

RESONATOR-KONTROLLIERTE  
MATERIEWELLEN-SUPERRADIANZ

**Dissertation**

**zur Erlangung des Doktorgrades**

**an der Fakultät für**

**Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften**

**im Fachbereich Physik**

**der Universität Hamburg**

**vorgelegt von**

HANS KESSLER

**Hamburg**

**2015**

Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. Andreas Hemmerich Prof. Dr. Henning Moritz
Gutachter der Disputation:	Prof. Dr. Andreas Hemmerich Prof. Dr. Henning Moritz Prof. Dr. Michael Thorwart Jun.-Prof. Dr. Ludwig Mathey Prof. Dr. Günter Huber
Datum der Disputation:	02.10.2015
Vorsitzender der Prüfungskommission:	Prof. Dr. Michael Thorwart
Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. Peter Hauschildt
Dekan der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften:	Prof. Dr. Heinrich Graener
Leiter des Fachbereiches:	Prof. Dr. Peter Hauschildt

---

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird gezeigt, wie mit Hilfe eines optischen Hochfinesseresonators, superradiante Streuung an Materiewellen kontrolliert werden kann. Die Richtung des dabei übertragenen Impulses ließ sich mit dieser einzigartigen Kontrolle über das stark gekoppelte Atom-Resonator-System steuern. Damit wurde Energie in das System gebracht und ihm wieder entzogen.

Ausgangspunkt für die Experimente in dieser Dissertation war die Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats (BEC) aus Rubidiumatomen, das mit der Gaußmode des linearen Resonators überlagert wurde. Anschließend wurde das Ensemble mit von den atomaren Resonanzen weit verstimmtem Licht bestrahlt.

Beim Pumpen in Richtung der Resonatorachse wird das System longitudinal gekoppelt. Damit konnten Atome unter das Rückstoßlimit gekühlt werden. Dabei gelang es, im Rahmen dieser Promotion, die Dynamik der Prozesse „live“ und nicht-destruktiv über das transmittierte Resonatorlicht zu beobachten.

Im transversalen Pumpschema wird das Kondensat senkrecht zur Orientierung des Resonators bestrahlt. Die Energieselektivität des ultra-schmalbandigen Resonators wurde hier genutzt, um die Materiewellen-Superradianz zu kontrollieren. Mit dieser Kontrolle konnte das Ensemble auf den  $7^{1/2}$ -fachen Rückstoßimpuls beschleunigt, sowie vom Impuls  $4\hbar k$  auf 0 abgebremst werden. Durch geschicktes Wählen der Verstimmung zwischen Resonatorresonanz und Pumplicht wurde das für die superradiante Streuung nötige Bragg-Gitter verändert und es konnte ein subradianter Prozess beobachtet werden.



---

## Abstract

This thesis describes the realisation of super-radiant matter wave scattering with a new degree of experimental control by an optical high-finesse cavity. This excellent degree of control over a strongly coupled atom-cavity-system was used to steer the direction of the momentum transfer. This was utilised to bring energy in and out of the system.

In this work a Bose-Einstein condensate of Rubidium atoms is produced and overlapped with the Gaussian mode of the linear resonator. Then, the ensemble is pumped with light far detuned in respect to the atomic resonances.

If the system is pumped in direction of the resonator axis, we employ an longitudinal coupling scheme and the atoms can be cooled well below the recoil limit. For the first time “live“ and nondestructive observation of the dynamics during these processes in the light transmitted through the resonator was achieved.

In the transversely coupled system, where the condensate is pumped vertically to the orientation of the cavity axis, the energy selectivity of the ultra-narrowband cavity was used to control matter wave super-radiance. By utilising these processes the ensemble was accelerated up to  $7^{1/2}$  times the recoil momentum and decelerated from  $4\hbar k$  to 0. Choosing the right detuning between the cavity resonance and the pump light changes the Bragg-lattice which is necessary for the super-radiant scattering such that the process became subradiant.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Einführung in den experimentellen Aufbau</b>	<b>7</b>
1.1 Der optische Hochfinesseresonator . . . . .	7
1.1.1 Die wichtigsten Resonatoreigenschaften . . . . .	7
1.1.2 Die Resonatorlaser und ihre Stabilisierung . . . . .	16
1.1.3 Die Detektion des transmittierten Lichts . . . . .	16
1.2 Der Weg zum Bose-Einstein Kondensat in der Resonatormode . . . . .	19
1.2.1 Die Quelle und die erste Kühlstufe (3D-MOT) . . . . .	19
1.2.2 Die Magnetfallen und der Transport zur Resonatormode . . . . .	23
1.2.3 Der Transport des BECs in die Resonatormode . . . . .	25
<b>2 Rückstoßaufgelöstes Resonatorheizen und Kühlen</b>	<b>27</b>
2.1 Das longitudinale Pumpschema . . . . .	27
2.2 Das Zwei-Moden-Modell . . . . .	28
2.3 Das Resonatorkühlen unter die Rückstoßgrenze . . . . .	35
2.4 Die Dynamik des Heizprozesses . . . . .	41
2.5 Der Einfluss des Stehwellenpotentials auf den Heizprozess . . . . .	44
2.6 Zusammenfassung der Ergebnisse mit dem longitudinal-gepumpten Systems	49
<b>3 Resonator-kontrollierte Materiewellen-Superradianz</b>	<b>51</b>
3.1 Das transversale Pumpschema . . . . .	52
3.2 Das zweidimensionale theoretische Modell . . . . .	55
3.2.1 Die Streuereignisse in dem transversal-gepumpten System . . . . .	55
3.2.2 Der Multimode-Ansatz . . . . .	59
3.2.3 Die Gleichung für das Materiefeld . . . . .	59
3.2.4 Das transversal-gepumpte Resonatorfeld . . . . .	60
3.2.5 Das gekoppelte Gleichungssystem für das zweidimensionale Modell	61
3.3 Die experimentellen Ergebnisse . . . . .	64
3.3.1 Das Stabilitätsdiagramm des Systems . . . . .	64
3.3.2 Die Super- und die Subradianz . . . . .	71
3.3.3 Die Kalibrierung der resonatorinternen Photonenzahl . . . . .	78
3.3.4 Die Beschleunigung eines BECs in fünf Etappen . . . . .	80
3.3.5 Das Abbremsen des Kondensats auf den Ruheimpuls . . . . .	82
3.3.6 Die Superradianz mit Anfangsimpuls in Resonatorrichtung . . . . .	84
3.4 Zusammenfassung der Ergebnisse mit dem transversal-gepumpten System .	87

<b>4</b>	<b>Ausblick</b>	<b>89</b>
4.1	Longitudinale Kopplung - Nicht-destruktive Beobachtung von Bloch-Oszillationen . . . . .	89
4.2	Transversale Kopplung - Dynamischer Phasenübergang im offenen Dicke- Modell . . . . .	93
<b>A</b>	<b>Rubidiumspektrum und Fehlersignale der MOT-Laser</b>	<b>95</b>
<b>B</b>	<b>Richtwerte für die QUIC-Falle und das BEC</b>	<b>97</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>99</b>
	<b>Publikationen</b>	<b>105</b>

# Abbildungsverzeichnis

0.1	Comic zur Superradianz . . . . .	2
0.2	Comic zur Superradianz mit Resonator . . . . .	3
0.3	Super- bzw. Subradianz . . . . .	4
1.1	Resonatoraufbau . . . . .	8
1.2	Lebensdauer des Resonatorfeldes . . . . .	9
1.3	Streuwinkel . . . . .	10
1.4	Purcell-Effekt . . . . .	12
1.5	Licht-Atom-Kopplung . . . . .	13
1.6	Resonanzverschiebung . . . . .	14
1.7	Resonatorfelddetektion . . . . .	18
1.8	Vakuumkammer . . . . .	20
1.9	Lasersystem . . . . .	21
1.10	Stromverlauf durch die Magnetspulen . . . . .	23
1.11	TEM <sub>11</sub> -Mode . . . . .	24
1.12	Mikrotransport . . . . .	25
2.1	Longitudinales Pumpschema . . . . .	28
2.2	Impulstransfer im Resonator . . . . .	29
2.3	1D-Impulstransfer im Resonator . . . . .	31
2.4	Schema des Heiz- bzw. Kühlprozesses . . . . .	35
2.5	Dichtemodulation durch Beimischung von $ \Psi_2\rangle$ . . . . .	36
2.6	Rückstoßaufgelöstes Resonatorkühlen . . . . .	38
2.7	Heizprozess mit Anfangsimpuls . . . . .	40
2.8	Zeitlicher Verlauf der Inversion . . . . .	42
2.9	Eindimensionales Bändermodell . . . . .	45
2.10	Einfluss des Stehwellenpotentials . . . . .	47
2.11	Heizdauer in Abhängigkeit von der Verstimmung . . . . .	48
3.1	Transversales Pumpschema . . . . .	53
3.2	Strahlengang des transversalen Pumplichts . . . . .	54
3.3	2D-Impulstransfer im Resonator . . . . .	56
3.4	Impulsklassen des 2D-Modells . . . . .	57
3.5	Einfluss der Verstimmung auf das transversale Szenario . . . . .	58
3.6	Frequenzverschiebung der gestreuten Photonen . . . . .	59
3.7	Stabilitätsdiagramm des transversalen Systems . . . . .	65
3.8	Vergleich von Experiment und Stabilitätsanalyse . . . . .	67
3.9	Vergleich von Experiment und dynamisches Modell . . . . .	68
3.10	Position der maximalen Instabilität abhängig von der Rampenzeit . . . . .	70
3.11	Stabilitätsdiagramm mit gekennzeichneten Experimentverläufen . . . . .	72
3.12	Impulsspektren für $\delta_{\text{eff}} = -7$ kHz . . . . .	73

3.13	Frequenzverschiebung der gestreuten Photonen in Abschnitt 3.3.2 . . . . .	74
3.14	Impulsspektren für $\delta_{\text{eff}} = +3$ kHz . . . . .	75
3.15	Impulsspektren für $\delta_{\text{eff}} = +13$ kHz . . . . .	76
3.16	Impulsspektren für $\delta_{\text{eff}} = +25$ kHz . . . . .	77
3.17	Kalibrierung der resonatorinternen Photonenzahl . . . . .	79
3.18	Beschleunigen eines BECs . . . . .	81
3.19	Abbremsen eines BECs . . . . .	82
3.20	Frequenzverschiebung der gestreuten Photonen in Abschnitt 3.3.5 . . . . .	83
3.21	Superradianz mit Anfangsimpuls, rote Verstimmung . . . . .	84
3.22	Frequenzverschiebung der gestreuten Photonen in Abschnitt 3.3.6 . . . . .	85
3.23	Subradianz mit Anfangsimpuls, blaue Verstimmung . . . . .	86
4.1	Longitudinales Pumpschema für die Bloch-Oszillationen . . . . .	90
4.2	Resonanzverschiebung während der Bloch-Oszillation . . . . .	91
4.3	Verlauf des Schwerpunktpulses während der Bloch-Oszillation . . . . .	92
4.4	Transversales Pumpschema mit einer Stehwelle . . . . .	93
4.5	Phasendiagramm des transversal mit einer Stehwelle gepumpten Systems . . . . .	94
A.1	Screenshot der Laserstabilisierungen . . . . .	95
B.1	Screenshot des BECs, Nahaufnahme . . . . .	97
B.2	Screenshot der QUIC-Falle . . . . .	98
B.3	Screenshot des BECs . . . . .	98

# Tabellenverzeichnis

1.1	Resonatoreigenschaften . . . . .	15
1.2	AOM-Frequenzen des Lasersystems . . . . .	22



# Einleitung

Die mögliche Kohärenz zwischen den Atomen in ultrakalten Quantengasen [Blo08] ist eine sehr interessante, wichtige Eigenschaft. Mit der Realisierung des Bose-Einstein Kondensats (BEC) im Jahr 1995 [DMA<sup>+</sup>95, AEMW95] konnten die auf dieser Eigenschaft beruhenden makroskopischen quantenmechanischen Phänomene wie die Materiewellen-Interferenz beobachtet werden [ATM<sup>+</sup>97].

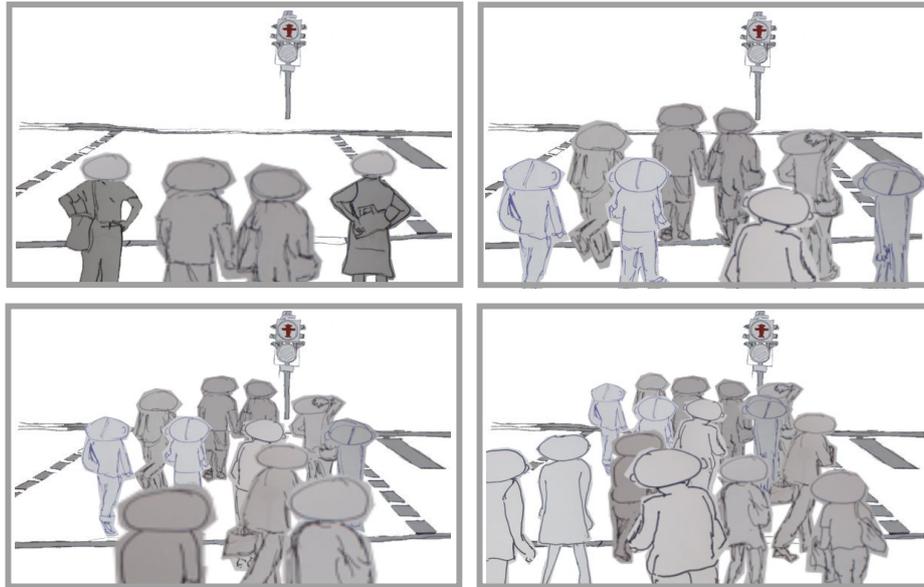
Durch Überlagerung eines Kondensats mit der Gaußmode Mode eines optischen Hochfinesse-Resonators entsteht eine starke Kopplung zwischen der Materie und dem Lichtfeld im Resonator [RDBE13]. Es gibt dadurch eine Rückwirkung des Lichts auf die Materie und umgekehrt. Über das transmittierte Lichtfeld kann so das gesamte System „live“ und nicht destruktiv beobachtet werden. Damit konnten optomechanische Oszillationen zwischen dem Resonatorfeld und der Dichteverteilung der Atome nachgewiesen werden [BRDE08]. Außerdem führte diese Kopplung zur kollektiven Rückstreuung von Photonen, mit der in einem Ringresonator CARL (Collective Atomic Recoil Lasing) realisiert wurde [SBK<sup>+</sup>07].

Für die Experimente in dieser Arbeit wurde ein BEC aus Rubidiumatomen mit von der atomaren Resonanz weit verstimmtem Licht bestrahlt und die Streuung an den Materiewellen beobachtet. Die Streuzentren, also die Atome, sind klein gegenüber der Wellenlänge des Pumplichts. Es findet Rayleighstreuung [Str71, You82] statt.

Wenn die Wellenlänge des Pumplichts größer ist als der Abstand zwischen den Streuzentren, dann agieren die Atome aufgrund ihrer Kohärenz nicht unabhängig voneinander, sondern es kommt zu einer kollektiven Wechselwirkung mit dem Lichtfeld [BeM<sup>+</sup>96]. Dabei begünstigt die Streuung des ersten Atoms die des nächsten und so weiter. Es kommt so zur Selbstverstärkung des Prozesses und ein Lichtpuls wird kollektiv von dem Ensemble emittiert. Robert H. Dicke hat sich mit diesem Effekt näher befasst und 1954 in *Physical Review* geschrieben: “For want of a better term, a gas which is radiating strongly because of coherence will be called ‘superradiant’.” [Dic54].

Superradianz beschreibt den Effekt, dass aufgrund der Kohärenz ein Ensemble kollektiv agiert und ist ähnlich dem gruppenspezifischen Verhalten von Menschen an einer roten Ampel, wenn weit und breit kein Auto zu sehen ist. Wenn eine Person die Straße bei rot überquert, kommen häufig viele andere hinterher. So ähnlich verhält es sich auch mit der superradianten Streuung von Materiewellen. Prinzipiell kann ein Atom in alle Raumrichtungen streuen, ob die Streuung aber konstruktiv oder destruktiv interferiert, hängt vom Abstand der Streuzentren ab. Die Bragg-Gleichung beschreibt die dazugehörige Bedingung [BB13, MG06]. Für eine homogene Dichteverteilung, wie sie ein BEC ohne Impuls hat, geht aus dieser Bedingung hervor, dass zu jedem Streuer ein anderes Atom in einem Abstand gefunden werden kann, so dass sich die Streuung der beiden Atome auslöscht. Sie interferiert somit destruktiv. In dem Bild mit der Menschengruppe, das in Abbildung 0.1 illustriert ist, bleiben zuerst alle Menschen am Straßenrand stehen, denn die Ampel leuchtet rot und es ist verboten weiter zu gehen.

Aufgrund der endlichen Temperatur (Nanokelvin-Bereich) des atomaren Ensembles, das für die Experimente in dieser Dissertation verwendet wurde, kommt es zu thermischen Fluk-



**Abbildung 0.1:** Eine Menschengruppe steht an einer roten Ampel. Wenn weit und breit kein Auto zu sehen ist, agiert sie kollektiv bzw. gruppenspezifisch. Betritt eine Person die Straße, laufen häufig andere hinterher. Illustration von *Martin Bräunlein*.

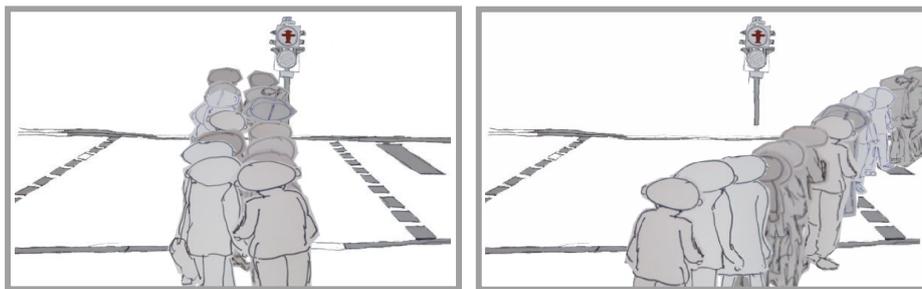
---

tuationen und durch die Vakuumenergie zu Quantenfluktuationen der atomaren Verteilung. Dadurch ist es möglich, dass trotz der im Mittel homogenen Dichteverteilung, die Bragg-Bedingung kurzzeitig erfüllt ist und ein Photon gestreut werden kann. Im Bild der Menschengruppe bedeutet dies eine Person geht spontan bei rot über die Straße, siehe zweites Bild in Abbildung 0.1.

Die Photonenstreuung eines BECs ist unelastisch, es wird also ein Impuls auf das streuende Atom übertragen. Aufgrund der Kohärenz des Systems lokalisieren sich die Atome durch diesen Impulsübertrag an den Intensitätsmaxima des Lichtfeldes, das heißt in den Potentialminima der Stehwelle und es entsteht eine kleine Dichtemodulation. Die Periodizität der Modulation ist genau der Abstand zwischen den Streuzentren, der nach der Bragg-Gleichung für konstruktive Interferenz nötig ist. Die Streuung wird deshalb durch den Impulsübertrag bzw. die Modulation des Ensembles begünstigt und es kommt zur Selbstverstärkung der Streuprozesse. Die Menschen an der Ampel agieren auch nicht unabhängig voneinander und lassen sich oft von der Gruppe beeinflussen. Im dritten und vierten Bild der Illustration in Abbildung 0.1 folgt die Gruppe der ersten Person.

Superradiante Streuung eines BECs wurde erstmals von der Forschungsgruppe um *Wolfgang Ketterle* am *Massachusetts Institute of Technology* präsentiert [ICSK<sup>+</sup>99]. Die Atome besetzen dabei alle durch die Übertragung des Photonenimpulses möglichen Impulsklassen. Wird diese Streuung aber in einem schmalbandigen Resonator durchgeführt, so kann die Besetzung einiger Impulsklassen bevorzugt bzw. unterdrückt werden. Da die Energiedifferenz zwischen den unterschiedlichen Impulsmoden nicht gleich ist, können mit Hilfe der Energieselektivität des Resonators bestimmte Wege im Impulsraum bevorzugt bzw. unterdrückt werden. Die Gruppe von *Claus Zimmermann* in Tübingen zeigte als erste den

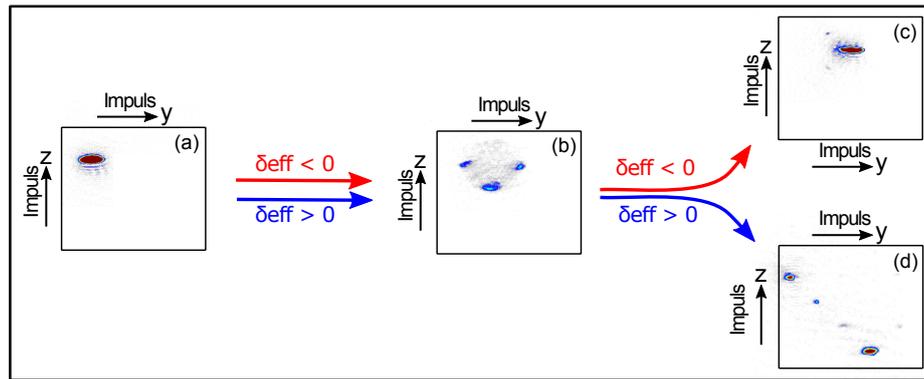
Einfluss eines Resonators auf die Materiewellen-Superradianz [BGM<sup>+</sup>11]. Den Forschern war es gelungen die Richtung des Impulsübertrags einzuschränken, jedoch war die Linienbreite des verwendeten Resonators nicht klein genug um einzelne Klassen zu adressieren. Mit dem Aufbau in Hamburg konnte, aufgrund der ultra-schmalen Bandbreite des Resonators  $\delta\nu_C = 8,9$  kHz, die im Bereich der zur Rückstoßenergie korrespondierenden Frequenz  $\nu_{\text{rec}} = 3,56$  kHz liegt, die superradiante Streuung kontrolliert werden [KKWH14a] und einzelne Impulsklassen adressiert werden [WKKH12, KKWH14b]. Mit dieser einzigartigen Kontrolle über das stark gekoppelte Atom-Resonator-System war es möglich, kontrolliert Energie in das System zu bringen und danach die Atome wieder unter die Rückstoßgrenze zu kühlen. Aufgrund des gekoppelten Atom-Resonator-Systems konnte erstmals die Dynamik dieser Prozesse im Lichtfeld „live“ beobachtet werden. Außerdem wurde ein Kondensat auf den Impuls  $P = 7^{1/2}\hbar k$  beschleunigt und von  $P = 4\hbar k$  auf  $P = 0$  abgebremst. Die Energieselektivität konnte auch dazu genutzt werden, ein Kondensat auf dem energetisch günstigsten Weg nach vorne in Pumprichtung oder unter einem Winkel dazu zu beschleunigen. Bei letzterem muss mehr Energie übertragen werden. In Abbildung 0.2 ist das mit dem Bild der Menschengruppe dargestellt. Sie laufen nicht in alle Richtungen sondern nehmen, entweder, wie in dem ersten Bild, den direkten Weg über die Straße oder, wie in dem zweiten Bild, einen längeren Weg, der mehr Energie kostet.



**Abbildung 0.2:** Alle Menschen nehmen entweder den energetisch günstigsten direkten Weg (links) oder den längeren Weg (rechts), bei dem mehr Energie verbraucht wird. Illustration von *Martin Bräunlein*.

Die Lenkung der Streuung geschieht durch die Verstimmung des Pumplichts gegenüber der Resonanz des Resonators (siehe Abbildung 0.3). Es wird mit einem BEC ohne Impuls gestartet (a). Nach gewisser Zeit werden die ersten anderen Impulsmoden besetzt (siehe (b)) und es baut sich eine Dichtemodulation (Bragg-Gitter) auf. Für negative Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} < 0$ ) des Pumplichts gegenüber dem Resonator werden die Atome durch den superradianten Impulstransfer gerade nach vorne beschleunigt, da bei diesem Weg am wenigsten Energie übertragen werden muss. Diesen Prozess zeigt der rote Weg in Abbildung 0.3. Am Schluss sind alle Atome ohne messbare Teilchenverluste um den zweifachen Photonenimpuls in Pumprichtung ( $y$ -Richtung) beschleunigt worden (c).

Wird aber mit positiver Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} > 0$ ) gepumpt, so passt der Weg nach „außen“, der mehr Energie kostet, besser zu der Verstimmung. Die Impulsmoden, die das für die superradiante Streuung nötige Bragg-Gitter realisieren, werden entvölkert und der Prozess wird abgebrochen. Es entsteht eine Unterdrückung der Superradianz die als Subradianz [CBP09]



**Abbildung 0.3:** Die Energieselektivität ermöglicht es, dass durch Wählen der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  die Atome entweder den „roten“, energetisch günstigsten Weg nehmen oder den „blauen“ Weg einschlagen, bei dem mehr Energieübertrag nötig ist.

---

bezeichnet wird. Die Atome werden dabei unter einem Winkel nach unten beschleunigt. Sie nehmen den Weg, für den mehr Energie übertragen werden muss. Ein Drittel der Atome verbleibt wegen des Abbruchs des Impulstransfers, der Subradianz, am Ausgangspunkt (siehe Bild (d)).

Diese Arbeit ist folgendermaßen gegliedert:

- Im ersten Kapitel werden die, für das Verständnis dieser Arbeit, wichtigen Eigenschaften eines optischen Resonators beschrieben. Danach folgt eine Einführung in den experimentelle Aufbau.
- Der zweite Abschnitt befasst sich mit dem longitudinal-gekoppelten Atom-Resonator-System. Dafür wird das Pumplicht auf Achse durch den unteren Spiegel des Resonator eingekoppelt.
- Im dritten Teil wird das BEC senkrecht zur Resonatorachse, also transversal, mit einer Laufwelle gekoppelt. Das Besondere an dem System ist, dass sich am Anfang keine Photonen in der Resonatormode befinden und sie nur durch Streuung an den Atomen besetzt wird.
- Zum Schluss wird noch ein Ausblick für die beiden Kopplungen gegeben. Dabei wird der aktuelle Stand der Experimente und zukünftige Möglichkeiten beschrieben.



# KAPITEL 1

---

## Einführung in den experimentellen Aufbau

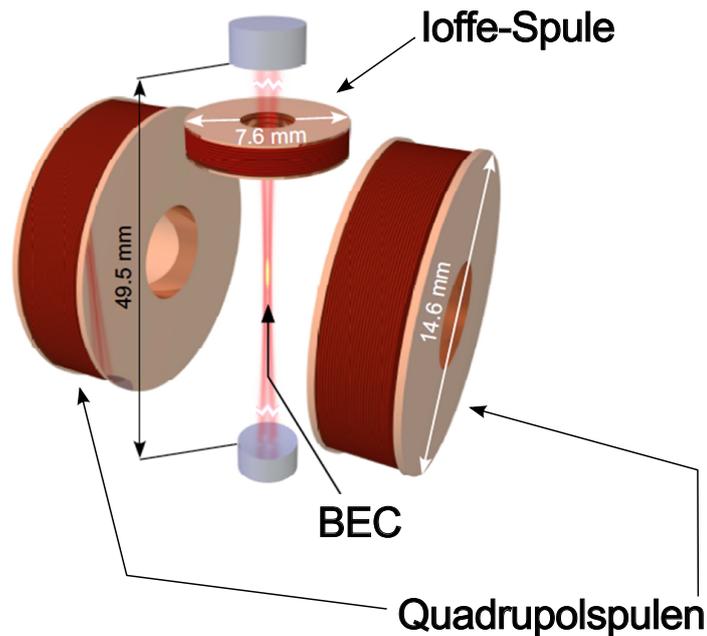
In diesem Kapitel wird der experimentellen Aufbau beschrieben, der für diese Arbeit verwendet wurde. Da in den Dissertationen meiner Vorgänger Julian Klinner [Kli09] und Matthias Wolke [Wol12] schon viele Details dazu zu finden sind, wird hier nur auf die für das Verständnis dieser Arbeit wichtigen Aspekte eingegangen. Als Ausgangspunkt für die durchgeführten Experimente wurde ein Bose-Einstein Kondensat (BEC) [PS02, DMA<sup>+</sup>95, AEMW95] aus Rubidiumatomen erzeugt und mit der Gaußmode, der TEM<sub>00</sub>-Mode (engl. **Transverse Electromagnetic Mode**), eines optischen Hochfinesseresonators überlagert. Danach werden die Atome mit Laserlicht, entweder auf Achse des Resonators (siehe Kapitel 2) oder senkrecht dazu (siehe Kapitel 3), beleuchtet. Der erste Teil dieses Kapitels (1.1) beschreibt das Herzstück des Experiments, den optischen Hochfinesseresonator. Im zweiten Teil (1.2) wird die Erzeugung des Bose-Einstein-Kondensats und der Transport in das Zentrum der Resonatormode skizziert.

### 1.1 Der optische Hochfinesseresonator

Vergleicht man den hier verwendeten, auf Abbildung 1.1 dargestellten, Resonator mit denen in ähnlichen Experimenten (siehe FIG.21 in [RDBE13]), so fällt als wesentlicher Unterschied der große Abstand zwischen den Spiegeln auf. Daraus resultiert eine sehr schmale Linienbreite und somit die Rückstoßauflösung der hier durchgeführten Experimente.

#### 1.1.1 Die wichtigsten Resonatoreigenschaften

Optische Resonatoren haben drei, für das Verständnis dieser Arbeit wichtige, Eigenschaften: das Speichern von Licht, die Modifikation des Vakuums und die Sensitivität auf Materie. Sie werden im Folgenden näher beschrieben.



