\sqrt{\delta v T}$  beträgt die erreichbare Dynamik:

$$D = \frac{N_D}{8\sigma} \quad (66)$$

und ist damit um den Faktor  $q/4\sigma = 1/4\sigma\sqrt{\delta v T}$  besser als ohne Abzug des Referenzwellenspektrums (vergl. Gl.(41)) und um den Faktor  $1/8\sigma^2\eta'n_0 \ll 1/2$  schlechter als bei Abzug des Objektwellenspektrums (vergl. Gl.(56)). Für noch stärkere Objektwellen mit  $\sigma$  in der Größenordnung oder größer als  $q = 1/\sqrt{\delta v T}$  ist die Dynamik durch Gl.(48) gegeben; diese lässt sich durch Abzug des Referenzwellenspektrums nicht weiter verbessern.

Die minimale erforderliche Kapazität fwc eines Pixels des Detektors beträgt bei Abzug des Referenzwellenspektrums für  $\sigma \ll 1/2\sqrt{\eta'n_0}$ :

$$f_{wc} \geq (\rho + \sigma)\eta n_0 \approx (\frac{1}{2} \sigma \eta n_0)^2 \quad (67)$$

und ist damit um den Faktor  $\frac{1}{4} \sigma q \eta n_0 = \frac{1}{4} \sigma \eta n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}$  größer als die aus Gl.(43) ohne Abzug des Referenzwellenspektrums; dieser Faktor beträgt bis zu  $\frac{1}{4} q \sqrt{\eta' n_0} = \frac{1}{4} \sqrt{\eta' n_{sp}(G-1)}$  an der Stelle  $\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{\eta' n_0}$ . Verglichen mit der erforderlichen Kapazität gemäß Gl.(58) bei Abzug des Objektwellenspektrums ist die erforderliche Kapazität bei Abzug des Referenzwellenspektrums noch um wesentlich mehr, nämlich um den Faktor  $\frac{1}{20} \sigma \eta n_0$  erhöht; dieser beträgt  $\frac{1}{20} q = \frac{\sqrt{\delta v T}}{20}$  an der Stelle  $\sigma = \frac{1}{2} q \eta n_0 = \frac{1}{2} \eta' n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}$  und steigt auf  $\frac{1}{20} \sqrt{\eta' n_0}$  an der Stelle  $\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{\eta' n_0}$ .

Für stärkere Objektwellen mit  $\sigma \gg \frac{1}{2} \sqrt{\eta' n_0}$  muss die relative Intensität  $\rho$  der Referenzwelle zur Optimierung des Signal zu Rauschverhältnisses den maximal möglichen Wert annehmen, und die erforderliche Kapazität eines Pixels des Detektors ist damit durch Gl.(49) gegeben; sie ist um den Faktor  $\frac{1}{8} \sigma = \frac{1}{8} \sigma \sqrt{\delta v T} \leq \frac{1}{4} q \sqrt{\eta' n_0} = \frac{1}{4} \sqrt{\eta' n_{sp}(G-1)}$  bzw. um den Faktor  $\frac{1}{40} \sigma \leq \frac{1}{20} \sqrt{\eta' n_0}$  größer als die aus Gl.(43) ohne Abzug des Referenzwellenspektrums bzw. die aus Gl.(58) bei Abzug des Objektwellenspektrums.

Damit sich das Signal zu Rauschverhältnis nicht durch das Detektorrauschen verschlechtert, darf die Anzahl  $r_D$  der Rauschelektronen pro Pixel höchstens gleich der Anzahl der durch das Quantenrauschen ausgelösten Photoelektronen sein. Daraus folgt mit Gl.(61):

$$r_D \leq \sigma \eta n_0 \quad (68)$$

Die minimal erforderliche Dynamik  $D_D$  des Detektors beträgt damit für  $\sigma \ll \frac{1}{2} \sqrt{\eta' n_0}$ :

$$D_D \geq \frac{1}{4} \sigma \eta n_0 \ll \frac{1}{4} \sqrt{\eta' n_0} . \quad (69)$$

und ist damit um den Faktor  $\frac{1}{4} \sigma q \eta n_0 = \frac{1}{4} \sigma \eta n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}$  größer als die Dynamik, die nach Gl.(45) ohne Abzug des Spektrums der Referenzwelle vom Intensitätsspektrum der Interferenz minimal erforderlich ist; dieser Faktor beträgt bis zu  $\frac{1}{4} q \sqrt{\eta' n_0} = \frac{1}{4} \sqrt{\eta' n_{sp}(G-1)}$  an der Stelle  $\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{\eta' n_0}$ . Verglichen mit der Dynamik des Detektors, die nach Gl.(60) bei Abzug des Objektwellenspektrums erforderlich ist, steigt sie noch stärker, und zwar um den Faktor  $\frac{1}{4} \sqrt{5} \sqrt{\sigma \eta n_0}$ ; dieser beträgt  $\frac{1}{4} \sqrt{5} q \approx \frac{1}{9} (\delta v T)^{1/4}$  an der Stelle  $\sigma = \frac{1}{2} q \eta n_0 = \frac{1}{2} \eta' n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}$  und  $\frac{1}{4} \sqrt{5} (\eta' n_0)^{1/4}$  an der Stelle  $\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{\eta' n_0}$ .

Für  $\sigma \gg \frac{1}{2}\sqrt{\eta' n_0}$  ist die minimal erforderliche Kapazität durch Gl.(49) gegeben; sie steigt im Gegensatz zum Specklerauschen nicht wesentlich weiter mit zunehmender relativer Intensität  $\sigma$  der Objektwelle an. Daher sinkt für  $\sigma \gg \frac{1}{2}\sqrt{\eta' n_0}$  die minimal erforderliche Dynamik  $D_D$  des Detektors mit wachsendem  $\sigma$ :

$$D_D \approx \frac{1}{8\sigma} \ll \frac{1}{4} \sqrt{\eta' n_0} . \quad (70)$$

In diesem Bereich von  $\sigma$  ist die erforderliche Dynamik also um den Faktor  $\frac{1}{8} \frac{q}{\sigma} \approx \frac{1}{8\sigma\sqrt{\delta\nu T}} \ll \frac{1}{4} q\sqrt{\eta' n_0} \approx \frac{1}{4} \sqrt{\eta n_{sp}(G-1)}$  größer als die Dynamik, die nach Gl.(45) ohne Abzug des Spektrums der Referenzwelle vom Intensitätsspektrum der Interferenz minimal erforderlich ist. Verglichen mit der Dynamik des Detektors, die nach Gl.(60) bei Abzug des Objektwellenspektrums erforderlich ist, steigt sie um den Faktor  $\frac{1}{8\sigma\sqrt{5\sigma\eta n_0}} \ll \frac{1}{4\sqrt{5}} (\eta' n_0)^{1/4}$ .

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass sich durch Abzug des Spektrums der Referenzwelle vom Intensitätsspektrum der Interferenz die Sensitivität der Messung bei starker Rückstreuung vom Objekt erhöht und sich der Intensitätsbereich der Objektwelle, in dem die Sensitivität durch das Quantenrauschen begrenzt ist, hin zu stärkeren Intensitäten erweitert. In diesem erweiterten Bereich kann durch Abzug des Spektrums der Referenzwelle eine Sensitivität in der gleichen Größenordnung erzielt werden, wie durch Abzug des Spektrums der Objektwelle. Der Vorteil einer zusätzlichen Messung des Spektrums der Referenzwelle gegenüber einer Messung der Objektwelle besteht darin, dass dies ohne wesentlichen Verlust an Photonen, die für die Messung des Intensitätsspektrums der Interferenz zur Verfügung stehen, und damit nach Gl.(63) ohne wesentlichen Verlust an Sensitivität geschehen kann. Wenn die Abweichungen wie im Falle des Schwebungsrauschens einer Diode zeitabhängig sind, muss das Spektrum der Referenzwelle gleichzeitig für jedes einzelne Interferenzspektrum gemessen werden. Für die Messung des Spektrums der Referenzwelle werden aber nur  $\rho N_0$  Photonen benötigt, die am Ausgang der Lichtquelle abgeteilt werden können. Damit reduziert sich die Anzahl der für die Messung der Interferenz zur Verfügung stehenden Photonen lediglich von  $N_0$  auf  $(1-\rho)N_0$ ; diese ist aber ungefähr gleich  $N_0$ , da  $\rho \ll 1$  und ist damit größer, als wenn die Objektwelle zur Messung des Spektrums geteilt wird (s. Seite 99). Sind die Abweichungen des Spektrums von der Einhüllenden zeitunabhängig, kann das Referenzspektrum durch eine einmalige Messung erfasst werden und dann von allen in der Folge gemessenen Interferenzspektren abgezogen werden, so dass für die Messung des Intensitätsspektrums

der Interferenz weder Photonen verloren gehen noch eine zusätzliche Detektionseinrichtung für die Messung des Spektrums der Referenzwelle benötigt wird.

Der Nachteil der Verbesserung der Sensitivität mit Hilfe einer starken Referenzwelle, deren Spektrum zusätzlich gemessen und vom Intensitätsspektrum der Interferenz abgezogen wird, besteht in der höheren Anforderung an den Detektor, und zwar sowohl bezüglich seiner Kapazität (s. Gl.(67)) als auch bezüglich seiner Dynamik (s. Gl.(69) und Gl.(70)). Diese erhöhten Anforderungen bestehen sowohl gegenüber einer Messung von lediglich dem Intensitätsspektrum der Interferenz als auch in noch stärkerem Masse gegenüber einer Messung der Differenz zwischen den Spektren der Interferenz und der Objektwelle. Während die Bestimmung dieser Differenz also nicht nur zur Erhöhung der Sensitivität, sondern auch zur Entlastung des Detektors dienen kann und daher auch bei schwachen Objektwellen sinnvoll ist, bei denen das Intensitätsspektrum der Interferenz alleine bereits eine durch das Quantenrauschen begrenzte Sensitivität liefert, bringt die Differenz zwischen den Spektren der Interferenz und der Referenzwelle lediglich eine Erhöhung der Sensitivität bei starker Objektwelle auf Kosten erhöhter Anforderungen an den Detektor.

Die Auswirkung der Abweichung des Spektrums von der Einhüllenden auf das Rauschen kann vermieden und damit das Signal zu Rauschverhältnis verbessert werden, wenn das Streuvermögen  $\varepsilon(z)$  nicht nach Gl.II(25) sondern nach Gl.II(27) bestimmt wird. Bei der Division des Interferenzspektrums  $p_I(k)$  durch das Referenzspektrum  $p_0(k)$  verschwindet nämlich das mit den spektralen Ripplen verbundene Rauschen vollständig, so dass auch der Modulationsterm der Interferenz im Rauschen von Gl.(61) verschwindet und die Näherung dieser Gleichung auch ohne die Bedingung  $\sigma \ll \frac{1}{2} q^2 \eta' n_0 = \frac{1}{2} \eta' n_{sp}(G-1)$  gilt. Da diese Bedingung aber in der Praxis immer erfüllt ist (s. Erläuterungen bei Gl.(53)), kann im Normalfall entweder die Differenz oder der Quotient der Spektren als Signal verwendet werden; beide liefern hinsichtlich der erzielbaren Sensitivität vergleichbare Ergebnisse.

### IV.3 Signal zu Rauschverhältnis eines Interferenzsignals bei Bewegungsunruhe

Wenn der Gangunterschied zwischen Objekt- und Referenzwelle während der Messung nicht konstant ist, sondern sich durch Bewegung des Objektes relativ zur Messapparatur verändert, dann verkleinert sich das Interferenzsignal und damit das Signal zu Rauschverhältnis. Solche Bewegungsunruhe ist insbesondere bei der Vermessung von biologischen Objekten *in vivo* von Bedeutung, da diese selbst bei Fixierung wegen der Pulsation durch den Blutfluss eine Bewegung haben können, die z.B. am Augenhintergrund eine Amplitude

von mehreren Wellenlängen und eine Geschwindigkeit von ca.  $4 \cdot 10^{-5} m/s$  hat (26). Nimmt man zur Abschätzung der Auswirkung der Bewegungsunruhe zunächst vereinfachend an, dass sich das Objekt relativ zur Messapparatur während der Messzeit  $T$  in Strahlrichtung mit einer konstanten Geschwindigkeit  $\Delta v$  bewegt, dann gilt für den Interferenzterm  $it$ :

$$\begin{aligned} it &= 2\eta n_0 \sqrt{\Delta\sigma\rho} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} dt \cos(\varphi_0 - 2k\Delta v(t-t_0)) \\ &= -2\eta n_0 \sqrt{\Delta\sigma\rho} \frac{\sin(k\Delta v T)}{k\Delta v T} \cos(\varphi_0 - k\Delta v T) \end{aligned} \quad (71)$$

Verglichen mit der Amplitude des Interferenzsignals aus Gl.(20) im statischen Fall verringert sich die Amplitude bei Bewegungsunruhe also um den Betrag eines Faktors  $b$ , der gleich dem Wert der sinc-Funktion von  $k\Delta v T$  ist:

$$b = \frac{\sin(k\Delta v T)}{k\Delta v T} \equiv \text{sinc}(k\Delta v T). \quad (72)$$

Wenn die relative Spektralbreite  $\Delta k/k_0$  sehr viel kleiner als eins ist, dann ist auch die Änderung von  $b$  über die Breite des Spektrums wesentlich kleiner als eins, so dass der Faktor  $b$  näherungsweise gleich seinem Wert an der Stelle  $k_0$  des Zentrums des Spektrums gesetzt werden kann.

Mit dem Messsignal verschlechtert sich bei Bewegungsunruhe auch das Signal zu Rauschverhältnis und damit die Sensitivität der Messung. Ist die Rückstreuung vom Objekt schwach mit  $\sigma' = 2 \sigma q \eta' n_0 \ll 1$  oder bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission mit  $\sigma' = 2 \sigma \eta' n_{sp} (G-1) \sqrt{\delta v T} \ll 1$ , oder wird bei stärkerer Rückstreuung das Spektrum der Objektwelle von dem Intensitätsspektrum der Interferenz abgezogen, dann verschlechtert sich das kleinste zu detektierende Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  aus Gl.(30) durch die Bewegungsunruhe um einen Faktor, der gleich dem Quadrat des Kehrwertes aus Gl.(72) ist:

$$\Delta\sigma_{\min} = \frac{1}{\text{sinc}^2(k_0 \Delta v T)} \frac{1}{\eta' N_0} = \frac{k_0 \Delta v T}{\sin^2(k_0 \Delta v T)} \frac{k_0 \Delta v}{\eta' \frac{dN_0}{dt}} \quad (73)$$

Für den zweiten Teil der Gl.(73) ist angenommen worden, dass die Leistung der Lichtquelle über den Beobachtungszeitraum  $T$  konstant ist, so dass die Anzahl  $N_0$  der emittierten Photonen gleich der Rate  $dN_0/dt$  multipliziert mit der Beobachtungszeit  $T$  ist.

In Abb. 31 ist das kleinste detektierbare Streuvermögen mit und ohne Bewegungsunruhe in Abhängigkeit von der Beobachtungszeit dargestellt. Ohne Bewegungsunruhe ist die Sensitivität nach Gl.(30) proportional zur Anzahl der für die Messung zur Verfügung stehenden Photonen und wird daher mit zunehmender Beobachtungsdauer immer besser. Dagegen hat die Sensitivität mit Bewegungsunruhe bei einer bestimmten Beobachtungszeit  $T_{opt}$  einen Optimalwert. Dieser Optimalwert ergibt sich aus Gl.(73) für die kleinste Beobachtungszeit  $T_{opt}$ , die der transzendenten Gleichung  $2 \cdot k_0 \Delta v T_{opt} = \tan(k_0 \Delta v T_{opt})$  genügt. Daraus folgt:

$$T_{opt} \approx \frac{0,37\pi}{k_0 \Delta v}, \quad (74)$$

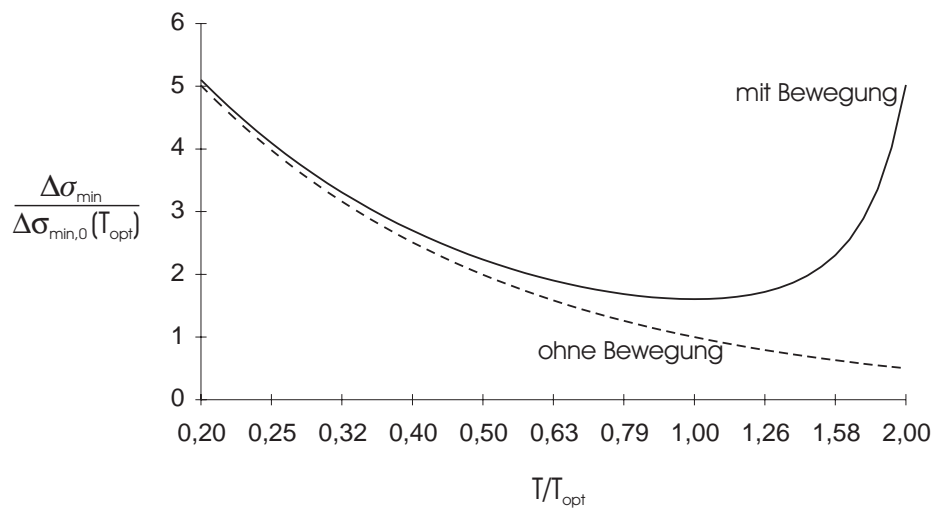


Abb. 31 Das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{min}$  bei geringer Rückstreuung vom Objekt mit und ohne Bewegungsunruhe in Abhängigkeit von der Beobachtungsdauer.