**Abbildung 1.1:** Das Herzstück des Experiments ist der optische Resonator mit einem Spiegelabstand von knapp 5 cm. Die Magnetspulen, oben die kleine Offset-Spule (Ioffe) und seitlich die Quadrupolspulen, erzeugen die Atomfalle. Bild ähnlich in [KKWH14b]

### Linienbreite und Finesse, Energieselektivität

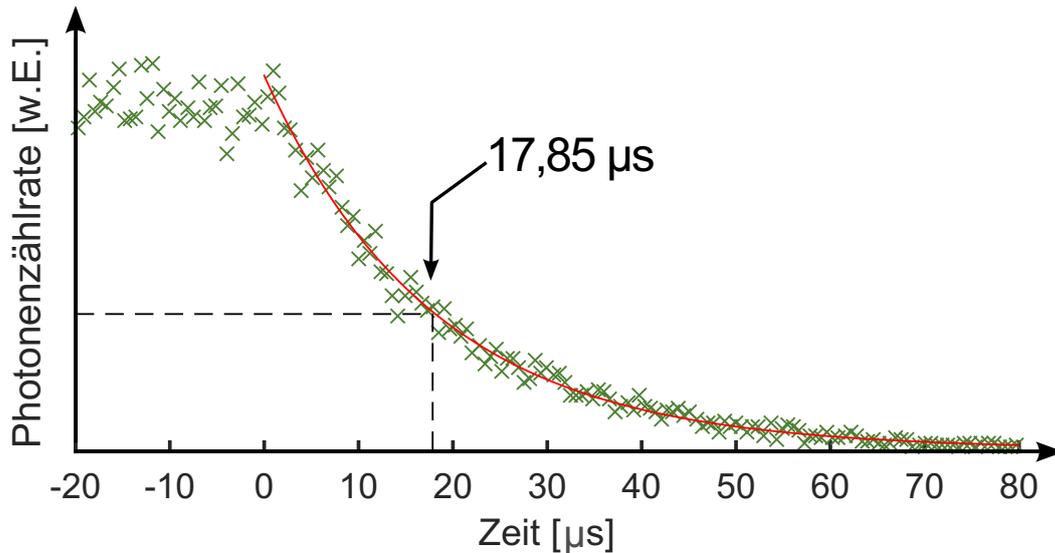
Der optische Resonator (siehe 1.1) speichert Licht. Aufgrund der hoch reflektierenden Spiegel absolvieren Photonen viele tausend Umläufe bis sie verloren gehen. Da der Resonator verhältnismäßig lang ist, führt dies zu einer Abklingzeit bzw. Lebensdauer  $\tau$  des Lichtfeldes von fast 18  $\mu\text{s}$ . Abbildung 1.2 zeigt eine entsprechende Messung. Es ergibt sich daraus eine Feldzerfallsrate  $\kappa$  von

$$\kappa = \frac{1}{4\pi\tau} \approx 4,5 \text{ kHz.} \quad (1.1)$$

Die aus der Lebensdauer des Resonatorfeldes resultierende Linienbreite  $\delta\nu_C$  (volle Breite auf halber Höhe - FWHM) ist

$$\delta\nu_C = 2\kappa = \frac{1}{2\pi\tau} \approx 8,9 \text{ kHz.} \quad (1.2)$$

Streuung kann als Absorption und Emission eines Photons in ein imaginäres Niveau beschrieben werden und dabei wird jeweils der Photonenimpuls  $\hbar k$  auf das Atom übertragen. Das bedeutet bei einem Streueignis von einem Atom mit einem Lichtteilchen wird also zweimal der Photonenimpuls  $\hbar k$  übertragen. Der daraus resultierende Netto-Impulsübertrag  $\Delta P$  hängt vom Streuwinkel  $\beta_S$ , dem Winkel zwischen einlaufendem und auslaufendem Photon (siehe Abbildung 1.3) ab. Die dazugehörige Energiedifferenz  $\Delta E$  folgt näherungsweise der Dispersionsrelation  $E = P^2/2m$  eines freien Teilchens mit dem Impuls  $P$  und hängt



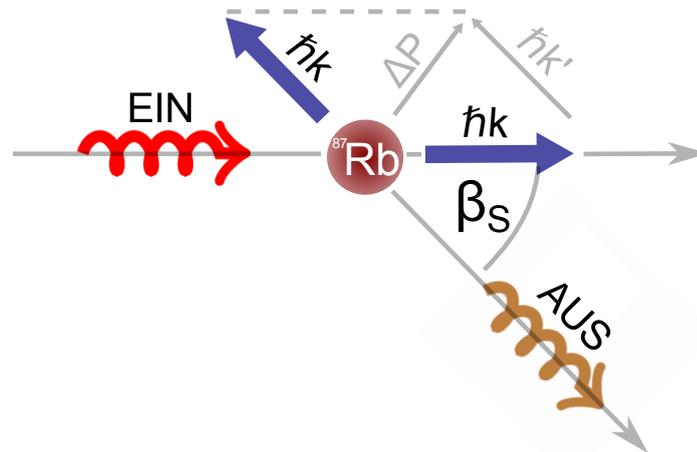
**Abbildung 1.2:** Um die Abklingzeit des Resonatorfeldes zu messen, koppelt man Licht ein und zählt die aus einem der beiden Spiegel leckenden Photonen. Die gestrichelte Linie markiert den Zeitpunkt an dem die mit einer e-Funktion gefittete Zählrate (rot) auf  $1/e$  abgefallen ist.

damit vom Anfangsimpulszustand und dem Streuwinkel  $\beta_S$  ab. Dabei wird der Einfluss des Stehwellenpotentials im Resonator, die Magnetfalle, sowie die Atom-Atom-Wechselwirkung vernachlässigt. Wie in 2.3 gezeigt wird, genügt dieses Modell, um die Prozesse qualitativ zu verstehen. Bei den hier durchgeführten Experimenten nimmt  $\beta_S$  drei unterschiedliche Werte an, nämlich  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  oder  $180^\circ$ . Bei  $0^\circ$  werden die Photonen nach vorne gestreut und es wird kein Netto-Impuls und keine Energie übertragen. In den anderen beiden Fällen ist ohne Anfangsimpuls die nötige Energieübertragung am geringsten. Bei transversaler Kopplung werden die Atome senkrecht zur Resonatorachse (siehe Kapitel 3) gepumpt. Hier ist  $\beta_S = 90^\circ$  und es wird in diesem Fall zweimal die Rückstoßenergie  $E_{\text{rec}}$  übertragen ( $\Delta P = \sqrt{2} \cdot \hbar k \Rightarrow \Delta E_{\text{Trans}} = 2 E_{\text{rec}}$ ). Die dritte Möglichkeit  $\beta_S = 180^\circ$  gilt für Experimente mit longitudinaler Kopplung, Pumpen des Systems auf Achse des Resonators (siehe Kapitel 2). Das bedeutet die Photonen werden nach hinten gestreut und für den Fall ohne Anfangsimpuls wird dabei die Energie  $\Delta E_{\text{Rück}} = 4 E_{\text{rec}}$  ( $\Delta P = 2\hbar k$ ) übertragen. Für Rubidiumatome bei der hier verwendeten Lichtwellenlänge von 803 nm gilt nach [Ste10] für  $\beta_S = 90^\circ$

$$\Delta E_{\text{Trans}} = 2 E_{\text{rec}} = 2 \cdot \hbar 2\pi\nu_{\text{rec}} \approx 2 \cdot \hbar 2\pi 3,56 \text{ kHz} = 2\pi\hbar \cdot 7,12 \text{ kHz} \approx 2\pi\hbar \delta\nu_C \quad (1.3)$$

bzw. für  $\beta_S = 180^\circ$

$$\Delta E_{\text{Rück}} = 4 E_{\text{rec}} = 4 \cdot \hbar 2\pi\nu_{\text{rec}} \approx 2 \cdot \hbar 2\pi 3,56 \text{ kHz} = 2\pi\hbar \cdot 14,24 \text{ kHz} > 2\pi\hbar \delta\nu_C \quad (1.4)$$



**Abbildung 1.3:** Der Streuwinkel  $\beta_S$  ist der Winkel zwischen einlaufendem (EIN) und auslaufendem (AUS) Photon. Bei jedem Streueignis wird zweimal der Photonenimpuls  $\hbar k$  (blaue Pfeile) auf das Atom ( $^{87}\text{Rb}$ ) übertragen. Für den Nettoimpulsübertrag  $\Delta P$  werden die beiden Vektoren addiert. Das Ergebnis hängt von  $\beta_S$  ab. Die dazugehörige Energiedifferenz  $\Delta E$  spiegelt sich in der Frequenzverschiebung des gestreuten Photon wieder und folgt näherungsweise der parabelförmigen Dispersionsrelation  $E = P^2$  für ein freies Teilchen.

Die zu dem Energieübertrag korrespondierende Frequenz ist also ungefähr gleich oder größer als die Linienbreite des Resonators  $\delta\nu_C$ . Bei geschickter Wahl der Verstimmung zwischen Resonatorresonanz und angebotenen Photonen können somit bestimmte Streuprozesse begünstigt werden, da für sie die Frequenz der gestreuten Photonen  $\nu_{\text{Streu}}$  besser in den Resonator passt, das heißt resonant mit ihm ist. Dies führt zur Energieselektivität aufgrund der Rückstoßauflösung des Resonators.

Eine weitere charakteristische Größe eines Resonators ist die Finesse  $\mathcal{F}$ . Sie ist ein Maß für die Qualität der Spiegel und ist definiert als Verhältnis zwischen dem Abstand der Resonanzen, nämlich dem freien Spektralbereich  $FSB$ , und der Linienbreite  $\delta\nu_C$ . Für den hier verwendeten Aufbau gilt

$$\mathcal{F} = \frac{FSB}{\delta\nu_C} = \frac{3\,063\,000}{8,9} \approx 344\,000. \quad (1.5)$$

Da der Resonator sich im Vakuum (Druck in der Experimentkammer ist  $3 \cdot 10^{-11}$  mbar) befindet, gehen die Photonen hauptsächlich durch Streuverlust an den Spiegeln oder durch deren endliche Transmission<sup>1</sup> verloren. Damit folgt für die Finesse

$$\mathcal{F} = \frac{c/2L}{\delta\nu_C} = \frac{c}{2L} 2\pi\tau \quad (1.6)$$

<sup>1</sup>Transmission der verwendeten Spiegel:  $1 \cdot 10^{-6}$  und  $13 \cdot 10^{-6}$

mit der Resonatorlänge  $L$  und der Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Für die Lebensdauer  $\tau$  gilt dann

$$\tau = \frac{1}{2\pi} \frac{2L}{c} 2\mathcal{F} = \frac{1}{2\pi} \frac{2L}{c} 2\mathcal{F}. \quad (1.7)$$

Damit ist die mittlere Umlaufanzahl  $N_{\text{Um}}$  der Photonen, was gleich bedeutend mit der Leistungsüberhöhung  $p_{\text{C}}$  des Resonators ist,

$$N_{\text{Um}} \approx \frac{\tau c}{2L} = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \approx 110\,000. \quad (1.8)$$

Das gilt aber nur wenn die Transmission des Einkoppelspiegels  $\tau_{\text{IC}}$  gleich der gesamten Verluste im Resonator (Streuverluste  $\mathcal{L}$  und Transmission des Auskoppelspiegels  $\tau_{\text{HR}}$ ) ist. Für den hier verwendeten Aufbau wurde die tatsächliche Umlaufzahl  $N_{\text{Um}}$  bzw. Leistungsüberhöhung  $p_{\text{C}}$  bestimmt:

$$N_{\text{Um}} \approx 1,44 \cdot \frac{\mathcal{F}}{\pi} \approx 157\,000. \quad (1.9)$$

Der Faktor  $2\pi$  hat keine physikalische Bedeutung und folgt nur aus der Definition der Finesse. Linienbreite, Lebensdauer, Finesse, Freier Spektralbereich, Resonatorlänge und Umlaufanzahl hängen alle voneinander ab und können mit einer Messung der Abklingzeit  $\tau$  und des freien Spektralbereichs  $FSB$  auseinander bestimmt werden. In der Tabelle 1.1 am Ende dieses Unterkapitels sind die wichtigsten Parameter des Resonators -inklusive Fehler- aufgelistet.

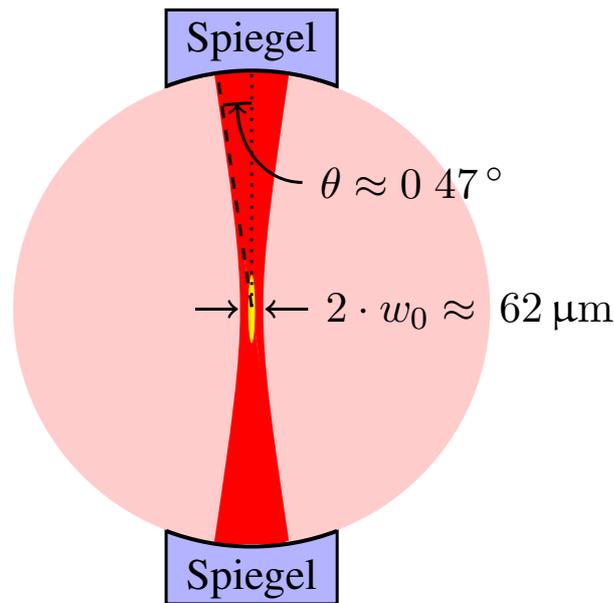
### Purcell-Effekt, Richtungsselektivität

Spontane Emissionsprozesse werden durch Vakuumfluktuationen stimuliert. Wegen des Einflusses des Resonators auf das Vakuum sind die Fluktuationen in der Resonatormode überhöht und die Emission in diese wird gegenüber der in den freien Raum bevorzugt. Das wird Purcell-Effekt [Pur46] genannt. Das Verhältnis der Emissionsrate in die Mode und der in den freien Raum nennt man Purcellfaktor

$$\eta_{\text{C}} = \frac{3}{4\pi^2} \lambda^3 \frac{Q}{V}, \quad (1.10)$$

wobei  $Q$  die Güte des Resonators,  $V$  das Modenvolumen und  $\lambda$  die Wellenlänge des atomaren Übergangs ist. Die in dieser Arbeit durchgeführten Experimente wurden weit verstimm (etwa 8nm) von der atomaren Resonanz durchgeführt. Es gibt also keine Absorption und keine spontane Emission im eigentlichen Sinne, sondern es findet Rayleigh-Streuung statt. Der Purcell-Effekt lässt sich auch auf Streuexperimente anwenden. Dabei wird  $\lambda$  zur Wellenlänge der Resonatorresonanz und die Streuung auf die dazugehörige Frequenz wird bevorzugt. Gezieltes Wählen der Verstimmung kann die Streuung in die Resonanz unterdrücken oder begünstigen. Der Purcellfaktor lässt sich auch mit den Resonatoreigenschaften ausdrücken und berechnen [Wol12]. Er ist

$$\eta_{\text{C}} = \frac{24}{\pi(w_0 k)^2} \mathcal{F} = \frac{6}{\pi} \theta^2 \mathcal{F} = 44, \quad (1.11)$$

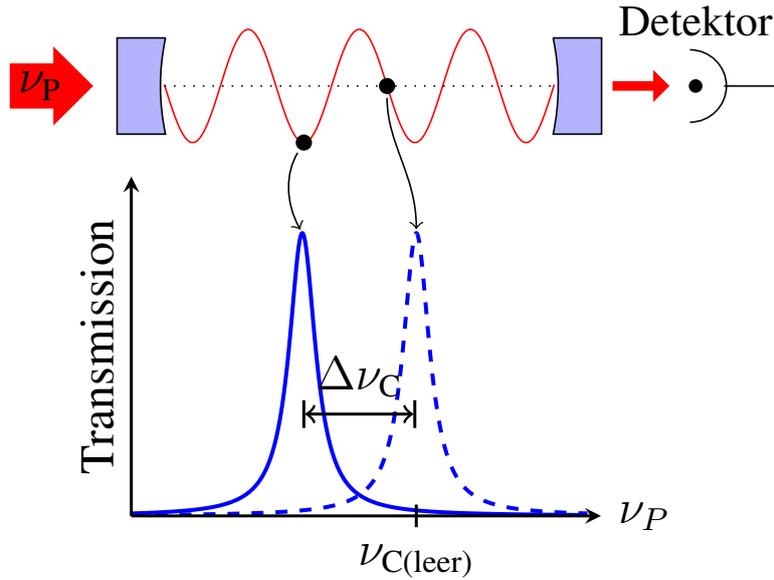


**Abbildung 1.4:** Je größer der Teil des Raumwinkels ist, den der halbe Modenöffnungswinkel  $\theta$  einnimmt, desto bevorzugter ist die Streuung in den Resonator. Wird  $\theta$  mit der Finesse  $\mathcal{F}$  und einem Vorfaktor multipliziert bekommt man den Purcellfaktor.

mit  $w_0$  als Strahltaile (engl. waist) der Resonatormode,  $k$  der Wellenzahl und  $\mathcal{F}$  der Finesse. Eine weitere Möglichkeit ist ihn durch das Produkt des halben Öffnungswinkel  $\theta$  der Mode mit der Finesse  $\mathcal{F}$  und einen Vorfaktor auszudrücken. Der Winkel  $\theta$  sowie  $w_0$  ist in Abbildung 1.4 dargestellt. Der Wert  $\eta_C = 44$  bedeutet, dass von 45 gestreuten Photonen 44 in die Resonatormode gehen. Damit kann die Streuung in den freien Raum bei der Beschreibung der hier durchgeführten Experimente vernachlässigt werden. Der vertikal aufgebaute Resonator gibt somit eine Richtung (nach oben  $\rightarrow$  oder nach unten  $\leftarrow$ ) für die gestreuten Photonen vor. Daraus folgt eine Richtungsselektivität für die Streuprozesse durch den Einfluss des Resonators auf das Vakuum.

### Licht-Materie Wechselwirkung, starke kooperative Kopplung

Befinden sich Atome im Modenvolumen eines Resonators, so ändern sie dort die Lichtpropagation. Sie wirken wie ein Brechungsindex und sorgen für eine effektive Längenänderung. Für die Resonanz muss die effektive Weglänge einem ganzzahligen Vielfachen der Pumpwellenlänge entsprechen. Durch die Anwesenheit von polarisierbarer Materie (wie z.B. Atomen) ändert sich die effektive Weglänge des Lichtes und die Resonanzfrequenz  $\nu_C$  des Resonators wird um  $\Delta\nu_C$  verschoben. Dies stellt Abbildung 1.5 dar. Das bedeutet, bei fester Pumpfrequenz  $\nu_P$  haben die Atome einen Einfluss auf die eingekoppelte Lichtleistung. Wie stark diese Wirkung ist, hängt davon ab, wie stark die Materie polarisiert wird, also auch von der Lichtintensität am Ort der Atome (siehe 1.5). Das rot gegenüber der atomaren Resonanz verstimmte Lichtfeld stellt aufgrund der Dipolkraft ein Potential für

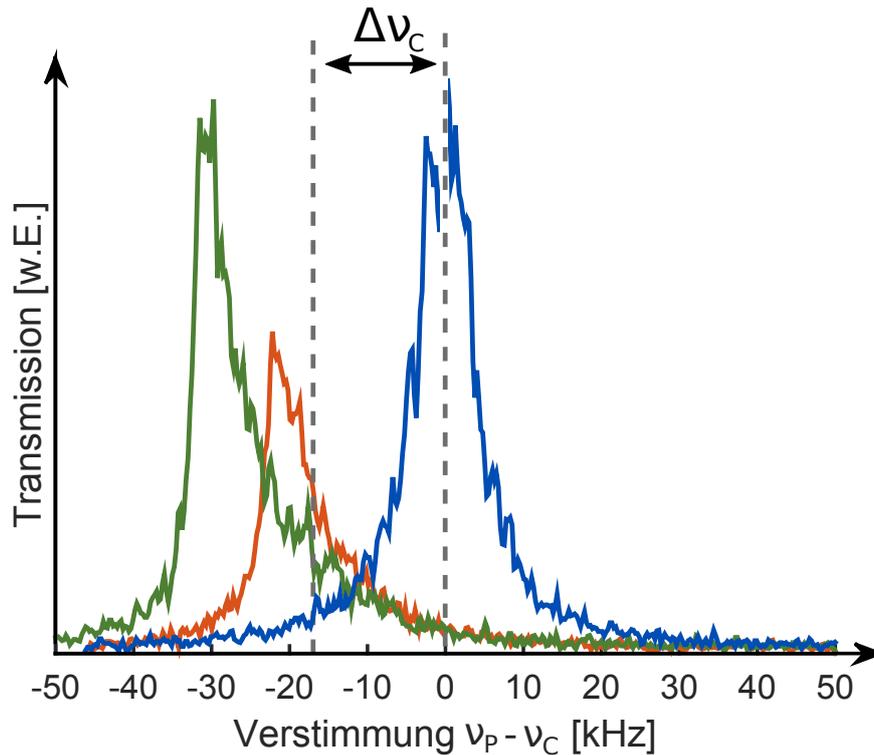


**Abbildung 1.5:** Verschiebung der Resonanzfrequenz  $\nu_C$  durch polarisierbare Materie im Modenvolumen. Dabei ist entscheidend, wo sich die Materie befindet. So ergibt sich eine maximale Verschiebung (durchgezogene Resonanz) am Potentialminimum (Intensitätsmaximum) und keine (gestrichelt Resonanz) am Nulldurchgang.

die Atome dar. Von der Tiefe dieses Potentials hängt es ab, wie stark die Atome in dessen Minimum lokalisiert sind und es gibt somit eine Rückwirkung des Lichtfeldes auf die räumliche Verteilung der Atome. Dadurch entsteht ein gekoppeltes Atom-Resonator-System. Für ein Atom ist die Verschiebung abhängig von der Rate des atomaren Übergangs  $\gamma$ , der Verstimmung  $\Delta_A$  zwischen der atomaren Übergangsfrequenz und dem Pumplicht, sowie von den beiden Resonatorparametern Purcellfaktor  $\eta_C$  (Gleichung 1.11) und Feldzerfallsrate  $\kappa$  (Gleichung 1.1). Für die maximale Verschiebung  $\Delta\nu_{C \max}$  gilt

$$\Delta\nu_{C \max} = \frac{\kappa\eta_C}{4\pi\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta_A}{\gamma}\right)^2}}. \quad (1.12)$$

Eine genauere Herleitung findet man in [Wol12]. Als „stark gekoppelt“ werden Systeme bezeichnet bei denen die Verschiebung  $\Delta\nu$  größer als die Linienbreite  $\delta\nu_C$  bzw. größer als  $2\kappa$  ist [MM06]. Da für die Experimente in dieser Arbeit mit mehr als 8 nm eine sehr große Verstimmung gegenüber dem atomaren Übergang benutzt wurde, ist das System mit einem einzigen Atom nur „sehr schwach gekoppelt“. Nimmt man ein Ensemble mit mehreren Atomen so koppeln sie gemeinsam bzw. „kollektiv“ an das Lichtfeld [TLV<sup>+</sup>06, WWPR11]. Da sie sich an unterschiedlichen Positionen in dem Lichtpotential befinden, muss Formel 1.12 mit dem normierten Überlappintegral zwischen der Stehwelle des Resonators und der atomaren Verteilung  $\langle \text{Mode} \rangle_\psi$  gewichtet werden (Werte zwischen 0 und 1). Das hier verwendete Ensemble hat eine Atomzahl von ungefähr  $N = 100.000$ . Zusätzlich zu der dispersiven



**Abbildung 1.6:** Resonanzen der Resonatortransmission: blau ohne Atome, grün mit 100.000 Atomen und rot mit der gleichen Atomzahl, aber für eine geringere Pumpstärke. Die linke gestrichelte Linie kennzeichnet die nicht verkippte vorwärts verschobene Resonanz, die rechte die Resonanzfrequenz des leeren Resonators. Die Verkipfung ist ein dynamischer Effekt und entsteht durch Lokalisierung der Atome an den Intensitätsmaxima, da dies die effektive Kopplung erhöht.

Verschiebung der Resonanzfrequenz kommt bei einer Transmissionsspektroskopie eines Resonators mit Atomen noch ein dynamischer Effekt hinzu. Stimmt man die Pumpfrequenz  $\nu_P$  über die Resonanz, so wird bis zu ihrem Erreichen der maximalen Einkopplung das Lichtpotential immer tiefer. Aufgrund der Dipolkraft lokalisieren sich die Atome an den Intensitätsmaxima des zum atomaren Übergang rot verstimmt Lichtfeldes. Dadurch spüren die Photonen effektiv mehr Atome und die Kopplung erhöht sich. Dieser Effekt wird mit tiefer werdendem Potential so lange stärker bis alle Atome lokalisiert sind. Durch diesen dynamischen Effekt verschiebt sich die Resonanzfrequenz während über sie gestimmt wird und es entsteht eine verkippte Resonanz, wie sie in Abbildung 1.6 gezeigt ist. Um die Verschiebung, die nur aufgrund der Vorwärtsstreuung zustande kommt ( $\Delta\nu_C$  in Abbildung 1.6) aus den Experimentdaten zu bestimmen, wurden zwei Spektren mit unterschiedlichen Pumpstärken  $\eta_P$  (rot und grün in Abbildung 1.6) aufgenommen. Mit Hilfe der beiden Messungen wird dannach auf die Resonanzverschiebung ohne die Lokalisierung zurück gerechnet. Es

ergibt sich eine dispersive Verschiebung von 18 kHz und somit eine Kopplung von

$$N \cdot \overline{\Delta\nu_C} = N \cdot \frac{\kappa\eta_C}{4\pi\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\Lambda}{\gamma}\right)^2}} \langle \text{Mode} \rangle_\Psi \approx 2,0 \cdot \delta\nu_C. \quad (1.13)$$

Die dispersive Verschiebung der Resonanzfrequenz des Resonators ist damit größer als  $2\kappa$  und das Atom-Resonator-System ist somit „stark kooperativ (kollektiv) gekoppelt“.

Abkürzung	Kommentar	Parameterwert
$\mathcal{T}_{IC}$	Transmission des Einkopplers	$(13 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
$\mathcal{T}_{HR}$	Transmission des Hochreflektors	$(1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
$\mathcal{L}$	Streuverluste im Resonator	$4 \cdot 10^{-6}$
$FSB$	freier Spektralbereich	$(3\,063\,1 \pm 0\,1) \text{ MHz}^a$
$L$	Abstand der Spiegel	$(48,93 \pm 2 \cdot 10^{-3}) \text{ mm}^a$
$\Delta\nu_{TEM}$	Abstand transversaler Moden	$(301,5 \pm 0,1) \text{ MHz}^a$
$\tau$	$1/e$ Intensitätszerfallszeit	$(17,85 \pm 0,25) \mu\text{s}$
$\mathcal{F}$	Finesse	$344\,200 \pm 5\,000$
$\delta\nu_C$	Linienbreite (FWHM)	$(8,9 \pm 0,1) \text{ kHz}$
$\kappa$	Feldzerfallsrate	$(4,5 \pm 0,1) \text{ kHz}$
$\eta_C$	Purcellfaktor	$44 \pm 0,7$
$p_C$	Leistungsüberhöhung im Resonator	$(1,44 \pm 0,05)^{b\frac{\mathcal{F}}{\pi}} = 157\,000 \pm 6000$
$R$	Krümmungsradius der Spiegel	$(25,060 \pm 0,005) \text{ mm}$
$w_0$	Waist der Mode	$(31,2 \pm 0,1) \mu\text{m}$
$w_1$	Modenradius auf einem Spiegel	$(202,8 \pm 0,1) \mu\text{m}$
$z_R$	Rayleigh-Länge	$(3,81 \pm 0,03) \text{ mm}$
$\Theta$	halber Modenöffnungswinkel	$(8,19 \pm 0,08) \text{ mrad} \hat{=} (0,469 \pm 5 \cdot 10^{-3})^\circ$

<sup>a</sup>die Werte gelten für den kalten Resonator

<sup>b</sup>Reale Überhöhung mit dem Faktor 1,44 aufgrund der Überkopplung des Resonators

**Tabelle 1.1:** Übersicht über die Eigenschaften des Resonators für die hier verwendete Lichtwellenlänge von 803 nm. Die Werte sind aus [Wol12] übernommen.

## 1.1.2 Die Resonatorlaser und ihre Stabilisierung

Um die Atome mit einer festen Frequenzverstimmung gegenüber der Resonatorresonanz pumpen zu können, ist es essentiell einen Laser zur Verfügung zu haben, dessen Linienbreite deutlich schmaler als die des Resonators  $\delta\nu_C$  ist. Außerdem muss die Laserfrequenz  $\nu_P$  relativ zur Resonanzfrequenz des Resonators einstellbar sein. Das wurde hier mit Hilfe von zwei Lasern erreicht. Die Details zu den Stabilisierungen und dem Aufbau finden man in [Wol12]. An dieser Stelle wird nur kurz auf das Schema eingegangen. Der eine Laser wird Referenzlaser<sup>2</sup> genannt und ist mit dem Pound-Drever-Hall Verfahren [Bla00] auf die  $TEM_{11}$ -Mode, die Kleeblattmode (siehe Abbildung 1.11) stabilisiert. Der Resonator selbst ist nicht aktiv stabilisiert. Der Referenzlaser wird mitgeführt und liest somit die aktuelle Position der Resonanz, also die aktuelle Länge des Resonators aus. Der schnelle Teil des Fehlersignals geht direkt auf den Strom des Diodenlasers und reduziert seine Linienbreite auf deutlich unter einem Kilohertz [DHK<sup>+</sup>83].

Der zweite Laser, der eigentliche Experimentierlaser<sup>3</sup>, ist mit Hilfe eines Phasenlocks auf den Referenzlaser stabilisiert. Über spannungsgesteuerte Oszillatoren (engl. Voltage Controlled Oscillator - VCO) kann die Differenzfrequenz ( $\approx 2,46$  GHz) so eingestellt werden, dass der Experimentierlaser die gewünschte Verstimmung zu der  $TEM_{00}$ (der Gaußmode) des nächsten freien Spektralbereichs  $FSB$  besitzt. Im Vergleich zu [Wol12] ist das Lasersystem auf Fasern umgerüstet. Dies erhöht die räumliche Stabilität der Einkopplung in den Resonator und damit die Reproduzierbarkeit der Experimente deutlich. Die Strahlparameter sind dabei gleich geblieben. Eine weitere Neuerung ist, dass immer zum gleichen Zeitpunkt während der MOT-Ladephase jedes Experimentzykluses der Experimentierlaser einmal über die Resonanz des leeren Resonators gescannt wird. Dafür wird die Steuerspannung des VCO verändert und dabei das transmittierte Licht mit dem Einzelphotonenzähler (siehe Abschnitt 1.1.3) detektiert. Dieses Signal wird Tiefpass gefiltert und mit einer USB-Karte von *National Instruments*<sup>4</sup> mitgeschrieben. Die Daten werden dann mit einem *Labview*-Programm gegen die am VCO angelegte Spannung geplottet und über einen Gaussfit die maximale Transmission ermittelt. Die VCO-Spannung und damit die Frequenz des Experimentierlaser wird dann auf das Transmissionsmaximum gestellt. Es findet somit eine automatische Kalibrierung zu Beginn jedes Experimentzyklus statt. Das ist nötig, da sich der Resonator im Betrieb erwärmt und nur so gewährleistet ist, dass reproduzierbar am selben Ausgangspunkt gestartet wird. Trotzdem ist aber ein Warmlaufen des Aufbaus von mehreren Stunden notwendig, da vorher die Temperatur- und damit die Längenänderung des Resonators während eines Zyklus nicht konstant ist und somit eine Kalibrierung am Anfang nicht den gewünschten Effekt hat.

## 1.1.3 Die Detektion des transmittierten Lichts

Durch die Verwendung eines Resonator kommt zu den üblichen Messgrößen der Physik der kalten Gase, den Impulsspektren, noch das Resonatorlichtfeld hinzu. Dieses Feld ist mit

---

<sup>2</sup>DL 100 pro Design von Toptica

<sup>3</sup>DL 100 pro Design von Toptica

<sup>4</sup>NI USB-6008

den Atomen gekoppelt und es gibt eine Rückwirkung in beide Richtungen (siehe Abschnitt 1.1.1). Aufgrund der nicht perfekten Spiegel wird ein kleiner Teil des Lichtes transmittiert und kann detektiert werden. Dabei ist die transmittierte proportional zur resonatorinternen Leistung. Das Lichtfeld bietet dadurch die Möglichkeit einer „Live“-Beobachtung der stattfindenden Physik und lässt Rückschlüsse auf die Größen des gekoppelten Systems zu. Es wurde gezeigt, dass es damit möglich ist, Phasenübergänge zu detektieren [Bau12, BGBE10] und dass die Phasengrenze mehrfach nacheinander mit demselben System überquert werden konnte [BMBE11]. Außerdem konnte die Dynamik beim Überqueren einer Phasengrenze [KKW<sup>+</sup>15] und der superradianten Streuung [KKWH14b, KKWH14a] untersucht werden.

Für die hier durchgeführten Experimente wurden, wie in 1.1.2 beschrieben, ein Aufbau mit zwei Resonatorlasern gewählt. Der dazugehörige Strahlengang ist in Abbildung 1.7 dargestellt.

### Longitudinales Pumpen

Für die longitudinale Kopplung (Kapitel 2), das Pumpen des Systems auf der Resonatorachse, ist der Referenzlaser  $\sigma^+$  und der Experimentierlaser  $\sigma^-$  polarisiert. Für  $\sigma^-$ -Polarisation koppelt das Licht maximal an die Rubidiumatome [MVdS99]. Mit Hilfe eines  $\lambda/4$ -Plättchens und eines Polarisationsstrahlteilers (engl. **Polarisation Beam Splitter** - PBS) werden die Laserstrahlen hinter dem Resonator voneinander getrennt. Der Aufbau wurde so optimiert, dass möglichst wenig Referenzlicht auf den Einzelphotonenzähler<sup>5</sup> (engl. **Single Photon Count Module** - SPCM) trifft und somit kein unnötiger Hintergrund auf den Messdaten zu sehen ist. Im Vergleich zu [Wol12] ist die Detektionsoptik unverändert geblieben, nur die Justierung wurde verbessert und die Streulichtabschirmung des SPCM optimiert. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (engl. **Signal-to-Noise-Ratio** - SNR) ist dadurch deutlich besser geworden und die Beobachtung der Dynamik des Heiz- bzw. Kühlprozesses (siehe Kapitel 2.4) über das Lichtfeld wurde möglich. Für die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  ergibt sich folgende Gleichung

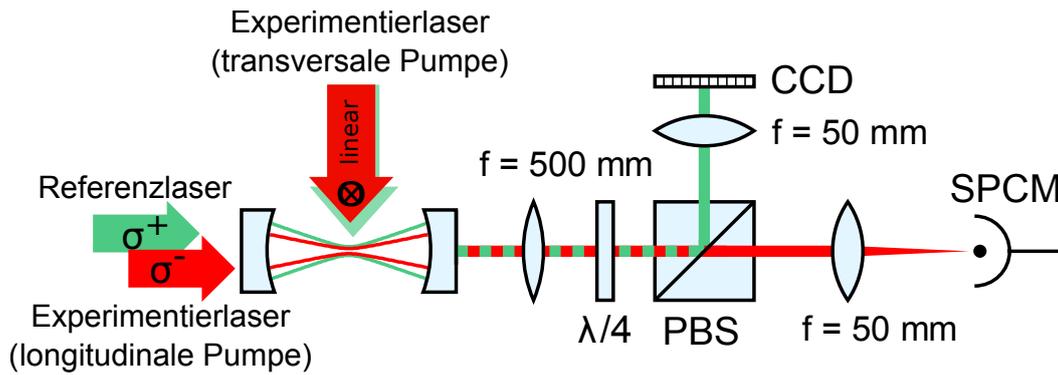
$$N_{\text{int}} = \underbrace{\eta_{\text{SPCM}}}_{\substack{\text{Zählrate} \\ \text{des Detektors}}} \cdot \underbrace{0,56}_{\substack{\text{Quanteneffizienz} \\ \text{des Detektors}}} \cdot \underbrace{0,08}_{\substack{\text{Verluste} \\ \text{an Optiken}}} \cdot \underbrace{10^{-6}}_{\substack{\text{Transmission} \\ \text{am Spiegel}}} \cdot \underbrace{\frac{1}{3 \cdot 10^9}}_{\substack{\text{Umlaufzeit} \\ = 1/\text{FSB}}} \quad (1.14)$$

Dafür wird die Zahlrate am Detektor  $\eta_{\text{SPCM}}$  mit der Quanteneffizienz, den Verlusten an den unterschiedlichen Optiken, sowie der Transmission des Auskoppelspiegels und der Umlaufzeit der Photonen im Resonator multipliziert. In dieser Arbeit werden zwei Möglichkeiten vorgestellt um die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  zu kalibrieren: Erstens über die Übergangsfrequenz für das Resonatorheizen in Abschnitt 2.5 und zweitens über die Zahl der Photonen in einem superradianten Puls in 3.3.3.

### Transversales Pumpen

Die Streuung von Licht an Atomen kann mit dem Abstrahlen eines angeregten Dipols be-

<sup>5</sup>SPCM-AQRH-13 von PerkinElmer



**Abbildung 1.7:** Die Farben der Lichtstrahlen markieren ihre Polarisation. Longitudinales Pumpen: der  $\sigma^+$  polarisierte Referenzlaser und der  $\sigma^-$  polarisierte Experimentierlaser werden nach dem Resonator mit Hilfe eines  $\lambda/4$ -Plättchens und eines Polarisationsstrahlteilers (PBS) getrennt. Transversale Kopplung: der Referenzlaser ist  $\sigma^+$  polarisiert, der Experimentierlaser ist linear polarisiert (senkrecht zur Bildebene). Beim Trennen der Laser nach dem Resonator erreichen die gestreuten  $\sigma^+$ -Photonen den Detektor (SPCM) nicht. Für beide Pump Schemata wird die eingekoppelte transversale Mode des Referenzlasers mit der CCD-Kamera<sup>a</sup> beobachtet. Bild ähnlich in [KKWH14b].

<sup>a</sup>Manta GE-046B von Allied Vision Technologies

geschrieben werden. Dieser hat eine maximale räumliche Abstrahlung senkrecht zur Polarisationsebene. Für die Experimente in Kapitel 3 wird das BEC senkrecht zur Resonatorachse mit linear in der Strahlebene polarisiertem Laserlicht (Schwingung des Feldes senkrecht zur Resonatorachse) gepumpt. Damit ist die Streuung in die Mode begünstigt. Linear polarisiertes Licht lässt sich als eine Superposition von  $\sigma^+$  und  $\sigma^-$  darstellen. Die von den Atomen in den Resonator gestreuten Photonen bilden auch eine Superposition aus  $\sigma^+$  und  $\sigma^-$  polarisiertem Licht. Um möglichst wenig des  $\sigma^+$  polarisierten Referenzlicht auf dem Detektor zu haben, werden die gestreuten  $\sigma^+$ -Photonen ebenfalls herausgefiltert. Damit geht etwa die Hälfte des transmittierten Lichtes verloren, was durch einen zusätzlichen Verlust-Term beim Vergleich mit den Messdaten kompensiert wird. Somit wird aus Gleichung 1.14 für das Zurückrechnen auf die resonatorinterne Photonenzahl

$$N_{\text{int}} = \underbrace{\eta_{\text{SPCM}}}_{\text{Zählrate am Detektors}} \cdot \underbrace{0,56}_{\text{Quanteneffizienz des Detektors}} \cdot \underbrace{0,08}_{\text{Verluste an Optiken}} \cdot \underbrace{0,5}_{\text{Kompensation } \sigma^+ \text{-Photonen}} \cdot \underbrace{10^{-6}}_{\text{Transmission am Spiegel}} \cdot \underbrace{\frac{1}{3 \cdot 10^9}}_{\text{Umlaufzeit = } 1/\text{FSB}}. \quad (1.15)$$

Im Gegensatz zum longitudinalen Fall (1.14) kommt hier noch ein Faktor 0,5 dazu, um die Verluste durch herausfiltern der  $\sigma^+$  Photonen auszugleichen.

## 1.2 Der Weg zum Bose-Einstein Kondensat in der Resonatormode

In einem Vielteilchensystem aus Bosonen sammeln sich diese ab einer kritischen Temperatur  $T_C$  im Grundzustand und befinden sich somit im gleichen quantenmechanischen Zustand [PS02]. Sie kondensieren zu einem sogenannten Bose-Einstein-Kondensat (BEC). Diese Kondensate sind ein perfekter Ausgangspunkt für Experimente zur Untersuchung von quantenmechanischen Vielteilchensystemen. Im folgenden Unterkapitel wird der Weg der Rubidiumatome von der Quelle bis zum Kondensat im Zentrum der Resonatormode beschrieben. Dafür werden die von der Quelle kommenden Atome zuerst in einer dreidimensionalen magneto-optischen Falle (3D-MOT, engl. **Magneto-Optical Trap**) lasergekühlt [DCT89] [AAK<sup>+</sup>88] [MVdS99]. Danach wird das Ensemble in eine Magnetfalle umgeladen, zum Resonator transportiert und dort bis zur Kondensation evaporativ gekühlt [KWH10] [MVdS99]. Zum Schluss wird das BEC mit der Resonatormode überlagert. Eine detaillierte Ausführung findet man in [Wol12] und [Kli09]. Hier werden nur die Neuerungen beschrieben und der Rest kurz skizziert.

### 1.2.1 Die Quelle und die erste Kühlstufe (3D-MOT)

Als Atomquelle dienen Rubidiumdispenser der Firma SAES. Das davon erzeugte Gas wird mit einer zweidimensionalen MOT (1. MOT) in zwei Raumrichtungen komprimiert und in der dritten Dimension mit Hilfe eines sogenannten Pushstrahls in die Experimentierkammer (Abbildung 1.8) gedrückt. Dort herrscht ein Druck von  $3 \cdot 10^{-11}$  mBar. Dadurch entsteht ein Atomstrahl aus dem mit einer 3D-MOT in der Hauptkammer Atome gefangen und gekühlt werden. Für diese Falle wird ein Strom von 1,9 A in Anti-Helmholz-Konfiguration durch die MOT-Spulen geschickt.

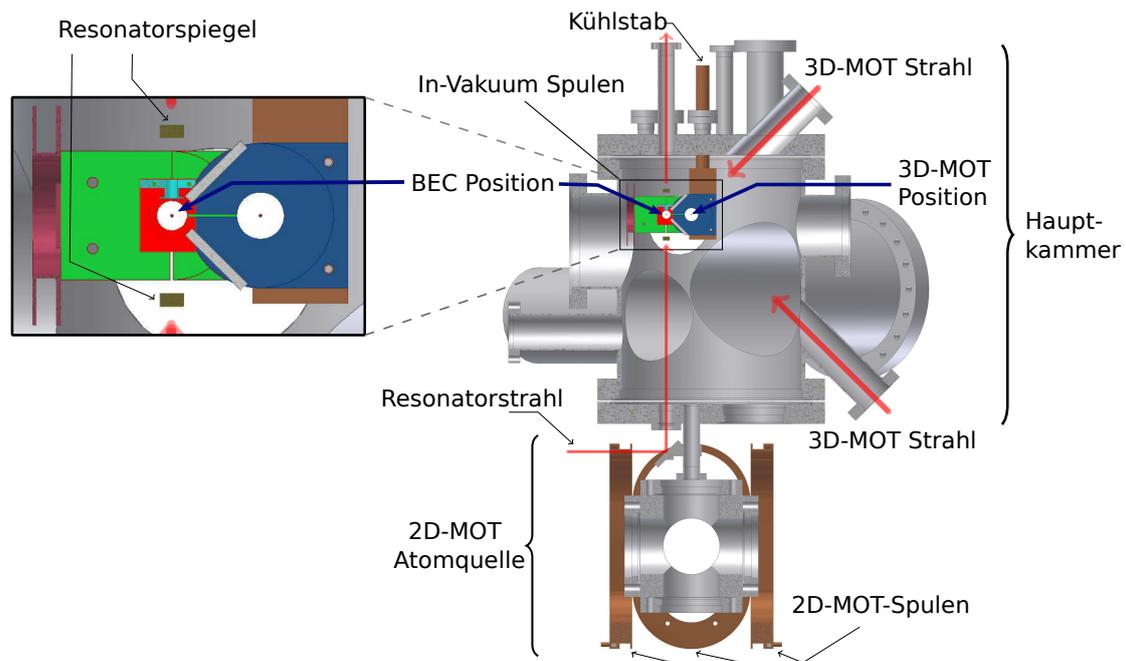
Im Vergleich zu den Vorgängerarbeiten [Kli09, Wol12] wurde an der Kammer selbst nichts verändert, jedoch das komplette Lasersystem für die Quelle, die 3D-MOT, das Umpumpen (siehe 1.2.2) und für die Abbildung im Laufe dieser Arbeit komplett neu aufgebaut.

#### Die verwendeten Laser

Vor dem Umbau gab es ein Master-Slave-System [SS66] aus insgesamt sieben selbstgebauten Diodenlasern [RWE<sup>+</sup>95], deren Licht mit Hilfe von viel Optomechanik zum Experiment geführt wurde. Dieses System war extrem instabil. Nur mit großer Anstrengung war es möglich für eine halbe Stunde am Tag reproduzierbare Daten zu nehmen. Der neue Aufbau kommt mit nur zwei Diodenlasern aus. Einen *DL-Pro-780* von *Toptica* für das Rückpumplicht mit einer Ausgangsleistung von 70 mW und einem *TA-Pro-System* der gleichen Firma, das 1,5 W für die MOTs, das Umpumpen und die Abbildung zur Verfügung stellt. Eine Skizze des neuen Lasersystems zeigt Abbildung 1.9.

#### Laserstabilisierung

Der „Rückpumpplaser“ ist über Spektroskopie mit einer Rubidiumdampfzelle auf die  $D_2$ -



**Abbildung 1.8:** Im unteren Teil der Abbildung ist die 2D-MOT-Kammer zu sehen, die als Atomquelle dient. Sie ist über eine differenzielle Pumpstufe mit der darüber liegenden Experimentierkammer verbunden. Dort befinden sich die In-Vakuum-Spulen und der auf Abbildung 1.1 gezeigte Resonator. Aus [Wol12].

Linie stabilisiert, so dass er den Übergang  $5^2S_{1/2}$  ( $F=1$ ) nach  $5^2P_{3/2}$  ( $F=1,2$ ) treibt. Dafür wird auf die Cross-Over-Resonanz der angeregten Niveaus von ( $F=1$ ) und ( $F=2$ ) stabilisiert und die Frequenz mit AOM-6 (siehe Abbildung 1.9 und Tabelle 1.2) auf Resonanz mit  $5^2P_{3/2}$  verschoben. Für die Stabilisierung wird der Strom des Lasers mit 3,25 MHz moduliert. Das digitale Lock-System<sup>6</sup> erzeugt das Fehlersignal nach dem Pound-Drever-Hall-Verfahren [Bla00] und hält den Laser auf der gewünschten Frequenz.

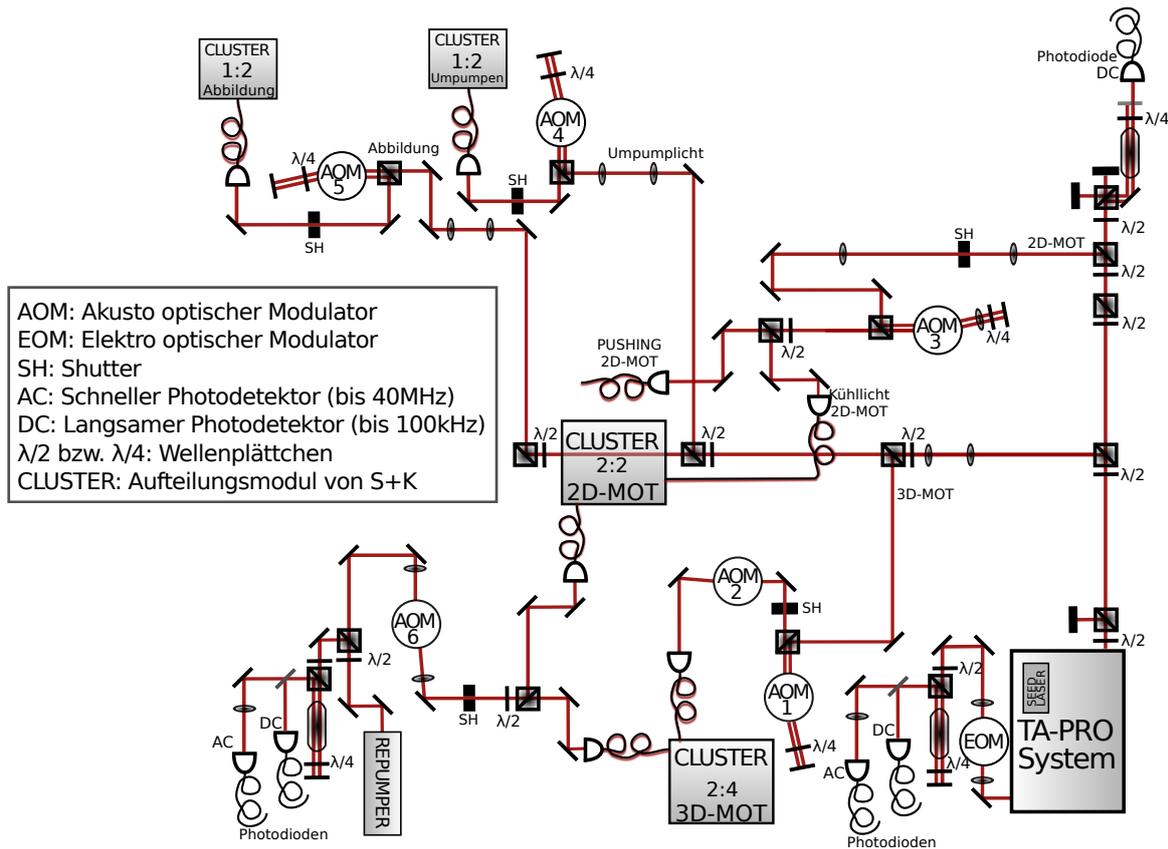
Das Fehlersignal für den „Kühlaser“ wird auf ähnliche Weise gewonnen. Allerdings werden die dafür notwendigen Seitenbänder (im Frequenzraum) bei diesem Laser nicht durch Modulation des Laserstrom erzeugt, sondern mit Hilfe eines EOMs<sup>7</sup> (engl. **E**lectro **O**ptical **M**odulator). Dieser wird mit einer Modulationsfrequenz von 20,5 MHz betrieben. Der EOM steht im Stabilisierungspfad und dadurch hat der Nutzstrahl keine unnötigen Seitenbänder, die beim Verstimmen des Kühllichts während der Melassephase stören. Der externe Pound-Drever-Hall Detektor<sup>8</sup> erzeugt das Fehlersignal. Die Regelung auf die Cross-Over-Linie  $5^2P_{3/2}$  ( $F=0,2$ ) ist mit einem gleichen System<sup>9</sup> wie beim Rückpumper realisiert. Es wurde nach dem Umbau nicht mehr wie früher die Cross-Over-Linie  $5^2P_{3/2}$  ( $F=0,3$ ) benutzt. Dadurch sind die nötigen Frequenzverschiebung einfacher mit AOMs (engl. **A**custo **O**ptical

<sup>6</sup>DigiLock 110 von Toptica

<sup>7</sup>EO-PM-NR-C1 von Thorlabs

<sup>8</sup>PDD 110 von Toptica

<sup>9</sup>DigiLock 110 von Toptica



**Abbildung 1.9:** Skizze des Lasersystem für die Quelle (2D-MOT), die erste Kühlstufe (3D-MOT), das Umpumpen (siehe Kapitel 1.2.2) und die optische Abbildung.

Modulator) zu realisieren. Die für den unterschiedlichen Einsatz des Lichtes nötigen AOM-Frequenzen findet man in der Tabelle 1.2. Der Anhang unter A zeigt Screenshots der *Digi-Lock* Software gezeigt, auf denen die zur Stabilisierung der beiden Laser gehörigen Spektren und die Fehlersignale zu sehen sind.

### Eingebauten Shutterssysteme

Neben den Lasern waren beim alten Aufbau die Shutter weitere Schwachstellen in Sachen Stabilität. Sie wurden durch zwei *SR474*-Systeme von *Stanford Research Systems* ersetzt und mit den dazugehörigen Shutterköpfen *SR475* bestückt. Die ständige Justage der Verzögerung fiel dadurch weg und mit dem neuen System konnte dauerhaft reproduzierbar gearbeitet werden. Weiter ließ sich der Zeitpuffer zwischen Triggerpuls und Shutter aufgrund der erheblich besseren Schuss-zu-Schuss Reproduzierbarkeit von 100  $\mu$ s auf 20  $\mu$ s reduzieren.

### Faserbasiertes Lasersystem

Wie oben schon bemerkt, wurde beim alten Aufbau das Laserlicht ohne die Verwendung

AOM-Nr. <sup>a</sup>	Zweck	Frequenz [MHz]	PD-Cluster <sup>b</sup> [mV]
1	3D-MOT (Doppelpass)	2x 218,60 / 203,60 <sup>c</sup>	290
2	3D-MOT (Singlepass)	-244,50	290
3	2D-MOT (Doppelpass)	2x 97,70	405
4	Umpumpen (Doppelpass)	2x 110,04	95
5	Abbildung (Doppelpass)	2x 106,85	35
6	Rückpumper (Singlepass)	80,00	148 <sup>d</sup> / 44 <sup>e</sup>

<sup>a</sup>siehe Abbildung 1.9

<sup>b</sup>Spannung der Überwachungsphotodioden der Cluster (siehe Abbildung 1.9)

<sup>c</sup>Melasse-Phase

<sup>d</sup>2D-MOT(Quelle)

<sup>e</sup>3D-MOT

**Tabelle 1.2:** Übersicht über die AOM-Frequenzen des Lasersystems, das in Abbildung 1.9 skizziert ist. In der letzten Spalte stehen die Spannungen der in die Cluster eingebauten Überwachungsphotodioden. Um eine ordentliche Atomzahl im Kondensat zu erhalten, haben sich diese Werte bewährt.

---

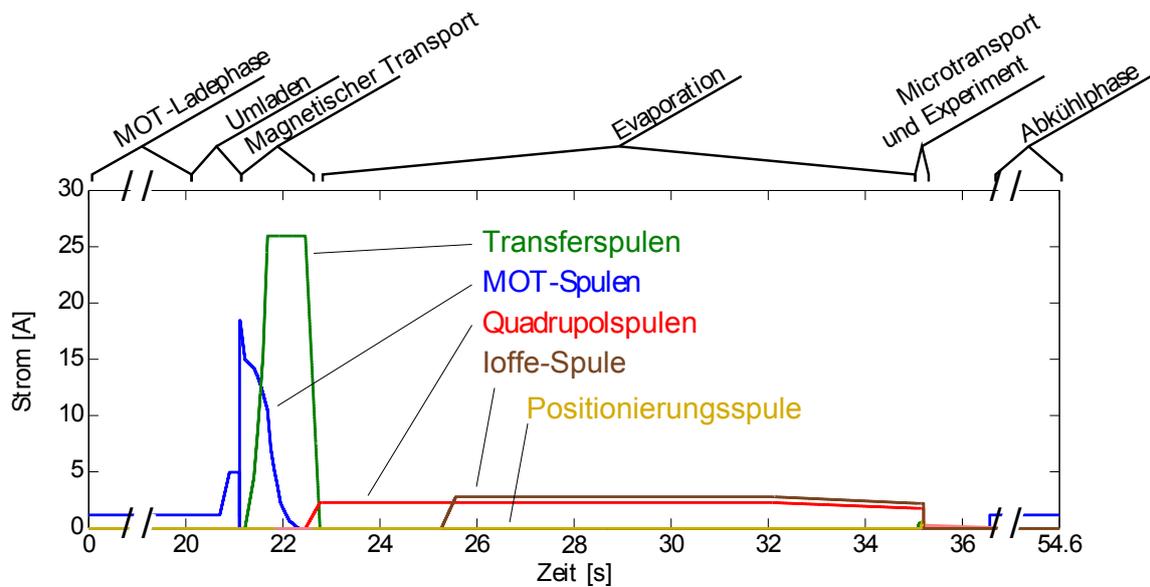
von Fasern zur Experimentkammer gelenkt. Dabei müssen mehrere Meter Strecke und auch bis zu einem Meter Höhe überwunden werden. So ein System ist auf Grund der langen Wege und der vielen dafür nötigen optomechanischen Elemente extrem anfällig für räumliche Veränderungen und damit sehr instabil. Aus diesem Grund wurden in den neuen Aufbau vier fasergekoppelte Aufteilungsmodule von *Schäfter+Kirchhoff* eingebaut. Jeweils eines für die Quelle, die 3D-MOT, das Umpumpen und die Abbildung (siehe Abbildung 1.9). Diese Module sind extrem stabil und überwachen mit einem Photodetektor am Eingang die Effizienz der Faserkopplung. Die Spannung des Detektor wird mit Hilfe einer Datenerfassungskarte<sup>10</sup> ausgelesen und gespeichert. In der Tabelle 1.2 stehen Richtwerte für die ausgelesenen Spannungen, die sich für die Erzeugung des BECs bewährt haben. Damit kann garantiert werden, dass immer die gleiche Lichtleistung am Experiment zur Verfügung steht. Mit den für die entsprechende Strahlgröße ausgesuchten Kollimatoren<sup>11</sup> bekommt man ein sehr stabiles Lasersystem, das eine gute Reproduzierbarkeit der Atomzahl ermöglicht.

Wie in Abschnitt 1.1.1 beschrieben, hängt die Verschiebung und damit die Position der Resonatorresonanz von der Atomzahl ab. Ohne diesen Um- bzw. Neubau wäre es nicht möglich gewesen das BEC reproduzierbar mit einer festen Verstimmung pumpen zu können und damit die in Kapitel 2 und 3 beschriebenen Ergebnisse zu erzielen.

---

<sup>10</sup>NI-USB-6341 von National Instruments

<sup>11</sup>Ebenfalls von Schäfter+Kirchhoff



**Abbildung 1.10:** Zeitlicher Verlauf der Ströme durch die In-Vakuum-Spulen vom Laden der MOT bis hin zur Abkühlphase nach dem eigentlichen Experiment. Abbildung aus [Wol12].

## 1.2.2 Die Magnetfallen und der Transport zur Resonatormode

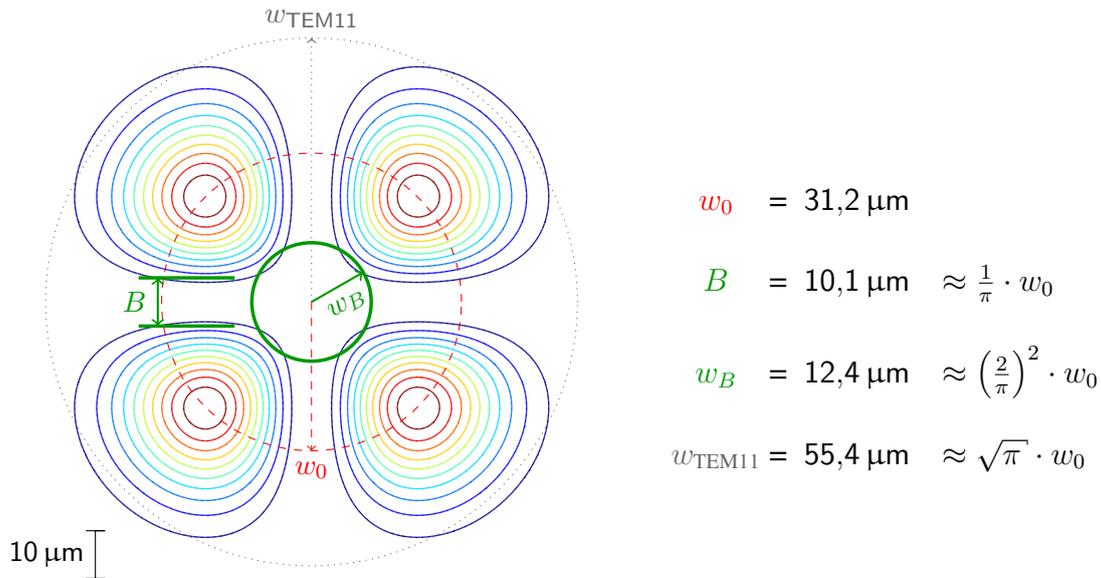
Da der magnetische Transport der Atome zur Resonatormode nicht verändert wurde, wird hier nur der Verlauf kurz skizziert und auf Details nicht genauer eingegangen. Mehr Information dazu findet man in [Wol12] und [Kli09].

### Umladen in die Magnetfalle

Nachdem die Atome von der 3D-MOT gefangen und gekühlt wurden, werden sie in eine reinmagnetische Falle umgeladen. Dafür wird das Ensemble zuerst durch Erhöhen des Spulenstroms von 1,9 A (Ladephase der MOT) auf 4,0 A komprimiert (sog. C-MOT-Phase). Anschließend wird es in einer Melasse rein optisch mit weit verstimmt (siehe Tabelle 1.2) Licht gekühlt und in den am besten fangbaren magnetischen Zustand  $|F = 2, m_f = +2\rangle$  umgepumpt. Nach Ausschalten des Lichts mit Hilfe einer Schnellstartschaltung wird der Strom in den MOT-Spulen auf 18,0 A hochgefahren (Sekunde 21 auf Abbildung 1.10). Nach diesem Umladevorgang erhält man ein Ensemble von knapp  $10^9$  Atomen mit einer Temperatur von etwa 500  $\mu\text{K}$ .

### Magnetischer Transport

Der nächste Schritt auf dem Weg zum BEC ist der magnetische Transport von der 3D-MOT-Position neben die Mode des Resonators (siehe Abbildung 1.8), wo sich das Potentialminimum der QUIC-Falle [EBH98] (engl. **Q**uadrupol-**I**offe-**C**onfiguration) befindet. Dafür wird der Strom in den MOT-Spulen herunter- und in den Transferspulen auf 26 A hochgefahren (siehe Sekunde 21 bis 23 in Abbildung 1.10). Ab Sekunde 22,5 im Zyklus wird der Strom



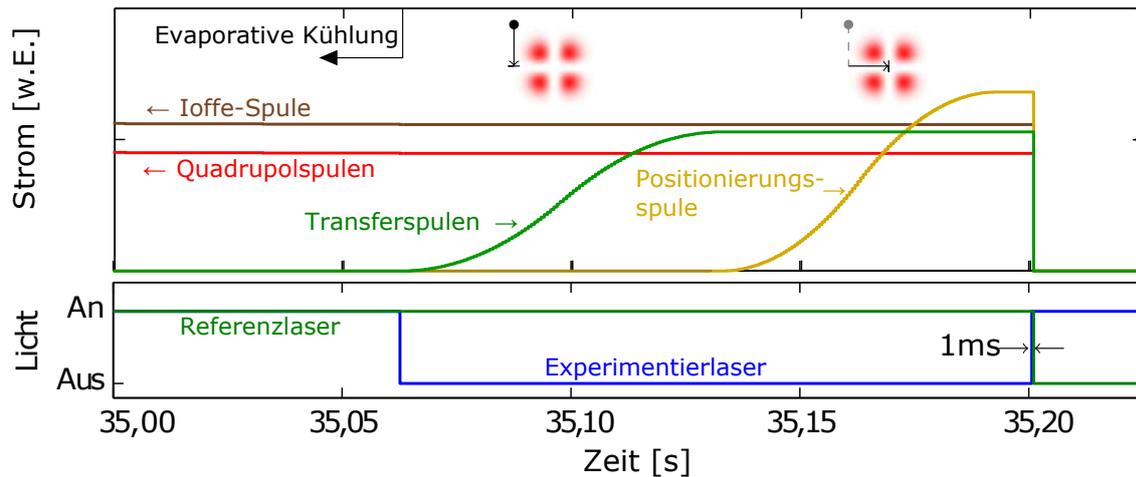
**Abbildung 1.11:** Größenangaben der  $\text{TEM}_{11}$ -Mode. Die numerischen Werte gelten für die Wellenlänge  $\lambda = 803 \text{ nm}$  und die zentrale Position zwischen den Resonatorspiegeln. Aus [Wol12].

in den Quadrupolspulen (siehe Abbildung 1.1) auf 2,3 A hoch- und in den Transferspulen herunter gefahren. Die Atome sind jetzt in der Quadrupol-Falle gefangen.

### Evaporative Kühlung

Jetzt beginnt die evaporative Kühlung. Sie findet bei diesem Experiment in zwei Stufen mit Radiofrequenzrampen statt [KWH10]. Die heißesten Atome werden dabei von dem Zustand  $|F = 2, m_f = +2\rangle$  über  $|F = 2, m_f = +1\rangle$  nach  $|F = 2, m_f = 0\rangle$  gepumpt. In diesem Zustand sind sie nicht mehr gefangen und verlassen die Falle. Das Ensemble thermalisiert aufgrund der Stoßwechselwirkung und hat danach eine geringere Endtemperatur. Dafür wird die Radiofrequenz langsam nach unten geramppt, so dass immer nur die heißesten Atome umgepumpt werden. Damit wird die Atomwolke immer kälter. Nach 1,5 s ist eine Temperatur von etwa 100  $\mu\text{K}$  erreicht.

Da das Ensemble bei immer geringeren Temperaturen am Fallenminimum immer dichter wird, werden die Atomverluste durch Majorana-Spin-Flips [BMK<sup>+</sup>89] größer. Deswegen wird für die zweite evaporative Kühlstufe die Ioffe-Spule (siehe Abbildung 1.1) auf 2 A hochgefahren. Sie erzeugt einen Potentialoffset am Fallenminimum [PAEC95] und führt somit einen Energieoffset für die unterschiedlichen  $m_f$ -Zustände ein. Die Atome sind jetzt in der QUIC-Falle gefangen und werden mit einer zweiten Radiofrequenzrampe bis auf ein paar hundert Nanokelvin gekühlt. Dabei wird die kritische Temperatur  $T_C$  unterschritten und das Gas kondensiert. Die Rampe endet wenn der thermische Hintergrund minimiert ist und ein BEC mit etwa 100.000 Atomen übrigbleibt. In der finalen Falle hat das Kondensat einen Thomas-Fermi-Radius [CD96] von 3  $\mu\text{m}$  transversal zur Resonatorachse und 27  $\mu\text{m}$



**Abbildung 1.12:** Im oberen Teil ist der Stromverlauf in den Magnetspulen während des Mikrotransports durch das Intensitätsminimum der  $TEM_{11}$ -Mode dargestellt. Darüber ist der Weg räumlich skizziert. Die Skalierung der Ströme ist unterschiedlich. Unten sieht man das Schalten der Resonatorlaser. Bild aus [Wol12].

longitudinal dazu. Der Abschnitt B des Anhangs zeigt Absorptionaufnahmen des Ensembles nach dem Laden in die QUIC-Falle und des BECs am Ende des Zyklus. Sie sollen als Richtwerte dienen und die Fehlersuche bei Problemen mit der BEC-Produktion erleichtern.

### 1.2.3 Der Transport des BECs in die Resonatormode

Der Fallenmittelpunkt ist einige  $100\ \mu\text{m}$  von der Resonatormode entfernt. Mit Hilfe der Transferspulen und einer senkrecht dazu angebrachten Positionierungsspule wird das Fallenminimum mit dem Zentrum der  $TEM_{00}$ -Mode des Resonators überlagert. Das ist der sogenannte Mikrotransport. Um das BEC nicht zu stören wird dabei der Experimentierlaser, der auf die  $TEM_{00}$ -Mode eingekoppelt ist, ausgeschaltet. Der Referenzlaser ( $TEM_{11}$ -Mode) muss an bleiben. Das ist nötig, um zu gewährleisten, dass er nach dem „Mikrotransport“ noch auf die richtige Mode stabilisiert ist. Das bedeutet, das  $6\ \mu\text{m}$  große Ensemble wird durch die  $10\ \mu\text{m}$  großen Lücke der  $TEM_{11}$ -Mode (siehe Abbildung 1.11) in zwei Schritten transportiert. Zuerst mit den Transferspulen zur Modenöffnung und dann mit der Positionierungsspule ins Zentrum der  $TEM_{00}$ -Mode. Dieser Transport ist auf Abbildung 1.12 dargestellt und in [Wol12] genau beschrieben. Dort findet man auch detaillierte Informationen, wie die Werte der Offsetströme gefunden werden, um das BEC störungsfrei mit der  $TEM_{00}$ -Mode zu überlagern.