Zeitachse in Einheiten der Beobachtungszeit  $T_{opt}$ , bei der die Sensitivität mit Bewegungsunruhe ihren Optimalwert hat; Zeitachse in logarithmischem Maßstab.

Streuvermögen in Einheiten von  $\Delta\sigma_{min,0}(T_{opt})$  ohne Bewegungsunruhe an der Stelle der Beobachtungszeit  $T_{opt}$ .

so dass für das kleinste detektierbare Streuvermögen an der Stelle  $T_{opt}$  gilt:

$$\Delta\sigma_{\min}(T_{opt}) \approx \frac{1,6}{\eta' N_{0,opt}} \approx \frac{4,3}{\eta' dN_{0}/dt} \frac{2\Delta v}{\lambda_0}. \quad (75)$$

$N_{0,opt}$  ist die Anzahl der nach der Zeit  $T_{opt}$  emittierten Photonen. Die Sensitivität ist also nach dieser Beobachtungszeit um den Faktor 1,6 schlechter als ohne Bewegungsunruhe (vergl. Gl.(30)).

Wird eine Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission verwendet, dann gilt nach Gl.(24) für die Rate der emittierten Photonen:  $dN_{0}/dt = n_{sp}(G-1)\Delta v$ , wobei  $\Delta v = N_D \delta v$  die Frequenzbreite des auf die gesamte Detektorbreite abgebildeten Spektrums ist ( $N_D$ =Anzahl der Pixelelemente des Detektors). Nimmt man für  $\lambda_0 = 830nm$ ,  $\eta' = 0,25$ ,  $n_{sp} = 2$ ,  $G = 10^3$  und  $\Delta v = 10^{13}Hz$  entsprechend  $\Delta\lambda = 23nm$  an, dann folgt für  $\Delta\sigma_{\min}(T_{opt}) \approx 2 \cdot 10^{-9} \frac{\Delta v}{m/s}$ . Im o.g. Beispiel der Pulsation des Augenhintergrundes mit  $\Delta v = 4 \cdot 10^{-5} m/s$  ergibt sich damit eine optimale Beobachtungszeit von  $T_{opt} \approx 0,37\pi/k_0\Delta v \approx 4ms$  und ein minimal detektierbares Streuvermögen von  $\Delta\sigma_{\min} \approx 8 \cdot 10^{-14}$ . Da bei *in vivo*-Messungen neben der Pulsation bei unvollständiger Fixierung des Messobjektes weitere Quellen von Bewegungsunruhe zu berücksichtigen sind, muss in solchen Fällen von Geschwindigkeiten ausgegangen werden, die um mehr als eine Größenordnung höher als  $\Delta v = 4 \cdot 10^{-5} m/s$  liegen können, so dass sich die optimale Beobachtungszeit um den entsprechenden Faktor verkürzt und sich die Sensitivität um den entsprechenden Faktor verschlechtert.

Ist die Rückstreuung vom Objekt stark mit  $\sigma' = 2 \sigma q \eta' n_0 \gg 1$  oder bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission mit  $\sigma' = 2 \sigma \eta' n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T} \gg 1$ , und wird das Spektrum der Objektwelle nicht von dem Intensitätsspektrum der Interferenz abgezogen, dann vergrößert sich das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  aus Gl.(40) durch die Bewegungsunruhe um einen Faktor, der gleich dem Quadrat des Kehrwertes aus Gl.(72) ist:

$$\Delta\sigma_{\min} = \frac{1}{\text{sinc}^2(k_0\Delta v T)} \frac{2\sigma q}{N_D} = \frac{(k_0\Delta v T)^{3/2}}{\sin^2(k_0\Delta v T)} \frac{2\sigma}{N_D} \sqrt{\frac{k_0\Delta v}{\delta v}} \quad (76)$$

Für den zweiten Teil der Gl.(76) ist angenommen worden, dass eine Lichtquelle mit induzierter Emission verwendet wird, für die  $q = 1/\sqrt{\delta v T}$  gilt (s. Gl.(23)).



In Abb. 32 ist das kleinste detektierbare Streuvermögen mit und ohne Bewegungsunruhe in Abhängigkeit von der Beobachtungszeit dargestellt. Ohne Bewegungsunruhe ist das kleinste detektierbare Streuvermögen nach Gl.(40) proportional zu  $q$  und damit nach Gl.(23) umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Beobachtungszeit und wird daher mit zunehmender Beobachtungszeit immer besser. Dagegen hat die Sensitivität mit Bewegungsunruhe bei einer bestimmten Beobachtungszeit  $T_{opt}$  einen Optimalwert. Dieser Optimalwert ergibt sich aus Gl.(76) für die kleinste Beobachtungszeit  $T_{opt}$ , die der transzendenten Gleichung  $2 \cdot k_0 \Delta v T_{opt} = \tan(k_0 \Delta v T_{opt})$  genügt. Daraus folgt:

$$T_{opt} \approx \frac{0,27\pi}{k_0 \Delta v}, \quad (77)$$

so dass für das kleinste detektierbare Streuvermögen an der Stelle  $T_{opt}$  gilt:

$$\Delta\sigma_{min} \approx 1,28 \frac{2\sigma q_{opt}}{N_D} \approx 1,39 \frac{2\sigma}{N_D} \sqrt{\frac{k_0 \Delta v}{\delta v}}. \quad (78)$$

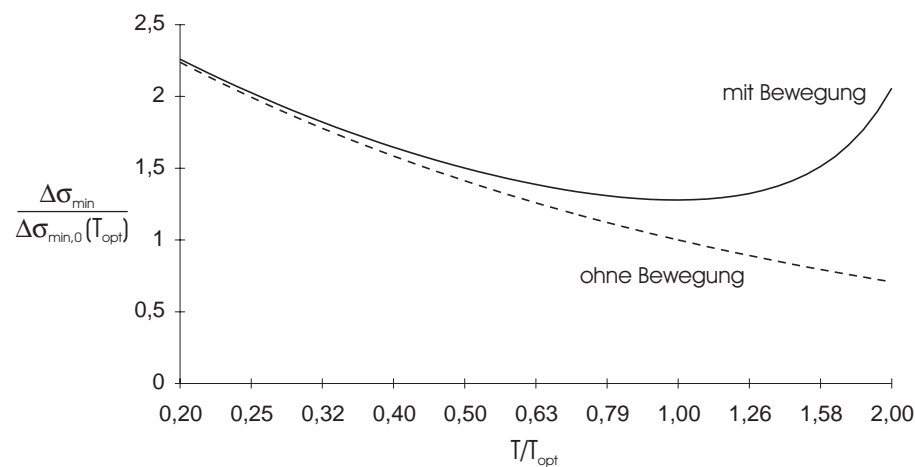


Abb. 32 Die kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{min}$  bei starker Rückstreuung vom Objekt mit und ohne Bewegungsunruhe in Abhängigkeit von der Beobachtungsdauer.

Zeitachse in Einheiten der Beobachtungszeit  $T_{opt}$ , bei der die Sensitivität mit Bewegungsunruhe ihren Optimalwert hat; Zeitachse im logarithmischen Maßstab.

Streuvermögen in Einheiten von  $\Delta\sigma_{min,o}(T_{opt})$  ohne Bewegungsunruhe an der Stelle der Beobachtungszeit  $T_{opt}$ .

$q_{opt} = 1/\sqrt{\delta v T_{opt}}$  ist der lokale Kontrast, der die Abweichung des Spektrums von der Einhüllenden durch Schwebungsrauschen nach der Zeit  $T_{opt}$  beschreibt. Die Sensitivität ist nach dieser Beobachtungszeit also um den Faktor 1,28 schlechter als ohne Bewegungsunruhe (vergl. Gl.(40)). Die optimale Beobachtungszeit  $T_{opt}$  verkürzt sich bei starker Rückstreuung vom Objekt auf etwa  $\frac{3}{4}$  des Wertes bei schwacher Rückstreuung (vergl. Gl.(74) und Gl.(77)).

Nimmt man  $\lambda_0 = 830nm$ ,  $N_D = 10^3$ , und  $\delta v = 10^{10}Hz$  entsprechend  $\delta\lambda = \Delta\lambda/N_D = 0,023nm$  an, dann folgt aus Gl.(78) für  $\Delta\sigma_{min}(T_{opt}) \approx 7,6 \cdot 10^{-5} \sigma \sqrt{\frac{\Delta v}{m/s}}$ . Im o.g. Beispiel der Pulsation des Augenhintergrundes mit  $\Delta v = 4 \cdot 10^{-5} m/s$  ergibt sich damit eine optimale Beobachtungszeit von  $T_{opt} \approx 0,27\pi/k_0\Delta v \approx 2,8ms$  und ein minimal detektierbares Streuvermögen von  $\Delta\sigma_{min} \approx 4,8 \cdot 10^{-7} \sigma$ . Bei starker Rückstreuung vom Objekt ist die Abhängigkeit der Sensitivität von der Geschwindigkeit nur schwach, da diese nur mit der Wurzel eingeht. Sind die Geschwindigkeiten bei *in vivo*-Messungen auf Grund unvollständiger Fixierung des Messobjektes wesentlich höher als  $\Delta v = 4 \cdot 10^{-5} m/s$ , so ist die optimale Beobachtungszeit zwar um den entsprechenden Faktor verkürzt, das minimal detektierbare Streuvermögen aber nur um die Wurzel dieses Faktor erhöht.

In der Praxis kann die tatsächliche Beobachtungszeit von der optimalen Zeit gemäß Gl.(74) bzw. Gl.(77) abweichen, beispielsweise weil die Geschwindigkeit der Bewegungsunruhe nicht bekannt ist, die Kapazität fwc des Detektors für die optimale Beobachtungszeit nicht ausreicht oder beispielsweise zur Beobachtung mit Videofrequenz eine kürzere Messzeit gewünscht wird. Für schwache Rückstreuungen vom Objekt folgt aus Gl.(73), dass sich die Sensitivität um weniger als den Faktor 2 verschlechtert, wenn die Beobachtungszeit zwischen dem 0,3- und 1,8-fachen der optimalen Beobachtungszeit gemäß Gl.(74) beträgt (s. auch Abb. 31). Für starke Rückstreuungen vom Objekt folgt aus Gl.(76) ein entsprechender Beobachtungszeitraum von dem 0,15- bis 2,2-fachen der optimalen Beobachtungszeit aus Gl.(77) (s. auch Abb. 32). Bei schwacher Rückstreuung vom Objekt ist die Sensitivität besser, aber auch stärker von der Beobachtungszeit abhängig, als bei starker Rückstreuung. Bei Überschreitung der optimalen Beobachtungszeit steigt das minimal detektierbare Streuvermögen stark an, so dass die Sensitivität sehr schlecht wird; wegen der Winkelfunktion im Nenner von Gl.(73) bzw. Gl.(76) oszilliert die Funktion zwar für weiter steigende Beobachtungszeit, die nachfolgenden relativen Minima wachsen aber immer weiter an. Außerdem steigt mit der Beobachtungszeit auch die relative Genauigkeit, mit der die Beobachtungszeit bekannt sein muss, damit die Sensitivität nur um einen

vorgegebenen Faktor von dem Wert am relativen Minimum abweicht. In der Praxis ist daher nur das erste und gleichzeitig absolute Minimum von Gl.(73) bzw. Gl.(76) von Bedeutung. Um sicher zu gehen, dass die Stelle dieses Minimums nicht überschritten wird, muss man eine obere Abschätzung der Geschwindigkeit vornehmen und daraus nach Gl.(74) bzw. Gl.(77) eine Beobachtungszeit bestimmen, die kleiner oder gleich der tatsächlichen optimalen Beobachtungszeit ist.

Die eingangs für die Abschätzung des Einflusses der Bewegungsunruhe vorausgesetzte Konstanz der Geschwindigkeit  $\Delta v$  während der Messzeit  $T_{opt}$  ist gegeben, wenn die auftretenden Beschleunigungen wesentlich kleiner als  $\Delta v/T_{opt} = 2\Delta v^2/0,37 \lambda_0$  bzw.  $2\Delta v^2/0,27 \lambda_0$  sind. Im Beispiel der Pulsation durch den Blutfluss ist dieser Grenzwert mit  $\Delta v = 4 \cdot 10^{-5} m/s$  und  $\lambda_0 = 830 nm$  ca.  $10^{-2} m/s^2$ , während die auftretenden Beschleunigungen mit ca.  $8 \cdot 10^{-5} m/s^2$  wesentlich kleiner sind (26) und damit die Konstanz der Geschwindigkeit während der Messzeit also erfüllt ist. Da der Grenzwert mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst, ist die Annahme einer konstanten Geschwindigkeit bei höheren Geschwindigkeiten noch für wesentlich größere Beschleunigungen sinnvoll.

Ist die Annahme nicht erfüllt, sondern variiert die Geschwindigkeit während der Messzeit stark, dann bleiben die o.g. Schlussfolgerungen für die optimale Messzeit und die Sensitivität trotzdem richtig, sofern die Bewegungsamplitude in der Größenordnung oder größer als die halbe Wellenlänge ist und für  $\Delta v$  die mittlere Geschwindigkeit verwendet wird. Ist die Bewegungsamplitude jedoch kleiner als die halbe Wellenlänge, dann verschlechtert sich lediglich die Sensitivität: bei schwacher Rückstreuung vom Objekt steigt das kleinste detektierbare Streuvermögen gemäß Gl.(73), wobei für  $\Delta v T$  die Bewegungsamplitude einzusetzen ist; die Proportionalität zum Kehrwert der Anzahl  $N_0$  der emittierten Photonen, bei konstanter Leistung also zum Kehrwert der Beobachtungszeit  $T$ , bleibt dagegen erhalten, so dass die Sensitivität mit zunehmender Beobachtungszeit immer besser wird. Bei starker Rückstreuung vom Objekt steigt das kleinste detektierbare Streuvermögen gemäß Gl.(76), wobei für  $\Delta v T$  wiederum die Bewegungsamplitude einzusetzen ist und die Proportionalität zu  $q$ , bei Verwendung einer Lichtquelle mit vorwiegend induzierter Emission also zum Kehrwert der Wurzel aus der Beobachtungszeit  $T$ , bleibt dagegen erhalten, so dass die Sensitivität auch in diesem Fall mit zunehmender Beobachtungszeit immer besser wird.

Die Beobachtungszeit ist nach oben aber durch die endliche Kapazität  $f_{wc}$  der Detektoren begrenzt (s. Gl.(36) und Gl.(43)). Nimmt man an, dass die Bewegungsamplitude größer

als die halbe Wellenlänge ist, so dass es nach Gl.(74) bzw. Gl.(77) eine optimale Beobachtungszeit  $T_{opt}$  gibt, dann gilt für den Wert  $1/q^2$  aus Gl.(36) und Gl.(43) an der Stelle  $T_{opt}$ :

$$\frac{1}{q_{opt}^2} = \delta v T_{opt} \approx 0,2 \frac{\delta v \lambda_0}{v} \approx 4 \cdot 10^7, \quad (79)$$

wobei das Zahlenbeispiel im letzten Teil der Gleichung wiederum für  $\lambda_0 = 830nm$ ,  $\delta v = 10^{10}Hz$  entsprechend  $\delta \lambda = \Delta \lambda_{ND} = 0,023nm$  und  $v = 4 \cdot 10^{-5}m/s$  berechnet ist.