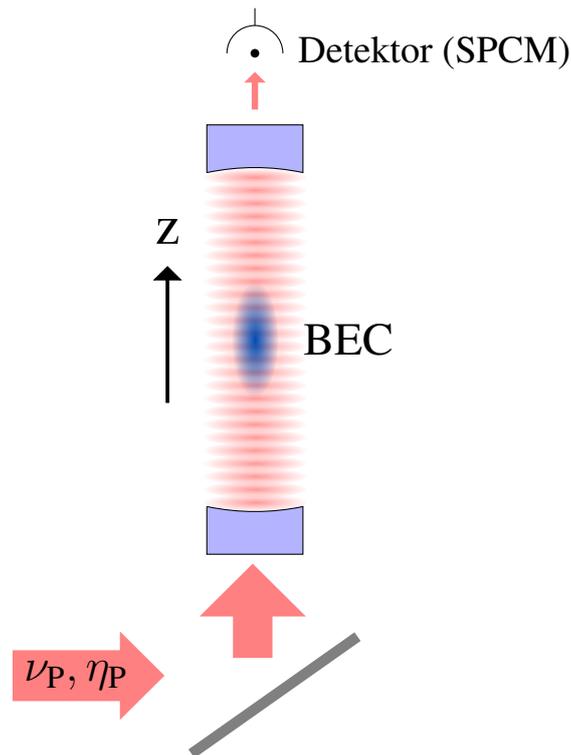


## Rückstoßaufgelöstes Resonatorheizen und Kühlen

Dieses Kapitel beschreibt den ersten Teil der experimentellen Ergebnisse, die im *New Journal of Physics* [KKWH14b] und in *Science* [WKKH12] veröffentlicht sind. Sie zeigen eine starke Kopplung zwischen dem Rubidium-BEC und dem Resonatorlichtfeld. In der Forschungsgruppe um Prof. Dr. Tilman Esslinger aus Zürich [RBB<sup>+</sup>09, BRDE08] wurden schon früher Experimente mit einem stark gekoppelten Atom-Resonator-System durchgeführt. Der Unterschied des hier verwendeten Aufbaus ist die um mehrere Größenordnungen kleinere Linienbreite des Resonators und seine damit verbundene Rückstoßauflösung (siehe Abschnitt 1.1.1). Damit war es mit diesem Aufbau erstmals gelungen eine vollständige Inversion des Zwei-Niveau-Systems aus den Impulszuständen  $P = 0\hbar k$  und  $P = \pm 2\hbar k$  zu erreichen und die Atome auch wieder auf  $P = 0\hbar k$  zurück zu kühlen [WKKH12]. Das wird in Abschnitt 2.3 gezeigt. Neu zu den in [Wol12] vorgestellten Experimenten ist die „Live“-Beobachtung der Dynamik des Heiz- und Kühlprozesses über das Resonatorfeld. Davon handelt das vierte Unterkapitel (2.4). Der letzte Teil des Kapitels befasst sich mit dem Einfluss des Stehwellenpotentials und der Atom-Atom-Wechselwirkung auf die Übergangsenergie für den Heizprozess (2.5). Zuerst wird aber das verwendete Pumpschema und danach das Zwei-Moden-Modell, mit dem die Messergebnisse modelliert wurden, vorgestellt.

### 2.1 Das longitudinale Pumpschema

Für alle in diesem Kapitel vorgestellten Ergebnisse wurde das Atom-Resonator-System longitudinal, das heißt auf der Resonatorachse, durch den unteren der beiden Spiegel gepumpt. In Abbildung 1.8 ist der Resonatorstrahl eingezeichnet, der von unten in die Kammer gelenkt und durch den Resonatorspiegel eingekoppelt wird. Die Verschiebung der Resonatorresonanz hängt von dem Überlapp zwischen Resonatormode und Atomwolke ab. Bei fest gewählter Pumpstärke  $-p$  und -frequenz  $\nu_p$  hat die Position der Atome somit einen Einfluss auf die eingekoppelte Photonenzahl und umgekehrt (siehe Abschnitt 1.1.1). Dies führt zu



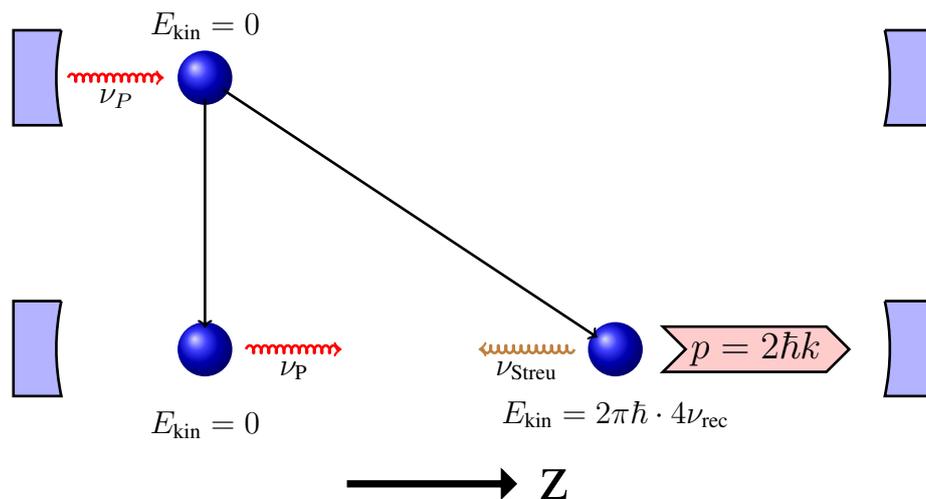
**Abbildung 2.1:** Longitudinales Pumpschema. Der Resonator wird durch den unteren Spiegel mit der Rate  $\eta_P$  und mit der Frequenz  $\nu_P$  gepumpt und das durch den oberen Spiegel transmittierte Licht detektiert. In der Mitte der Resonatormode befindet sich das BEC.

---

einer Kopplung zwischen dem Lichtfeld und dem BEC. Wie schon im Unterkapitel 1.1.3 erwähnt, wird mit  $\sigma^-$  polarisiertem Licht gepumpt um die Wechselwirkung zwischen Licht und Atomen zu maximieren. Eine Skizze des Pumpschemas zeigt Abbildung 2.1.

## 2.2 Das Zwei-Moden-Modell

Als theoretische Grundlage, um die durchgeführten Experimente zu modellieren, dient das sogenannte Zwei-Moden-Modell [BHR00, HR01, KKWH14b]. Da das Kondensat in Richtung der Resonatorachse ( $z$ -Richtung) sehr stark elongiert ist und bei dem hier verwendeten Pumpschema (siehe Unterkapitel 2.1) zusammen mit dem großen Purcell-Effekt die Streudynamik in dieser Dimension passiert, liefert ein eindimensionales Modell gute Ergebnisse. Für die atomare Wellenfunktion wird der Zwei-Moden-Ansatz benutzt, der nur die zwei Impulskomponenten  $0\hbar k$  und  $\pm 2\hbar k$  berücksichtigt. Dass dies gerechtfertigt ist, wird im nächsten Abschnitt dargelegt. Dann wird die Gleichung zum Beschreiben des Resonatorfeldes eingeführt und im dritten Abschnitt die Bewegungsgleichung für die Materiewellen vorgestellt. Diese beiden Gleichungen bilden ein gekoppeltes Differenzialgleichungssystem. Mit ihm befasst sich der letzte Teil dieses Unterkapitels.



**Abbildung 2.2:** Aufgrund des Purcell-Effekts und der großen Ausdehnung des BECs in Resonatorrichtung (z-Richtung) findet hier nur Vorwärts- und Rückwärtsstreuung statt. Nur bei der Streuung nach hinten wird Impuls und Energie übertragen. Dies führt zu einer Frequenzverschiebung um  $\Delta\nu = 4 \cdot \nu_{\text{rec}} = \frac{\Delta E_{\text{Rück}}}{2\pi\hbar}$  des gestreuten Photons (gelb) gegenüber dem Pumplicht (rot).

### Der Zwei-Moden-Ansatz

Die Photonenstreuung in einem longitudinal-gepumpten Resonator mit großem Purcellfaktor  $\eta_C = 44$  findet in Richtung der Resonatorachse statt. Es gibt also nur Vorwärts- und Rückwärtsstreuung. Werden Photonen nach vorne gestreut, wird weder Impuls noch Energie übertragen (siehe Abbildung 2.2). Die Atome sorgen für eine Phasenverschiebung des vorwärts gestreuten Lichts und damit für eine „effektive“ Weglängenänderung. Es wird ein effektiver Brechungsindex eingebracht, der lediglich für eine dispersive Verschiebung der Resonatorresonanz sorgt.

Die Streuung nach hinten interferiert für eine homogene Dichteverteilung im Kondensat destruktiv, da für konstruktive Interferenz der Bragg-Streuung eine Anordnung der Streuzentren im Abstand der halben Lichtwellenlänge  $\lambda_P/2$  nötig ist [BB13]. Sobald das Pumplicht eingeschaltet wird, befindet sich das BEC in einem Stehwellenpotential mit der Periodizität  $\lambda_P/2$ . Das führt zu einer leichten Dichtemodulation des Ensembles. Die Wellenfunktion für diesen Zustand ist nicht mehr konstant, sondern es kommt zur Beimischung von höheren Impulskomponenten. Diese Modulation hat die richtige Periodizität von  $\lambda_P/2$  um die Bragg-Bedingung für Rückwärtsstreuung zu erfüllen. Dies führt zur Instabilität des Systems und nach gewisser Zeit werden Photonen nach hinten gestreut. Wegen des daraus resultierenden Netto-Impulsübertrag  $\Delta P$  von  $|2|\hbar k$  entsteht eine stärkere Dichtemodulation und der Prozess verstärkt sich selbst. Diese Verstärkung passiert aufgrund der Kohärenz des Ensembles. Damit handelt es sich um einen superradianten Prozess [Dic54, GH82]. Für das qualitative Verständnis der Prozesse spielt der Einfluss des Stehwellenpotentials im Reso-

nator aufgrund der geringen Intensitäten keine große Rolle. Es kann näherungsweise als Dispersionsrelation für die Atome die Parabel eines freien Teilchens angenommen werden (dargestellt in Abbildung 2.3). Der Energieübertrag auf ein Atom für ein rückwärtsgestretes Photon ist damit  $4 E_{\text{rec}}$ . Wegen der schmalen Linienbreite des Resonators  $\delta\nu_C$  (siehe blauer Balken auf Abbildung 2.3) ist die Streuung in höhere Impulsmoden sehr stark unterdrückt und muss bei der Beschreibung der Experimente nicht berücksichtigt werden. Es kann also für die eindimensionale atomare Wellenfunktion  $\Psi(z, t)$  ein Ansatz mit nur zwei Impulsmoden zur theoretischen Beschreibung der Materie gewählt werden. Entweder haben die Atome einen Impuls von  $0\hbar k$ , was zugleich die Ausgangssituation ist, oder  $\pm 2\hbar k$ . Für gleiche Population der Impulsmoden  $+2\hbar k$  und  $-2\hbar k$  ergibt sich für die Wellenfunktion der Zwei-Moden-Ansatz [Bre09]

$$\Psi(z, t) = \Psi_0(t) + \sqrt{2} \Psi_2(t) \cdot \cos(2kz). \quad (2.1)$$

Dabei ist  $\Psi_0(t)$  die Amplitude der Komponente ohne Impuls und  $\Psi_2(t)$  die für den Impuls von  $\pm 2\hbar k$  in  $z$ -Richtung. Die Wellenfunktion ist so normiert, dass das Integral  $\int dz |\Psi(z, t)|^2$  über das eindimensionale Kondensatsvolumen der Gesamtteilchenzahl  $N = N_0 + N_2 = |\Psi_0|^2 + |\Psi_2|^2$  entspricht.

### Die Resonatorgleichung

Das Lichtfeld im Resonator spielt bei den durchgeführten Experimenten eine entscheidende Rolle. Da es an das Materiefeld (das Rubidium BEC) koppelt, dient es als „Live“-Monitor bei der Beobachtung der Prozessdynamik. Die Amplitude  $\alpha(t)$  des Resonatorfeldes ist auf dessen Photonenzahl normiert, das heißt  $|\alpha(t)|^2$  ist die Zahl der resonatorinternen Photonen. Sie folgt der Differenzialgleichung [BHR00, HR01]

$$i \frac{\partial}{\partial t} \alpha(t) = - \left( \underbrace{\delta_C}_{\text{Verstimmung}} - \underbrace{U_0 \langle \cos^2(kz) \rangle_{\Psi}}_{\text{Resonanzverschiebung}} + \underbrace{i\kappa}_{\text{Dämpfung}} \right) \alpha(t) + \underbrace{i\eta_P}_{\text{Pumpe}}. \quad (2.2)$$

In der Gleichung steht die Feldzerfallsrate  $\kappa$  für die Verluste und damit die Dämpfung des Systems. Die dynamische Resonanzverschiebung durch die Lokalisierung der Atome im Stehwellenpotential des Resonatorfeldes und die Verschiebung aufgrund der Vorwärtsstreuung ist durch das Überlappintegral

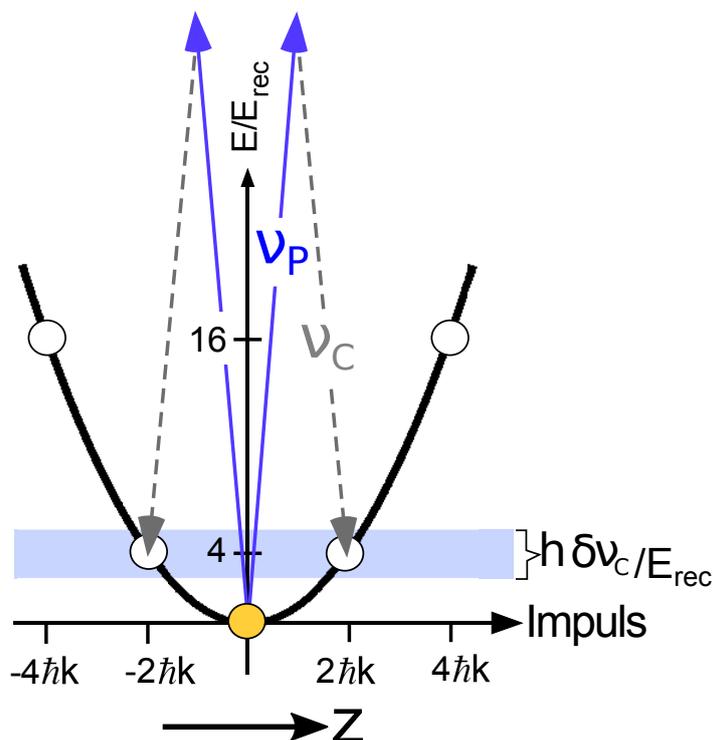
$$-U_0 \langle \text{Mode} \rangle_{\Psi} = -U_0 \langle \cos^2(kz) \rangle_{\Psi} = -U_0 \int dz |\Psi(z, t)|^2 \cos^2(kz) \quad (2.3)$$

mit der Normierung

$$N = \int dz |\Psi(z, t)|^2 \quad (2.4)$$

ausgedrückt. Dabei ist  $U_0$  die Lichtverschiebung pro Photon und  $N$  die Atomzahl. Die Verstimmung gegenüber der Resonatorresonanz wird durch

$$\delta_C = \nu_P - \nu_C \quad (2.5)$$



**Abbildung 2.3:** Energie-Impuls Dispersionsrelation eines freien Teilchens mit den durch Rückwärtsstreuung möglichen Impulzuständen. Die Pumpphotonen mit der Frequenz  $\nu_P$  sind durch die blauen und die Resonanz des Resonators mit Frequenz  $\nu_C$  durch die grau gestrichelten Pfeile dargestellt. Die Energiedifferenz  $h(\nu_P - \nu_C)$  wird als kinetische Energie an die Atome übertragen. Der hellblaue Balken symbolisiert die Resonatorlinienbreite  $\delta\nu_C$ , welche die höheren Impulsmoden unterdrückt.

beschrieben, wobei  $\delta_C$  die Verstimmung des Pumplasers gegenüber der Resonanz ohne Atome ist. Die Pumprate  $\eta_P$  ist über die auf dem Maximum der Resonanz des leeren Resonators eingekoppelte Photonenzahl  $N_P$  wie folgt definiert

$$|\eta_P|^2 = \kappa^2 \cdot N_P. \quad (2.6)$$

Für diese Experimente wird die Pumprate  $\eta_P$  mit der Pumpstärke  $p$

$$p \equiv \frac{U_0}{4\omega_{\text{rec}}} \cdot N_P = \frac{U_0}{4\omega_{\text{rec}}} \cdot \frac{|\eta_P|^2}{\kappa^2} \quad (2.7)$$

ausgedrückt. Es wird mit Licht der Wellenlänge 803 nm gepumpt, welches gegenüber den atomaren Resonanzen von Rubidium (780 nm, 795 nm) rot verstimmt ist. Aus diesem Grund ist die Lichtverschiebung pro Photon  $U_0 = -0,36$  Hz negativ und damit auch die Pumpstärke  $p$ . Die Pumpstärke wird im folgenden  $-p$  bezeichnet, damit eine größere Pumpstärke mehr Licht im Resonator bedeutet, wie man es intuitiv erwarten würde. Die Resonatorgleichung kann über die Maxwell-Bloch-Gleichungen in der Näherung eines mitrotierenden

Systems hergeleitet werden [HGHR98] oder ergibt sich aus dem Hamiltonoperator des gekoppelten Systems [KKWH14b, DHR01].

### Die Materiegleichung

Die einfachste Näherung um die Wellenfunktion eines BECs zu beschreiben ist die Molekularfeldnäherung (engl. mean field approximation) [Kad09]. Das bedeutet, die Teilchen des Systems werden als frei betrachtet und ihre Wechselwirkung durch ein externes Feld beschrieben. Dabei werden die Fluktuationen weggelassen, da diese Näherung den lokalen Einfluss eines Teilchens auf das Feld nicht berücksichtigt. Bei der Beschreibung von BECs mit sehr geringen Temperaturen liefert diese Näherung aber trotzdem sehr gute Ergebnissen [Leg01] und eignet sich auch gut zur Beschreibung des hier verwendeten Systems. Für ein Kondensat bei  $T = 0$  ergibt sich die Gross-Pitaevskii-Gleichung (GP-Gleichung) [Gro61, Pit61]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = \left( - \underbrace{\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial^2 \vec{r}}}_{\text{kin. Energie}} + \underbrace{V(\vec{r}, t)}_{\text{externes Potential}} + \underbrace{g|\Psi(\vec{r}, t)|^2}_{\text{WW-Feld}} \right) \psi(\vec{r}, t). \quad (2.8)$$

Dabei ist  $V(\vec{r}, t)$  das externe Potential, wie zum Beispiel die Atomfalle und  $g$  der Wechselwirkungsparameter, der durch die s-Wellen Streulänge  $a_0$ <sup>1</sup> und die Atommasse  $m$  ausgedrückt werden kann:

$$g = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a_0. \quad (2.9)$$

Wie in 1.2.2 erwähnt ist das BEC in  $z$ -Richtung im Verhältnis zu den anderen Raumrichtungen 10:1 ausgedehnt und bei der Beschreibung der Experimente spielt nur die Streudynamik in dieser Richtung eine Rolle. Deshalb genügt deshalb ein eindimensionales Modell zur Beschreibung der Materiewellen. Mit dem Ansatz für die Wellenfunktion  $\Psi(\vec{r}, t) = \Psi(z, t)\Phi(x, y)$  geht man zu einer GP-Gleichung in einer Dimension über. Wegen des schwachen Einschlusses des Kondensats auf der Resonatorachse<sup>2</sup> (große Ausdehnung) kann das Potential der Magnetfalle vernachlässigt werden. Gleichung 2.8 lässt sich damit als

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(z, t) = \left( - \underbrace{\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial^2 z}}_{\text{kin. Energie}} + \underbrace{g_{1D}|\Psi(z, t)|^2}_{\text{WW-Feld}} \right) \psi(z, t) \quad (2.10)$$

schreiben. Dabei ist  $g_{1D} = g \int dx dy |\Phi(x, y)|^4$  über die normierte ( $\int dx dy |\Phi(x, y)|^2 = 1$ ) transversalen Dichteverteilung  $|\Phi(x, y)|^2$  definiert. Kommt ein Resonator dazu, so muss das optische Dipolpotential der Stehwelle mit berücksichtigt werden. Dieses Potential hängt von der Photonenzahl  $|\alpha(t)|^2$  und der Lichtverschiebung pro Photon  $U_0$  ab. Es ergibt sich damit

<sup>1</sup>Für Rb<sup>87</sup>  $a_0 = 5,77$  nm [BTGH97]

<sup>2</sup>Fallenfrequenz in  $z$ -Richtung:  $\nu_z = 25$  Hz

für die Entwicklung des Materiefeldes [BHR00, HR01]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(z, t) = \left( - \underbrace{\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2}}_{\text{kin. Energie}} + \underbrace{|\alpha(t)|^2 U_0 \hbar \cos^2(kz)}_{\text{Stehwellenpotential}} + \underbrace{g_{1D} |\Psi(z, t)|^2}_{\text{WW-Feld}} \right) \psi(z, t). \quad (2.11)$$

### Das Gekoppelte Atom-Resonator-System

Von der Verteilung der Atome im Resonator (Überlapp der Atomwolke mit der Lichtmode  $\langle \text{Mode} \rangle_{\Psi}$ ) hängt die Resonanzverschiebung und damit die Zahl der eingekoppelten Photonen ab. Die Tiefe des Stehwellenpotentials, also die Photonenzahl im Resonator  $N_{\text{int}}$ , beeinflusst wiederum die atomare Verteilung, also die Wellenfunktion. Damit bilden die Gleichungen für das Resonatorfeld 2.2 und für die atomare Wellenfunktion 2.11 ein gekoppeltes System. Mit der schmalen Linienbreite ist es möglich das Zwei-Niveau-System aus den beiden Impulsmoden zu invertieren, dabei kann nicht, wie in [BRDE08], das obere Niveau eliminiert werden. Außerdem folgt das Lichtfeld nicht instantan der atomaren Bewegung. Die Zeitskala der Atombewegung ist durch die Rückstoßfrequenz  $\nu_{\text{rec}} = 3,56$  kHz gegeben und hat damit die gleiche Größenordnung wie die Linienbreite  $\delta\nu_C = 8,9$  kHz des Resonators (siehe Gleichung 1.4). Aus diesen Gründen muss hier das vollständige Gleichungssystem gelöst werden. Dafür setzt man den Zwei-Moden-Ansatz (2.1) in die Gleichung (2.11) ein. Als nächsten Schritt vernachlässigt man die „schnell“ modulierten Terme, die  $\cos(4kz)$  beinhalten. Das ist dadurch gerechtfertigt, dass diese viel schnellere Dynamik und die damit verbundenen höheren Impulsmoden  $\pm 4\hbar k$  aufgrund der schmalen Linienbreite bei den Experimenten keine große Rolle spielen (siehe Abschnitt Zwei-Moden-Modell). Nach Sortieren erhält man für die Terme ohne Modulation von  $\cos(2kz)$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_0(t) = \frac{1}{2} |\alpha(t)|^2 U_0 \psi_0(t) + \frac{1}{\sqrt{8}} |\alpha(t)|^2 U_0 \psi_2(t) + \frac{g_{1D} \rho_{1D}}{\hbar \omega_{\text{rec}}} \Psi_0(t) + 2 \frac{g_{1D} \rho_{1D}}{\hbar \omega_{\text{rec}}} \mathcal{R}e[\Psi_2(t) \Psi_0^*(t)] \Psi_2(t) \quad (2.12)$$

und für die mit der Modulation  $\cos(2kz)$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_2(t) = 4\omega_{\text{rec}} \psi_2(t) + \frac{1}{2} |\alpha(t)|^2 U_0 \psi_2(t) + \frac{1}{\sqrt{8}} |\alpha(t)|^2 U_0 \psi_0(t) + \frac{g_{1D} \rho_{1D}}{\hbar \omega_{\text{rec}}} \Psi_2(t) + 2 \frac{g_{1D} \rho_{1D}}{\hbar \omega_{\text{rec}}} \mathcal{R}e[\Psi_2(t) \Psi_0^*(t)] \Psi_0(t) + \frac{1}{2} \frac{g_{1D} \rho_{1D}}{\hbar \omega_{\text{rec}}} |\Psi_2(t)|^2 \Psi_2(t). \quad (2.13)$$

Die zweite Zeile enthält jeweils die Wechselwirkungsterme mit der eindimensionalen Dichte  $\rho_{1D} = N/(f dz)$ . Das Integral  $f dz$  ist das eindimensionale Kondensatvolumen in  $z$ -Richtung. Vor dem Einsetzen des Zwei-Moden-Ansatzes in die Resonatorgleichung 2.2 wird zuerst das Überlappintegral zwischen der atomaren Verteilung  $|\Psi(z, t)|^2$  und dem optischen Potential

im Resonator  $\cos^2(kz)$  separat ausgewertet. Es ergibt sich

$$\begin{aligned}
 U_0 \langle \cos^2(kz) \rangle_{\Psi} &= U_0 \int dz |\Psi(z, t)|^2 \cos^2(kz) = \\
 &= \frac{U_0}{2} \int dz |\Psi(z, t)|^2 (1 + \cos(2kz)) = \\
 &= U_0 \frac{N}{2} + U_0 \sqrt{2} \operatorname{Re} [\Psi_0(t) \Psi_2(t)] \int dz (\cos^2(2kz)) = \\
 &= \frac{U_0}{2} \left( N + \sqrt{2} \operatorname{Re} [\Psi_0(t) \psi_2(t)] \int dz (1 + \cos(4kz)) \right) \approx \\
 &\approx \underbrace{\frac{U_0 \cdot N}{2}}_{\text{dispersive}} + \underbrace{\frac{U_0 \sqrt{2}}{2} \operatorname{Re} [\Psi_0(t) \psi_2(t)] \int dz}_{\text{dynamische}}. \tag{2.14}
 \end{aligned}$$

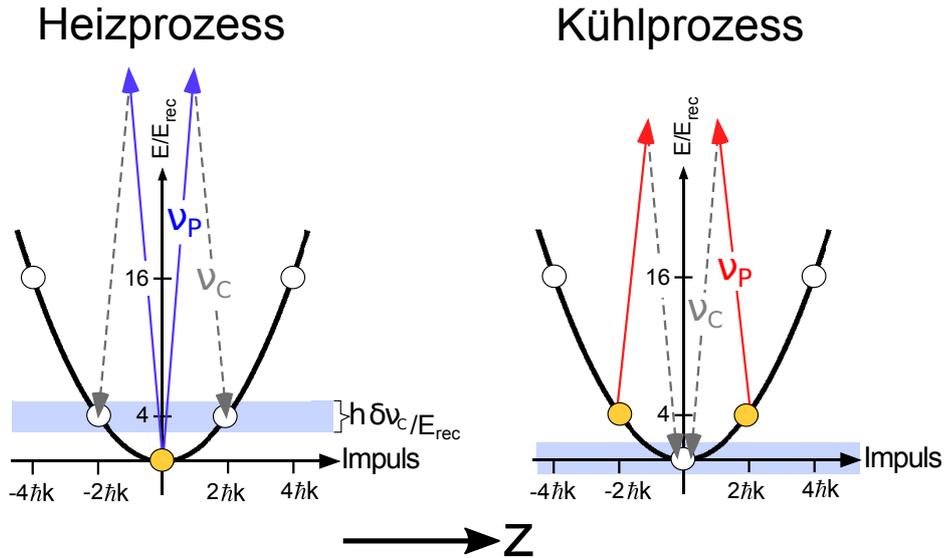
Dabei wurde wie schon bei 2.13 bzw. 2.12 der  $\cos(4kz)$ -Term vernachlässigt. Der erste Teil beschreibt die Verschiebung der Resonatorresonanz aufgrund der Vorwärtsstreuung, während der zweite Term die dynamische Verschiebung aufgrund der Lokalisierung des Ensembles im Resonatorpotential berücksichtigt. Wird jetzt 2.14 in 2.2 eingesetzt, so erhält man

$$i \frac{\partial}{\partial t} \alpha(t) = - \left( 2\pi \delta_{\text{eff}} - \frac{\sqrt{2}}{2} U_0 \operatorname{Re} [\Psi_0^*(t) \psi_2(t)] \int dz + i\kappa \right) \alpha(t) + i\eta_{\text{p}} \tag{2.15}$$

für die Zeitentwicklung der Resonatorfeldamplitude  $\alpha(t)$ . Das Integral  $\int dz$  ist dabei das eindimensionale BEC-Volumen. Die Verschiebung aufgrund der Vorwärtsstreuung, welche in dem Integral  $\langle \cos^2(kz) \rangle_{\Psi}$  enthalten ist, wird zu  $\delta_{\text{C}}$  dazugenommen und die effektive Verstimmung

$$\delta_{\text{eff}} = \underbrace{\delta_{\text{C}}}_{\nu_{\text{p}} - \nu_{\text{C}}} - \underbrace{\frac{1}{2} N \cdot U_0}_{\text{dispersive}} \tag{2.16}$$

eingeführt. Das System aus den Gleichungen 2.13, 2.12 und 2.15 wurde numerisch gelöst, um die Beobachtungen in Kapitel 2.4 nachzuvollziehen (siehe Abbildung 2.10 (a)). Es können auch stationäre analytische Lösungen gefunden werden. Sie beschreiben das bistabile Verhalten des gekoppelten Atom-Resonator-Systems, das durch die Lokalisierung der Atome auf Grund der Dipolkraft an den Schwingungsbäuchen des Resonatorfeldes entsteht. Beim Pumpen des Resonators im Bereich der dispersiv verschobenen Resonanz ergeben sich optomechanische Grenzoszillationen (engl. Limitcycles), die aber experimentell nicht bestätigt wurden. Alle diese Lösungen und ihre Stabilität sind ausführlich in [KKWH14b] diskutiert. Hier werden als nächstes die Heiz- bzw. Kühlexperimente und die Dynamik des Heizprozesses vorgestellt.



**Abbildung 2.4:** Dispersionsrelation eines freien Teilchens, links für den Heizprozess und rechts für den Kühlprozess. Die Kreise markieren die durch Rückstreuung möglichen Impulsmoden, dabei ist mit gelb der jeweilige Anfangszustand hervorgehoben. Die blauen (Heizprozess) bzw. roten (Kühlprozess) Pfeile symbolisieren die blau bzw. rot verstimimte Pumpfrequenz  $\nu_P$ , die gestrichelten die Resonatorresonanz  $\nu_C$ . Der hellblaue Balken zeigt die Linienbreite  $\delta\nu_C$ , die dafür sorgt, dass der Impulstransfer nur in eine Mode resonant ist.

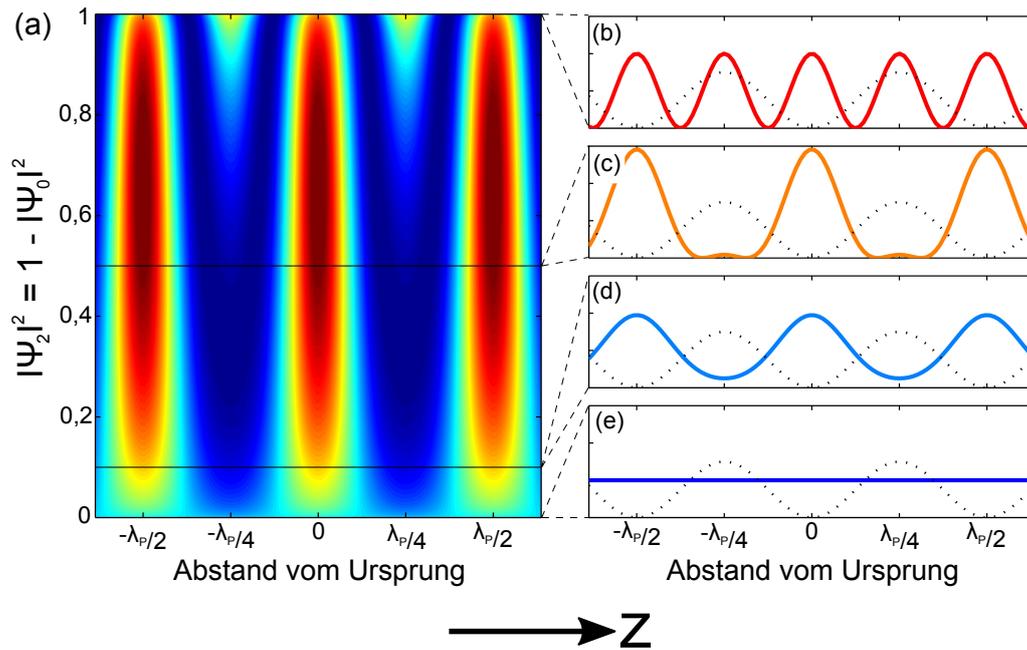
## 2.3 Das Resonatorkühlen unter die Rückstoßgrenze

In diesem Unterkapitel werden die Ergebnisse zum Resonatorkühlen unter die Rückstoßgrenze präsentiert. Durch Verbesserung der Lichtdetektion (siehe Kapitel 1.1.3) und der gesamten Stabilität des Systems war es möglich den Heiz- bzw. Kühlprozess nicht nur in den Impulsspektren der TOF-Bilder [WKKH12], sondern auch direkt im transmittierten Licht des Resonators [KKWH14b], zu beobachten. Für diese Experimente wird ein BEC ohne Schwerpunktimпульs mit der noch leeren  $TEM_{00}$ -Mode des Resonators überlagert. Alle Atome befinden sich in der Impulsklasse  $0\hbar k$ , also in der  $\Psi_0$ -Mode. Auf Abbildung 2.4 ist der Anfangszustand mit dem gelben Kreis auf der Energie-Impuls-Dispersionsrelation für ein freies Teilchen symbolisiert. Die Rückwärtsstreuung interferiert konstruktiv, wenn sich die Streuzentren im Abstand  $d$  der halben Pumpwellenlänge  $\lambda_P/2$  befinden und destruktiv für einen Abstand von  $\lambda_P/4$ . Das beschreibt die Bragg-Bedingung [MG06]

$$n\lambda_P = 2d \cos\left(\frac{180^\circ - \beta_S}{2}\right) = 2d \sin\left(\frac{\beta_S}{2}\right). \quad (2.17)$$

Für Rückwärtsstreuung ( $\beta_S = 180^\circ$ ) und der ersten Beugungsordnung  $n = 1$  folgt

$$d = \frac{\lambda_P}{2}. \quad (2.18)$$



**Abbildung 2.5:** Abbildung (a) zeigt die Dichteverteilung des BECs als Farbcode. Auf der  $x$ -Achse ist der Abstand vom Ursprung aufgetragen und auf der  $y$ -Achse der Anteil der Atome in der  $\Psi_2$ -Mode. Auf der rechten Seite (b) bis (e) sind Schnitte von (a) für bestimmte Beimischungen von  $\Psi_2$  farbig gezeigt. Die grau gestrichelten Linien stellen das Potential der Stehwelle dar. Wenn die Hälfte der Atome in der  $\Psi_2$ -Mode (c) gebracht wurden, funktioniert die Rückstreuung optimal, da alle Atome im Abstand  $\lambda_p/2$  lokalisiert sind. Für mehr Population in  $\Psi_2$  sammeln sie sich auch im Abstand  $\lambda_p/4$ . Damit ist die Bragg-Bedingung schlechter erfüllt und die Rückwärtsstreuung wird abgebremst. Wenn die Inversion komplett ist, ist das Ensemble mit der Wellenlänge  $\lambda_p/4$  moduliert und die Rückstreuung interferiert destruktiv (e). Bild aus [Wol12].

Das heißt, für konstruktive Interferenz der Streuung muss der Abstand  $d$  zwischen den Streuzentren der halben Pumpwellenlänge  $d = \frac{\lambda_p}{2}$  entsprechen.

Zu Beginn bilden die Atome entlang der Resonatorachse eine homogene (räumlich konstante,  $\Psi(z) = \Psi_0 = \text{konst.}$ ) Dichteverteilung. Damit findet sich zu jedem möglichen Streuer ein zweiter mit dem Abstand  $\lambda_p/4$  und die Rückstreuung interferiert destruktiv. Wird aber das Pumplicht eingeschaltet, so befindet sich das BEC in einem  $\lambda_p/2$  periodischem Potential und es werden höhere Impulsmoden besetzt. Es entsteht eine Dichtemodulation des Kondensats. Wenn der Resonator den Energie- bzw. Impulstransfer unterstützt, wird das System mit allen Atomen in der  $\Psi_0$ -Mode instabil und es findet Rückwärtsstreuung statt. Die durch den Impulsübertrag stärker werdende Modulation der Dichteverteilung begünstigt die Rückwärtsstreuung (stärkere Lokalisierung der Atome im Abstand  $\lambda_p/2$ ). Dies schaukelt sich bis zur Gleichverteilung der beiden Impulsmoden auf. In Abbildung 2.5 ist  $|\Psi|^2$ , die Dichteverteilung für wachsende Beimischung der  $\Psi_2$ -Mode ( $\pm 2\hbar k$  Impulsklasse) aufgetragen. Ab

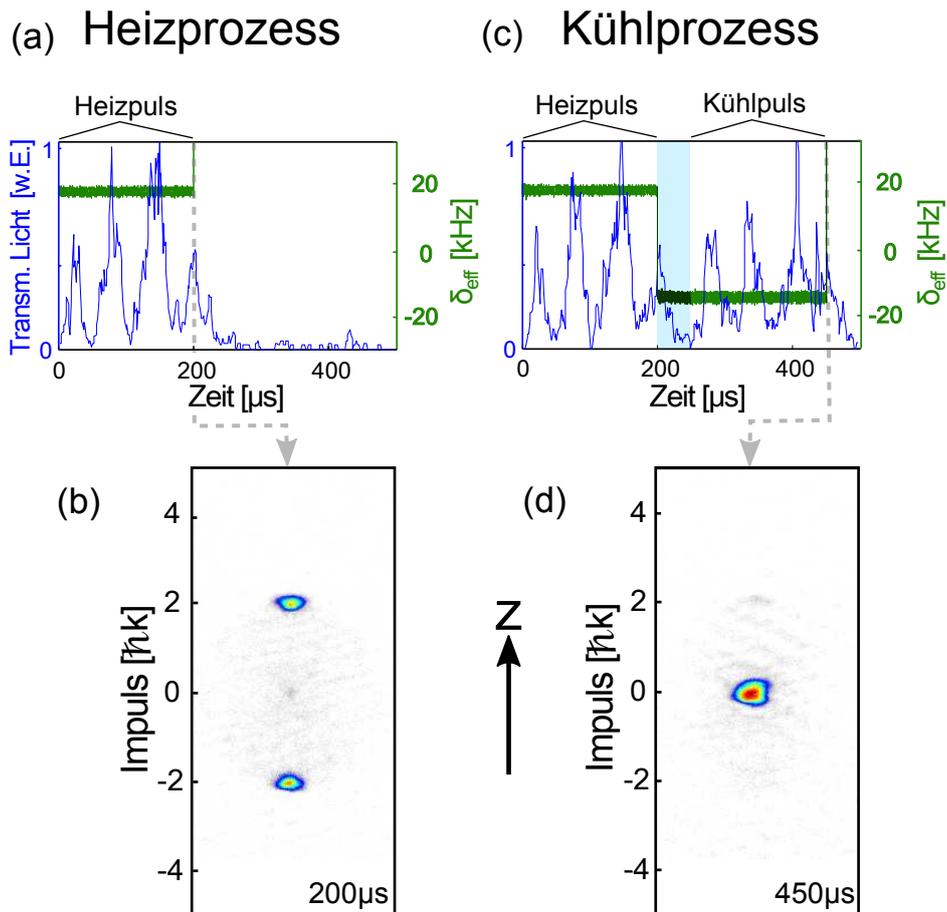
der Gleichverteilung zwischen  $\Psi_0$  und  $\Psi_2$  ( $|\Psi_2|^2 = 1 - |\Psi_0|^2 = \frac{1}{2}$ ) werden mit jedem rückwärts gestreuten Photon Atome im Abstand  $\lambda_P/4$  lokalisiert. Die Bragg-Bedingung für Rückwärtsstreuung ist dadurch wieder schlechter erfüllt, bis schließlich eine komplette Inversion erreicht ist und die Streuung nach hinten destruktiv interferiert.

### Der Heizprozess

Für den Heizprozess wird der Resonator blau verstimmt, also auf der höher energetischen Seite der Resonanzfrequenz, gepumpt. Die Photonen werden bevorzugt resonant mit dem Resonator gestreut. Das gestreute Licht hat somit eine kleinere Frequenz als das Pumplicht, das heißt niedrigere Energie. Diese Energiedifferenz  $\Delta E_{\text{Rück}} = h(\nu_P - \nu_C)$  kommt zur kinetischen Energie der Atome dazu. Der Heizprozess kann nur mit einer Pumpfrequenz  $\nu_P$  effektiv getrieben werden, wenn die Energie-Impuls-Erhaltung erfüllt ist. Die Linienbreite ( $\delta\nu_C = 8,9$  KHz) und damit die Verteilung der möglichen Endzustände ist schmaler als die zu  $\Delta E_{\text{Rück}}$  korrespondierende Frequenz  $\nu_{\text{Rück}} = 4 \cdot \nu_{\text{rec}} = 14,2$  kHz. Dadurch können Photonen nur effektiv rückwärts gestreut werden, wenn die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  (siehe Gleichung 2.16) ungefähr der Frequenz  $4 \cdot \nu_{\text{rec}} = 14$  kHz entspricht.

Abbildung 2.6 zeigt Messdaten für den Heiz- und Kühlprozess. In Teilbild (a) ist blau das transmittierte Resonatorlicht und grün die Verstimmung gegen die Zeit aufgetragen. Für dieses Experiment wurden die Parameter Verstimmung (gegenüber der dispersiv verschobenen Linie)  $\delta_{\text{eff}} = +18$  kHz und Pumpstärke  $-p = 5,8$  gewählt. Nach 200  $\mu\text{s}$  werden Pumplicht und Magnetfalle ausgeschaltet und das Ensemble expandiert für 25 ms. Jetzt wird eine Absorptionaufnahme (das sogenannte TOF-Bild) gemacht. Sie zeigt das Impulsspektrum der Atomwolke (Abbildung 2.6 (b)). Auf dem Bild befinden sich alle Atome in der  $\pm 2\hbar k$ -Mode und das System ist komplett invertiert. Der kreisförmige Hintergrund kommt durch Stöße der Atome vor allem während der Fallzeit zustande. Sein Durchmesser entspricht der maximalen Impulsdifferenz  $4\hbar k$ . Dadurch gehen während des Experiments und der Expansionszeit (25 ms) etwa die Hälfte der Atome aus dem Kondensat verloren. Bei  $\pm 4\hbar k$  ist die Atomwolke nicht dichter als der thermische Hintergrund, was nochmal deutlich macht, dass es sich um ein Zwei-Niveau-System handelt, das komplett invertiert werden kann und dass die höheren Moden fast nicht besetzt werden. Die Beschreibung mit nur zwei Impulsmoden, das Zwei-Moden-Modell, ist damit ein gerechtfertigter Ansatz.

Zusätzlich zu den in [WKKH12] vorgestellten Messdaten ist in Abbildung 2.6 (a) und (b) eine Modulation des transmittierten Lichtfeldes mit einer Frequenz von 15,0 kHz während des Heiz- bzw. Kühlpulses zu sehen. Dies entspricht in etwa der zum Energieübertrag  $\Delta E_{\text{Rück}}$  korrespondierenden Frequenz  $\nu_{\text{Rück}} = 4 \cdot \nu_{\text{rec}} = 14,2$  kHz und kann deswegen als Schwebung zwischen den Pump- und den gestreuten Photonen erklärt werden. Diese oszilliert mit der Differenzfrequenz von Pumpe und gestreutem Licht  $\nu_{\text{SW}} = \nu_P - \nu_{\text{Streu}}$ . Dafür, dass in dem einfachen Bild für freie Teilchen die Atom-Atom-Wechselwirkung, das Fallen- sowie das Stehwellenpotential vernachlässigt wurde, ist die Übereinstimmung der Frequenz  $\nu_{\text{Rück}}$  mit der des Schwebungssignals in Abbildung 2.6 überraschend gut. In Unterkapitel 2.4 wird auf die Leistungsabhängigkeit durch den Einfluss des Stehwellenpotentials auf den Heizprozess genauer eingegangen. Aufgrund der endlichen Lebensdauer des Resonatorfeldes haben die gestreuten Photonen den Resonator nach etwa 20  $\mu\text{s}$  verlassen und das Schwe-



**Abbildung 2.6:** Messdaten für den Heiz- bzw. Kühlprozess. In Teilbild (a) und (c) ist blau das transmittierte Resonatorlicht und grün die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  gegen die Zeit aufgetragen, darunter (Bilder (b) und (d)) befinden sich die Impulsspektren der Atome am Ende des jeweiligen Experiments nach einer Fallzeit von 25 ms. Auf Bild (c) wird der Pumplaser zwischen Heiz- und Külpuls für 50  $\mu\text{s}$  ausgeschaltet (hellblauer Balken), da auf die andere Seite der Resonanz gesprungen wird ( $\delta_{\text{eff}} = +18$  kHz nach  $\delta_{\text{eff}} = -14$  kHz). Die Pumpstärke  $-p$  beträgt für beide Experimente 5,6. Abbildung ähnlich in [KKWH14b].

bungssignal verschwindet. Damit kann direkt beobachtet werden, wie lange und damit wie effizient der Transfer funktioniert. Im nächsten Abschnitt 2.4 wird darauf genauer eingegangen. Da keine gestreuten Photonen mehr zur Verfügung stehen und der schmalbandige Resonator eine Streuung neben die Resonanz sehr stark unterdrückt, ist der Impulstransfer nicht umkehrbar. Der Prozess bringt irreversibel Energie in das System und wird deshalb als Heizprozess bezeichnet.

### Der Kühlprozess

Für das Resonatorkühlen unter die Rückstoßgrenze wird mit einem vollständig invertierten

System begonnen. Es wird also, wie im Abschnitt zuvor, zuerst ein Heizpuls appliziert und alle Atome in die  $\pm 2\hbar k$ -Mode ( $\Psi_2$ -Mode) gepumpt.

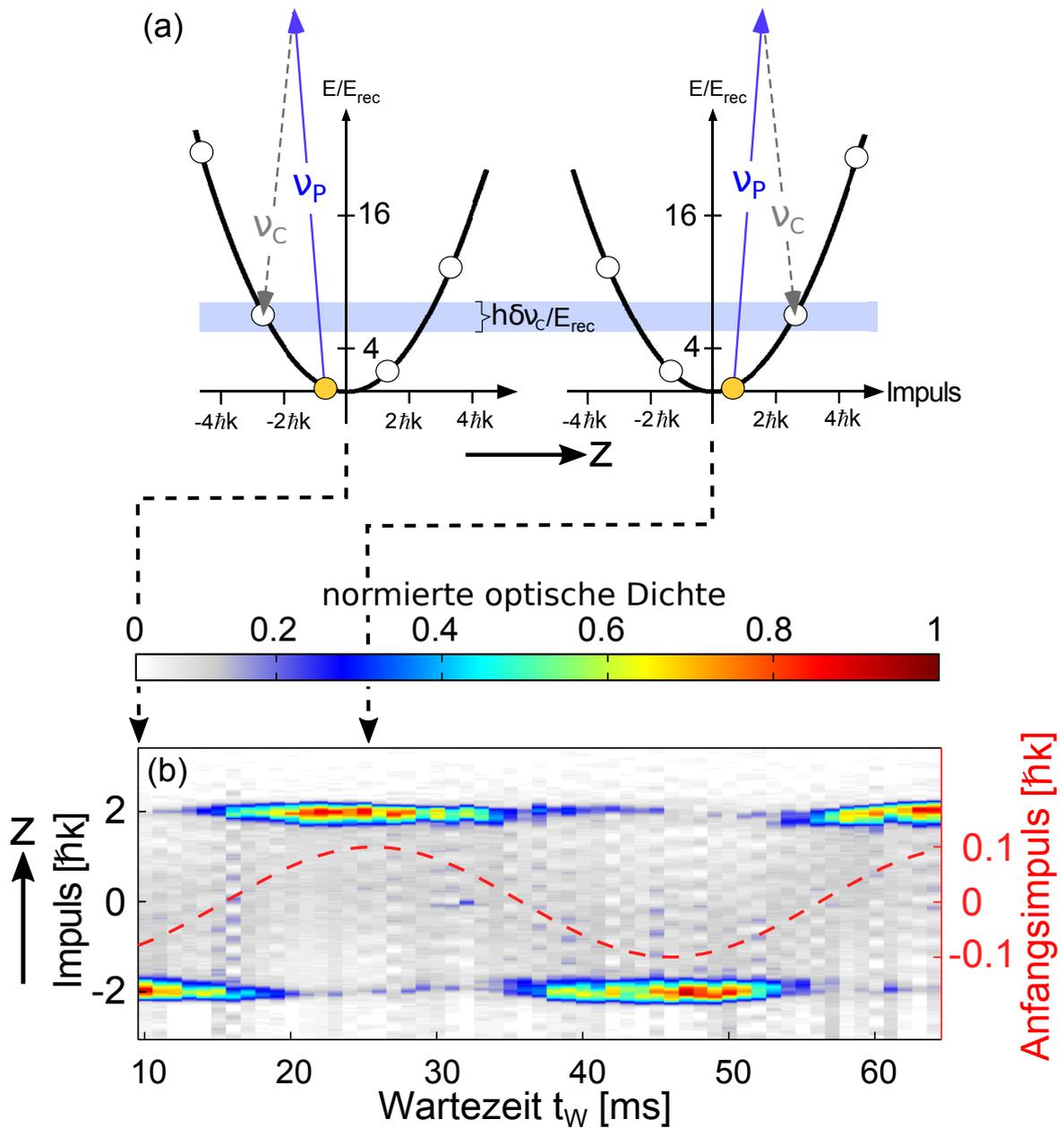
Nach diesem 200  $\mu\text{s}$  langen Puls bleibt die Pumpe für 50  $\mu\text{s}$  aus und das Licht hat genügend Zeit den Resonator zu verlassen. Diese Zeitspanne ist mit dem hellblauen Balken in Abbildung 2.6 (c) gekennzeichnet. Während dieser Zeit wird mit der Pumpfrequenz  $\nu_P$  auf die rote Seite ( $\delta_{\text{eff}} = -14$  kHz), die niederenergetische Seite der Resonanz, gesprungen. Der zeitliche Verlauf von  $\nu_P$  ist grün in 2.6 (c) aufgetragen. Nachdem das Licht des Heizprozesses den Resonator verlassen hat, wird das System wieder mit  $-p = 5,6$  für 200  $\mu\text{s}$  gepumpt. Danach wird der Laser ausgeschaltet und mit der Pumpfrequenz weg von der Resonanz auf  $\delta_{\text{eff}} = 200$  kHz gesprungen. Diese Zeitspanne ist auf 2.6 (c) mit „Kühlpuls“ markiert. Jetzt ist das Experiment zu Ende. Die Atomfalle wird geöffnet und ein TOF-Bild aufgenommen. Auf diesem Impulsspektrum (Abbildung 2.6 (d)) sammeln sich die verbleibenden Atome wieder bei  $0\hbar k$ . Die  $\pm 2\hbar k$ -Mode ist nicht stärker besetzt als der Hintergrund und es wurden auch keine Atome nach  $\pm 4\hbar k$  oder in andere höhere Impulsklassen gepumpt. Im Kondensat verbleiben rund die Hälfte der Atome. Der Rest geht durch Stöße verloren und sammelt sich im Hintergrund. Dieser hat genau wie nach dem Heizpuls einen Durchmesser von  $4\hbar k$ . Aus den transmittierten Lichtdaten während des Kühlpulses von Abbildung 2.6 (c) ergibt sich eine Schwebungsfrequenz  $\nu_{\text{SW}} = 16,0$  kHz. Aus dem Modell des freien Teilchens würde man  $\nu_{\text{Rück}} = 4 \cdot \nu_{\text{rec}} = 14,2$  kHz erwarten. Für dieses sehr einfache Modell ist diese Abweichung vom Messwert  $\nu_{\text{SW}} = 16,0$  kHz akzeptabel.

Es wurde damit zum ersten Mal ein Resonatorkühlverfahren demonstriert, bei dem die Atome unter die Rückstoßgrenze gekühlt werden konnten. Außerdem war es möglich den Prozess über das transmittierte Licht zu beobachten. Im übernächsten Unterkapitel (2.5) wird die Abweichung vom Modell des freien Teilchens bei dem Heiz- bzw. Kühlprozess mit Hilfe einer Messreihe für unterschiedliche Pumpstärken  $-p$  auf den Einfluss des Stehwellenpotentials und der Stoßwechselwirkung zwischen den Atomen zurückgeführt. Zuerst wird noch der Einfluss eines Anfangsimpulses gezeigt.

### Der Heizprozess mit Anfangsimpuls

Beginnt man nicht mit einem ruhenden BEC sondern führt einen Anfangsimpuls ein, so wird die Energieentartung der Impulsklassen  $-2\hbar k$  und  $+2\hbar k$  aufgehoben. Das ist auf Abbildung 2.7 (a) mit Hilfe des Modells des freien Teilchens dargestellt. Zu Beginn des Experiments befindet sich das BEC nicht am Scheitel der parabelförmigen Dispersionsrelation. Trotzdem wird der Netto-Impuls  $\Delta P = |2|\hbar k$  an die Atome übertragen. Damit verschieben sich die möglichen Endzustände auf der Parabel. Aufgrund der Energie-Impuls-Erhaltung unterdrückt der schmalbandige Resonator den Transfer in die eine mögliche Impulsklasse. Startet man mit unterschiedlichen Impulsen, so ist es möglich den Anfangszustand zu entvölkern und die Atome vollständig in die  $-2\hbar k$ - oder  $+2\hbar k$ -Mode zu pumpen.

Um dies experimentell zu realisieren, wurde das BEC leicht mit einem Strompuls durch eine der beteiligten Spulen angestoßen, damit es mit der Frequenz  $\omega_z/2\pi \approx 25,2$  Hz in der Magnetfalle oszilliert. Nach dem Anregen der Schwingung und einer bestimmten Wartezeit  $t_W$  ( $x$ -Achse auf 2.7 (b)) wurde der Resonator mit einer Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+18,9$  kHz und der Stärke  $-p = 1$  für 400  $\mu\text{s}$  gepumpt. Anschließend wird die Impulsverteilung gemessen.



**Abbildung 2.7:** Abbildung (a) zeigt den Impulstransfer durch Rückwärtsstreuung für ein freies Teilchen im Resonator links mit negativem und rechts mit positivem Anfangsimpuls. In (b) ist die Impulsverteilung der Atome nach einem Heizpuls von  $400 \mu\text{s}$  ( $-p = 1$  und  $\delta_{\text{eff}} = +18,9 \text{ kHz}$ ) gegen die Wartezeit  $t_w$  bzw. den Anfangsimpuls aufgetragen. Die gestrichelte rote Linien zeigt die Oszillation des BECs in der Falle bzw. des Anfangsimpulses. Mit der Farbskala ist die auf 1 normierte optische Dichte der Atomwolke dargestellt. Bild aus [KKWH14b].

Diese Spektren sind in Abbildung 2.7 (b) gegen die Wartezeit  $t_w$  bzw. den Anfangsimpuls aufgetragen. Bei maximalem Startimpuls ist es gelungen die Atome komplett in eine Impulsklasse zu pumpen. Für eine Wartezeit von 10 ms, am Anfang des Graphen (2.7 (b)) landen alle Atome bei  $-2\hbar k$ . Bei kleiner werdender Anfangsgeschwindigkeit ergibt sich eine Gleichverteilung für  $t_w = 16$  ms. Zu diesem Zeitpunkt befindet sich das BEC am Umkehrpunkt der Oszillation, besitzt nur potentielle Energie und damit keinen Anfangsimpuls. Für  $t_w = 26$  ms werden die Atome schließlich alle nach  $+2\hbar k$  gepumpt. Diese Zeitdifferenz von 10 ms entspricht einer 1/4-Schwingungsperiode. Das ist genau die Zeit, welche das Ensemble vom Umkehrpunkt mit maximaler potentieller Energie (kein Anfangsimpuls) bis zum Scheitel des Potentials (maximal beschleunigt  $\Rightarrow$  minimale potentielle Energie  $\Rightarrow$  maximaler Anfangsimpuls) braucht. Für längere Wartezeiten  $t_w$  setzt sich das Verfahren mit dieser Periodizität fort.

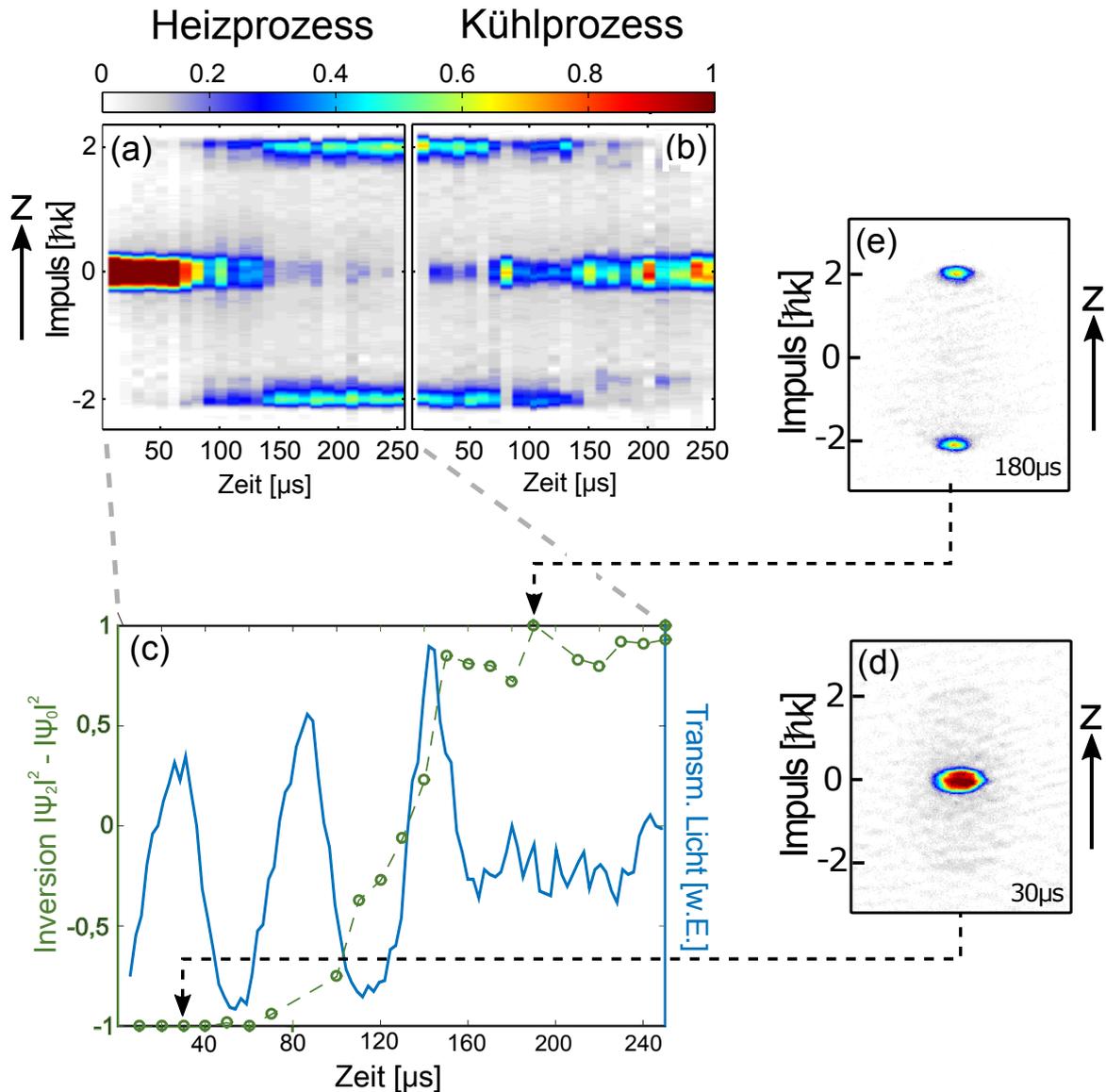
## 2.4 Die Dynamik des Heizprozesses

Mit Hilfe des transmittierten Lichts oder der Impulsspektren können Aussagen über Beginn und Dauer des Impulsübertrags gemacht werden. Um die Zeitentwicklung des Inversionsaufbaus, also des Heizprozesses zu untersuchen, bietet dieses System also zwei Zugänge. Zum einen können, wie auf Abbildung 2.8 (a) und (b) gezeigt ist, die Impulsspektren der Atomwolke zu bestimmten Zeiten analysiert werden. Dafür wird der Heizprozess gestartet, nach gewisser Zeit abgebrochen und das TOF-Bild aufgenommen. Dabei wird das Ensemble zerstört und es muss für jeden Datenpunkt mit einer neuen Atomwolke begonnen werden. Mit dem hier verwendeten Aufbau ist eine Schrittweite von 10  $\mu$ s möglich. Das ist eine gängige Praxis, um zeitliche Verläufe in Experimenten mit kalten Gasen auszumessen. Damit beschäftigt sich der erste Teil dieses Unterkapitels. Ein gekoppeltes Atom-Resonator-System bietet über das transmittierte Lichtfeld noch eine weitere Detektionsmöglichkeit. Diese funktioniert instantan und es können Zeitentwicklungen mit ein und demselben Ensemble beobachtet werden. Dabei wird außerdem keine Fallzeit benötigt, in der das System gestört werden könnte. Das transmittierte Lichtfeld während des Heizpulses ist blau in Abbildung 2.8 (c) dargestellt und wird im zweiten Abschnitt genauer beschrieben.

### Zeitentwicklung der Inversion

Für das hier beschriebenen Experiment wurde das BEC im Resonator für den Heizpuls 250  $\mu$ s mit der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +18$  kHz und der Stärke  $-p = 3,1$  gepumpt. Der Kühlpuls war genauso lang und es wurde eine Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $-14$  kHz und eine Pumpstärke  $-p$  von 2,3 gewählt. Für Abbildung 2.8 (a) und (b) wurde das Experiment mit der Schrittweite von 10  $\mu$ s durchgeführt und nach einer Flugzeit von 25 ms jedes Mal ein Absorptionbild der Atomwolke aufgenommen. Dieses sogenannte TOF-Bild spiegelt die Impulsverteilung des Systems wider. Die Impulsspektren sind in 2.8 (a) für den Heizpuls und in (b) für der Kühlpuls gegen die Zeit aufgetragen. Die Farbskala ist die auf eins normierte optische Dichte des Ensembles.

Beim Blick auf die Daten für den Heizvorgang fällt auf, dass während der ersten 60  $\mu$ s kaum etwas passiert und sich die Inversion in den nächsten 50  $\mu$ s aufbaut. Danach passiert wieder



**Abbildung 2.8:** Gemessene Zeitentwicklung der Impulsverteilung für einen Heizpuls mit  $\delta_{eff} = +18$  kHz und  $-p = 3,1$  auf Bild (a) und für den Kühlpuls mit  $\delta_{eff} = -14$  kHz und  $-p = 2,3$  auf (b). Die Farbskala ist die auf eins normierte optische Dichte der Atomwolke. Abbildung (c) zeigt den zeitlichen Verlauf der Inversion für den Heizpuls in grün. In blau ist das transmittierte Resonatorfeld, das zu einem der Inversionsdatenpunkte für  $t = 250$  μs gehört. Die gestrichelte grüne Linie dient nur der Orientierung. Die Inversionsdaten wurden die Atome in einem festen Bereich um  $0\hbar k$  ausgezählt und von denen bei  $\pm 2\hbar k$  abgezogen. Daneben befindet sich ein Impulsspektrum der Atome für 30 μs (d) bei dem zwei Streukreise zwischen  $\pm 2\hbar k$  und  $0\hbar k$  zu sehen sind. Das bedeutet, dass es zu diesem Zeitpunkt schon eine kleine Besetzung der  $\Psi_2$ -Mode gibt. (e) zeigt ein TOF-Bild nach 180 μs. Nach dieser Pumpzeit ist das System schon komplett invertiert.

nicht sehr viel. Es braucht also eine gewisse Zeit, bis der Prozess in Gang kommt. Dann steigert er sich sehr stark und wird am Ende wieder abgebremst. Diese Beobachtung deckt sich mit der Aussage ganz zu Beginn dieses Kapitels, dass es sich um einen selbstverstärkenden, also einen superradianten Prozess handelt, der am Ende wieder abgebremst wird. Am Anfang des Heizpulses ist die Bragg-Bedingung für Rückwärtsstreuung, welche für den Impulsübertrag verantwortlich ist, aufgrund der homogenen Dichteverteilung des BECs nicht erfüllt. Erst wenn sich das Lichtfeld im Resonator aufgebaut hat, entsteht ein Stehwellenpotential und eine kleine Dichtemodulation des BECs mit der Periodizität des Potentials  $\lambda_p/2$ . Die Eigenfunktion für diesen Zustand des BECs ist nicht mehr eine Konstante ( $\Psi(z) = \Psi_0$ ), sondern beinhaltet die höheren Quasi-Impulskomponenten ( $\Psi(z) = \Psi_0 + \Psi_2 \cdot \cos(2kz) + \dots$  mit  $\Psi_0 \gg \Psi_2 \gg \dots$ ). Diese Modulation ermöglicht die Rückwärtsstreuung und das System im Grundzustand (alle Atome in der  $\Psi_0$ -Mode) ist instabil. Es werden die ersten Photonen konstruktiv zurück gestreut und dabei Impuls an die Atome übertragen. Aufgrund der langen Lebensdauer des Resonatorfeldes wird am Ende des Experiments das Stehwellenpotential relativ langsam ( $\approx 18 \mu\text{s}$ ) abgeschaltet. Es findet also ein Bandmappingprozess statt und die Besetzung der Quasi-Impulskomponenten verschwindet wieder. Wenn aber ein Impulsübertrag aufgrund der Streuung stattgefunden hat, befinden sich Atome nach dem Abschalten des Pumplichts in den  $\pm 2\hbar k$ -Moden ( $\Psi_2$ -Mode).

Bei genauem Hinsehen sind in Abbildung 2.8 (d), dem TOF-Bild nach  $30 \mu\text{s}$ , zwei Streukreise zwischen  $\pm 2\hbar k$  und  $0\hbar k$  zu sehen. Das ist darauf zurückzuführen, dass es in dem Ensemble Atome mit diesen Impulsen gibt, die miteinander stoßen. Es hat zu diesem Zeitpunkt schon den erste Impulsübertrag  $\Delta P = \pm 2\hbar k$  gegeben und der Heizprozess hat bereits begonnen. Nach  $20 \mu\text{s}$ , was in etwa der Zeit entspricht, welche das Resonatorfeld benötigt um sich aufzubauen ( $\tau = 18 \mu\text{s}$ ), ist dieser Hintergrund auch schon zu erahnen. Mit den grünen Kreise in Abbildung 2.8 (c) ist die Inversion  $|\Psi_2|^2 - |\Psi_0|^2$  gegen die Zeit dargestellt. Betrachtet man diese Daten, so ist dort während der ersten  $50 \mu\text{s}$  keine Veränderung der Inversion festzustellen. Die Besetzung der  $\Psi_2$ -Mode baut sich zwar stetig auf, aber erst ab etwa  $70 \mu\text{s}$  wird die Rückstreuung richtig effektiv und ist nach weiteren  $70 \mu\text{s}$  fast abgeschlossen. Nach  $180 \mu\text{s}$  (Abbildung 2.8 (e)) ist die Inversion vollständig. Das heißt, wenn Licht mit dieser Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  in den Resonator gebracht wird, befindet sich das System nicht mehr in einem stabilen Zustand (siehe Stabilitätsanalyse in [KKWH14b]) und nähert sich exponentiell der Inversion. Dieses Verhalten ist auch beim genauen Betrachten der Impulsspektren in 2.8 (a) zu sehen. Die Besetzung der  $\pm 2\hbar k$ -Mode nimmt in den ersten  $70 \mu\text{s}$  langsam aber stetig zu. Ab  $80 \mu\text{s}$  läuft der Heizprozess richtig schnell ab, bis er gegen Ende wieder abgebremst wird.