Für schwache Rückstreuungen vom Objekt mit  $\sigma' = 2 \sigma q \eta' n_0 \ll 1$  bzw. bei Verwendung einer Lichtquelle mit überwiegend induzierter Emission mit  $\sigma' = 2 \sigma \eta' n_{sp} (G-1) \sqrt{\delta v T} \ll 1$  muss die Kapazität fwc eines Pixels des Detektors gemäß Gl.(36) also höchstens gleich dem Wert aus Gl.(79) sein und kann bei Wahl einer schwachen Referenzwelle auch niedriger liegen. Für stärkere Rückstreuungen vom Objekt muss jedoch nach Gl.(43) die Kapazität fwc größer als der Wert aus Gl.(79) sein, damit über die optimale Beobachtungszeit  $T_{opt}$  beobachtet werden kann.

Mit  $T_{opt}$  aus Gl.(74) bzw. Gl.(77) folgt für die obere Abschätzung des Messfehlers, der durch die Bewegungsunruhe entsteht,  $\Delta v T_{opt} < \lambda_0$ . Da dieser Messfehler wesentlich kleiner als die durch halbe Kohärenzlänge gegebene Ortsauflösung der Messmethode ist, führt die Bewegungsunruhe also zu keiner wesentlichen Verschlechterung der Messgenauigkeit, sofern überhaupt eine Messung mit ausreichender Sensitivität möglich ist.

#### IV.4 Signal zu Rauschverhältnis bei der optischen Kohärenztomographie (OCT)

Bei der optischen Kohärenztomographie wird wie bei der Spektaltomographie das Objekt mit einer nur räumlich aber nicht zeitlich kohärenten Lichtquelle beleuchtet und das zurückgestreute Licht mit Referenzlicht überlagert. Im Unterschied zur Spektaltomographie wird aber die Weglänge des Referenzarmes variiert, d.h. die Phase  $2kz_0$  der Referenzwelle ist nicht wie bei der Spektaltomographie konstant gleich Null, sondern zeitabhängig. Außerdem wird das interferierende Licht zur Detektion nicht spektral zerlegt, sondern es wird die Leistung des gesamten Spektrums mit nur einem Photodetektor detektiert. Die Leistung  $p_I(k)$  des interferierenden Lichtes pro Wellenvektorintervall  $dk$  ergibt sich aus Gl.II(23). Daraus folgt die Anzahl  $N$  der Photonen des gesamten Spektrums durch Integration:

$$N = N_0 \left( \rho + \sigma + 2 \sqrt{\sigma\rho} \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{\varepsilon}(z) g(2(z_0-z)) \cos(2k_0(z_0-z) + \varphi(z_0-z)) \right); \quad (80)$$

hierbei ist im betrachteten Spektralbereich  $\rho^{I(k)}/k$  durch  $\rho^{I(k)}/k_0$  angenähert worden; der zweite Term  $\sigma$  ergibt sich mit Hilfe von Gl.II(10), Gl.II(14) und Gl.II(15) und der dritte Term mit Hilfe von Gl.II(20).  $N_0$  ist die Anzahl der während der Beobachtungszeit  $T$  von der Lichtquelle in die gesamte Breite  $\Delta\nu_0$  des Spektrums emittierten Photonen.

Wenn der Gangunterschied zwischen der an der Stelle  $z$  zurückgestreuten Objektwelle und der an der Stelle  $z_0$  reflektierten Referenzwelle wesentlich kleiner als die halbe Kohärenzlänge  $l_c$  des Lichtes ist, d.h. wenn  $2(z_0-z) \ll 2\pi/\Delta k_0 = l_c$ , dann ist das Integral über  $z$  im letzten Term von Gl.(80) näherungsweise  $\varepsilon(z) \cos(2k_0(z_0-z)+\varphi)$ , also periodisch in  $z_0-z$  mit der Frequenz  $k_0/\pi$  bzw. der Periode  $\lambda_0/2$ , wobei  $k_0$  bzw.  $\lambda_0$  die Stelle des Zentrums des Spektrums bezeichnen. Ist dagegen  $2(z_0-z) \gg 2\pi/\Delta k_0 = l_c$ , dann verschwindet der letzte Term in Gl.(80) und die Anzahl  $N$  der Photonen ist unabhängig von  $z-z_0$ . Diese Tatsache macht man sich in der optischen Kohärenztomographie zu Nutze, indem die optische Weglänge der Referenzwelle durch Verschiebung der Stelle  $z_0$  der Reflexion mit der Geschwindigkeit  $v_0$  verändert wird: die Überlagerung der Referenzwelle mit der an der Stelle  $z$  vom Objekt zurückgestreuten Welle führt dann durch Interferenz zu einem mit der Dopplerfrequenz  $k_0 v_0/\pi$  oszillierenden Intensitätssignal, wenn der Betrag des Gangunterschiedes  $2(z_0-z)$  kleiner als die Kohärenzlänge  $l_c$  ist. Bei Kenntnis der Position  $z_0$  des Referenzpunktes kann daher durch Detektion des Wechselsignals der Ort der Streuung bis auf die halbe Kohärenzlänge  $l_c/2$  genau bestimmt werden.

Ein Vergleich zeigt, dass die Amplitude des zeitabhängigen Terms identisch mit der Amplitude von Gl.II(18) ist, wobei die Ortskoordinate  $z$  in Gl.II(18) der zeitabhängigen Koordinate  $z_0$  in Gl.(80) korrespondiert. Die Amplitude des zeitabhängigen Terms bei der Kohärenztomographie liefert also bezüglich der räumlichen Verteilung des Streuvermögens identische Ergebnisse wie die Fouriertransformation des Interferenzterms bei Spektrotomographie.

Die Anzahl  $b$  der Photonen, die im zeitlichen Mittel zum Signal beitragen, ist gleich der Amplitude des letzten Terms von Gl.(80). Mit Gl.II(37) folgt für die Anzahl  $b$ , die während der Dauer  $t$  des Wechselsignals, also während  $t = l_c/2v_0$  zum Signal beitragen:

$$b(z_0) \approx 2 \frac{N_0}{T} t \sqrt{\rho} |\hat{\epsilon}_g(z) * \gamma(2z)| = 2 \frac{N_0}{T} t \sqrt{\Delta\sigma(z_0) \rho} . \quad (81)$$

Die Dopplerfrequenz  $\nu_D$  des Signals beträgt:

$$\nu_D = 2\nu_0 \frac{k_0}{2\pi} = \frac{2\nu_0}{\lambda_0} \quad (82)$$

und für seine Bandbreite  $\Delta\nu_D$  folgt:

$$\Delta\nu_D = 2\nu_0 \frac{\Delta k_0}{2\pi} + 2\Delta\nu \frac{k_0}{2\pi} \equiv \Delta\nu_k + \Delta\nu_v ; \quad (83)$$

$\Delta\nu$  ist die mittlere Abweichung der Geschwindigkeit von der gleichförmigen Geschwindigkeit  $\nu_0$ .

Ist die mittlere Abweichung  $\Delta\nu$  der Geschwindigkeit klein mit  $\Delta\nu \ll \nu_0 \Delta k_0/k_0$ , dann ist die aus der Bewegungsunruhe resultierende Bandbreite  $\Delta\nu_v$  klein verglichen mit der aus der spektralen Breite der Lichtquelle resultierenden Bandbreite  $\Delta\nu_k$  des Dopplersignals. Beispielsweise bedeutet dies bei einer Wellenlänge von  $\lambda_0 = 830nm$  und einer Spektralbreite von  $\Delta\lambda = 20nm$ , dass die Abweichung  $\Delta\nu$  relativ zu der gleichförmigen Geschwindigkeit  $\nu_0$  deutlich weniger als 2,5% betragen muss. Im Folgenden wird zunächst angenommen, dass diese Voraussetzung erfüllt ist, so dass  $\Delta\nu_D \approx \Delta\nu_k$  und damit die Bandbreite  $\Delta\nu_D$  des Dopplersignals proportional zur Spektralbreite  $\Delta k_0$  bzw.  $\Delta\nu_0$  des Lichtes ist:

$$\Delta\nu_D = \Delta\nu_k = 2\nu_0 \frac{\Delta k_0}{2\pi} = \frac{2\nu_0}{c} \Delta\nu_0 \quad (84)$$

Wird das Signal mit einer Photodiode detektiert und dieser ein elektronisches Filter nachgeschaltet, so muss dessen Mittenfrequenz  $\nu_F$  also gleich der Dopplerfrequenz  $\nu_D$  gewählt werden; die Bandbreite  $\Delta\nu_F$  des Filters bestimmt die für das Signal wirksame spektrale Breite  $\Delta\nu$  der Lichtquelle:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2\nu_0} \Delta\nu_F \quad \text{für } \Delta\nu_F < \Delta\nu_k \quad (85)$$

bzw.

$$\Delta\nu = \frac{c}{2\nu_0} \Delta\nu_k = \Delta\nu_0 \text{ für } \Delta\nu_F > \Delta\nu_k . \quad (86)$$

Die wirksame spektrale Breite  $\Delta\nu$  der Lichtquelle bestimmt die Kohärenzlänge  $l_c$  und damit die Dauer  $t$  des Signals:

$$t = \frac{l_c}{2\nu_0} = \frac{c}{2\nu_0} \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu_F} \text{ für } \Delta\nu_F < \Delta\nu_k \quad (87)$$

bzw.

$$t = \frac{l_c}{2\nu_0} = \frac{c}{2\nu_0} \frac{1}{\Delta\nu_0} = \frac{1}{\Delta\nu_k} \text{ für } \Delta\nu_F > \Delta\nu_k . \quad (88)$$

Für das Signal  $b$ , ausgedrückt als Anzahl von Photoelektronen, folgt damit aus Gl.(81):

$$b = 2\eta \frac{N_0}{\Delta\nu_0 T} \Delta\nu t \sqrt{\Delta\sigma\rho} = 2\eta \frac{N_0}{\Delta\nu_0 T} \frac{c}{2\nu_0} \sqrt{\Delta\sigma\rho} . \quad (89)$$

$\eta$  ist die Quanteneffizienz der Photodiode, d.h. die Anzahl der Ladungsträger pro einfallendem Photon und  $N_0$  ist die Anzahl der während der gesamten Messzeit  $T$  für einen Tiefenscan über die gesamte spektrale Breite  $\Delta\nu_0$  der Lichtquelle emittierten Photonen.

Das Signal  $b$ , ausgedrückt als Anzahl von Photoelektronen, ist also unabhängig von der Wahl der Bandbreite  $\Delta\nu_F$  des Filters.

Das Rauschen setzt sich bei der optischen Kohärenztomographie aus dem Quanten- und dem Schwebungsrauschen zusammen; dagegen fehlt der bei der Spektrotomographie aus der Varianz der Speckleintensität resultierende Rauschterm (vergl. Gl.(20) bzw. Gl.(25)). Das Fehlen des zur Varianz der Speckleintensität gehörigen Rauschterms rührt daher, dass dieser nicht vom Gangunterschied zwischen Referenz- und Objektwelle abhängt und er deshalb bei Veränderung dieses Gangunterschiedes zeitinvariant ist und somit dem Wechsellichtsignal kein Störsignal überlagert.

Nach Gl.(13) und Gl.(14) ergibt sich damit für das Rauschen während einer Periode  $1/\nu_F$  der Filterfrequenz:

$$R = \sqrt{(\sigma+\rho)(1+\eta)\eta^{N_0/\Delta v_0 T} \Delta v_0/\Delta v_F + [(\sigma+\rho)\eta n_{sp}(G-1)]^2 \Delta v_0/\Delta v_F} . \quad (90)$$

Soll die Bandbreite des Filters  $\Delta v_F$  betragen, dann muss mindestens über den Zeitraum  $1/\Delta v_F$  beobachtet werden. Das Rauschen nach diesem Zeitraum ergibt sich aus der Wurzel der Summe von  $v_F/\Delta v_F$  quadrierten Rauschbeiträgen gemäß Gl.(90):

$$R = \sqrt{(\sigma+\rho)(1+\eta)\eta^{N_0/\Delta v_0 T} \Delta v_0/\Delta v_F + [(\sigma+\rho)\eta n_{sp}(G-1)]^2 \Delta v_0/\Delta v_F} . \quad (91)$$

Ist die Beobachtungszeit  $t$  größer als  $1/\Delta v_F$ , dann summiert sich das Rauschen über die  $t \Delta v_F$  Beiträge aus Gl.(91) linear auf:

$$R = \sqrt{[(\sigma+\rho)(1+\eta)\eta^{N_0/\Delta v_0 T} + [(\sigma+\rho)\eta n_{sp}(G-1)]^2] \Delta v_0 \Delta v_F t} \quad (92)$$

Während das Signal nach Gl.(81) unabhängig von der Bandbreite  $\Delta v_F$  des Filters ist, hat das Rauschen bei  $\Delta v_F = \Delta v_k$  ein absolutes Minimum; bei kleineren Bandbreiten steigt das Rauschen wegen der Verlängerung der Beobachtungszeit (s. Gl.(87)), bei größeren Bandbreiten steigt das Rauschen wegen der Verbreiterung des Filters bei nach Gl.(88) gleich bleibender Beobachtungszeit.

Für das Signal zu Rauschverhältnis folgt unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Beobachtungsdauer  $t$  von der Bandbreite des Filters gemäß Gl.(87) bzw. Gl.(88):

$$s/N = \frac{2\sqrt{\eta^{N_0/\Delta v_0 T} \rho/2v_0 \Delta \sigma}}{\sqrt{1+\sigma/\rho+(\rho+2\sigma+\sigma^2/\rho)\eta' n_{sp}(G-1)}} \sqrt{\frac{\Delta v_F}{\Delta v_k}} \quad \text{für } \Delta v_F < \Delta v_k \quad (93)$$

bzw.

$$s/N = \frac{2\sqrt{\eta^{N_0/\Delta v_0 T} \rho/2v_0 \Delta \sigma}}{\sqrt{1+\sigma/\rho+(\rho+2\sigma+\sigma^2/\rho)\eta' n_{sp}(G-1)}} \sqrt{\frac{\Delta v_k}{\Delta v_F}} \quad \text{für } \Delta v_F > \Delta v_k \quad (94)$$

Das Signal zu Rauschverhältnis ist maximal, wenn die Bandbreite  $\Delta v_F$  des Filters gleich der Bandbreite  $\Delta v_k$  des Dopplersignals gewählt wird:

$$s/N = \frac{2\sqrt{\eta^{N_0/\Delta v_0 T} \rho/2v_0 \Delta \sigma}}{\sqrt{1+\sigma/\rho+(\rho+2\sigma+\sigma^2/\rho)\eta' n_{sp}(G-1)}} \quad \text{mit } \Delta v_F = \Delta v_k \quad (95)$$



Da die räumliche Auflösung

$$\Delta z = v_0 t = \frac{v_0}{\Delta v_F} \quad \text{für } \Delta v_F < \Delta v_k \quad (96)$$

bzw.

$$\Delta z_0 = v_0 t = \frac{v_0}{\Delta v_k} \quad \text{für } \Delta v_F > \Delta v_k \quad (97)$$

für  $\Delta v_F > \Delta v_k$  ihren optimalen Wert  $\Delta z_0 = v_0/\Delta v_k$  annimmt, wird die Bandbreite  $\Delta v_F$  des Filters zur Optimierung von sowohl Signal zu Rauschverhältnis als auch räumlicher Auflösung in der Praxis gleich der Bandbreite  $\Delta v_k$  des Dopplersignals gewählt (75).

Das Signal zu Rauschverhältnis ist in Abhängigkeit von der relativen Intensität  $\rho$  der Referenzwelle maximal, wenn

$$\rho = \sqrt{\frac{\sigma}{\eta' n_{sp}(G-1)} + \sigma^2} \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\eta' n_{sp}(G-1)}} \quad (98)$$

ist, wobei für die Näherung  $\sigma \ll 1/\eta' n_{sp}(G-1)$  angenommen ist, was in allen praktisch relevanten Fällen für Superlumineszenzdioden mit  $G < 10^3$  erfüllt ist (s. Anmerkung zu Gl.(53)). Damit lässt sich das Signal zu Rauschverhältnis aus Gl.(95) wie folgt annähern:

$$S/N \approx 2\sqrt{\Delta\sigma\eta' N_0/\Delta v_0 T c/2v_0}, \quad (99)$$

so dass für das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  folgt:

$$\Delta\sigma_{\min} = \frac{\Delta v_0 T}{\eta' N_0} \frac{2v_0}{c} = \frac{1}{\eta' n_{sp}(G-1)} \frac{2v_0}{c} = \frac{\Delta v_k}{\eta' dN_0/dt} = \frac{1}{\eta' N_0} \frac{L}{\Delta z_0}. \quad (100)$$

Ein Vergleich von Gl.(100) mit Gl.(30) zeigt, dass die Sensitivität bei der optischen Spektrotomographie bei schwacher Rückstreuung vom Objekt mit  $\sigma \ll 1/2q\eta'n_0 = 1/2\eta'n_{sp}(G-1)\sqrt{\delta v T}$  um das Verhältnis von Messtiefe  $L$  zur Auflösungsgrenze  $\Delta z_0$  besser ist. Wird bei der Spektrotomographie vom Intensitätsspektrum der Interferenz das Spektrum der Objektwelle abgezogen, gilt dies auch bei stärkerer Rückstreuung vom Objekt (vergl. Gl.(55)).