Befinden sich alle Atome in der  $\Psi_2$ -Mode (vollständige Inversion), so ist die Dichteverteilung der Atomwolke mit der Periodizität  $\lambda/4$  moduliert. Nach der Bragg-Bedingung interferiert die Rückstreuung destruktiv. Außerdem unterdrückt der Resonator aufgrund der schmalen Bandbreite zusätzlich die Streuung die zur Besetzung höherer Moden führen würde. Das System befindet sich damit in einem stabilen Zustand (siehe Stabilitätsanalyse in [KKWH14b]). Auch nach der mit diesem System maximal möglichen Heizpulsdauern von  $1 \text{ ms}$  ändert sich daran nichts.

### Analyse des transmittierten Lichtfeldes

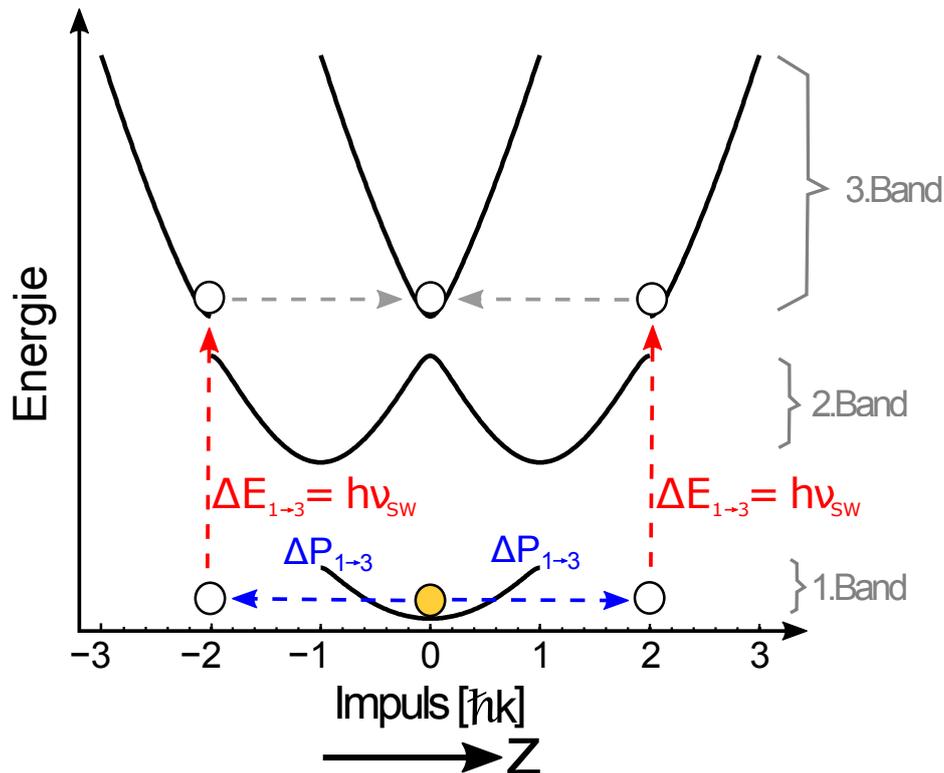
Diese Aussagen können auch mit Hilfe des transmittierten Lichtfeldes (in 2.8 (c) blau gegen die Zeit aufgetragen) getroffen werden. Dabei handelt es sich um eine Einzelmessung des Heizpulses die synchron zu den grün dargestellten Inversionsdaten gezeichnet ist und zu einem der zwei Punkte für die Heizdauer von  $t = 250 \mu\text{s}$  gehört. Die Lebensdauer  $\tau$  der Resonatorphotonen beträgt knapp  $18 \mu\text{s}$  (siehe Tabelle 1.1 in Kapitel 1.1.1) und so lange dauert es auch bis sich das Lichtfeld darin aufgebaut hat. Betrachtet man die Messdaten (2.8 (c), blau), so ist nach knapp  $30 \mu\text{s}$  das erste Maximum erreicht und die transmittierte Leistung nimmt wieder ab. Da sich zu diesem Zeitpunkt die Verteilung der Atome (und damit die Resonanzverschiebung) kaum geändert hat und die Pumpstärke und -frequenz konstant sind, sind die gestreuten Photonen für den Abfall des gemessenen transmittierten Lichtfeldes verantwortlich. Aufgrund des Impuls- bzw. Energieübertrags haben sie eine andere Frequenz als das Pumplicht und es entsteht ein Schwebungssignal mit genau der Differenzfrequenz  $\nu_{\text{SW}} = \nu_{\text{P}} - \nu_{\text{Streu}}$ . Es sind nur wenige gestreute Photonen nötig um eine deutliche Modulation des Signals zu bekommen. Damit ist klar, dass der Heizprozess schon nach  $30 \mu\text{s}$  begonnen hat, was sich mit der Beobachtung aus den Impulsspektren deckt. Dieses Schwebungssignal bricht nach  $170 \mu\text{s}$  ab. Das bedeutet, es sind keine gestreuten Photonen sondern nur noch das Pumplicht im Resonator. Damit ist der Heizprozess zu Ende und alle Atome sind in der  $\Psi_2$ -Mode. Jetzt ist das System komplett invertiert und wegen der dazugehörigen Dichteverteilung mit der Periodizität von  $\lambda_{\text{P}}/4$ , dargestellt in Abbildung 2.5 (a), ist die Bragg-Bedingung (siehe Gleichung 2.18 und Abbildung 2.5) für Rückwärtsstreuung nicht mehr erfüllt. Es stellt sich ein konstantes Lichtlevel ein. Da die gestreuten Photonen den Resonator verlassen haben, ist die Umkehrung des Prozesses aufgrund der Unterdrückung von Streuung neben die Resonanz nicht möglich. Auch nach Warten von mehreren  $100 \mu\text{s}$  findet kein Rückstreuung mehr statt.

Für den Kühlprozess ist hier nur der Übersichtsplot in 2.8 (b) dargestellt. Auf ihn wird hier nicht näher eingegangen, da sich dieser Prozess analog zum Heizen verhält und er keine neue Information liefert. Dies geht auch aus dem theoretischen Modell hervor in [KKWH14b].

Nochmal zusammengefasst: Es wurde gezeigt, dass das Resonatorlichtfeld analog zu den Impulsspektren die Information über die Dynamik des Prozesses trägt. Der große Vorteil dabei ist, dass nur ein experimenteller Durchlauf nötig ist und die Information „live“ mitgeschrieben wird. Außerdem wird keine Fallzeit benötigt, während der das System gestört werden kann. Das nächste Unterkapitel befasst sich mit der Frequenz des Schwebungssignals  $\nu_{\text{SW}}$  des transmittierten Lichtes und welche Information daraus gezogen werden kann.

## 2.5 Der Einfluss des Stehwellenpotentials auf den Heizprozess

Wird Licht in einen Resonator eingekoppelt so baut sich ein optisches Stehwellenpotential (optisches eindimensionales Gitter) auf. Die Atome bewegen sich jetzt in einem periodischen Potential und die Energie-Impuls-Dispersionsrelation ist nicht einfach eine Parabel,



**Abbildung 2.9:** Bei einem Impulstransfer (blaue Pfeile) von  $|2|\hbar k$  in einem periodischen Potential wird in die nächste Brillouinzone gesprungen. Auf der Energieachse (rote Pfeile) befinden sich die Atome im Minimum des dritten Bandes. Dieser Impulszustand ist äquivalent mit dem um einen reziproken Gittervektor (graue Pfeile) verschobenen Zustand bei  $0\hbar k$ .

wie für ein freies Teilchen (siehe 2.3). Es entstehen Energiebänder und das System kann mit Blochfunktionen [Blo28, Blo05] beschrieben werden. Der Abstand zwischen den Energiebändern für festen Quasi-Impuls hängt von der Tiefe des Potentials ab. Deswegen ist es für den Vergleich der Theorie mit den experimentellen Ergebnissen von großer Bedeutung die Tiefe des Gitters, in dem sich die Atome befinden, möglichst gut zu kennen. Im Fall eines Resonators kann damit auch die interne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  abgeschätzt werden, die wegen der kleinen transmittierten Leistung von ein paar pW ( $10^{-12}\text{W}$ ) kaum zu messen ist. Um die Tiefe des Potentials zu bestimmen, die ein BEC in einem optischen Gitter spürt, gibt es mehrere Methoden [MO06]. Sie zielen alle darauf ab, den Energieabstand zwischen den einzelnen Bändern zu messen und damit Rückschlüsse auf das Potential zu ziehen. Eine der bekanntesten Methoden ist das *parametrische Heizen* [FDW<sup>+</sup>98]. Dabei wird die Intensität des Gitters moduliert und die Resonanzfrequenz für den Übergang zwischen erstem und drittem Band gesucht. Diese Frequenz ist ohne Gitter 14,2 kHz (siehe Modell des freien Teilchens), das heißt es sollte schneller als 14,2 kHz moduliert werden können. Aufgrund der schmalen Linienbreite ( $\delta\nu_C = 8,9\text{ kHz}$ ) und der damit verbundenen langen Lebensdauer des Lichtfeldes von fast 18  $\mu\text{s}$  ist das im Resonator nicht möglich. Auch andere

Möglichkeiten [CMM<sup>+</sup>02, MMC<sup>+</sup>01, OMD<sup>+</sup>99, GRP86] fallen deswegen weg, da das Potential nicht schnell genug ein bzw. ausgeschaltet werden kann und deswegen keine höheren Quasi-Impulsmoden (engl. Bragg peaks) detektiert werden können.

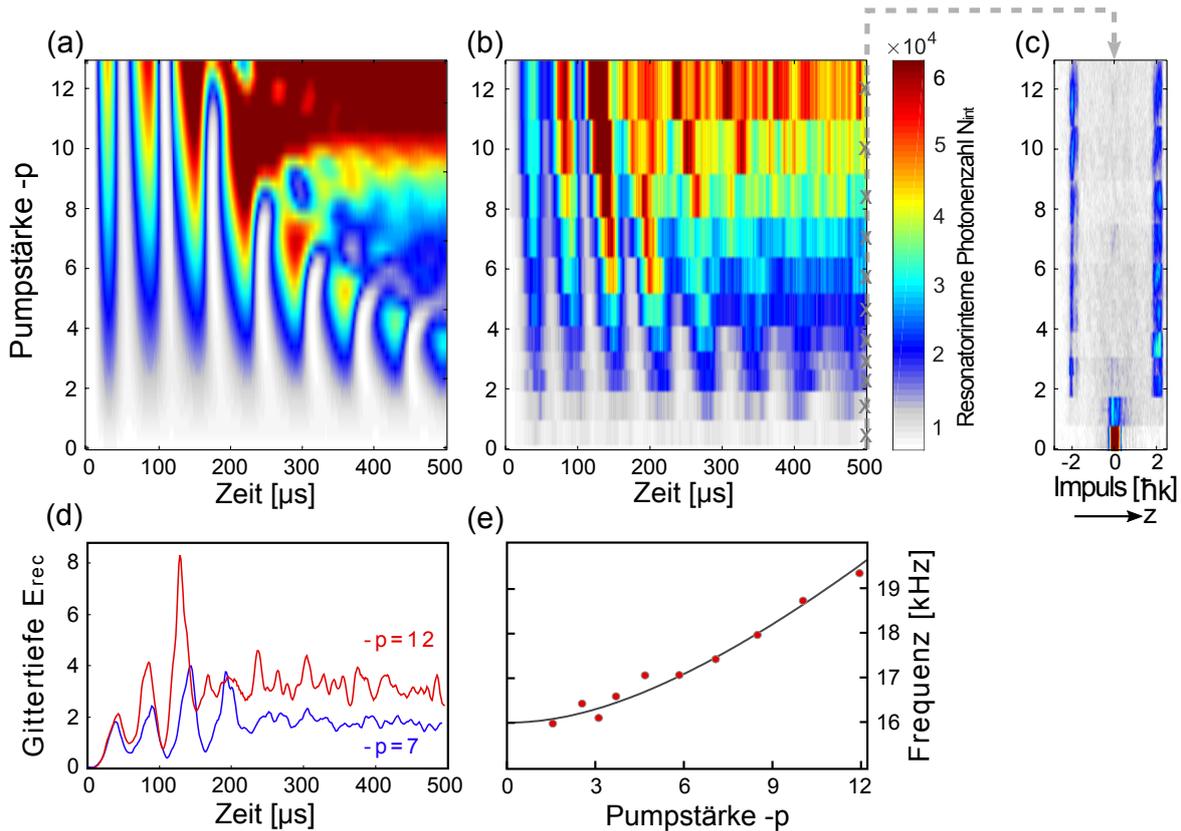
Es muss also nach einem anderen Weg für die Eichung des Stehwellenpotentials gesucht werden. Beim Vergleich der extrahierten Frequenz aus dem Schwebungssignal  $\nu_{\text{SW}}$  von Pumplicht und gestreuten Photonen mit dem Modell eines freien Teilchens im Unterkapitel 2.3 gab es eine Abweichung von 1-2 kHz. Im Folgenden wird der Einfluss der Pumpstärke auf  $\nu_{\text{SW}}$  untersucht. Durch den Heizprozess findet ein Übergang von  $|0\hbar k\rangle$  nach  $|\pm 2\hbar k\rangle$  statt. Nach der Streuung haben die Atome also den Impuls mit dem sie im Maximum des zweiten oder Minimum des dritten Bandes sind. Die Blochfunktion am Maximum des zweiten Band weist eine Periodizität von  $\lambda_p$  auf und im Minimum des dritten von  $\lambda_p/2$ . Damit passt die Blochfunktion des dritten Bands aufgrund der richtigen Periodizität deutlich besser zu der Wellenfunktion aus dem Zwei-Moden-Modells  $\Psi(z) = \sqrt{2}\Psi_2 \cos(2kz)$  für den angeregten Zustand  $|\pm 2\hbar k\rangle$ . Deswegen ist davon auszugehen, dass sich das Ensemble im dritten Blochband befindet. Die Schwebungsfrequenz  $\nu_{\text{SW}}$  spiegelt den Energieunterschied zwischen erstem und drittem Band wieder. Diese Energiedifferenz kann auf die Tiefe des Stehwellenpotential zurückgeführt und damit die Potentialtiefe bestimmt werden.

Dafür wurde ein BEC in den Resonator gebracht und 500  $\mu\text{s}$  mit der festen Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +19,8$  kHz für unterschiedliche Stärken  $-p = 1$  bis  $-p = 12$  gepumpt. Das Experiment ist je zehn Mal wiederholt worden und es wurde dabei das transmittierte Licht detektiert. Die gemittelten Daten sind als Farbskala in Abbildung 2.10 (b) gegen die Zeit und die Pumpstärke  $-p$  aufgetragen. Abbildung 2.10 (c) zeigt die Impulsspektren am Ende des 500  $\mu\text{s}$  langen Heizpulses. Nach dieser Zeit ist die Inversion für Pumpstärken  $-p \geq 2$  vollständig. Eine numerische Lösung der Gleichungen für das Zwei-Moden-Modell 2.12, 2.13 und 2.15 ohne Atom-Atom-Wechselwirkung ( $g_{\text{1D}} = 0$ ) ist für die Parameter dieses Experiments auf 2.10 (a) geplottet. Obwohl die Stoßwechselwirkung, die transversalen Raumrichtungen und das Fallenpotentials für die Rechnung vernachlässigt wurden, kommt es zu einer guten Übereinstimmung. Zuerst wird jetzt die Effektivität des Heizprozesses in Abhängigkeit von Verstimmung und Pumpstärke analysiert und danach die Potentialtiefe mit Hilfe des Schwebungssignals kalibriert.

### Effektivität des Heizprozesses

Betrachtet man das Lichtfeld in Abbildung 2.10 (a) und (b) so sieht man, dass für stärkeres Pumpen nach kürzerer Zeit keine Schwebung mehr sondern nur noch Rauschen zu sehen ist. Das bedeutet, der Heizprozess ist für größere Pumpstärken  $-p$  schneller beendet. Beim Blick auf die einzelnen Spuren in Abbildung 2.10 (d) wird das noch deutlicher. Während für den roten Graphen mit  $-p = 12,0$  nach 155  $\mu\text{s}$  die Oszillation beendet ist, dauert sie für den blauen Plot ( $-p = 7,0$ ) 235  $\mu\text{s}$ .

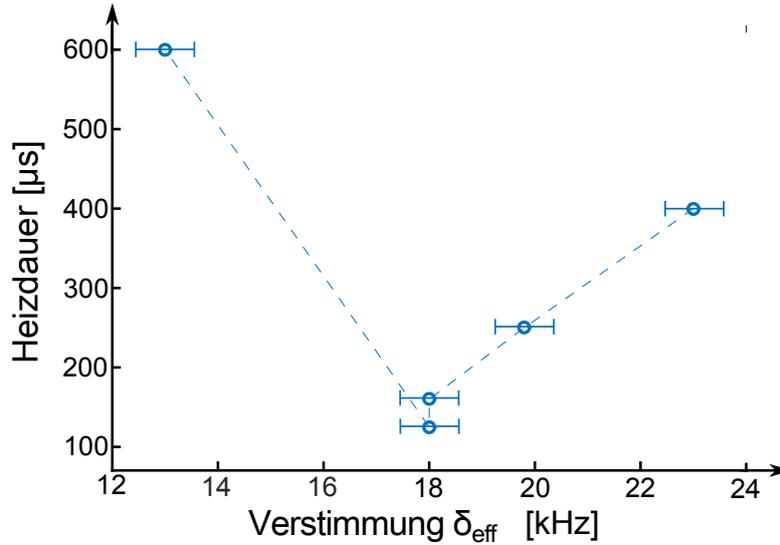
Es entsteht der Eindruck, dass der Heizprozess am besten funktioniert, wenn die Pumpstärke  $-p$  möglichst groß ist. In Abbildung 2.10 (a) dauert die Oszillation für große Pumpstärken  $-p$  nur kurz an und für kleine wird die Schwingungsfrequenz größer und es sind mehr Schwingungen zu sehen. Für das Experiment in Abbildung 2.8 (c) wurde eine kleine Pumpstärke  $-p = 3,1$  verwendet und trotzdem sind nach 170  $\mu\text{s}$  schon alle Atome in



**Abbildung 2.10:** (a) zeigt die numerische Lösung des Zwei-Moden-Modells, (b) die Messdaten. Es wurde das transmittierte Lichtfeld ohne Atom-Atom-Wechselwirkung gegen die Zeit und Pumpstärke  $-p$  für eine Verstimmung von 19,8 kHz aufgetragen. Die Photonenzahl in (a) und (b) ist durch die Farbskala verdeutlicht. Dabei steht weiß für einen leeren Resonator und dunkel rot für  $6 \cdot 10^4$  Photonen. Die Besetzung der Impulsmoden am Ende des 500  $\mu\text{s}$  Pulses sieht man auf (c). Auf (d) sind 2 Schnitte von (b) gezeigt und gegen die Zeit aufgetragen. Abbildung (e) zeigt den Verlauf der Schwebungsfrequenz  $\nu_{SW}$  mit der Pumpstärke  $-p$ . Die Schwarze Linie ist mit 2.21 berechnet. Bild aus [KKWH14b].

den  $\pm 2\hbar k$ -Moden ( $\Psi_2$ -Mode). In Abbildung 2.10 (e) sind die Schwebungsfrequenzen  $\nu_{SW}$  für die Verstimmung  $\delta_{eff} = 19,8$  kHz gegen die Pumpstärke  $-p$  aufgetragen. Vergleicht man diese Schwebungsfrequenzen  $\nu_{SW}$ , so fällt sofort auf, dass für  $-p = 12$  die Differenz  $\Delta_{SW} = \delta_{eff} - \nu_{SW}$  am kleinsten ist. Für  $-p = 12,0$  ist  $\Delta_{SW} = (19,8 - 19,3)$  kHz = 0,5 kHz während für  $-p = 7,0$  diese Frequenzdifferenz  $\Delta_{SW} = 2,5$  kHz beträgt. Die Frequenzdifferenz für die Daten in Abbildung 2.8 (c) beträgt  $\Delta_{SW} = (18,0 - 17,4)$  kHz = 0,6 kHz und ist sehr nahe bei der für  $-p = 12,0$  mit der Verstimmung von  $\delta_{eff} = 19,8$  kHz.

Der Zusammenhang zwischen der Effektivität des Heizprozesses und der Frequenzdifferenz  $\Delta_{SW}$  wird noch klarer beim Blick auf die Daten in Abbildung 2.11. Für dieses Experiment wurde die Pumpstärke  $-p = 3,1$  gewählt und unterschiedliche Verstimmungen ausprobiert. Die Schwebungsfrequenz  $\nu_{SW}$  lag hier bei etwa  $(+18 \pm 1)$  kHz. Für diese Pumpstärke zeigt



**Abbildung 2.11:** Für eine feste Pumpstärke  $-p = 3,1$  ist die Dauer des Heizprozesses, das heißt die Zeit bis das System Invertiert ist, gegen die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  aufgetragen. Die gestrichelte Linie dient der Orientierung. Der Fehler der Verstimmung ist etwa 1 kHz

die Dauer des Inversionsaufbau eine Resonanz für die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von +18 kHz. Wie vorher erwähnt, findet beim Heizprozess ein Übergang vom ersten in das dritte Blochband ( $|0\hbar k\rangle \rightarrow |\pm 2\hbar k\rangle$ ) statt und dieser Energieabstand wächst mit der Potentialtiefe. Die gestreuten Photonen übertragen diese Energie  $E_{1 \rightarrow 3}$  und haben nach dem Streuprozess eine kleinere Frequenz  $\nu_{\text{Streu}}$  als vorher. Das Heizen funktioniert also optimal wenn gilt:

$$\Delta E_{1 \rightarrow 3} = h(\nu_{\text{P}} - \nu_{\text{Streu}}) = h \cdot \nu_{\text{SW}} = h \cdot \delta_{\text{eff}} \quad (2.19)$$

mit der Pumpfrequenz  $\nu_{\text{P}}$  und der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$ . Für die Effektivität des Impulstransfers ist also nicht die Pumpstärke  $-p$  entscheidend sondern die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  muss möglichst nah bei der zu dem Bandabstand korrespondierenden Frequenz  $\nu_{\text{P}} - \nu_{\text{Streu}} = \nu_{\text{SW}}$  liegen. Die Photonen werden dann resonant mit dem Resonator gestreut und der Heizprozess läuft am schnellsten ab.

### Kalibrierung des Gitterpotentials

Um über die Schwebungsfrequenz  $\nu_{\text{SW}}$  das Stehwellenpotential zu kalibrieren, wird mit Hilfe der Gleichungen des Zwei-Moden-Modells 2.12 und 2.13 die Energiedifferenz bzw. die dazugehörige Frequenz  $\Omega$  zwischen den Zuständen  $|0\hbar k\rangle$  und  $|\pm 2\hbar k\rangle$  für ein konstantes Gitterpotential, das heißt für eine konstante Feldstärke ( $\alpha(t) \rightarrow \alpha$ ) berechnet. Das bedeutet es werden die Eigenenergien der stationären Gleichungen zu 2.12 und 2.13 gesucht und

dafür der Ansatz

$$\begin{aligned}\Psi_0(t) &\longrightarrow \Psi_0 e^{i\frac{E_1 \rightarrow 3}{\hbar} t} = \Psi_0 e^{i\Omega t} \\ \Psi_2(t) &\longrightarrow \Psi_2 e^{i\frac{E_1 \rightarrow 3}{\hbar} t} = \Psi_2 e^{i\Omega t}\end{aligned}\tag{2.20}$$

in diese eingesetzt. Nach Ausführen der zeitlichen Ableitung und Kürzen der Zeitabhängigkeit  $e^{i\Omega t}$  ergibt sich die Eigenwertgleichung

$$\Omega \begin{pmatrix} \Psi_0 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}|\alpha|^2 U_0 + c_0 & \frac{1}{\sqrt{8}}|\alpha|^2 U_0 + 2c_0\Psi_2\Psi_0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}}|\alpha|^2 U_0 + 2c_0\Psi_2\Psi_0 & \frac{1}{2}|\alpha|^2 U_0 + 4\omega_{\text{rec}} + c_0\frac{1}{2}|\Psi_2|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_0 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}\tag{2.21}$$

Aus Gründen der besseren Übersicht wurde der Wechselwirkungsparameter  $c_0 = \frac{g_{1D}\rho_{1D}}{\hbar\omega_{\text{rec}}}$  eingeführt. Die beiden Lösungen des charakteristischen Polynoms und der Normierungsbedingung  $|\Psi_0|^2 + |\Psi_2|^2 = N$  bilden ein Gleichungssystem. Daraus kann eine Funktion  $\Omega(|\alpha|^2 U_0, c_0)$ , also eine Funktion für die zu der Energiedifferenz korrespondierende Frequenz  $\Omega$ , in Abhängigkeit von der Photonenzahl  $|\alpha|^2$  und des Wechselwirkungsparameters  $c_0$  gefunden werden. Um optimale Übereinstimmung mit den Messdaten in Abbildung 2.10 (e) zu bekommen wurde eine Potentialtiefe von  $4E_{\text{rec}}$  für die maximale Pumpstärke von  $-p = 12$  und als Wechselwirkungsparameter  $c_0 = 0,9$  gewählt. Mit diesen Werten wurde die schwarze Kurve in 2.10 (e) berechnet. Dabei ist  $c_0$  fast drei Mal so groß wie für 100.000 Atome bei dieser Fallen-Geometrie zu erwarten ist. Das ist auf die Vereinfachung des eindimensionalen Zwei-Moden-Modells zurückzuführen, bei dem die Dichteverteilung in den Richtungen ( $x$ - bzw.  $y$ -Richtung) senkrecht zur Resonatorachse als konstant angenommen wurde. Wenn  $a_S \cdot \rho_{1D} > 1$  gilt und das ist hier der Fall, können die transversalen Richtungen nicht mehr als unabhängig angenommen werden [Ols98, SPR02, MD08]. Es müsste ein dreidimensionales Modell verwendet werden, um das Experiment quantitativ genauer zu modellieren. Daraus entsteht ein Fehler bei der Kalibrierung des Potentials.

## 2.6 Zusammenfassung der Ergebnisse mit dem longitudinal-gepumpten Systems

Es wurde gezeigt, wie man mit Hilfe der Schwebungsfrequenz  $\nu_{\text{SW}}$  den Energieabstand zwischen ersten und dritten Blochband messen und damit das Stehwellenpotentials im Resonator kalibrieren kann. Allerdings wurden durch die Verwendung des eindimensionalen Modells einige Annahmen gemacht, die das Ergebnis verfälschen.

Um den Impulstransfer möglichst effektiv zu gestalten, ist es nicht entscheidend, wie stark gepumpt wird, sondern dass die richtige Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$ , passend zur Tiefe des Potentials, verwendet wird. In den Unterkapiteln davor wurde die Dynamik des Heizprozesses dargestellt. Dafür reicht ein einziges Experiment aus, denn die ganze Information kann nicht nur aus den Impulsspektren, sondern auch aus dem Lichtfeld entnommen werden.



## Resonator-kontrollierte Materiewellen-Superradianz

Dieses Kapitel zeigt wie superradiante Streuprozesse mit Hilfe eines rückstoßaufgelösten Resonators kontrolliert werden können. Dafür wird ein Bose-Einstein-Kondensat mit gegenüber der atomaren Resonanz weit verstimmt Laserlicht bestrahlt und die sogenannte Rayleighstreuung [Str71, You82] beobachtet. Wenn die Wellenlänge des Pumplichts deutlich größer ist als der Abstand zwischen den Streuzentren, agieren die Atome nicht unabhängig voneinander, sondern es kommt aufgrund der Kohärenz der internen Freiheitsgrade zu einer kollektiven Wechselwirkung mit dem Lichtfeld [Dic54]. *Robert H. Dicke* hat diesen Effekt 1954 als Superradianz bezeichnet [BeM<sup>+</sup>96].

Für die hier vorgestellten Experimente wurde ein BEC in die TEM<sub>00</sub>-Mode des Hochfineseresonators (siehe Abbildung 1.1) transportiert und im Gegensatz zu Kapitel 2 nicht auf Achse des Resonators sondern senkrecht dazu gepumpt. Aufgrund der makroskopischen Kohärenz der Materiewellen baut sich wie im vorigen Kapitel durch den Impulsübertrag eine Dichtemodulation der Atomwolke auf. Diese Modulation führt zu einer Art bosonischen Verstärkung und der Prozess verstärkt sich selbst. Die Dichtefluktuationen des Ensembles sind dafür verantwortlich, dass das System den Grundzustand verlässt und Impuls durch Streuung an die Atome übertragen wird. Durch die längere Ausdehnung des Kondensats senkrecht zur Pumpwelle, gibt es in dieser Richtung mehr Fluktuationen. Aus diesem Grund beträgt der Streuwinkel  $\beta_S$  (siehe Abbildung 1.3) für die Ereignisse mit Impuls- und Energieübertrag auf die Atome ( $\beta_S \neq 0^\circ$ )  $90^\circ$ . Dies wird noch durch den Purcell-Effekt [Pur46] des senkrecht zur Pumpe aufgebauten Resonators verstärkt.

Erstmals wurde Superradianz eines BECs von der Forschungsgruppe um *Wolfgang Ketterle* am MIT (Massachusetts Institute of Technology) gezeigt [ICSK<sup>+</sup>99, IPG<sup>+</sup>99, LGP<sup>+</sup>00]. Dabei besetzen die Atome alle durch Streuung möglichen Impulsklassen (vergleiche Abbildung 3.4 in dieser Arbeit und Fig. 1 G in [ICSK<sup>+</sup>99]). Die Gruppe von *Claus Zimmermann* aus Tübingen hat Superradianz eines BECs in einem Ringresonator mit einer Linienbreite von 25,4 kHz [BGM<sup>+</sup>11, BTS<sup>+</sup>13, Bux12] durchgeführt. Sie konnten durch geeignetes Wählen der Resonator-Pump-Verstimmung die Richtung des Impulsübertrag einschränken. Um aber die Streuprozesse wirklich kontrollieren zu können, wird eine Linienbreite  $\delta\nu_C$

benötigt, die nicht viel größer ist als die zu dem minimalen Energietransfer  $\Delta E_{\text{Trans}}$  korrespondierende Frequenz  $\nu_{\text{Streu}} = 2 \cdot \nu_{\text{rec}} = 7,1 \text{ kHz}$  (siehe Gleichung 1.3). Die Resonanz des hier verwendeten Resonators hat eine Halbwertsbreite  $\delta\nu_C = 9 \text{ kHz}$ . Er bietet damit die nötige kleine Bandbreite und die damit verbundene Energieselektivität, um die superradiante Streuung zu kontrollieren. In [KKWH14a] wurde gezeigt, dass es mit dem hier verwendeten Aufbau möglich ist den superradianten Impulstransfer zu steuern und damit ein BEC abzubremesen. Diese Experimente werden im Folgenden genauer vorgestellt. Das erste Unterkapitel beschreibt das Pumpschema, bevor das zur Modellierung der Experimente verwendete theoretische Modell vorgestellt wird. Im Nachfolgenden werden die Ergebnisse aus [KKWH14a] und einige weitere Messdaten präsentiert.

### 3.1 Das transversale Pumpschema

Das BEC wird senkrecht zur Resonatorachse mit der Stärke  $\epsilon_P$  und der Frequenz  $\nu_P$  gepumpt. Zu Beginn ist die Resonatormode leer. Es befinden sich keine Photonen darin und es gibt kein Lichtfeld in  $z$ -Richtung. Die Mode kann nur durch an den Atomen gestreute Photonen besetzt werden. Eine schematische Zeichnung des Pumpschemas zeigt Abbildung 3.1. Der Pumpstrahl breitet sich in  $y$ -Richtung aus und der Resonator ist in  $z$ -Richtung orientiert.

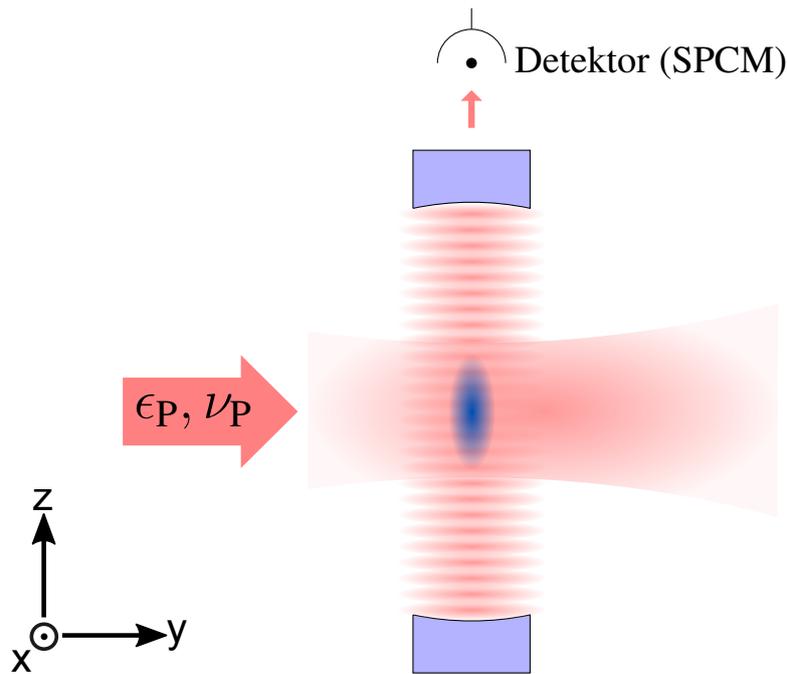
Die Rayleighstreuung [You82] kann als Abstrahlen eines Dipols beschrieben werden. Das Pumplicht erzeugt ein Dipolmoment in der Atomwolke in Richtung der Lichtpolarisation. Dieser induzierte Dipol strahlt die maximale Leistung senkrecht zu seiner Orientierung ab [Nol0]. Um möglichst effizient in den Resonator ( $z$ -Richtung) zu streuen, wird mit linear, senkrecht zur Bildebene in Abbildung 3.1 ( $x$ -Richtung), polarisiertem Licht gepumpt. Die durch den oberen Spiegel transmittierten Photonen werden, wie in 1.1.3 dargestellt, mit einem Einzelphotonenzähler (SPCM) detektiert.

#### Der Strahlengang des Pumpstrahls

Die wichtigsten optischen Elementen des Strahlengangs des Pumplichts sind in Abbildung 3.2 skizziert. Da es in Pumpichtung ( $y$ -Richtung) keinen Resonator und damit keine Überhöhung des Pumplichtes gibt, wird für die transversale Kopplung deutlich mehr Lichtleistung als für den longitudinalen Fall benötigt. Während für die Experimente in Kapitel 2 schon 1 mW nach dem Faserschalter<sup>1</sup> ausreichen, werden für das transversale Szenario 10 mW benötigt. Deswegen wurde ein sogenannter „Slavelaser“ aufgebaut, der das Licht des Experimentierlaser auf insgesamt 50 mW verstärkt. In diesem Laser ist eine Diode *LD-0810-0200-1* der Firma *Toptica* eingebaut. Durch Verluste an den Optiken, dem AOM und dem Schalter von insgesamt etwa 80% bleiben noch 10 mW für die Experimente übrig. Nachdem das Licht verstärkt wurde, passiert es einen Doppelpass-AOM [DHL<sup>+</sup>05] mit dem die Leistung des Pumplichts geregelt werden kann und der als schneller Schalter (Zeitkonstante etwa 300 ns) dient. Das nächste Element im Strahlengang ist der optische Schalter (Faserschalter), der mit einem TTL-Signal gesteuert wird. Er macht es möglich, dass inner-

---

<sup>1</sup>Optical switch singlemode 1x2 von *Laser Components* vertrieben, produziert von *LEONI Fiber Optics*

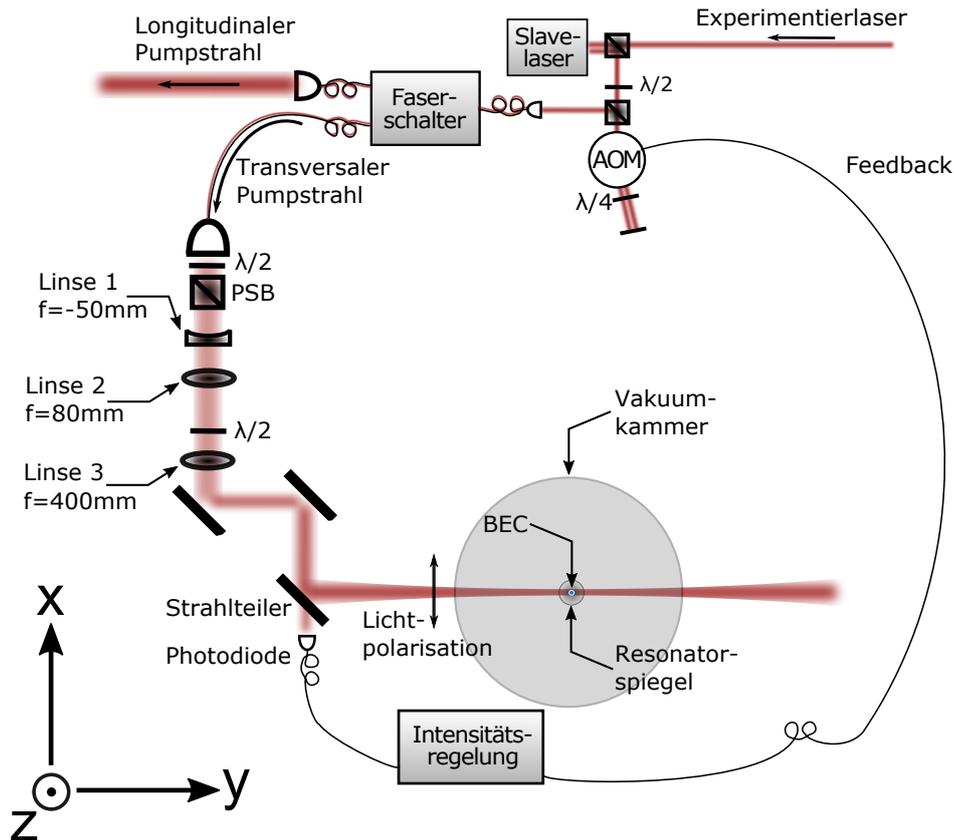


**Abbildung 3.1:** Das BEC befindet sich in der Resonatormode und wird senkrecht dazu (in  $y$ -Richtung) mit der Stärke  $\epsilon_P$  und der Frequenz  $\nu_P$  gepumpt. Zu Beginn befindet sich kein Licht im Resonator, die Mode des Resonators kann nur durch Streuung an den Atomen besetzt werden. Die durch den oberen Spiegel transmittierten Photonen werden, wie in Kapitel 1.1.3 beschrieben, mit einem Einzelphotonenzähler (SPCM) detektiert.

halb von 3 ms zwischen dem Pumpen auf Achse und senkrecht dazu umgeschaltet werden kann. Zu Beginn jedes Experimentzyklus wird auf longitudinales Pumpen gestellt und, wie in 1.1.2 beschrieben, die Differenzfrequenz zwischen den beiden Resonatorlasern kalibriert. Nach der MOT-Ladephase wird dann wieder auf die transversale Pumpe umgeschaltet.

Der Faserkollimator<sup>2</sup> am Ausgang des optischen Schalters erzeugt einen Strahl mit einem  $1/e$ -Durchmesser von 1,6 mm. Das  $\lambda/2$ -Wellenplättchen passt die Polarisation an und ein Strahlteilerwürfel (PBS - engl. **P**olarizing **B**eam-**S**plitter) reinigt sie. Danach vergrößert ein Teleskop aus zwei Linsen mit den Brennweiten  $f = -50$  mm (Linse 1) und  $f = +80$  mm (Linse 2) den Strahl auf 2,6 mm und eine achromatische Linse  $f = 400$  mm (Linse 3) fokussiert das Licht auf das BEC. Das zweite  $\lambda/2$ -Plättchen dient dazu die Polarisation am Ort des Kondensats einzustellen. Während des Aufbaus wurden viele Faserkollimatoren mit unterschiedliche Asphären ausprobiert. Diese Linsen sind für unterschiedliche Wellenlängen optimiert. Für diese Wellenlängen sind die Abbildungsfehler minimiert worden. Um heraus zu finden, welche Linse das beste Strahlprofil im Fokus nach dem Achromaten (Linse 3) hat, wurde der Strahl mit einer CCD-Kamera für verschiedene asphärische Linsen untersucht. Mit der Asphäre 352240 von *Geltech* (Brennweite  $f = 8$  mm) lieferte der Aufbau das beste

<sup>2</sup>Fiberdock von *Toptica* mit einer  $f = 8$  mm Asphäre



**Abbildung 3.2:** Auf dieser Abbildung ist der Strahlengang des Pumplichts skizziert. Zuerst wird der Experimentierlaser mit einer Slavediode verstärkt und dann durch einen Doppelpass-AOM geschickt, um ihn regeln und schalten zu können. Mit dem Faserschalter kann zwischen longitudinalem und transversalem Pumpen umgeschaltet werden. Danach passiert der Strahl verschiedene Optiken und wird mit Linse 3 ( $f = 400$  mm) auf das BEC fokussiert. Die Polarisation der Pumpe ist in  $x$ -Richtung und der Resonator senkrecht zur Bildebene ( $z$ -Richtung) orientiert. Das durch den Strahlteiler transmittierte Licht (etwa 2%) wird genutzt, um die Leistung zu regeln. Als Stellglied dafür agiert der akustooptische Modulator (AOM).

Strahlprofil im Fokus. Es zeigte sich auch, dass es besser ist, den Strahl nach dem Auskoppler mit einem Teleskop aufzuweiten, um einen größeren Durchmesser zu bekommen, als eine Asphäre mit größerer Brennweite zu verwenden. Am Ort des Kondensats hat der Pumpstrahl für diesen Aufbau (Asphäre  $f = 8$  mm und Teleskop) einen  $1/e$ -Durchmesser von  $160 \mu\text{m}$ . Die Polarisation ist für alle folgenden Experimente in  $x$ -Richtung orientiert, das heißt senkrecht zur Resonatorachse ( $z$ -Richtung) und der Pumpe ( $y$ -Richtung). Um reproduzierbare Pumpstärken zu gewährleisten, wird das durch den Strahlteiler, der sich als letztes optisches Element vor der Vakuumkammer befindet, transmittierte Licht mit eine

Photodiode<sup>3</sup> gemessen. Eine Regelung hält die Lichtintensität auf dem gewünschten Wert. Mittlerweile ist sie durch den *NoiseEater* von *TEM Messtechnik* ersetzt worden, da dieser weniger wartungsintensiv ist und damit langfristig reproduzierbare Ergebnisse liefert.

## 3.2 Das zweidimensionale theoretische Modell

In diesem Unterkapitel wird das theoretische Modell zum Beschreiben der in Kapitel 3.3 präsentierten Experimente vorgestellt und begründet. Der erste Teil (3.2.1) erklärt welche Streuereignisse es in dem transversal-gepumpten Aufbau gibt. Daraus begründet sich der Multimode-Ansatz, der in 3.2.2 vorgestellt wird. Danach wird die zweidimensionale Gross-Pitaevskii-Gleichung [Gro61, Pit61] zur Beschreibung der Materie und anschließend die Gleichung, der die Resonatorfeldamplitude folgt, eingeführt. Der letzte Abschnitt befasst sich mit dem gekoppeltem Gleichungssystem für das Materie- und Resonatorfeld. Dabei wird das numerisch lösbare dynamische Modell und eine Stabilitätsanalyse des BEC-Resonatorsystems vorgestellt.

### 3.2.1 Die Streuereignisse in dem transversal-gepumpten System

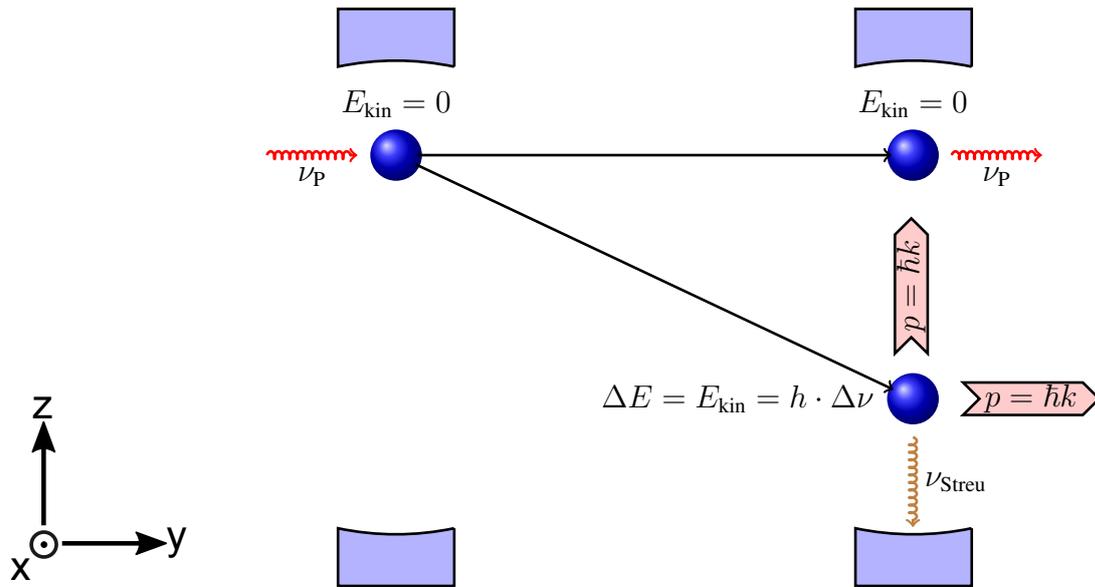
Für ein senkrecht zur Resonatorachse gepumptes System findet die Dynamik in der durch die Pumpwelle ( $y$ -Richtung) und durch den Resonator ( $z$ -Richtung) aufgespannten Ebene statt. In diesem Abschnitt wird auf die Impulsmoden hingewiesen, welche die Atome durch Photonstreuung in der  $y$ - $z$ -Ebene besetzen könnten. Danach wird noch auf den Einfluss des rückstoßaufgelösten Resonators und der damit verbundenen Energieselektivität eingegangen.

#### Die möglichen Streuereignisse

Die Ausbreitungsrichtung der Pumpwelle ( $y$ -Richtung) ist senkrecht zum Resonator. Wegen der homogenen Dichteverteilung des BECs interferiert die Streuung für alle Winkel  $\beta_S \neq 0^\circ$  destruktiv. Die Bragg-Bedingung [BB13] ist für diese Ereignisse nicht erfüllt und es kann nur nach vorne ( $\beta_S = 0^\circ$ ) gestreut werden. Für  $\beta_S = 0^\circ$  gibt es keinen Nettoimpulstransfer, das heißt  $\Delta P = 0$ . Damit wird auch keine Energie übertragen ( $\Delta E = 0$ ) und die gestreuten Photonen haben die gleiche Frequenz bzw. Energie wie die aus der Pumpe. Dieser Fall ist in Abbildung 3.3 oben dargestellt.

Im longitudinalen Fall ist von Beginn an Licht im Resonator und durch dieses Stehwellenpotential gibt es eine Modulation des Kondensats. Es werden höhere Impulsmoden besetzt und dadurch die Rückwärtstreuung ermöglicht. Damit kann das System den Grundzustand verlassen. Für den transversalen Fall ermöglichen Dichtefluktuationen im Kondensat die Streuung. Wegen der endlichen Temperatur des Ensembles kommt es zu thermischen und durch das Vakuum zu Quantenfluktuationen der Dichteverteilung. Da das Kondensat in Resonatorrichtung ( $z$ -Richtung) sehr stark ausgedehnt ist ( $r_z/r_y = r_z/r_x = 10/1$ ), ist die

<sup>3</sup>PDA36A von Thorlabs



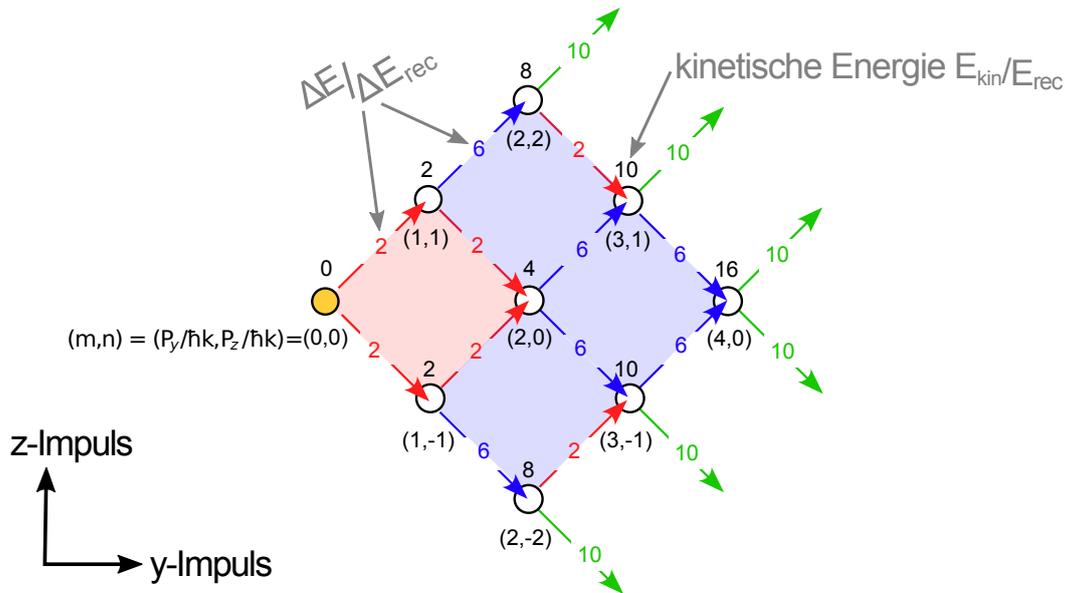
**Abbildung 3.3:** Für ein transversal-gepumptes BEC-Resonator-System gibt es zwei mögliche Streueignisse. Entweder die Vorwärtsstreuung ( $\beta_S = 0^\circ$ ) bei der kein Impuls und keine Energie übertragen wird oder die Streuung in den Resonator ( $\beta_S = 90^\circ$ ). Dabei erfahren die gestreuten Photonen eine Frequenzverschiebung  $\Delta\nu = \nu_P - \nu_{\text{Streu}} = \frac{\Delta E_{\text{Trans}}}{2\pi\hbar}$  und der Nettoimpulstransfer  $\Delta P$  ist nach dem Satz von Pythagoras gleich  $\sqrt{2}\hbar k$ . Für die Effektivität dieses Streuprozesses ist entscheidend, ob der Resonator die wegen der Energie- und Impulserhaltung nötige Energiedifferenz  $\Delta E$  unterstützt.

Streubedingung in diese Richtung ( $\beta_S = 90^\circ$ ) durch die Fluktuationen zuerst erfüllt und es werden Photon in  $z$ -Richtung gestreut.

Durch den Impulsübertrag von  $|\hbar k|$  in  $z$ - und  $y$ -Richtung ( $\Delta P_y = \hbar k$ ,  $\Delta P_z = \pm \hbar k$ ) baut sich, wie beim longitudinalen Pumpen in Kapitel 2, eine Dichtemodulation des Ensembles auf. Es entsteht ein Materiegitter, das die Streuung in  $z$ -Richtung ( $\beta_S = 90^\circ$ ) begünstigt. Damit verstärkt sich dieser Prozess selbst und es entsteht ein superradianter Lichtpuls (siehe Abbildung 3 in [ICSK<sup>+</sup>99]). Die Atome werden beschleunigt. Nach gewisser Zeit besetzen sie alle durch Streuung möglichen Impulsklassen (siehe Fig. 1 G in [ICSK<sup>+</sup>99]), die auf Abbildung 3.4 dargestellt sind. Die Richtungsselektivität des Resonators aufgrund des Purcell-Effekts verstärkt diesen Prozess noch. Die Ausdehnung des Kondensats reicht aber zum Vorgeben der Streurichtung schon aus. Da es deutlich mehr mögliche Streuer in  $z$ -Richtung als in den anderen Raumrichtungen gibt, ist die Bragg-Bedingung für Streuung in diese Richtung durch Fluktuationen zuerst erfüllt. Für dieses transversal-gepumpte Atom-Resonator-System gibt es also zwei mögliche Streuwinkel nämlich  $\beta_S = 0^\circ$  und  $\beta_S = 90^\circ$ .

### Der Einfluss des Resonators, Energieselektivität

Für die in diesem Kapitel vorgestellten Experimente spielt die **Energieselektivität** des Re-

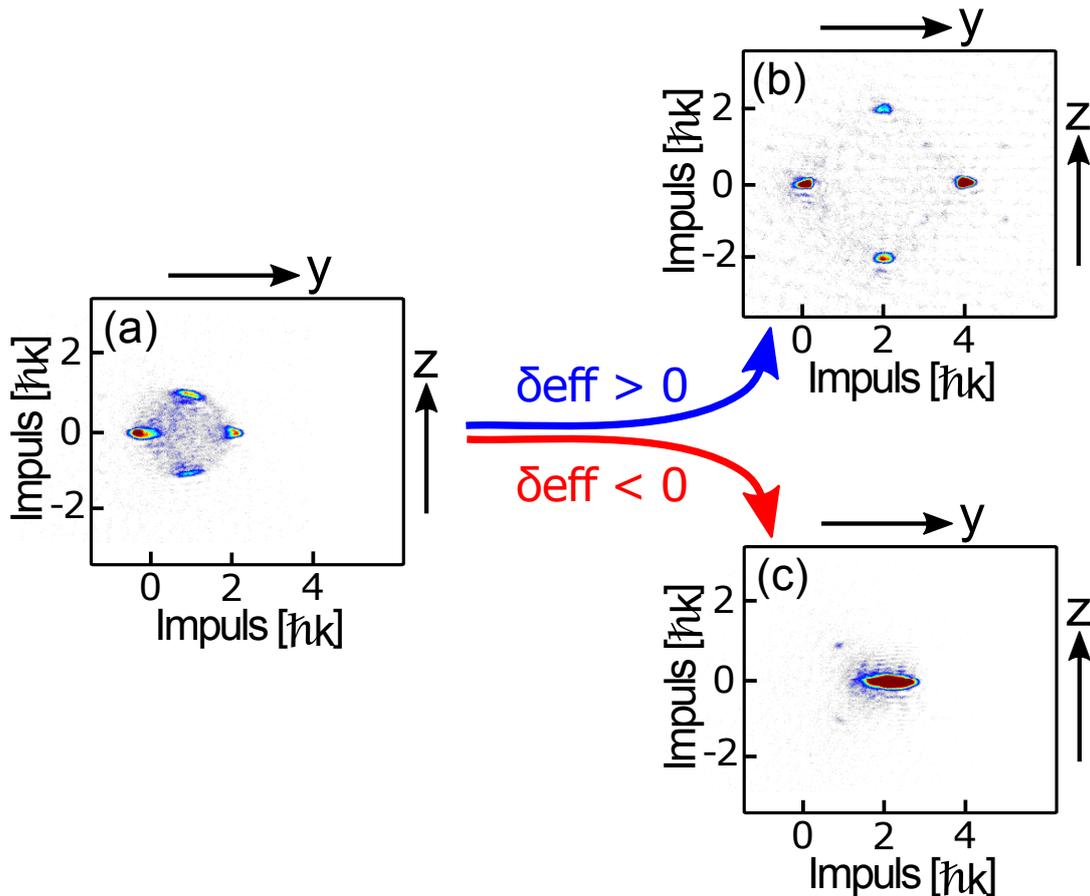


**Abbildung 3.4:** Die durch Streuung von Photonen in den Resonator möglichen Impulsklassen sind auf dieser Abbildung durch Kreise dargestellt und in Koordinaten von  $(P_y/\hbar k, P_z/\hbar k)$  darunter beschriftet. Die Zahlen darüber geben die kinetische Energien  $E_{kin}$  in Einheiten der Rückstoßenergie  $E_{rec}$  an. Mit den unterschiedlichen Farben ist der für den Streuprozess nötige Energietransfer in Rückstoßenergien  $\Delta E/E_{rec}$  gekennzeichnet. Der „rote“ Prozess ( $\Delta E = +2 E_{rec}$ ) ist der Impulstransfer, der mit den roten Pfeilen markiert ist, der „blaue“ Prozess ( $\Delta E = +6 E_{rec}$ ) ist mit den blauen Pfeilen gekennzeichnet und der „grüne“ Prozess ( $\Delta E = +10 E_{rec}$ ) mit den grünen Pfeilen. Abbildung aus [KKWH14a].

sonators die entscheidende Rolle. Ohne Resonator folgen die Atome in jeder Impulsklasse (Kreise auf Abbildung 3.4) den beiden möglichen Pfaden, dargestellt durch die Pfeile in Abbildung 3.4, gleichmäßig. Die Photonen übertragen die Energie und erfahren durch das Streueignis eine Frequenzverschiebung von  $\Delta\nu = \frac{\Delta E}{2\pi\hbar}$ . Der dafür nötige Energieübertrag  $\Delta E$  kann, unter Annahme freier Teilchen, näherungsweise über die Dispersionsrelation  $\Delta E = \frac{\Delta P^2}{2m_A}$  aus dem Nettoimpulstransfer  $\Delta P$  und der atomaren Masse  $m_A$  berechnet werden. Die unterschiedlichen Farben der Pfeile und die Zahlen auf ihnen in Abbildung 3.4 geben die Energiedifferenz  $\Delta E$  in Einheiten von  $E_{rec}$  an.

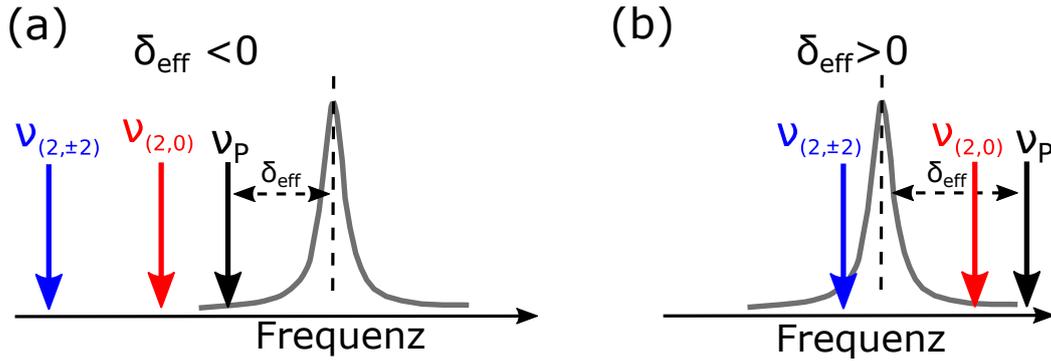
Bei Anwesenheit eines Resonators werden die Photonen am effektivsten mit dessen Resonanzfrequenz gestreut. Es werden die Prozesse bevorzugt, bei denen die für die Energie- und Impulserhaltung nötige Frequenzverschiebung  $\Delta\nu$  am besten zu der gewählten Resonator-Pump-Verstimmung  $\delta_{eff}$  passt. Die anderen werden aufgrund der schmalen Bandbreite des Resonators unterdrückt.

Abbildung 3.5 zeigt dies beispielhaft für rote ( $\delta_{eff} < 0$ ) und blaue ( $\delta_{eff} > 0$ ) Verstimmung. Es wird mit einem ruhenden BEC begonnen und die transversale Pumpe angeschaltet. Nach ein paar Millisekunden wird das System instabil und es findet Streuung in den Resonator statt. Dadurch werden die  $(1, \pm 1)$ -Moden und die  $(2, 0)$ -Mode besetzt (siehe Teilbild (a)). Es



**Abbildung 3.5:** Das BEC wird senkrecht zum Resonator gepumpt. Nach etwa 1,5 ms wird das System instabil und es werden die ersten Photonen in den Resonator gestreut. Dabei kommt es zur Besetzung der  $(\hbar k_y, \hbar k_z) = (1, \pm 1)$  Impulsmoden (a). Je nachdem ob positive ( $\delta_{\text{eff}} > 0$ ) oder negative ( $\delta_{\text{eff}} < 0$ ) Verstimmung gewählt wurde, wird der Transfer nach  $(2, \pm 2)$  bzw.  $(4, 0)$  (b) („blauer“ Prozess) oder nach  $(2, 0)$  (c) („roter“ Prozess) bevorzugt und der jeweils andere unterdrückt.

baut sich eine Dichtemodulation des Kondensats auf, wodurch die Streuung in den Resonator begünstigt wird. Für positive Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} > 0$ ) ist der „blaue“ Prozess (blaue Pfeile in Abbildung 3.4), der die Atome nach  $(2, \pm 2)$  und  $(4, 0)$  bringt (siehe Abbildung 3.4), effektiver als der „rote“ (rote Pfeile in Abbildung 3.4). Denn für den „roten“-Prozess ist ein größerer Energietransfer  $\Delta E$  nötig und die gestreuten Photonen sind beim „blauen“ Prozess resonanter mit dem Resonator (siehe Abbildung 3.6 (a)). Für negative Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} < 0$ ) ist es umgekehrt. Der Prozess mit dem kleineren  $\Delta E$  wird bevorzugt (siehe Abbildung 3.6 (b)) und das ganze Kondensat wird in die  $(2, 0)$  Impulsklasse transferiert. Genauer wird der Einfluss der Verstimmung auf die superradiante Streuung im Abschnitt 3.3.2 beschrieben.



**Abbildung 3.6:** Die Frequenz  $\nu_{(P_y, P_z)}$  der gestreuten Photonen hängt von dem für den Prozess nötigen Energieübertrag ab. Grau ist die Resonanz des Resonators dargestellt. Für unterschiedliche Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  bzw. Pumpfrequenz  $\nu_P$  ergibt sich für die verschiedenen Prozesse in Abbildung 3.4 unterschiedliche Resonanzbedingung, dargestellt in (a) für rote Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} < 0$ ) und in (b) für blaue Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} > 0$ ).

### 3.2.2 Der Multimode-Ansatz

Abbildung 3.4 zeigt die möglichen Impulszustände, die die Atome durch Streuen von Photonen in den Resonator unter den zwei möglichen Streuwinkeln  $\beta_S = 0^\circ$  bzw.  $90^\circ$  besetzen können. Für die theoretische Beschreibung der Experimente wird, wie beim longitudinalen Fall, ein Ansatz gewählt, der nur diese diskreten Impulsmoden berücksichtigt. Dieser Multimode-Ansatz besteht aus einer Summe aus ebenen Wellen mit den Amplituden  $\phi_{n,m}(t)$  für die Impulsmoden  $(P_y/\hbar k, P_z/\hbar k_z) = (n, m)$  und hat die Form:

$$\Psi(y, z, t) = \sum_{n,m} \phi_{n,m}(t) e^{ink_y} e^{imk_z}. \quad (3.1)$$

Die Amplituden sind über die Gleichung  $\sum_{n,m} |\phi_{n,m}(t)|^2 = 1$  normiert. Der Ansatz wird später in das gekoppelte System aus den Gleichungen für die Materie (3.2) und das Lichtfeld (3.3) eingesetzt. Zum Modellieren der Experimente wird das Gleichungssystem (siehe Abschnitt 3.2.5) für eine bestimmte Anzahl von Impulsmoden numerisch gelöst.

### 3.2.3 Die Gleichung für das Materiefeld

Zum Beschreiben der Materie wird, wie im longitudinalen Fall, die Molekularfeldnäherung verwendet und die Gross-Pitaevskii-Gleichung (GP-Gleichung) [Gro61, Pit61] benutzt. Die Streuung passiert in der  $y$ - $z$ -Ebene und damit im Wesentlichen auch die Dynamik des Systems. Aus diesem Grund wird für die Modellierung der Experimente in diesem Kapitel eine zweidimensionale Näherung benutzt. Um es möglichst einfach und übersichtlich zu halten, wird die Wechselwirkung und das externe Fallenpotential vernachlässigt. Das verringert den Rechenaufwand immens, da in den Wechselwirkungstermen alle Impulsmoden

gekoppelt sind und dann eine numerische Lösung des Gleichungssystems sehr lange dauert. Darüber hinaus zeigt sich beim Vergleich mit den Messdaten, dass dieses reduzierte Modell zum qualitativen Verständnis ausreicht. Es ergibt sich folgende Gleichung

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(y, z, t) = \left( \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{\partial^2}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2}{\partial^2 z} \right]}_{\text{kin. Energie}} + U_0 \hbar \left| \underbrace{\alpha(t) \cos(kz)}_{\text{Stehwellen im Resonator}} + \underbrace{\alpha_T(t) e^{iky}}_{\text{Laufwelle der Pumpe}} \right|^2 \right) \psi(y, z, t). \quad (3.2)$$

In dieser Gleichung gibt es den Term für die kinetische Energie und den für das Lichtpotential. Dieses Potential setzt sich zusammen aus der Stehwelle im Resonator ( $z$ -Richtung) mit der skalaren Feldamplitude  $\alpha(t)$  und der Laufwelle ( $y$ -Richtung) mit der skalaren Feldamplitude  $\alpha_T(t)$ , welche die Pumpe beschreibt. Die elektrischen Felder sind dabei so normiert, dass  $|\alpha(t)|^2$  die Photonenzahl im Resonator und  $|\alpha_T(t)|^2$  die Photonenzahl in der Pumpmode angibt. Die Wellenfunktion  $\Psi(y, z, t)$  ist auf die Teilchenzahl  $N = \int dy dz |\Psi(y, z)|^2$  normiert und  $U_0$  ist die Lichtverschiebung pro Photon. Diese Gleichung findet sich in ähnlicher Form in [RDBE13].