Die Messtiefe  $L$  ergibt sich bei der Spektrotomographie gemäß Gl.II(41) aus der spektralen Breite  $\delta v = \Delta v / N_D$ , mit der das Spektrum der Breite  $\Delta v$  durch die  $N_D$  Pixel des Detektors aufgelöst wird; unter Berücksichtigung des Nyquist-Theorems und der Annahme, dass im reflektierten Licht beobachtet wird und daher alle Strecken zweimal durchlaufen werden, folgt  $\delta v = c/4L$ , so dass  $L/\Delta z_0 = N_D/2 \Delta v_0/\Delta v$  ist (vergl. Gl.II(43)). Da der Kontrast aber wegen der Modulationsübertragungsfunktion von Spektrometern mit steigender Ortsfrequenz sinkt, muss zur Ermittlung der bei der Spektrotomographie erreichbaren Messtiefe  $L$  eine effektive Pixelanzahl  $N_{D,eff}$  verwendet werden, die in der Regel etwa halb so groß ist, wie die tatsächliche Pixelanzahl  $N_D$  (s. Gl.II(48)). Soll die Messtiefe vergrößert werden, muss die Anzahl der Pixel erhöht werden; ist diese vorgegeben, so ist eine Vergrößerung der Messtiefe nur möglich, indem man den Ausschnitt  $\Delta v$ , der von der gesamten Breite  $\Delta v_0$  des Spektrums auf den Detektor abgebildet wird, verkleinert. Dadurch verschlechtert sich allerdings die räumliche Auflösung auf  $\Delta z = c/2\Delta v$ , während sie bei der Kohärenztomographie unabhängig von der Messtiefe  $L$  mit  $\Delta z_0 = c/2\Delta v_0$  gleich bleibt.

Das Verhältnis der Sensitivität bei der Kohärenztomographie zu der bei der Spektrotomographie ist aber unabhängig von der Breite  $\Delta v$  des Spektrums, die auf den Detektor abgebildet wird. In Gl.(30) bzw. Gl.(55) ist nämlich  $N_0$  durch  $N_0 \Delta v / \Delta v_0$  zu ersetzen, wenn nur der Teil  $\Delta v$  der gesamten Breite  $\Delta v_0$  zur Messung verwendet wird (s. Anmerkung zu Gl.(20)). Mit Gl.(100) folgt, dass die Sensitivität bei der Spektrotomographie um die halbe effektive Pixelanzahl  $N_{D,eff}/2$  des Detektors besser als bei der Kohärenztomographie ist:

$$\frac{\Delta \sigma_{min,OCT}}{\Delta \sigma_{min,OST}} = \frac{1}{\eta' N_0} \frac{L}{\Delta z_0} \frac{\eta' N_0 \Delta v}{\Delta v_0} = \frac{N_{D,eff}}{2} \quad (101)$$

Der Grund für die höhere Messempfindlichkeit ist die Tatsache, dass bei der optischen Spektrotomographie die Streuung von jeder Schicht während der gesamten Messzeit  $T$  zum Signal beiträgt, während dies bei der optischen Kohärenztomographie nur während der Zeit  $t = \Delta z_0 / L T$  der Fall ist.

Ist der gleichförmigen Geschwindigkeit  $v_0$ , mit der der Gangunterschied zwischen Objekt- und Referenzwelle verändert wird, beispielsweise durch ungleichförmige Bewegung des Spiegels, an dem die Referenzwelle reflektiert wird, oder durch Unruhe des Messobjektes eine ungleichförmige Geschwindigkeit überlagert, deren Amplitude  $\Delta v$  nicht wie für Gl.(84) vorausgesetzt klein mit  $\Delta v \ll v_0 \Delta k_0 / k_0$  ist, dann führt dies nach Gl.(83) zu einer Verbreiterung des Frequenzspektrums  $\Delta v_D$  des Dopplersignals verglichen mit der Band-

breite  $\Delta v_k$  des ungestörten Dopplersignals aus Gl.(84). Die Anzahl der durch das Wech-selsignal ausgelösten Photoelektronen bleibt gleich der aus Gl.(81), wenn die Bandbreite  $\Delta v_F$  des elektronischen Filters größer als die Bandbreite  $\Delta v_D$  des Dopplersignals ist, andernfalls reduziert es sich um das Verhältnis  $\Delta v_F/\Delta v_D$ . Daraus folgt mit Gl.(92) und Gl.(87) bzw. Gl.(88) für das Signal zu Rauschverhältnis:

$$S/N = \frac{2\sqrt{\eta'N_0/\Delta v_0 T} \cdot c/2v_0 \Delta\sigma}{\sqrt{1+\sigma/\rho+(\rho+2\sigma+\sigma^2/\rho)\eta'n_{sp}(G-1)}} \cdot \frac{\sqrt{\Delta v_F \Delta v_k}}{\Delta v_D} \quad \text{für } \Delta v_F < \Delta v_D \quad (102)$$

bzw.

$$S/N = \frac{2\sqrt{\eta'N_0/\Delta v_0 T} \cdot c/2v_0 \Delta\sigma}{\sqrt{1+\sigma/\rho+(\rho+2\sigma+\sigma^2/\rho)\eta'n_{sp}(G-1)}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta v_k}{\Delta v_F}} \quad \text{für } \Delta v_F > \Delta v_D . \quad (103)$$

Das Signal zu Rauschverhältnis ist maximal, wenn die Bandbreite  $\Delta v_F$  des Filters gleich der Bandbreite  $\Delta v_D$  des Dopplersignals gewählt wird:

$$S/N = \frac{2\sqrt{\eta'N_0/\Delta v_0 T} \cdot c/2v_0 \Delta\sigma}{\sqrt{1+\sigma/\rho+(\rho+2\sigma+\sigma^2/\rho)\eta'n_{sp}(G-1)}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta v_k}{\Delta v_D}} \quad \text{mit } \Delta v_F = \Delta v_D \quad (104)$$

Durch die Bewegungsunruhe ist das Signal zu Rauschverhältnis also gegenüber dem aus Gl.(94) für den ungestörten Fall um den Faktor  $\sqrt{\Delta v_k/\Delta v_D}$  verschlechtert. Daraus folgt eine Verschlechterung der Sensitivität aus Gl.(100) um das Verhältnis  $\Delta v_D/\Delta v_k$ :

$$\Delta\sigma_{\min} = \frac{1}{\eta'n_{sp}(G-1)} \cdot \frac{2v_0}{c} \cdot \frac{\Delta v_D}{\Delta v_k} = \frac{\Delta v_D}{\eta'dN_0/dt} . \quad (105)$$

Bei vorgegebener Messtiefe L ist die Sensitivität von der Messzeit  $T = L/v_0$  abhängig. Für kurze Messzeiten T mit  $T \ll L\Delta k_0/k_0\Delta v$  ist nach Gl.(83)  $\Delta v_D \approx \Delta v_k$  und die Sensitivität daher durch Gl.(100) gegeben; bei konstanter Emission  $dN_0/dt$  ist sie proportional zur Messzeit T, d.h. die Sensitivität verbessert sich mit zunehmender Messzeit. Wenn T sehr viel größer als  $L\Delta k_0/k_0\Delta v$  ist, ist nach Gl.(83)  $\Delta v_D \approx \Delta v_v$  und die Sensitivität nähert sich gemäß Gl.(105) asymptotisch ihrem bestmöglichen Wert:

$$\Delta\sigma_{\min} (T \rightarrow \infty) = \frac{1}{\eta'dN_0/dt} \cdot \frac{2\Delta v}{\lambda_0} . \quad (106)$$

In Abb. 33 ist das kleinste detektierbare Streuvermögen nach Gl.(105) in Abhängigkeit von der Beobachtungszeit dargestellt. Dabei ist das kleinste detektierbare Streuvermögen auf den Optimalwert bei der Spektrotomographie nach Gl.(75)  $\Delta\sigma_{min,OST}(T_{opt})$  normiert, der nach der Beobachtungszeit  $T_{opt}$  aus Gl.(74) erreicht wird; die Zeitachse ist in Einheiten dieser Beobachtungszeit  $T_{opt}$  dargestellt. Für das Verhältnis von Messtiefe  $L$  zu räumlicher Auflösung  $\Delta z_0$  ist  $L/\Delta z_0 = 256$  angenommen worden, was einer effektiven Pixelanzahl  $N_{D,eff} = 512$  bzw. mit  $N_{D,eff} = N_D/2$  nach Gl.II(48) einer tatsächlichen Pixelanzahl  $N_D = 1024$  bei der Spektrotomographie entspricht.

Zum Vergleich ist in Abb. 34 das kleinste detektierbare Streuvermögen bei der Spektrotomographie nach Gl.(73) dargestellt, wobei für beide Achsen die gleichen Normierungen wie in Abb. 33 verwendet worden sind (Abb. 34 entspricht Abb. 31 mit dem Unterschied, dass dort auf das kleinste detektierbare Streuvermögen ohne Bewegungsunruhe an der

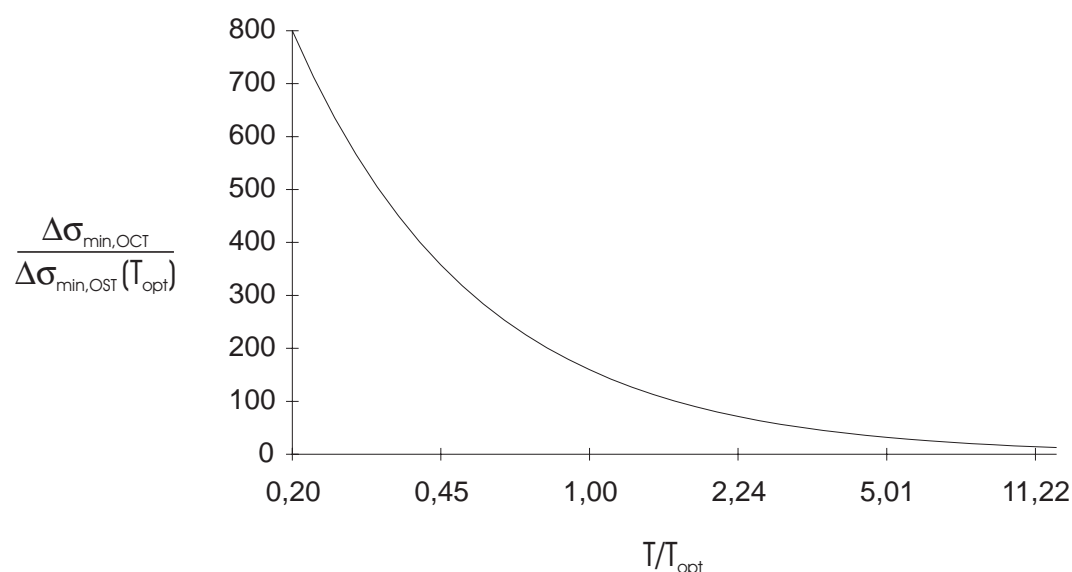


Abb. 33 *Das kleinste detektierbare Streuvermögen bei der Kohärenztomographie in Abhängigkeit von der Beobachtungsdauer.*

*Zeitachse in Einheiten der Beobachtungszeit  $T_{opt}$ , bei der die Sensitivität bei der Spektrotomographie ihren Optimalwert hat; Zeitachse im logarithmischen Maßstab.*

*Streuvermögen in Einheiten des Minimums  $\Delta\sigma_{min,OST}(T_{opt})$  bei der Spektrotomographie*

Stelle  $T_{opt}$  normiert worden ist). Bei dem Vergleich der beiden Abbildungen ist zu beachten, dass der Maßstab beider Achsen unterschiedlich ist. Weiterhin ist zu beachten, dass für die Sensitivität bei der Spektrotomographie nach Gl.(73) die Annahme schwacher Rückstreuung vom Objekt mit  $\sigma \ll \frac{1}{2} q \eta' n_0 = \frac{1}{2} \eta' n_{sp} (G-1) \sqrt{\delta v T}$  vorausgesetzt ist; wird vom Intensitätsspektrum der Interferenz das Spektrum der Objektwelle abgezogen, gilt Gl.(73) auch bei stärkerer Rückstreuung vom Objekt.

Da  $T_{opt}$  aus Gl.(74) ungefähr um den Faktor  $0,37 \Delta z_0 / L = 0,74 / N_{D,eff}$  ( $L$ : Messtiefe,  $\Delta z_0 = \pi / \Delta k_0$ : räumliche Auflösung) kleiner ist als  $L \Delta k_0 / k_0 \Delta v$ , ist die Sensitivität bei der Kohärenztomographie für Beobachtungszeiten in der Größenordnung von oder kleiner als  $T_{opt}$  durch Gl.(100) gegeben. Ein Vergleich von Gl.(73) mit Gl.(100) zeigt, dass für  $T \ll T_{opt}$  die Sensitivität bei der Kohärenztomographie um den Faktor  $L / \Delta z_0 = N_{D,eff} / 2$  schlechter ist als bei der Spektrotomographie; an der Stelle  $T = T_{opt}$  beträgt dieser Faktor noch  $0,62 L / \Delta z_0 = 0,31 N_{D,eff}$ . Um die gleiche Sensitivität wie die nach Gl.(75)) an der Stelle  $T_{opt}$  des Optimalwertes bei der Spektrotomographie zu erreichen, muss mit der Kohärenztomographie um den Faktor  $0,81 L / \Delta z_0 = 0,4 N_{D,eff}$  länger beobachtet werden. Mit noch

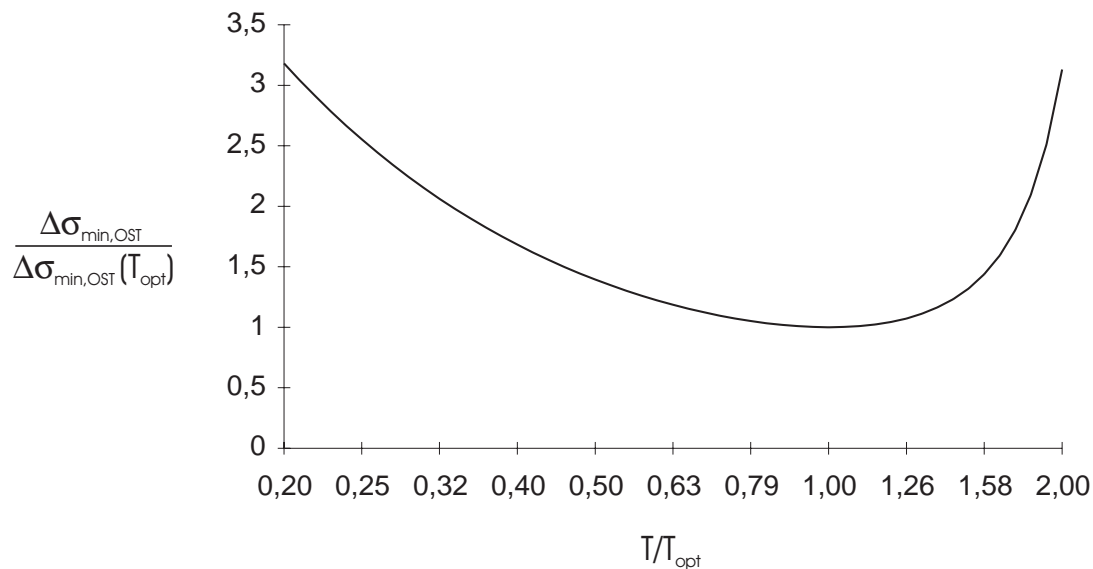


Abb. 34 Das kleinste detektierbare Streuvermögen bei der Spektrotomographie in Abhängigkeit von der Beobachtungsdauer.

Zeitachse in Einheiten der Beobachtungszeit  $T_{opt}$ , bei der die Sensitivität ihren Optimalwert hat; Zeitachse im logarithmischen Maßstab.

Streuvermögen in Einheiten des Optimalwertes  $\Delta\sigma_{min,OST}(T_{opt})$ .

längeren Beobachtungszeiten nähert sich die Sensitivität der Kohärenztomographie ihrem Optimalwert nach Gl.(106), der um den Faktor  $1/1,38\pi \approx 0,23$  besser als bei der Spektraltomographie ist (vergl. Gl.(75)); die dafür benötigte Beobachtungszeit ist aber um deutlich mehr als der Faktor  $2,7 \sqrt{L/\Delta z_0} = 1,35 N_{D,eff}$  größer als  $T_{opt}$  aus Gl.(74).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass unter gleichen Messbedingungen und ohne Bewegungsunruhe tomographische Messungen mit der Spektraltomographie eine um etwa das Verhältnis Messtiefe zu Messauflösung höhere Sensitivität haben als Messungen mit der Kohärenztomographie. Durch Verlängerung der Messzeit kann die Sensitivität bei beiden Messmethoden erhöht werden. Während bei der Spektraltomographie die Länge der Messzeit aber durch die Kapazität  $f_{wc}$  des Detektors begrenzt ist (s. Gl.(36) bzw. Gl.(43)), ist die Sättigung der in der Kohärenztomographie verwendeten Photodioden nicht von der Expositionszeit abhängig. Daher kann mit der Kohärenztomographie durch Messzeiten, die um mehr als das Verhältnis Messtiefe zu Messauflösung länger sind als diejenige Expositionszeit, bei der bei der Spektraltomographie die Kapazität  $f_{wc}$  der CCD-Pixel überschritten wird, prinzipiell eine höhere Sensitivität erreicht werden als mit der Spektraltomographie.

Auch mit Bewegungsunruhe sind bei gleicher Breite der Geschwindigkeitsverteilung mit der Kohärenztomographie längere Messzeiten möglich. Wenn diese längeren Messzeiten zur Verfügung stehen, kann mit der Kohärenztomographie eine Sensitivität in der gleichen Größenordnung erreicht werden, wie mit der Spektraltomographie bei der kürzeren Messzeit  $T_{opt}$  aus Gl.(74). Wenn aber die zur Verfügung stehende Messzeit vorgegeben ist und diese in der Größenordnung oder kleiner als die optimale Zeit  $T_{opt}$  aus Gl.(74) bzw. die durch die Kapazität  $f_{wc}$  des Detektors begrenzte Messzeit nach Gl.(36) ist, dann haben mit der Spektraltomographie durchgeführte Messungen eine um das Verhältnis Messtiefe zu Messauflösung höhere Sensitivität als Messungen mit der Kohärenztomographie.

Die Kohärenztomographie eignet sich also insbesondere für die empfindliche Vermessung von ruhenden oder sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegenden Objekten, für die die Dauer der Messung nicht von Bedeutung ist. Stehen jedoch nur kurze Messzeiten zur Verfügung, weil beispielsweise ein optischer Schnitt in Videofrequenz erstellt werden soll, kann mit der Spektraltomographie eine abhängig von der Bewegungsunruhe um bis zu dem Verhältnis Messtiefe zu Messauflösung höhere Sensitivität erreicht werden.

Der Messfehler, der durch die Bewegungsunruhe relativ zur räumlichen Auflösung  $\Delta z_0 = \lambda_0^2 / 2\Delta\lambda_0$  entsteht, ist unter der Annahme einer über die Beobachtungszeit  $T$  konstanten Geschwindigkeit  $\Delta v$  der Bewegungsunruhe durch  $\Delta v T^2 \Delta\lambda_0 / \lambda_0^2$  gegeben. Die Annahme einer konstanten Geschwindigkeit  $\Delta v$  während eines Zeitraums  $t$  ist näherungsweise erfüllt, wenn die auftretenden Beschleunigungen wesentlich kleiner als  $\Delta v / t$  sind. Während der Dauer  $t$  des Signals von einem Streuer (s. Gl.(87) bzw. Gl.(88)) ist  $\Delta v / t = 2\Delta v^2 / \lambda_0$ ; in üblichen Fällen sind die auftretenden Beschleunigungen wesentlich kleiner als  $2\Delta v^2 / \lambda_0$  (s. Seite 111). Dagegen ist die Geschwindigkeit  $\Delta v$  der Bewegungsunruhe während der Messzeit  $T$  für die gesamte Messtiefe  $L$  in der Regel nicht konstant, da üblicherweise auftretende Beschleunigungen in der Größenordnung von  $\Delta v / T = \Delta z_0 / L \cdot 2\Delta v^2 / \lambda_0$  liegen können. Daher liefert der unter der Annahme einer konstanten Geschwindigkeit  $\Delta v$  berechnete Messfehler  $\Delta v T^2 \Delta\lambda_0 / \lambda_0^2$  eine obere Abschätzung des Messfehlers, der relativ zur räumlichen Auflösung  $\Delta z_0 = \lambda_0^2 / 2\Delta\lambda_0$  durch eine Bewegungsunruhe mit einer mittleren Geschwindigkeitsamplitude von  $\Delta v$  entsteht.

Für kurze Messzeiten  $T$  kleiner oder in der Größenordnung von  $L \Delta\lambda_0 / k_0 \Delta v$  folgt für diesen Messfehler ein Wert von ca.  $L / \Delta z_0 \cdot \Delta\lambda_0 / \lambda_0$ ; ist das Verhältnis von Messtiefe zur räumlichen Auflösung  $L / \Delta z_0$  größer als die relative Spektralbreite  $\Delta\lambda_0 / \lambda_0$ , kann die Bewegungsunruhe also zu einer verschlechterten Messgenauigkeit führen. Ist die Beobachtungszeit  $T$  lang mit  $T \gg L \Delta\lambda_0 / k_0 \Delta v$ , so verschlechtert sich die Messgenauigkeit noch wesentlich mehr; die mit langer Beobachtungszeit zu erzielende erhöhte Sensitivität geht also mit einer Verschlechterung der räumlichen Auflösung einher.

#### IV.5 Sicherheitsrichtlinien

Wird biologisches Material *in vivo* untersucht, so ist zur Vermeidung von biologischen Schäden die maximal erlaubte Lichtleistung durch Sicherheitsrichtlinien begrenzt (5). Die Grenzwerte sind am niedrigsten, wenn Augen einer Strahlung ausgesetzt werden (72, 73). Wird die Strahlung wie im Falle der tomographischen Untersuchung des Augenhintergrundes auf die Retina fokussiert, so sind die Grenzwerte für *intrabeam viewing* anzuwenden. Diese sind als Bestrahlungsstärke  $H_{\max}$  angegeben, wobei die Richtlinien davon ausgehen, dass eine geweitete Pupille (Durchmesser  $d_p = 0,7\text{cm}$ , Fläche  $A_p = 0,38\text{cm}^2$ ) vollständig ausgeleuchtet ist und die Strahlung auf den Augenhintergrund fokussiert wird. Da bei der tomographischen Untersuchung der Strahldurchmesser im Allgemeinen kleiner als der

Pupillendurchmesser ist, muss zur sinngemäßen Anwendung der Sicherheitsrichtlinien die in das Auge fallenden Lichtleistung auf  $P_{\max} = H_{\max} \cdot A_p$  begrenzt werden.

Für  $P_{\max}$  ergibt sich aus den Sicherheitsrichtlinien für den Spektralbereich von  $\lambda = 700 \text{ nm}$  bis  $\lambda = 1050 \text{ nm}$  und für Pulse zwischen  $T = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ s}$  und  $T = 10 \text{ s}$  :

$$P_{\max} = \frac{1,8 C_A A_p}{(T/s)^{0,25}} \frac{mW}{cm^2} = \frac{0,68 C_A}{(T/s)^{0,25}} mW ; \quad (107)$$

$C_A = 10^{2(\lambda/\mu m - 0,7)}$  ist eine Korrekturfaktor.

An der Stelle  $\lambda = 850 \text{ nm}$  hat  $C_A$  bspw. den Wert 2, so dass an dieser Stelle für Gl.(107) näherungsweise folgt:

$$P_{\max} \approx \frac{1,37}{(T/s)^{0,25}} mW ; \quad (108)$$

Nach Gl.(108) liegt die maximal erlaubte Leistung  $P_{\max}$  zwischen 21 mW für Pulse mit der Dauer  $T = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ s}$  und 0,77 mW für  $T = 10 \text{ s}$ . Für Beleuchtungen länger als  $T = 10 \text{ s}$  gilt der Grenzwert an der Stelle  $T = 10 \text{ s}$ .

Für wiederholte Pulse ist der Grenzwert aus Gl.(107) mit dem Korrekturfaktor  $C_p = n^{-0,25}$  zu multiplizieren, wobei  $n = t/T$  die Anzahl der Pulse ist ( $t$ : gesamte Beobachtungsdauer für die  $n$  Pulse,  $\delta t$ : Pulswiederholzeit). Daraus folgt für die maximal erlaubte Leistung während eines Pulses:

$$P_{\max} = \frac{0,68 C_A}{(n T/s)^{0,25}} mW , \quad (109)$$

d.h. der Grenzwert wiederholter Pulse ist gleich dem Grenzwert eines einzelnen Pulses, dessen Dauer gleich der Summe der Pulslängen der wiederholten Pulse ist.

Für ein einzelnes Videobild mit der Dauer  $\tau = 20 \text{ ms}$  folgt mit dem Wert aus Gl.(108) und unter der Annahme kontinuierlicher Beleuchtung ein Grenzwert von 3,6 mW; bei nicht kontinuierlicher Beleuchtung mit einem Tastverhältnis kleiner als 1 steigt der Grenzwert,



bei dem Tastverhältnis 0,1 beispielsweise um den Faktor  $0,1^{-0,25} = 1,78$ . Werden Videobilder über einen längeren Zeitraum aufgenommen, so sinkt die erlaubte Pulsleistung und nähert sich dem Grenzwert für kontinuierliche Bestrahlung von  $0,77 \text{ mW}$  an.

Aus  $P_{\max}$  folgt die Anzahl  $N_0$  der für die Messung eines Tiefenscans zur Verfügung stehenden Photonen:

$$N_0 = \frac{P_{\max} T A^2}{h\nu} \cdot \frac{1}{4}; \quad (110)$$

in Gl.(110) ist durch den Faktor  $A^2/4$  berücksichtigt, dass nur in den Raumwinkel des Objektivs mit der Apertur  $A$  zurückgestreutes Licht zur Messung beiträgt (s. Erläuterung zu Gl.II(61)).

Mit Gl.(109) folgt:

$$N_0 = \frac{0,17 C_A A^2 (T/s)^{0,75}}{n^{0,25} h\nu} \text{ mJ} \quad (111)$$

Damit beträgt  $N_0$  an der Stelle  $\lambda_0 = 830 \text{ nm}$ :

$$N_0 = 1,43 \frac{(T/s)^{0,75}}{n^{0,25}} A^2 \cdot 10^{15} \approx \frac{(T/s)^{0,75}}{n^{0,25}} \cdot 10^{12}; \quad (112)$$

für die Näherung in Gl.(112) ist für die Apertur  $A$  das Mittel zwischen den Werten  $A = 0,01$  (s. Gl.III(17)) und  $A = 0,04$  (s. Erläuterung zu Gl.III(17)) angenommen worden.

Einen unteren Grenzwert für die Anzahl  $N_0$  der für die Messung bei kontinuierlicher Beobachtung zur Verfügung stehenden Photonen erhält man, wenn man den Grenzwert der Richtlinien für kontinuierliche und ununterbrochenen Beleuchtung zu Grunde legt:

$$P_{\max} \gtrsim C_A A_p \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2} = 0,38 C_A \text{ mW} \quad (113)$$

Mit Gl.(110) folgt an der Stelle  $\lambda_0 = 830 \text{ nm}$ :

$$N_0 \gtrsim 3,2 T_s \cdot 10^{12}. \quad (114)$$

Bei durch Quantenrauschen begrenztem Signal zu Rauschverhältnis folgt nach Gl.(30) für das kleinste detektierbare Streuvermögen unter der Annahme einer Quanteneffizienz von  $\eta = 0,5$ :

$$\Delta\sigma_{\min} \lesssim \frac{1}{\eta' N_0} \approx \frac{10^{-12}}{T_s} \quad (115)$$

d.h. das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  beträgt  $\lesssim 10^{-12} s/T$  des Streuvermögens eines idealen Streuers mit dem Streuvermögen 1.

## V Messungen

### V.1 Sensitivität bei starker Rückstreuung vom Objekt und deren Abhängigkeit von der Stärke der Referenzwelle

Nach Gl.IV(28) bzw. Abb. 29 ist die Abhängigkeit der Sensitivität von der Stärke der Referenzwelle nur dann wesentlich, wenn die Rückstreuung vom Objekt stark, d.h. wenn  $\sigma' \gg 1$  bzw.  $\sigma \gg 1/2q\eta'n_0$  ist. Um die Abhängigkeit der Sensitivität  $\Delta\sigma_{\min}$  von der Wahl der Referenzwelle zu überprüfen, muss zunächst sicher gestellt werden, dass die Kapazität  $f_{wc}$  des Detektors bei der stärksten Referenzwelle, bis zu der die Abhängigkeit gemessen werden soll, nicht überschritten wird. Bei der für die Sensitivität optimalen Stärke  $\rho_{opt}$  der Referenzwelle ist die erforderliche Kapazität des Detektors nach Gl.IV(43) sehr viel größer als  $\delta vT$ .

Die Messung wird durchgeführt bei einer zentralen Wellenlänge von  $\lambda_0 = 817,2nm$ . Die spektrale Breite (FWHM) von  $\Delta\lambda = 19,6nm$  wird auf etwa 300 der insgesamt 755 Pixel des Detektors abgebildet. Daraus folgt eine spektrale Breite pro Pixel von  $\delta v = 2,93 \cdot 10^{10} Hz$ . Der in der Apparatur vorhandene Laserdiodentreiber erlaubt minimale Pulszeiten  $T$  von  $4 \cdot 10^{-6} s$ , so dass  $f_{wc} \gg 1,17 \cdot 10^5$  folgt. Da die Kapazität des vorhandenen CCD-Detektors jedoch nur  $8 \cdot 10^4$  (22) beträgt, kann bei starker Rückstreuung vom Objekt mit dem gegebenen Messaufbau weder die optimale Sensitivität noch deren Abhängigkeit von der Stärke der Referenzwelle überprüft werden.

### V.2 Sensitivität bei schwacher Rückstreuung vom Objekt

Nach Gl.IV(30) ist bei schwacher Rückstreuung vom Objekt mit  $\sigma \ll 1/2q\eta'n_0$  das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  gleich dem Kehrwert der mit der reduzierten Quanteneffizienz  $\eta'$  des Detektors multiplizierten Anzahl  $N_0$  der für die Messung zur Verfügung stehenden Photonen. Daraus folgt, dass es für die Detektion eines Streuers bereits ausreichend ist, wenn von diesem eine solche Anzahl von Photonen auf den Detektor fallen, die auf der gesamten Detektorzeile lediglich zwei Photoelektronen auslösen.

Da das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$  unter der Voraussetzung schwacher Rückstreuung nicht vom gesamten Streuvermögen  $\sigma$  des Objektes abhängt, kann zur experimentellen Überprüfung der Sensitivität eine einzelne Schicht als Objekt verwendet werden; im vorliegende Fall kommt dafür ein Oberflächenspiegel zum Einsatz. Die Anzahl

der von der Objektwelle in einem Pixel ausgelösten Photoelektronen kann aus der Kapazität  $f_{wc}$  eines Pixels bestimmt werden, indem der Messwert des Pixels relativ zu  $f_{wc}$  bestimmt wird. Die Kapazität eines Pixels der im Experiment verwendeten CCD-Detektors beträgt  $f_{wc} = 8 \cdot 10^4$ .

Der Oberflächenspiegel wird zunächst so ausgerichtet, dass die Anzahl der pro Pixel von der Objektwelle ausgelösten Photoelektronen bei einer relativ zum Nennwert der Superlumineszenzdiode von 12 mW starken Leistung von 8 mW im Zentrum des Spektrums während der Dauer  $\tau$  eines Bildwechsels von 16,7ms etwa halb so groß wie die Kapazität  $f_{wc}$  ist. Durch Integration der Messwerte über alle Pixel kann die Anzahl der durch die Objektwelle im gesamten Detektor ausgelösten Photoelektronen mit  $\Delta\sigma\eta N_0 = 2,19 \cdot 10^7$  bestimmt werden.

Anschließend wird durch Verkipfung des Spiegels die Leistung der Objektwelle stark verkleinert; die relative Leistungsänderung wird mit dem Radiometer Photodyne 88XLC (63) gemessen und daraus die zugehörige Anzahl der Photoelektronen mit  $\Delta\sigma\eta N_0 = 1,59 \cdot 10^5$  bestimmt.

Ausgehend von diesem Wert wird die Anzahl der von der Objektwelle ausgelösten Photoelektronen in definierter Weise weiter verkleinert, indem die Belichtungszeit  $T$  durch Pulsen der Diode von dem Wert  $T = 16,7ms$  auf  $T \approx 40\mu s$  verringert wird. Da die elektrische Leistung des Laserdiodentreibers von der Pulsdauer abhängt, wird die Anzahl der Photoelektronen nicht aus der Änderung der Belichtungszeit, sondern aus der mit dem Radiometer gemessenen Änderung der mittleren Leistung bestimmt; daraus ergibt sich  $\Delta\sigma\eta N_0 = 1,92 \cdot 10^2$ .

Der so abgeschwächten und in Einheiten von Photoelektronen quantifizierten Objektwelle wird dann eine Referenzwelle überlagert, deren Stärke der Bedingung zur Detektion des kleinsten detektierbaren Streuvermögens aus Gl.IV(34) genügen muss, d.h.  $\rho\eta'n_0 < \frac{1}{2} \delta\nu T$ . Mit  $\delta\nu = 2,93 \cdot 10^{10} Hz$  (s. Kapitel V.1) und  $T = 40\mu s$  folgt  $\rho\eta'n_0 < 5,87 \cdot 10^5$ ; dies ist immer erfüllt, wenn die Sättigungskapazität der CCD-Kamera  $f_{wc} = 8 \cdot 10^4$  nicht überschritten wird.

Die Stärke der Referenzwelle wird unabhängig von der Ausgangsleistung der Superlumineszenzdiode durch die Veränderung der Größe einer Iris so gewählt, dass die Anzahl der

von dem resultierenden Interferenzspektrum in einem Pixel ausgelösten Photoelektronen etwa ein Drittel der Kapazität  $fwc$ , also etwa  $3 \cdot 10^4$  beträgt. Dieser Teilbereich wird dann mit der zur Verfügung stehenden Tiefe von 10 bit digitalisiert. Damit umfasst ein Digitalisierungsschritt etwa 30 Photoelektronen und ist daher wesentlich kleiner als das Quantenrauschen von  $\sqrt{3 \cdot 10^4} \approx 173$  Photoelektronen.

Das Interferenzspektrum wird durch eine FFT transformiert und das resultierende Signal relativ zum *rms*-Rauschen bestimmt. In Abb. 35 ist eine solche Fouriertransformation für einen Oberflächenspiegel als Objekt dargestellt. Das Signal bei  $z = 0$  ist proportional zur Autokorrelationsfunktion des Spektrums der Referenzwelle und gehört damit nicht zum Objekt (s. Anmerkung zu Gl.II(25)). Das Signal bei  $z = 500\mu\text{m}$  gehört dagegen zum Objekt und markiert die Stelle des Oberflächenspiegels relativ zum Nullpunkt des Interferometers.

Durch Verringerung des Steuerstroms der Superlumineszenzdiode wird die Stärke der Objektwelle weiter verringert, während die Referenzwelle durch Anpassung der Iris etwa konstant gehalten wird. Die zugehörige Anzahl  $\Delta\sigma\eta N_0$ , die von der Objektwelle allein im

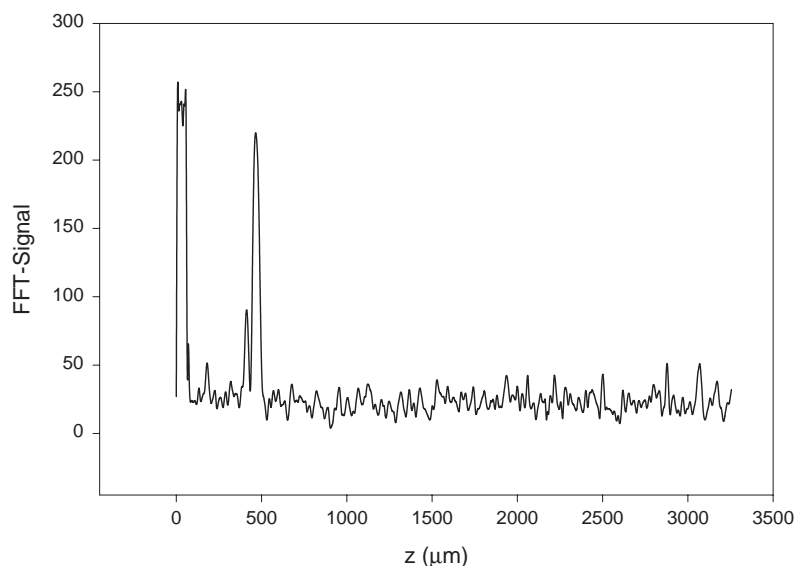


Abb. 35 *Fouriertransformierte eines Interferenzspektrums mit einem verkippten Oberflächenspiegel als Objekt; Messzeit  $T = 40\mu\text{s}$*

CCD-Detektor ausgelöst würden, wird aus der Ausgangsgröße  $1,92 \cdot 10^2$  durch die relative Änderung der Ausgangsleistung der Diode bestimmt.

Für jede Einstellung der Ausgangsleistung der Diode werden 100 Messungen durchgeführt. Aus dem durch die Quadratwurzel der Anzahl der Messungen dividierten Mittelwert ergibt sich daraus das Signal zu Rauschverhältnis einer einzelnen Messung, für das somit auch Werte von kleiner als eins bestimmt werden können.

In Abb. 36 ist das Signal zu Rauschverhältnis in Abhängigkeit von der Anzahl  $\Delta\sigma\eta N_0$  der Photoelektronen dargestellt, die im gesamten CCD-Detektor ausgelöst würden, wenn dieser nur von der Objektwelle allein belichtet würde. Der für das Signal zu Rauschverhältnis als Detektionsschwelle definierte Wert von zwei wird bei ca. 10 Photoelektronen erreicht. Dies liegt in einer ähnlichen Größenordnung wie die nach Gl.IV(30) für die Detektionsschwelle erforderliche Mindestanzahl von Photoelektronen, die mit  $\eta' \approx 1/2$  etwa 2 beträgt. Der Grund dafür, dass das experimentell ermittelte Signal zu Rauschverhältnis gegenüber dem berechneten schlechter ist, könnte zusätzliches Rauschen des Detektors sein, das in Gl.IV(30) nicht berücksichtigt ist.

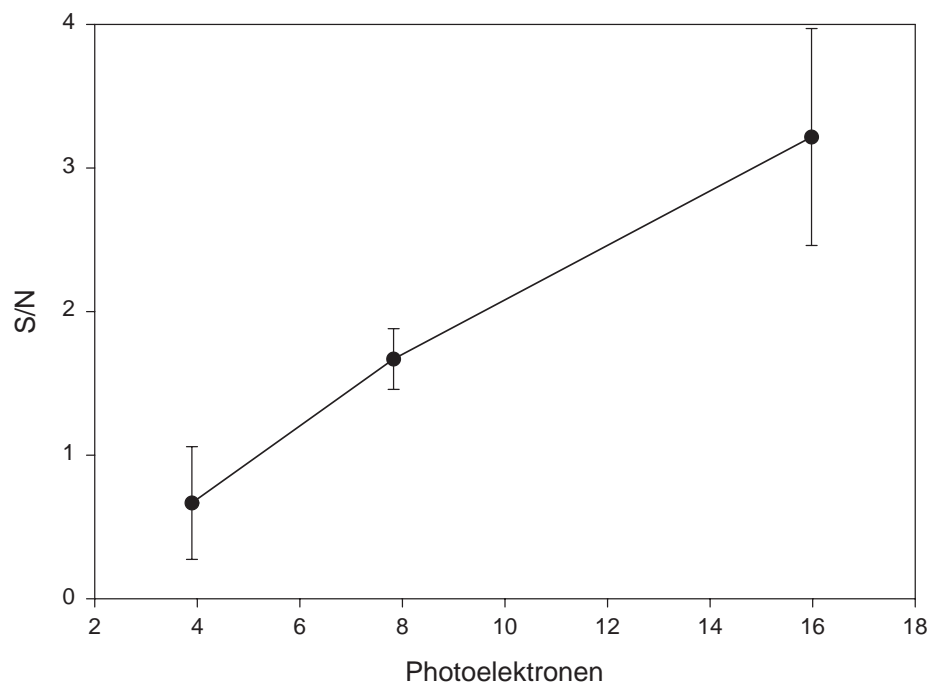


Abb. 36 *Signal zu Rauschverhältnis in Abhängigkeit von der Anzahl  $\Delta\sigma\eta N_0$  der Photoelektronen, die im gesamten CCD-Detektor ausgelöst würden, wenn dieser nur von der Objektwelle belichtet würde*

### V.3 Sensitivität bei Bewegungsruhe

Nach Gl.IV(73) hängt das kleinste detektierbare Streuvermögen  $\Delta\sigma_{\min}$ , mit der ein relativ zur Messapparatur mit der Geschwindigkeit  $\Delta v$  bewegtes Objekt vermessen werden kann, von der Messzeit  $T$  ab. Zur experimentellen Überprüfung dieser Abhängigkeit wird als Objekt ein Oberflächenspiegel verwendet. Dieser wird auf die Membran eines Lautsprechers montiert und so in den Objektstrahlengang gebracht, dass er sich bei Ansteuerung des Lautsprechers in Richtung der optischen Achse bewegt. Der Lautsprecher wird mit einer Sägezahnspannung über einen Funktionengenerator angesteuert und dieser ebenso wie der Laserdiodentreiber durch den Bildwechsel des CCD-Sensors getriggert. Die Periode des Sägezahns wird etwa viermal so groß wie die des Bildwechsels gewählt und nur jedes zweite Halbbild für die Messung ausgewertet. Bei zwei aufeinander folgenden Messungen liegt daher das Messobjekt an unterschiedlichen Orten, deren Abstand aus den Messungen bestimmt werden kann. Da der Zeitunterschied zwischen den beiden Signalen gleich der Dauer von zwei Bildwechseln ist, kann daraus die Geschwindigkeit  $\Delta v$  bestimmt werden; sie ist über die Amplitude der Sägezahnspannung einstellbar.

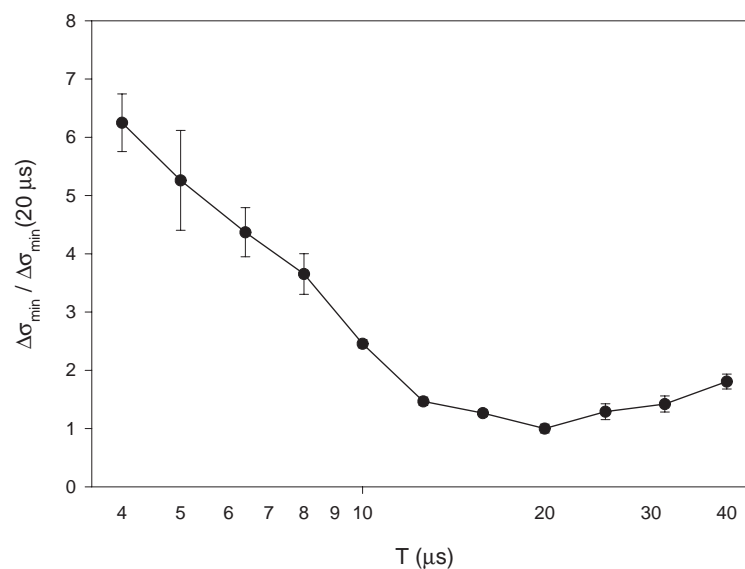


Abb. 37 *Keinstes detektierbares Streuvermögen bei mit der Geschwindigkeit  $\Delta v = 7,57 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$  bewegtem Objekt in Abhängigkeit von der Beobachtungszeit  $T$ . Streuvermögen normiert auf den Wert bei  $T = 20 \mu\text{s}$*

Aus Gl.IV(22) folgt, dass das Streuvermögen  $\Delta\sigma$  proportional zum Quadrat des zugehörigen Signal zu Rauschverhältnisses ist. Daher ist die Sensitivität, also der Kehrwert des kleinsten detektierbaren Streuvermögens, proportional zum Quadrat des zu einem gegebenen Streuvermögens  $\Delta\sigma$  gehörigen Signal zu Rauschverhältnisses. Zur Bestimmung der Abhängigkeit des kleinsten detektierbaren Streuvermögens  $\Delta\sigma_{\min}$  von der Messzeit  $T$  wird daher für das durch den Oberflächenspiegel gegebene Streuvermögen  $\Delta\sigma$  der Kehrwert des Quadrates des Signal zu Rauschverhältnisses in Abhängigkeit von der Dauer des Superlumineszenzdiodenpulses mit und ohne Bewegung des Objektes bestimmt.

Damit die Geschwindigkeit  $\Delta v$  des Objektes bestimmt werden kann, muss dessen Verschiebung  $\Delta z$  innerhalb der zwei Perioden  $2\tau$  des Bildwechsels mindestens in der Größenordnung der Ortsauflösung der Messung sein. Mit der Ortsauflösung aus Gl.II(34) und Gl.II(35) ergibt sich die untere Grenze der nach diesem Verfahren bestimmbaren Geschwindigkeit:  $\Delta v \gtrsim \lambda_0^2 / 4\Delta\lambda\tau$ . Setzt man diese in Gl.IV(74) ein, so folgt die obere Grenze der zugehörigen optimalen Beobachtungszeit:

$$T_{opt} \lesssim 0,37\tau \frac{2\Delta\lambda}{\lambda_0} . \quad (1)$$

Mit  $\tau = 16,7ms$ ,  $\lambda_0 = 817,2nm$  und  $\Delta\lambda = 19,6nm$  ergibt sich  $T_{opt} \lesssim 300\mu s$ . Als Messbereich wird eine Pulsdauer von  $T = 4\mu s$  bis  $T = 40\mu s$  gewählt; um eine zu Abb. 31 analoge Kurve zu messen, wird die zu der optimalen Beobachtungszeit  $T_{opt} = 20\mu s$  gehörige Geschwindigkeit bestimmt. Diese wird durch die Amplitude der Sägezahnspannung eingestellt und ist nach Gl.IV(74) dann erreicht, wenn die Objektverschiebung  $\Delta z$  in der Zeit  $2\tau$  zwischen Messungen etwa  $252\mu m$  beträgt.

In Abb. 37 ist das kleinste detektierbare Streuvermögen bei mit der Geschwindigkeit  $\Delta v = 7,57 \cdot 10^{-3} m/s$  bewegtem Objekt in Abhängigkeit von der Beobachtungszeit  $T$  dargestellt. Ein Vergleich mit Abb. 31 zeigt, dass der Kurvenverlauf der gemessenen Sensitivität bis zur Beobachtungszeit  $T_{opt} = 20\mu s$  wie erwartet verläuft. Für längere Beobachtungszeiten steigt die Kurve aber wesentlich langsamer als berechnet. Der Grund hierfür liegt darin, dass der verwendete Laserdiodentreiber keine konstante, sondern eine über die Pulsdauer abfallende Lichtleistung liefert. Daher ist die Auswirkung langer Pulse auf die Sensitivität geringer als erwartet.



#### V.4 Optische Schnitte durch verschiedene Objekte

Im Folgenden sind optische Schnitte durch verschiedene Objekte graphisch durch Falschfarben dargestellt. Dafür ist der Bereich der Amplituden der Fouriertransformationen aus Gl.II(18) in 16 Stufen eingeteilt worden und jeder Stufe eine Farbe zugeordnet worden. Jeder Ort des Objektes ist dann in der Farbe dargestellt, die der Amplitude der zu diesem Ort gehörigen Fouriertransformation, d.h. mit seinem Streuvermögen, korrespondiert.

In Abb. 38 ist die verwendete Farbpalette dargestellt; die Farben korrespondieren von links nach rechts dem steigendem Streuvermögen.

In Abb. 39 ist die Oberfläche einer Eisenfeile dargestellt. Abbildung 40 zeigt einen optischen Schnitt durch die Wandung einer Kunststoffflasche. Die Messungen sind nicht bezüglich der Abschwächung durch Absorption und Streuung korrigiert (s. Kap. II.3.4.4), daher sind die Signale auf der linken, der Messapparatur zugewandten Seite stärker als die von der Innenseite der Haut. Der Kunststoff ist optisch trüb, d.h. das Signal aus dem Inneren der Haut ist verspeckelt und zeigt keine Struktur (s. Kap. II.3.1.2 und Kap. II.3.3).

Die Abbildungen 41 bis 45 zeigen die Ergebnisse tomographischer Messungen an Schweineaugen *in vitro* (61). Zum Vergleich ist in Abb. 46 die Messung an einem menschlichen Auge *in vivo* nach dem Messprinzip der optischen Kohärenztomographie mit dem OCT-Gerät (II) von der Firma Zeiss-Humphrey, Irvine (CA) dargestellt. In den Abbildungen 45 und 46 erkennt man die Abschattung des hinter dem Gefäß liegenden Gewebes (vergl. Kap. II.3.4.4).

#### V.5 Ausblick

Die in den Abbildungen 39 bis 45 dargestellten Ergebnisse zeigen qualitativ die Tauglichkeit der in dieser Arbeit vorgestellten Messmethode für die optische Tomographie. Eine



$\varepsilon$

Abb. 38 Palette zur Darstellung unterschiedlichen Streuvermögens in Falschfarben. Die Farben korrespondieren von links nach rechts dem steigenden Streuvermögen

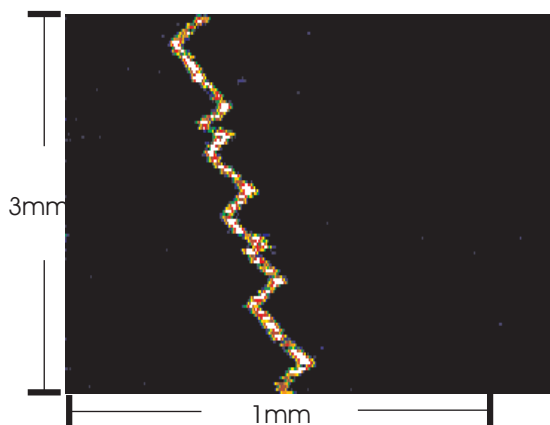


Abb. 39 *Darstellung der Oberfläche einer Metallfeile*

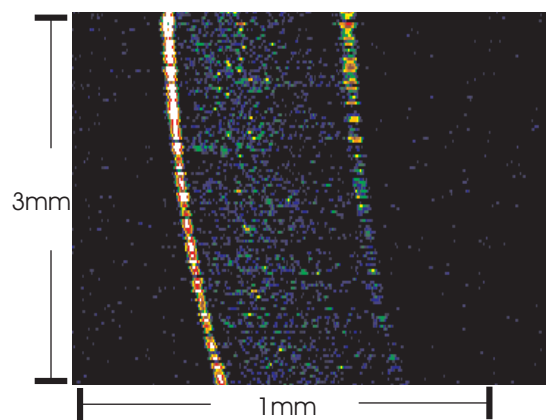


Abb. 40 *Schnitt durch die Wandung einer optisch trüben Kunststoffflasche*

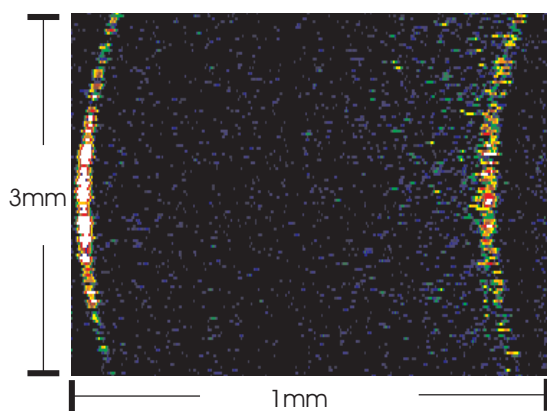


Abb. 41 *Schnitt durch den Eintrittsbereich der Cornea*

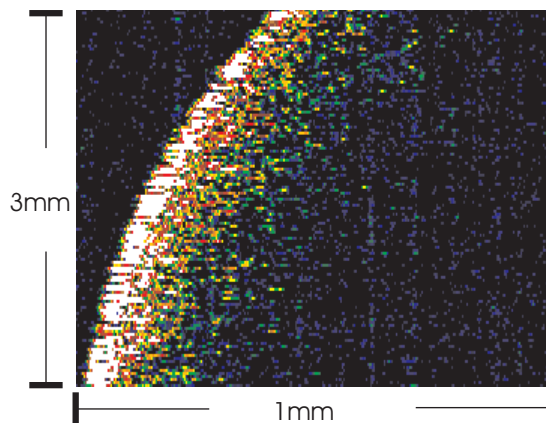


Abb. 42 *Vorderfläche mit Epithel im Randbereich der Cornea*

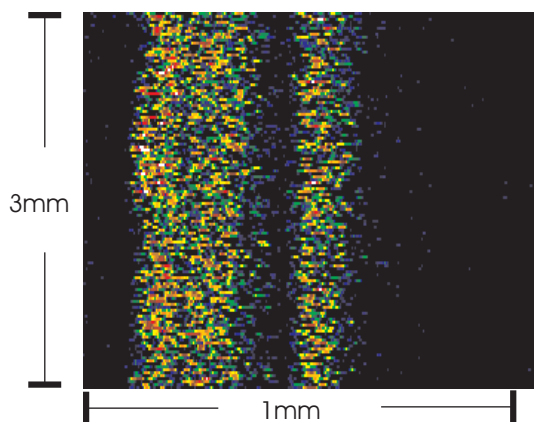


Abb. 43 *Schnitt durch den Fundus. Die linke Seite ist dem Licht zugewandt*

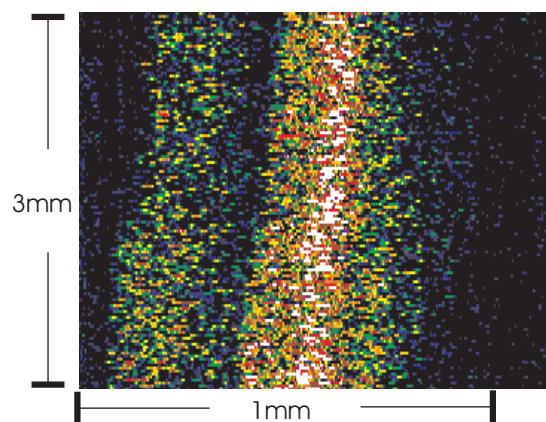


Abb. 44 *Wie Abb. 43, jedoch mit starkem Signal vom RPE (weiß)*

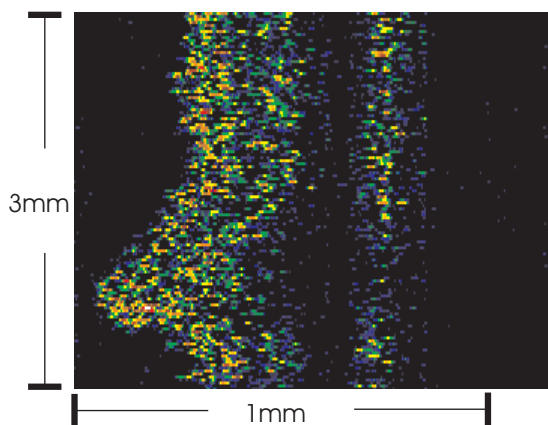


Abb. 45 Augenhintergrund mit Gefäß

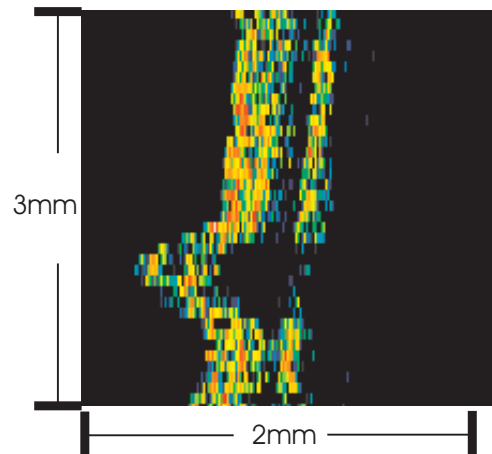


Abb. 46 Augenhintergrund mit Gefäß, gemessen in vivo am menschlichen Auge mit dem OCT

rigorose experimentelle Verifikation der Ergebnisse und ihr Vergleich mit denen der OCT ist nicht Thema dieser Arbeit und bleibt nachfolgenden Studien vorbehalten.

Der wesentliche Vorteil der Spektrotomographie gegenüber der etablierten OCT ist neben der einfacheren Apparatur die geringere Messzeit, die für das Erreichen einer vorgegebenen Sensitivität benötigt wird. Aus Gl.IV(101) folgt, dass das Verhältnis der Messzeit der OCT zu der der Spektrotomographie gleich der halben Anzahl der spektralen Kanäle des Spektrometers ist und damit in der Praxis zwei bis drei Größenordnungen betragen kann. Mit der Spektrotomographie werden daher Messungen von optischen Schnitten in Videofrequenz möglich.

Um Messungen in Videofrequenz durchführen zu können, muss die Lichtquelle mit der Frequenz  $\nu_{v/A}$  gepulst werden ( $\nu_v$ : Videofrequenz,  $A$ : Apertur des Messobjektivs, vergl. Gl.III(18)). In der Praxis liegt die Pulsfrequenz daher etwa bei  $5\text{ kHz}$  und die Pulsdauer unter der Annahme eines Tastverhältnisses von 0,1 etwa bei  $20\mu\text{s}$  (vergl. Gl.III(19)). Das Auslesen des Detektors, die anschließende Fouriertransformation und die Aufbereitung der Daten muss dementsprechend ebenfalls mit  $5\text{ kHz}$  erfolgen. Das Auswahlkriterium für den Detektor ist daher hohe Auslesefrequenz bei geringem Ausleserauschen. Eine Kühlung des Detektors ist dagegen nicht erforderlich, da er durch geeignete Wahl der Referenzwelle nahe seiner Kapazitätsgrenze betrieben werden kann und das Rauschen des Dunkelstroms daher unwesentlich ist (Gl.IV(35) ff).

## VI Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren zur optischen Tomographie untersucht, das auf dem Zusammenhang zwischen der räumlichen Verteilung des Streuvermögens eines Objektes und der Wellenlängenabhängigkeit der Feldamplitude einer an dem Objekt gestreuten Welle basiert. Die räumliche Verteilung des Streuvermögens und die Wellenzahlabhängigkeit der komplexen Amplitude der gestreuten Welle relativ zu der einfallenden Welle sind durch Fouriertransformation zueinander konjugiert. Das Spektrum des Realteils der relativen komplexen Amplitude kann aus dem Modulationsterm der Interferenz zwischen gestreuter und einfallender Welle bestimmt werden.

Die Analyse dieses tomographischen Verfahrens zeigt, dass die axiale räumliche Auflösungsgrenze umgekehrt proportional zur Spektralbreite und gleich der halben Kohärenzlänge des Messlichtes ist. Bei ausreichend großer Schärfentiefe des Fokus des Messstrahls ist die maximal mögliche Messtiefe durch die spektrale Auflösung der Messung des Spektrums gegeben; sie ist gleich einem Viertel der Kohärenzlänge, die der Breite eines der Kanäle entspricht, mit denen das Spektrum abgetastet wird. Das Verhältnis von maximal möglicher Messtiefe zur räumlichen Auflösungsgrenze ist damit also unabhängig von der Spektralbreite immer gleich der halben Anzahl der Kanäle des Spektrometers.

Ist die Streuung, die Absorption oder der Brechungsindex des Objektes dispersiv oder ist die Dispersion in Objekt- und Referenzarm des Interferometers unterschiedlich, so verändert sich bei gegebener räumlicher Verteilung des Streuvermögens die Phase der Objektwelle bzw. das Spektrum der Interferenz gegenüber dem dispersionslosen Fall. Die Auswirkungen der Dispersion werden in der vorliegenden Arbeit untersucht. Es zeigt sich, dass die Fouriertransformation des Modulationsterms der Interferenz nicht die räumliche Verteilung des Streuvermögens im geometrischen, sondern im optischen Ortsraum ergibt. Die tomographische Messung liefert daher Ergebnisse, die mit denen von Laufzeitmessungen identisch sind. Ist für die betrachtete Spektralbreite der nichtlineare Rest der Dispersion multipliziert mit der vom Licht durchlaufenen Strecke in der Größenordnung oder größer als ein Sechzehntel der Wellenlänge, so beeinträchtigt dies die Messung: die räumliche Auflösungsgrenze wird größer und das zu einem Streuvermögen gehörige Signal wird kleiner. Es wird eine Methode vorgestellt, mit der bei bekannter Dispersion die Messergebnisse bezüglich der durch die Dispersion verursachten Beeinträchtigungen korrigiert werden können.

Die Sensitivität definiert als der Kehrwert des kleinsten detektierbaren Streuvermögens eines Streuers folgt aus dem Signal zu Rauschverhältnis. Da das Signal aus einem Interferenzterm besteht und dieser proportional zum Betrag der Feldamplitude der Referenzwelle ist, kann das Signal zu Rauschverhältnis durch geeignete Wahl der Stärke der Referenzwelle optimiert werden; bei optimierter Stärke der Referenzwelle ist das Signal zu Rauschverhältnis durch das Quantenrauschen der Photoelektronen begrenzt. Unter dieser Bedingung reicht es für die Detektion eines Streuers bereits aus, wenn von ihm nur eine kleine Anzahl von Photonen auf den Detektor gestreut wird; die minimal erforderliche Anzahl ist gleich dem Kehrwert der Quanteneffizienz des Detektors. Wegen der Verstärkung des Signals durch Interferenz kann ein einzelner Streuer mit dieser Sensitivität auch dann detektiert werden, wenn die Streuung von ihm durch Streuungen von anderen Streuern des Objektes überlagert ist.

Da das Signal während der gesamten Messzeit zur Messung beiträgt, ist die Sensitivität bei dem in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren um den Faktor Messtiefe zu Messauflösung besser als bei der Optischen Kohärenztomographie (OCT), bei der die Länge der Referenzstrecke während der Messung durchgestimmt wird und das Interferenzsignal nur detektiert wird, wenn die Längen von Objekt- und Referenzwelle bis auf die Kohärenzlänge abgestimmt sind. Das Verhältnis Messtiefe zu Messauflösung ist gleich der halben Anzahl der Kanäle des Spektrometers, und daher kann die Sensitivität der Spektrotomographie in der Praxis um zwei bis drei Größenordnungen besser als bei der OCT sein. Umgekehrt kann für gleiche Sensitivität die Messzeit um diesen Faktor gegenüber der bei der OCT verkürzt werden, so dass mit der hier vorgestellten Methode um Größenordnungen schnellere Messungen bei gleicher Qualität der Ergebnisse möglich sind. Die verbesserte Sensitivität wird mit geringerem apparativen Aufwand erreicht, da das in dieser Arbeit beschriebene Messverfahren im Gegensatz zur OCT ohne bewegte Optik auskommt. Der Verzicht auf mechanische Bewegungen vereinfacht nicht nur die Apparatur, sondern ist auch Voraussetzung für schnelle Messungen. Die Messmethode ist damit für die Beobachtung von optischen Schnitten in Videofrequenz geeignet mit einer Vielzahl von möglichen Anwendungen einschließlich tomographischer Messungen in der Medizin wie zum Beispiel der Vermessung der vorderen Augenabschnitte oder des Augenhintergrundes.

Das Messverfahren ist mit einem faseroptischen Interferometer mit nachgeschaltetem Spektrometer an einigen Gegenständen und biologischen Objekten experimentell verifiziert worden.

## VII Literaturverzeichnis

1. K. Aiki, M. Nakamura, T. Kuroda, J. Umeda, R. Ito, N. Chinone, M. Maeda, "Transverse mode stabilized AlGaAs injection laser with channeled-substrate-planar structure", IEEE J. Quantum Electron., Vol. QE 14, 89-94, 1978.
2. G.A. Alphonse, D.B. Gilbert, M.G. Harvey, M. Ettenberg, "High Power Superluminescent Diodes", IEEE J. Quantum Electron., Vol. 34, No. 12, 2454-2457, 1988.
3. P. Andretzky, M. Knauer, F. Kieseletter, G. Haeusler, "Optical Coherence Tomography by Spectral Radar: Improvement of Signal-to-Noise Ratio", Proc. SPIE, Vol. 3915, 55-59, 2000.
4. P. Andretzky, M.W. Lindner, J.M. Herrmann, A. Schulz, M. Konzog, F. Kieseletter, and G. Häusler, "Optical Coherence Tomography by spectral radar: dynamic range estimation and *in vivo* measurements of skin", Proc. SPIE, Vol. 3567, 78-87, 1999.
5. American National Standards Institute, "American National Standard for Safe Use of Lasers", (ANSI Z136.1-2000), Laser Institute of America, Orlando, 2000.
6. T. Auernhammer, "Farbdispersionradar", Diplomarbeit, Universität Erlangen-Nürnberg, 1993.
7. J. Ballif, R. Gianotti, P. Chavanne, R. Witi, R.P. Salath, "Rapid and scalable scans at 21 m/s in optical low coherence reflectometry", Opt. Lett, Vol. 22, No. 11, 757-759, 1997.
8. E. Beaurepaire, A.C. Boccara, M. Lebec, L. Blanchot, H. Saint-Jalmes, "Full-field optical coherence microscopy", Opt. Lett, Vol. 23, No. 4, 244-246, 1998.
9. Bergmann - Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band III, Optik*, Walter de Gruyter Verlag, Berlin, 1974.
10. M. Born, E. Wolf, *Principle of Optics, Sixth Ed.*, Pergamon Press, Oxford, New York, 1980.

11. B.E. Bouma, G.J. Tearney (Hrg.), *Handbook of Optical Coherence Tomography*, Dekker Inc., New York, 2002.
12. B. Bouma, G.J. Tearney, S.A. Boppart, M.R. Lee, M.E. Brezinski, J.G. Fujimoto, "High-resolution optical coherence tomographic imaging using a mode-locked Ti:Al2O3 laser source", *Opt. Lett.*, Vol. 20, No. 13, 1486-1488, 1995.
13. E.O. Brigham, *FFT Schnelle Fourier-Transformation*, R. Oldenbourg Verlag GmbH, München, 1987.
14. A.P. Bruckner, "Picosecond light scattering measurements of cataract microstructure", *Appl. Opt.*, Vol. 17, No. 19, 3177-3183, 1978.
15. Cambridge Technology, Inc. 109 Smith Place, Cambridge, MA 02138, USA, <http://www.cambridgetechnology.com>.
16. K.R. Castleman, *Digital Image Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 07632, 1979.
17. J.F. De Boer, B. Cense, B.H. Park, M.C. Pierce, G.J. Tearney, B.E. Bouma, "Improved Signal-to-Noise Ratio in Spectral Domain compared with Time Domain Optical Coherence Tomography", *Opt. Lett.*, Vol. 28, No. 21, 2067-2069, 2003.
18. W. Drexler, U. Morgner, F.X. Kärtner, C. Pitris, S.A. Boppart, X.D. Li, E.P. Ippen, J.G. Fujimoto, "In vivo ultrahigh-resolution optical coherence tomography", *Opt. Lett.*, Vol. 24, No. 17, 1221-1223, 1999.
19. A. Dubois, K. Grieve, G. Moneron, R. Lecaque, L. Vabre, C. Boccara, "Ultrahigh-Resolution Full-Field Optical Coherence Tomography", *Appl. Opt.*, Vol. 43, No. 14, 2874-2883, 2004.
20. M.A. Duguay, "Light photographed in flight", *Am. Sci.*, Vol. 59, 551-556, 1971.
21. M.A. Duguay, A.T. Mattick, "Ultrahigh speed photography of picosecond light pulses and echoes", *Appl. Opt.*, Vol. 10, No. 9, 2162-2170, 1971.

22. DVC Company, *Technical Manual for DVC's DigitEyes Cameras*, Manual No.: 86-0001-01, San Diego, CA 92196-9067, 1995.
23. K.J. Ebeling, *Integrierte Optoelektronik*, Springer Verlag, Berlin, 1989.
24. F.I. Feldchtein, G.V. Gelikonov, V.M. Gelikonov, R.R. Iksanov, R.V. Kuranov, A.M. Sergeev, N.D. Gladkova, M.N. Ourutina, J.A. Warren, D.H. Reitze, "In vivo OCT imaging of hard and soft tissue of the oral cavity", *Opt. Express*, Vol. 3, No.6, 239-250, 1998.
25. F.I. Feldchtein, A. Sergeev, V. Gelikonov, G. Gelikonov, R. Kuranov, N. Gladkova, N. Shakova, L. Snopova, A. Shakov, I. Kuznetzova, Y. Chumakov, A. Terent'eva, E. Zagainova, "Endoscopic Applications of optical coherence tomography", *Opt. Exp*, Vol. 3, No. 6, 257-270, 1998.
26. A.F. Fercher, "In Vivo Measurement of the Fundus Pulsations By Laser Interferometry", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. QE 20, 1469-1471, 1984.
27. A.F. Fercher, C.K. Hitzenberger, G. Kamp, S.Y. El-Zaiat, "Measurement of intraocular distances by backscattering spectral interferometry", *Optics Communications*, Vol. 117, 43-48, 1995.
28. A.F. Fercher, C.K. Hitzenberger, M. Sticker, R. Zawadzki, B. Karamata, T. Lasser, "New dispersion compensation technique for Partial Coherence Interferometry (PCI) and Optical Coherence Tomography (OCT), in *Photon Migration, Optical Coherence Tomography, and Microscopy*, S. Anderson-Engels, M.F. Kaschke (Hrg.), Proc. SPIE, Vol. 4431, 12-19, 2001.
29. A.F. Fercher, K. Mengedoht, W. Werner, "Eyelength measurement by interferometry with partially coherent light", *Opt. Lett*, Vol. 13, No. 3, 186-188, 1988.
30. A.C. Fleischer, A.E. James, "*Diagnostic Sonography*", Saunders Comp., Philadelphia, 1989.
31. P.A. Flournoy, R.W. McClure, G. Wyntjes, "White-light interferometric thickness gauge", *Appl. Opt.*, Vol. 11, No. 9, 1907-1915, 1972.



32. R.L. Forck, B.I. Greene C.V. Shank, "Generation of optical pulses shorter than 0.1 ps by colliding pulse mode locking", *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 38, No. 9, 671-672, 1981.
33. J.G. Fujimoto, S. De Silvestri, E.P. Ippen, C.A. Puliafito, R. Margolis, A. Oseroff, "Femtosecond optical ranging in biological Systems", *Opt. Lett.*, Vol. 11, No. 3, 150-153, 1986.
34. C.W. Gardiner, *Quantum noise*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1991.
35. W.J. Geeraets, E.R. Berry, "Ocular spectral characteristics as related to to hazard to lasers and other light sources", *Am. J. Ophthalmol.*, Vol. 66, 15-20, 1968.
36. H.H. Gilgen, R.P. Novak, R.P. Salathe, W. Hodel, P. Beaud, "Submillimeter optical reflectometry", *J. Lightwave Technol.*, Vol. 7, No. 8, 1225-1233, 1989.
37. L. Goldberg, D. Mehuys, "High power superluminescent diode source", *Electron. Lett.*, Vol. 30, 1682-1684, 1994.
38. J.W. Goodman, "Statistical Properties of Laser Speckle Patterns". In: J.C. Dainty (Hrsg.), *Laser Speckle and Related Phenomena*, S.9-75, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
39. J.C. Hebden, K.S. Wong, "Time-resolved optical tomography", *Appl. Opt.*, Vol. 32, No. 4, 372-380, 1993.
40. E. Hecht, *Optik*, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 2001.
41. C.K. Hitzenberger, "Optical Measurement of the Axial Eye Length by Laser Doppler Interferometry", *Invest.,. Ophthalm. Vis. Sci.*, Vol. 32, No. 3, 616-624, 1991.
42. D. Huang, E.A. Swanson, C.P. Lin, J.S. Schuman, W.G. Stinson, W. Chang, M.R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C.A. Puliafito, J.G. Fujimoto, "Optical Coherence Tomography", *Science*, Vol. 254, 1178-1181, 1991.
43. F. Jansson, "Measurements of intraocular distances by ultrasound and comparison between optical and ultrasonic determinations of the depth of the anterior chamber", *Acta Ophth.*, Vol. 41, 25-61, 1963.

44. W. Kaplan, *Advanced Calculus, 2nd Edition*, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1973.
45. M. Kessler, "Optimierung eines Aufbaus zur Optischen Spektrotomographie", Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1999.
46. M.V. Klein, T.E. Furtak, *Optik*, Springer-Verlag, Berlin, 1988.
47. A. Koch, R. Ulrich, "Fiber-optic Displacement Sensor with 0.02  $\mu\text{m}$  Resolution by White-light Interferometry", *Sensors and Actuators A*, Vol. 25, 201-207, 1991.
48. M. Kollwe, "Messung der Dispersion von Augenmedien", Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1989.
49. H. Landolt, R. Börnstein, *Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik, Band 2, Teil 8: Optische Konstanten*, Springer Verlag, Berlin Göttingen, Heidelberg, 1962.
50. Y. Le Grand, S.G. El Hage, *Physiological Optics*, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
51. R. Leitgeb, W. Drexler, A. Unterhuber, B. Hermann, T. Bajraszewski, T. Le, A. Stingl, A.F. Fercher, "Ultra-high Resolution Fourier Domain Optical Coherence Tomography", *Opt. Exp.*, Vol. 12, No. 10, 2156-2165, 2004.
52. R. Leitgeb, L. Schmetterer, F. Berisha, C.K. Hitzenberger, M. Wojtowski, T. Bajraszewski, A.F. Fercher, "Real-Time Measurements of *In-Vitro* flow by Fourier Domain Optical Coherence Tomography", *Opt. Lett.*, Vol. 29, No. 2, 171-173, 2004.
53. R.-D. Lepper, H.G. Trier, R. Reuter, "Ultrasonic Measurements at the Posterior Wall of Living Human Eyes", *Ophthalm. Res.*, Vol. 13, 1-11, 1981.
54. A. Lindner, W. Berchtold, *Statistische Methoden II*, Birkhäuser, Basel, Boston, Stuttgart, 1982.
55. F. Liu, K.M. Yoo, R.R. Alfano, "Ultrafast laser-pulse transmission and imaging through biological tissues", *Appl. Opt.*, Vol. 32, No. 4, 554-558, 1993.

56. V.K. Madiseti, D.B. Williamson, *The Digital Signal Processing Handbook*, CRC/IEEE Press, 1998.
57. T. Mitsui, "Dynamic Range of Optical Reflectometry with Spectral Interferometry", *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 38, No. 10, 6133-6137, 1999.
58. M. Mukai, Y. Yamamoto, "S/N and Error Rate Performance in AlGaAs Semiconductor Laser Preamplifier and Linear Repeater Systems", *IEEE Trans. Microwave Theory Technol.*, Vol. MTT-30, 1548-1556, 1982.
59. N. Nassif, B. Cense, B. H. Park, S.H. Yun, T.C. Chen, B.E. Bouma, G.J. Tearney, J.F. De Boer, "*In Vivo* Human Retinal Imaging by Ultrahigh Speed Spectral Domain Optical Coherence Tomography", *Opt. Lett.*, Vol. 29, No. 5, 480-482, 2004.
60. M.J. O'Mahony, "Semiconductor Laser Optical Amplifiers for Use in Future Fiber Systems", *J. Lightwave Technol.*, Vol. 6, No.4, 531-544, 1988.
61. E. Pörksen, "Weiterentwicklung eines faseroptischen Tomographen und Messungen an Augen", Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1999.
62. K. Petermann, *Laser Diode Modulation and Noise*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991.
63. 3M Photodyne Inc., *Model 88XLC Radiometer/Photometer Instruction Manual*, Camarillo, CA 93010, 1988.
64. A.G. Podoleanu, "Unbalanced versus balanced operation in an optical tomography system", *Appl. Opt.*, Vol. 39, No.1, 173-182, 2000.
65. K. Rabinovitch, A. Pagis, "Multilayer antireflection coatings: theoretical model and design parameters", *Appl. Opt.*, Vol. 14, No. 6, 1326-1334, 1975.
66. A. Rollins, J. Izatt, M. Kulkarni, S. Yazdanfar, R. Ung-arunyawee, "*In vivo* Video Rate Optical Coherence Tomography", *Opt. Exp.*, Vol. 3, No. 6, 219-229, 1998.
67. A.M. Rollins, R. Ung-arunyawee, A. Chak, R.C.K. Wong, K. Kobayashi, M.V. Sivak, J.A. Izatt, "Real-time *in vivo* imaging of human gastrointestinal ultrastructure by use of

- endoscopic optical coherence tomography with a novel efficient interferometer design", *Opt.Lett.*, Vol. 24, No.19, 1358-1360, 1999.
68. H.J. Schmitt, V. Blazek, "System concepts for high resolution optical tomography", *Laser und Optoelektronik*, Vol. 27, No. 1, 43-47, 1995.
69. Schott, "Optisches Glas", Glaskatalog, Schott Glas, Mainz, 2001.
70. S.P. Singal (Hrsg.), "*Acoustic remote sensing applications*", Springer-Verlag, Berlin, 1997.
71. L.M. Smith, C.C. Dobson, "Absolute Displacement Measurements Using Modulation of the Spectrum of White Light in a Michelson Interferometer", *Appl. Opt.*, Vol. 28, No. 16, 3339-3342, 1989.
72. H. Stiller, "Untersuchungen zur Gefährdung des Auges durch Licht ophthalmologischer Geräte", Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1986.
73. H. Stiller, B. Rassow, "Light hazards to the patient's retina from ophthalmic instruments", *Appl. Opt.*, Vol. 30, No.16, 2187-2196, 1991.
74. W. Straub, P. Kroll, H.J. Kühle, (Hrsg.), *Augenärztliche Untersuchungsmethoden*, Enke, Stuttgart, 1995.
75. E.A. Swanson, D. Huang, M.R. Hee, J.G. Fujimoto, C.P. Lin, A.C. Puliafito, "High-speed Optical coherence domain reflectometry", *Opt.Lett.*, Vol. 17, No.2, 151-153, 1992.
76. E.A. Swanson, J.A. Izatt, M.R. Hee, D. Huang, C.P. Lin, J.S. Schuman, C.A. Puliafito, J.G. Fujimoto, "*In-vivo* retinal imaging by optical coherence tomography", *Opt. Lett.*, Vol. 18, No. 21, 1864-1866, 1993.
77. G.J. Tearney, M.E. Brezinski, B.E. Bouma, S.A. Boppart, C. Pitris, J.F. Southern, J.G. Fujimoto, "*In vivo* Endoscopic Optical Biopsy with Optical Coherence Tomography", *Science*, Vol. 276, 2037-2039, 1997.
78. H.B. Thompson, *Physics of Semiconductor Laser Devices*, Wiley, New York, 1980.

79. L. Vabre, A. Dubois, A.C. Boccara, "Thermal-light full-field optical coherence tomography", *Opt. Lett.*, Vol. 27, No. 7, 530-532, 2002.
80. R. Windecker, M. Fleischer, H.J. Tiziani, "Low-Coherence Fiber-Optic Sensor with a Large Numerical Aperture for topographic Measurements", *Appl. Opt.*, Vol. 37, No. 19, 4080-4083, 1998.
81. M. Wojtkowski, R. Leitgeb, A. Kowalczyk, T. Bajraszewski, A.F. Fercher, "*In-vivo* Human Retinal Imaging by Fourier Domain Optical Coherence Tomography", *J. Biomed. Opt.*, Vol. 7, No. 3, 457-463, 2002.
82. T. Yasui, K. Minoshima, E. Abraham, H. Matsumoto, "Microscopic Time-Resolved Two-Dimensional Imaging with a Femtosecond Amplifying Kerr Gate", *Appl. Opt.*, Vol. 41, No. 24, 5191-5194, 2002.
83. S. Yazdanfar, A.M. Rollins, J.A. Izatt, "Imaging and velocimetry of the human retinal circulation with color Doppler optical coherence tomography", *Opt. Lett.*, Vol. 25, No. 19, 1448-1450, 2000.
84. S.H. Yun, T.C. Chen, G.J. Tearney, B.E. Bouma, B.H. Park, J.F. De Boer, "High Speed Spectral-Domain Optical Coherence Tomography at 1.3  $\mu m$  wavelength", *Opt. Exp.*, Vol. 11, No.26, 3598-3604, 2003.

## **Danksagung**

Die vorliegende Arbeit wurde in Abteilung Medizinische Optik der Universitäts-Augenklinik Eppendorf in Hamburg durchgeführt.

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. B. Rassow danke ich für die geduldige Unterstützung der Arbeit.

Bei Herrn Prof. Dr. W. Scobel möchte ich mich für sein Interesse, seine Anregungen und seine Bereitschaft, die Dissertation Arbeit kurzfristig zu begutachten, bedanken.

Herrn Dr. R. Kusel und Herrn Dr. F. Simon danke ich für die kritische Begleitung bei der Anfertigung der Arbeit.

Herrn Michael Dahl gebührt mein Dank für die wertvolle Unterstützung bei der Durchführung der Experimente.