### 3.2.4 Das transversal-gepumpte Resonatorfeld

In den Resonator werden nicht, wie für den longitudinalen Fall, direkt mit einer Rate  $\eta_P$  Photonen eingekoppelt, sondern sie gelangen durch Streuung an den Atomen hinein. Das BEC wird senkrecht zur Resonatorachse gepumpt. Am Anfang ist die Resonatormode leer ( $|\alpha(t=0)|^2 = 0$ ) und es befinden sich keine Photonen darin. In 3.2.1 wurde erklärt, dass diese Streuung von der Bragg-Bedingung und damit von der Dichteverteilung des Kondensats abhängt. Deswegen wird der Term für die Pumpe in Gleichung 2.2 mit dem Überlappintegral  $\langle \text{Resonatormode} \cdot \text{Pumpmode} \rangle_\Psi = \langle \cos(kz) e^{iky} \rangle_\Psi$ , der Lichtverschiebung pro Photon  $U_0$  und der Feldamplitude der transversalen Pumpe  $\alpha_T(t)$  gewichtet. Das bedeutet, es wird das Intergral über die Interferenz zwischen Resonator- und Pumpmode mit der atomaren Verteilung  $|\Psi(y, z, t)|^2$  berechnet. Damit ergibt sich folgende Gleichung für die Amplitude  $\alpha(t)$  des Resonatorfeldes (siehe [RDBE13])

$$i \frac{\partial}{\partial t} \alpha(t) = - \left( \underbrace{\delta_C}_{\text{Verstimmung}} - \underbrace{U_0 \langle \cos^2(kz) \rangle_\Psi}_{\text{Resonanz-Verschiebung}} + \underbrace{i\kappa}_{\text{Dämpfung}} \right) \alpha(t) + \underbrace{U_0 \langle \cos(kz) \cdot e^{iky} \rangle_\Psi}_{\text{Pumpe}} \alpha_T(t). \quad (3.3)$$

$\delta_C$  ist dabei die Verstimmung gegenüber der leeren Resonanz, das heißt ohne Atome und damit ohne die damit verbundene dispersive Verschiebung. Diese Verschiebung aufgrund der Vorwärtsstreuung ist in dem Integral  $U_0 \langle \cos^2(kz) \rangle_\Psi$  zusammen mit der dynamischen Kopplung durch die Lokalisierung der Atome im Stehwellenpotential des Resonators enthalten. Die Dämpfung durch die nicht perfekten Spiegel berücksichtigt die Feldzerfallsrate  $\kappa$ .  $\alpha(t)$  und  $\alpha_T(t)$  sind die Amplituden für das Resonatorfeld bzw. für die Pumpwelle. Der letzte Term der Gleichung 3.3 beschreibt die transversale Pumpe.

### 3.2.5 Das gekoppelte Gleichungssystem für das zweidimensionale Modell

Die Gleichungen für das Materie- (3.2) und das Resonatorfeld (3.3) bilden ein gekoppeltes Gleichungssystem. Um es zu lösen, wird der Multimode-Ansatz 3.1 mit den Amplituden  $\phi_{n,m}$  der Ebenenwellen zu den Impulsmoden  $(P_y/\hbar k, P_z/\hbar k) = (n, m)$  darin eingesetzt und zuerst die Überlappintegrale gelöst. Begonnen wird mit dem Stehwellenpotential  $U_0 \langle \cos^2(kz) \rangle_{\Psi}$ , das in der Gleichung 3.3 die Wechselwirkung der Atome mit dem Stehwellenpotential im Resonator beschreibt. Für dieses Integral ergibt sich

$$\begin{aligned}
 U_0 \langle \cos^2(kz) \rangle_{\Psi} &= U_0 \int dz |\Psi(y, z, t)|^2 \cos^2(kz) = \\
 &= \frac{U_0}{2} \int dz |\Psi(y, z, t)|^2 (1 + \cos(2kz)) = \\
 &= U_0 \frac{N}{2} + U_0 \frac{1}{4} \int dy dz \sum_{n1, m1, n2, m2} \phi_{n1, m1}(t) \phi_{n2, m2}^*(t) \cdot \\
 &\quad \cdot \left( e^{i(n1-n2+2)kz} + e^{i(n1-n2-2)kz} \right) e^{i(m1-m2)ky} = \\
 &= \underbrace{U_0 \frac{N}{2}}_{\text{dispersive}} + U_0 \frac{1}{2} \underbrace{\mathcal{R}e \left[ \phi_{n, m}(t) \phi_{n+2, m}^*(t) \right]}_{\text{dynamische}} \int dy dz. \tag{3.4}
 \end{aligned}$$

Dabei beschreibt der erste Teil die Verschiebung der Resonanz durch Vorwärtsstreuung, also den dispersiven Anteil, während der zweite Teil die dynamische Resonanzverschiebung durch die Lokalisierung der Atome berücksichtigt. Das Integral  $\int dy dz$  ist das zweidimensionale Kondensatsvolumen. Als nächstes muss noch das Überlappintegral zwischen Resonator und Pumpmode mit der atomaren Verteilung  $U_0 \langle \cos(kz) \cdot e^{iky} \rangle_{\Psi}$  ausgerechnet werden.

$$\begin{aligned}
 U_0 \langle \cos(kz) \cdot e^{iky} \rangle_{\Psi} &= U_0 \int dy dz |\Psi(y, z, t)|^2 \cos(kz) e^{iky} = \\
 &= U_0 \frac{N}{2} \sum_{n1, m1, n2, m2} \phi_{n1, m1}(t) \phi_{n2, m2}^*(t) \cdot \\
 &\quad \cdot \int dy dz \left( e^{i(n1-n2+1)kz} + e^{i(n1-n2-1)kz} \right) e^{i(m1-m2+1)ky} = \\
 &= U_0 \frac{N}{2} \sum_{n, m} \left( \phi_{n, m}(t) \phi_{n+1, m+1}^*(t) + \phi_{n, m}(t) \phi_{n-1, m+1}^*(t) \right) \\
 &= U_0 \frac{N}{2} \sum_{n, m} \phi_{n, m}(t) \left( \phi_{n+1, m+1}^*(t) + \phi_{n-1, m+1}^*(t) \right) \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

Mit diesen beiden Integralen, den Definitionen für das Resonatorfeld als einheitenlose Größe

$$4|\beta(t)|^2 = -|\alpha(t)|^2 \cdot \frac{U_0}{\omega_{\text{rec}}} \quad (3.6)$$

und der Pumpstärke  $\epsilon_P$  als maximale Lichtverschiebung durch das Pumpfeld in Einheiten der Rückstoßfrequenz  $\omega_{\text{rec}}$

$$\epsilon_P \equiv -|\alpha_T(t)|^2 \cdot \frac{U_0}{\omega_{\text{rec}}} \quad (3.7)$$

kann jetzt der Multi-Mode-Ansatz in 3.2 und 3.3 eingesetzt werden. Daraus ergeben sich die beiden Gleichungen des zweidimensionalen Modells, das für den Vergleich mit den Messdaten numerisch gelöst werden kann.

### Dynamisches Modell

Aus Gleichung 3.2 für das Materiefeld folgt mit dem Multimoden-Ansatz

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} \phi_{n,m} = & \omega_{\text{rec}} \left( n^2 + m^2 - 2|\beta|^2 - \epsilon_p \right) \phi_{n,m} - \omega_{\text{rec}} |\beta|^2 \left( \phi_{n,m-2} + \phi_{n,m+2} \right) + \\ & + i \omega_{\text{rec}} \sqrt{\epsilon_p} \beta^* \left( \phi_{n-1,m-1} + \phi_{n-1,m+1} \right) - i \omega_{\text{rec}} \sqrt{\epsilon_p} \beta \left( \phi_{n+1,m-1} + \phi_{n+1,m+1} \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

und aus 3.3 für das Resonatorfeld

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} \beta(t) = & \left[ -2\pi \delta_{\text{eff}} + \frac{1}{2} N U_0 \sum_{n,m} \text{Re} \left[ \phi_{n,m}(t) \phi_{n,m+2}^*(t) \right] - i\kappa \right] \beta(t) - \\ & - \frac{i}{4} N U_0 \sqrt{\epsilon_p} \sum_{n,m} \phi_{n,m}(t) \left( \phi_{n+1,m-1}^*(t) + \phi_{n+1,m+1}^*(t) \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Dieses Gleichungssystem kann numerisch für eine bestimmte Anzahl von Impulsmoden gelöst werden und die Ergebnisse können mit den Messdaten verglichen werden. Im Abschnitt 3.2.1 wurde erklärt, dass die Streuung in den Resonator nur aufgrund von Dichtefluktuationen des Kondensats möglich ist. Da es sich bei dem theoretischen Modell um eines in der Molekularfeldnäherung (engl. mean field approximation) handelt, sind die Fluktuationen vernachlässigt und es würde keine Streuung stattfinden. Um das auszugleichen startet die Berechnung mit einer Besetzung der Impulsmoden  $\phi_{\pm 1, \pm 1}$  gemäß des Boltzmannfaktors für ein Ensemble mit der Temperatur  $T = 0,2 \cdot T_C$ . Dabei ist  $T_C$  die kritische Temperatur des Rubidium BECs mit 100.000 Atomen in der hier verwendeten Magnetfalle. Das bedeutet, 30 Atome befinden sich zu Beginn in den höheren Impulsmoden. Die genaue Besetzung der  $\phi_{\pm 1, \pm 1}$  Moden hat keinen Einfluss auf die Ergebnisse des Modells. Wie gut die mit dieser Startbedingung berechneten Werte des Resonatorlichtfeld  $|\beta(t)|^2$  für unterschiedliche Verstimmungen  $\delta_{\text{eff}}$  und Pumpstärken  $\epsilon_P$  zu den Messergebnissen passen, wird im Unterkapitel 3.3.1 gezeigt.

### Stabilitätsanalyse

Ist man nur an der Stabilität des Systems, das heißt an der Rate  $\gamma_{\text{Anreg}}$  mit welcher der Anfangszustand verlassen wird, interessiert, genügt die folgende Stabilitätsanalyse. Dafür wird die stationäre Lösung der Gleichungen 3.8 und 3.9 für den Anfangszustand des Systems gesucht. Das heißt, es sind keine Photonen im Resonator ( $\beta = 0$ ) und alle Atome befinden sich in der Kondensatsmode  $(0,0)$ . Um diese Lösung wird das Gleichungssystem linearisiert. Es wird nur eine kleine Störung zugelassen und ausgerechnet, ob sich das System nach dieser wieder dem Ausgangszustand nähert oder sich davon weg entwickelt. Dafür wird  $\phi_{n,m}(t) = \delta_{n,0} \delta_{m,0}$  und  $\beta(t=0) = 0$  gesetzt. Unter Berücksichtigung der ersten fünf Impulsmoden ( $\phi_{0,0}$  und  $\phi_{\pm 1, \pm 1}$ ) und den Annahmen, dass das BEC keine Energie hat, die Verluste aus der Kondensatsmode klein sind ( $\phi_{0,0} \approx 1$ ), ergibt sich aus den Gleichungen 3.8 und 3.9 des dynamischen Modells das folgende lineare Gleichungssystem

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \beta \\ \beta^* \\ \phi_+ \\ \phi_+^* \\ \phi_- \\ \phi_-^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\pi\delta_{\text{eff}} - i\kappa & 0 & 0 & i\lambda_1 & i\lambda_1 & 0 \\ 0 & 2\pi\delta_{\text{eff}} - i\kappa & i\lambda_1 & 0 & 0 & i\lambda_1 \\ 0 & i\lambda_2 & 2\omega_{\text{rec}} & 0 & 0 & 0 \\ i\lambda_2 & 0 & 0 & -2\omega_{\text{rec}} & 0 & 0 \\ -i\lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 2\omega_{\text{rec}} & 0 \\ 0 & -i\lambda_2 & 0 & 0 & 0 & -2\omega_{\text{rec}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \beta^* \\ \phi_+ \\ \phi_+^* \\ \phi_- \\ \phi_-^* \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

mit  $\lambda_1 \equiv -\frac{1}{4} NU_0 \sqrt{2\epsilon_p}$ ,  $\lambda_2 \equiv \omega_{\text{rec}} \sqrt{2\epsilon_p}$  und  $\phi_{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{\pm 1,1} + \phi_{\pm 1,-1})$ . Als nächstes wird ausgerechnet, ob sich das System wieder der Lösung mit allen Atomen im Kondensat annähert oder sich exponentiell davon entfernt. Dafür berechnet man die komplexen Eigenwerte der Matrix auf der rechten Seite des Gleichungssystems 3.10. Da die Eigenfunktionen auch komplexwertig sind, gibt der Realteil die Übergangsenergien an und der Imaginärteil den Exponenten mit dem sich das System bei einer kleinen Störung entwickelt. Sind für eine Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  und für eine Pumpstärke  $\epsilon_p$  alle Exponenten negativ, so ist das System gedämpft und nähert sich, für diese Parameter, bei einer kleinen Störung wieder der Anfangsbedingung ( $\beta = 0$  und  $\phi_{0,0} = 1$ ) an. Damit ist es eine stabile Lösung des Systems. Hat ein Eigenwert einen positiven Imaginärteil, so entwickelt sich das System exponentiell von der Startbedingung weg und diese Lösung ist instabil. Mit Hilfe des Gleichungssystems 3.10 können die Exponenten  $\gamma_{\text{Anreg}}$  für unterschiedliche Verstimmungen  $\delta_{\text{eff}}$  und Pumpstärken  $\epsilon_p$  berechnet und ein Stabilitätsdiagramm (siehe Unterkapitel 3.3.1) erstellt werden.

In den beiden Modellen wird nur die  $\sigma^-$  polarisierte Lichtmode berücksichtigt. Um die effektive Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  für diese Polarisation zu bekommen, wird die dispersive Verschiebung der Resonatorresonanz von der für das Experiment eingestellten abgezogen. Gemessen wird dieser Offset mit Hilfe von Frequenzrampen unterschiedlicher Leistungen. Die Position der maximalen Einkopplung wird für die Rampen mit und ohne Atome verglichen

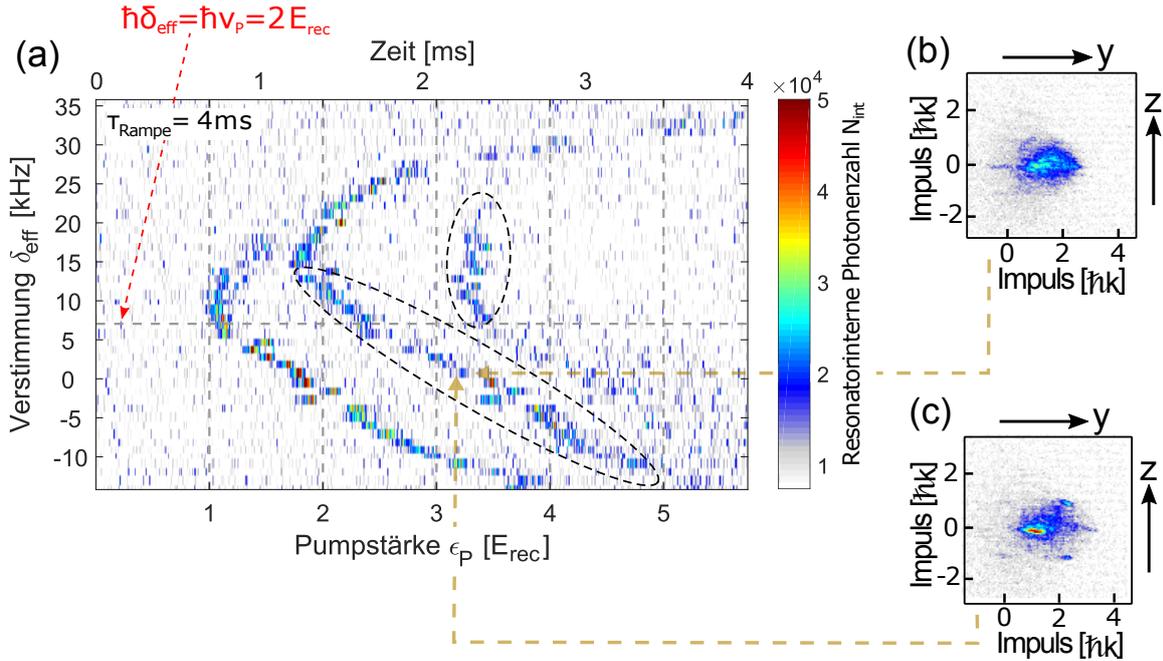
(siehe Abbildung 1.6). Für dieses Experiment wird nur  $\sigma^-$  polarisiertes Licht verwendet und es ergibt sich daraus ein  $U_0 = -0,36$  Hz (für  $\sigma^-$ -Photonen). Mit 100.000 Atomen führt das zu einer dispersiven Resonanzverschiebung von  $-18$  kHz. Da im Experiment auch nur  $\sigma^-$ -Photonen detektiert werden, kann der Offset der Verstimmungsachse damit angepasst werden. Im Resonator befindet sich aber auch  $\sigma^+$  polarisiertes Licht, das zwar für die dispersive Verschiebung und damit die effektive Verstimmung der  $\sigma^-$ -Photonen keine Rolle spielt, aber in dem dynamischen Teil der Überlappintegrale in den Gleichungen 3.2 und 3.3 mit einer anderen Lichtverschiebung pro Photon  $U_0$  als für  $\sigma^-$ -Photonen berücksichtigt werden müsste. Für die Zukunft wäre es interessant, ob ein Modell mit zwei Polarisationsmoden, deren Photonen unterschiedlich stark an die Atome koppeln (unterschiedliches  $U_0$ ) die Messergebnisse quantitativ besser beschreibt als das hier dargestellte Modell. Wie gut die experimentellen Ergebnisse trotzdem zu dem Multimode-Modell mit einer Lichtmode passen, wird im nächsten Unterkapitel analysiert.

### 3.3 Die experimentellen Ergebnisse

In diesem Unterkapitel werden die experimentellen Ergebnisse für das transversal mit einer Laufwelle gepumpte BEC-Resonator-System vorgestellt. Dabei macht die Rückstoßauflösung und die damit verbundene Energieselektivität den Unterschied zu den bisher dagewesenen Experimenten [ICSK<sup>+</sup>99, BGM<sup>+</sup>11] aus. Im Abschnitt 3.2 wurde schon gezeigt, dass es, durch geeignetes Wählen der Verstimmung, möglich ist den Transfer in die eine Impulsklasse zu begünstigen und in die andere zu unterdrücken (siehe Abbildung 3.5). Das führt für negative (rote) Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} < 0$ ) zur Beschleunigung des Kondensats in Pumprichtung. Wird mit positiver (blauer) Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} > 0$ ) gepumpt, so führt dies zur Entleerung der aufgrund der Bragg-Bedingung für die Superradianz nötigen Besetzung der  $(\phi_1, \phi_{\pm 1})$ -Impulsmoden und damit zu einer Subradianz [CBP09, ZMR04]. Das ist Thema von Kapitel 3.3.2. Danach wird im Abschnitt 3.3.3 die Detektion des Resonatorfeldes mit Hilfe eines superradianten Impulstransfers geeicht und damit die Verluste auf dem Weg zum Photonenzähler (SPCM) bestimmt. Abschnitt 3.3.4 erklärt, wie es im Laufe dieser Arbeit gelungen ist, ein BEC auf den siebeneinhalbfachen Rückstoßimpuls zu beschleunigen und Kapitel 3.3.5 beschreibt, wie ein beschleunigtes Kondensat abgebremst wurde. 3.3.6 zeigt, wie mit Hilfe eines Anfangsimpulses in Resonatorrichtung, die Super- bzw. Subradianz ausgenutzt werden konnte, um ein BEC in unterschiedliche Raumrichtung zu beschleunigen. Zuerst wird aber ein Stabilitätsdiagramm für Leistungsrampen des Pumpasers beschrieben und mit der Theorie aus Abschnitt 3.2.5 verglichen.

#### 3.3.1 Das Stabilitätsdiagramm des Systems

Als Einführung in den experimentellen Teil dieses Kapitels wird als erstes ein Stabilitätsdiagramm für das System vorgestellt. Es dient dazu einen Überblick zu bekommen für welche Parameter (Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  und Pumpstärke  $\epsilon_{\text{eff}}$ ) Streuung in den Resonator stattfindet. Dafür wurde die Pumpstärke  $\epsilon_P$  linear von 0 bis  $5,7 E_{\text{rec}}$  innerhalb von 4 ms erhöht und die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  dabei konstant gehalten. Diese Sequenz wurde für unterschiedliche  $\delta_{\text{eff}}$  mit



**Abbildung 3.7:** (a) Für dieses Stabilitätsdiagramm wurde eine feste Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  (y-Achse) eingestellt, die Pumpstärke  $\epsilon_P$  (x-Achse unten) linear auf  $5,7 E_{\text{rec}}$  in der Zeit  $\tau_{\text{Rampe}} = 4 \text{ ms}$  (x-Achse oben) hochgefahren und dabei die transmittierten Photonen (Farbskala) detektiert. Die senkrechten gestrichelten Linien dienen der besseren Orientierung und die waagerechte Linie bei  $7,1 \text{ kHz}$  gibt die zum Energieabstand von  $2 E_{\text{rec}}$  (roter Prozess auf Abbildung 3.4) korrespondierende Frequenz von  $+7,1 \text{ kHz}$  ( $\Delta E = 2 E_{\text{rec}}$ ) auf der Verstimmungsachse an. Da der rote Prozess immer als erstes ablaufen muss, sollte nach dem Modell des freien Teilchens bei dieser Verstimmung die Instabilität ihre Resonanz haben. Aufgrund des Stehwellenpotentials und der Wechselwirkung liegt der Scheitel der Parabel und damit die Resonanz der superradianten Streuung bei der etwas größeren Verstimmung von  $+10 \text{ kHz}$ . Die schwarzen gestrichelten Ellipsen markieren die Bereiche in denen das Ensemble wieder in Resonanz für den „roten“ Prozess gerät, weil die Atome durch das Magnetfallenpotential abgebremst werden. Impulsspektren, die das verdeutlichen sind auf (b) und (c) gezeigt.

der Schrittweite von einem Kilohertz wiederholt und dabei das transmittierte Resonatorlicht detektiert. Die dazugehörigen Messdaten sind in Abbildung 3.7 dargestellt. Dabei ist die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  (y-Achse) gegen die Pumpstärke  $\epsilon_P$  (x-Achse) aufgetragen. Die Farbskala gibt die aus der Zählrate am Detektor  $\eta_{\text{SPCM}}$  mit der Gleichung 1.15 zurückgerechnete resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  an.

Bei welcher Pumpstärke bzw. nach welcher Zeit Licht im Resonator detektiert wird hängt von der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  ab. Dabei wurde ein Resonanzverhalten bei  $\delta_{\text{eff}} \approx 10 \text{ kHz}$  beobachtet. Am Anfang des Experiments besetzen alle Atome die  $(P_y/\hbar k, P_z/\hbar k) = (0,0)$ -Mode, sie haben also keinen Impuls in y- und z-Richtung. Die Streuung startet immer mit

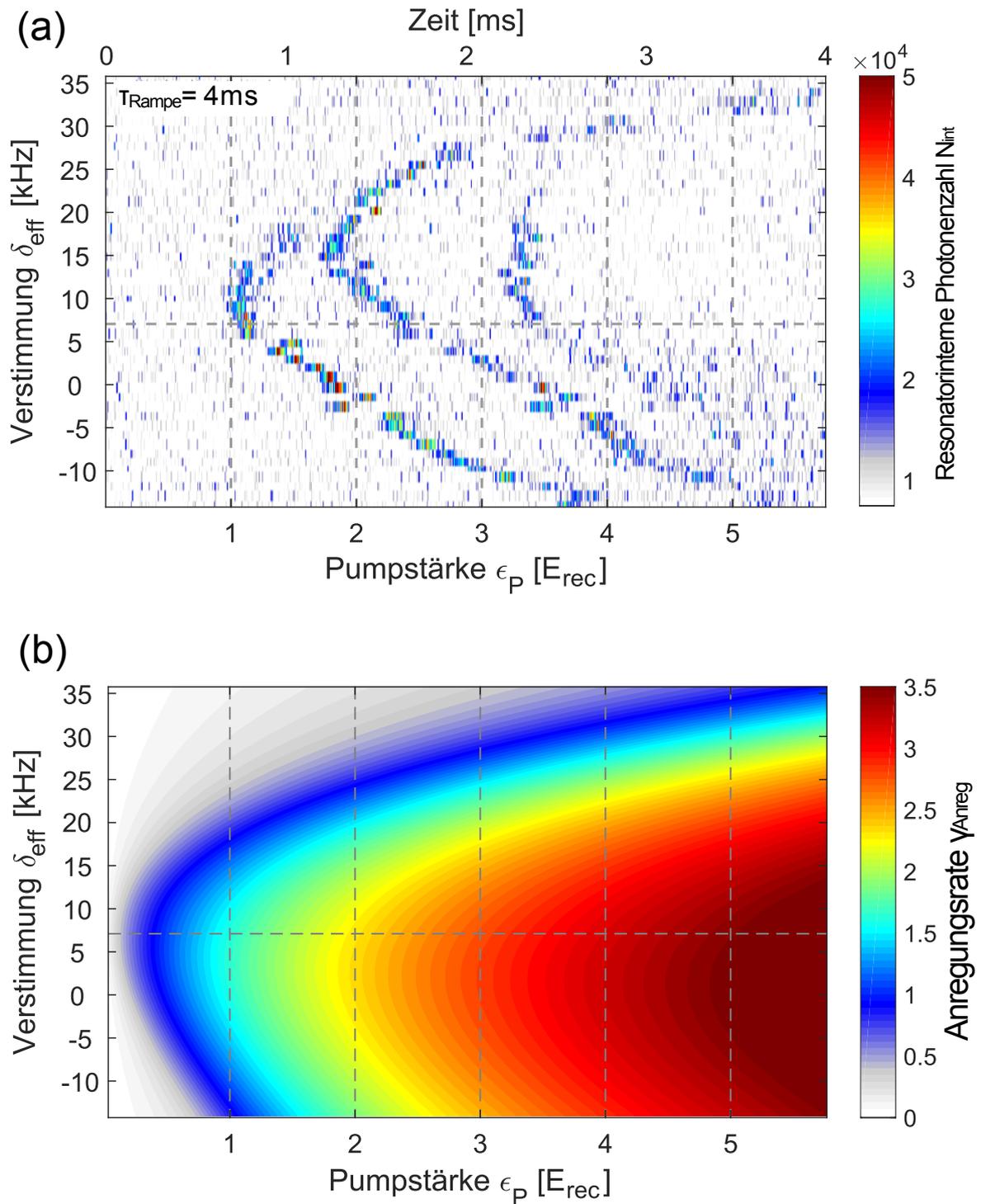
der Besetzung der  $(1 \hbar k, \pm 1 \hbar k)$ -Mode und deswegen ist die bei der kleineren Pumpstärke liegende Resonanz dem „roten“ Prozess zuzuordnen ( $\Delta E = +2 E_{\text{rec}}$ ). Dahinter schließt sich die Instabilitätskurve für den nächst höheren, den „blauen“ Prozess ( $\Delta E = +6 E_{\text{rec}}$ ) an. Der Bogen für den „blauen“ Prozess knickt bei der Verstimmung von  $\delta_{\text{eff}} = +15 \text{ kHz}$  ab. Das kommt daher, dass die auf  $(2 \hbar k, 0)$  beschleunigten Atome das Magnetfallenpotential (Fallenfrequenz in  $y$ -Richtung  $200 \text{ Hz} \rightarrow \text{Periode}/4 = 1,25 \text{ ms}$ ) hinauflaufen, dadurch abgebremst werden und wieder in Resonanz mit dem „roten“ Prozess kommen. Dabei finden viele Stöße statt und das Ensemble dephasiert. Das geht aus den beiden Impulsspektren in Abbildung 3.7 (b) und (c) hervor. Bild (c) ist knapp vor dem zweiten Lichtpuls im Resonator aufgenommen und (b) kurz danach. Zum Zeitpunkt, als (c) aufgenommen wurde, ist das Ensemble durch das Fallenpotential soweit abgebremst, dass die erneute Besetzung der ersten höheren Impulsmoden beginnt. Die Impulsverteilung des BECs hat eine endliche Breite. Der langsamste Teil der Atome in dem bewegten Kondensat kommt durch das Abbremsen zuerst in Resonanz mit dem „roten“ Prozess und wird beschleunigt. Nach und nach kommt auch der Rest des Ensembles wieder in Resonanz. Durch dieses Dephasieren aufgrund des Abbremsens entsteht eine Besetzung sehr vieler Impulsmoden. Aufgrund von Stößen untereinander verteilen sich die Atome über einen großen Bereich und werden somit aufgeheizt.

### Lage des Instabilitätsmaximums auf der Verstimmungssachse

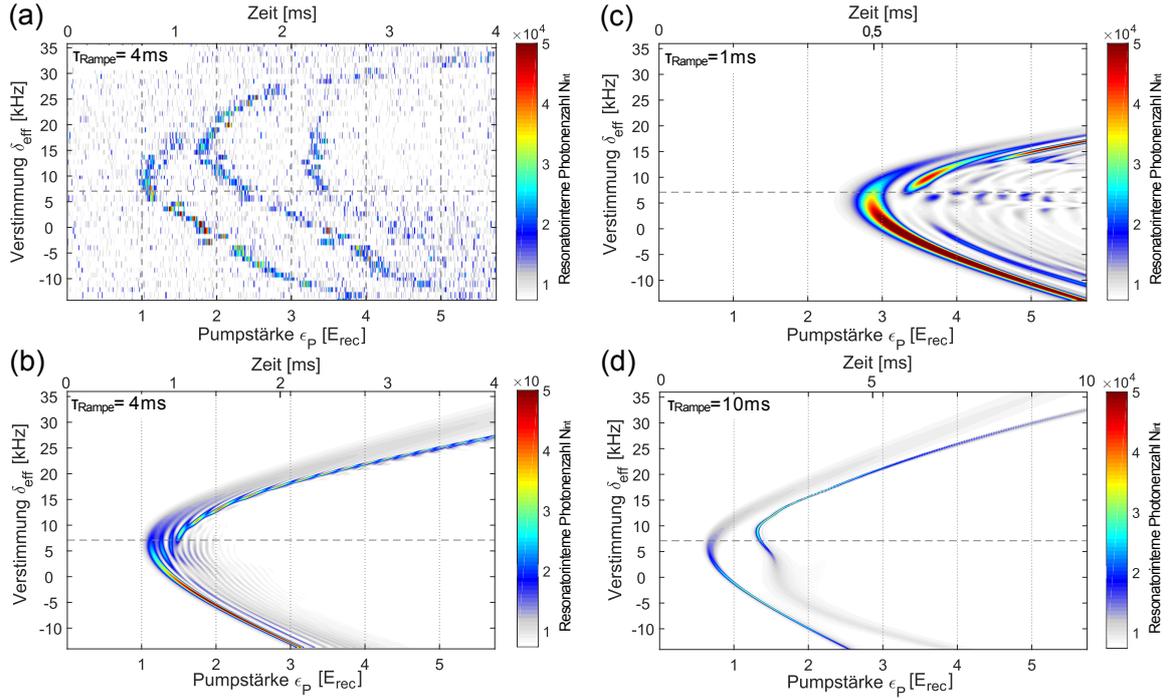
Um zu den höheren Impulsmoden über den „blauen“ Prozess ( $\Delta E = 6 E_{\text{rec}}$ ) zu gelangen, müssen zuerst die  $(+1 \hbar k, \pm 1 \hbar k)$ -Klassen besetzt werden, was über den „roten“-Transfer geschieht. Damit bildet dieser den Ausgangspunkt für alle Prozesse. Deswegen wird im Folgenden die Position der Resonanz (maximalen Instabilität) des „roten“ Prozesses ( $\Delta E = +2 E_{\text{rec}} = h \cdot 7,1 \text{ kHz}$ ) auf der Verstimmungssachse untersucht. Es wird untersucht, für welche Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  der Transfers von  $(0,0)$  nach  $(+1 \hbar k, \pm 1 \hbar k)$  bzw.  $(+2 \hbar k, 0)$  am effektivsten funktioniert und somit bei der geringsten Pumpstärke Licht im Resonator beobachtet wird.

In Abbildung 3.8 (a) ist das gemessene Stabilitätsdiagramm erneut dargestellt. Betrachtet man die Messdaten, so fällt auf, dass für eine Verstimmung von  $\delta_{\text{eff}} = +10 \text{ kHz}$  bei geringster Pumpstärke  $\epsilon_p$  bzw. nach geringster Zeit Licht im Resonator beobachtet wurde. Mit dem Modell des freien Teilchens würde man die größte Instabilität für  $\delta_{\text{eff}} = +7,1 \text{ kHz}$  (graue waagrechte gestrichelte Linie in 3.8) erwarten. Da für diesen Prozess  $\Delta E = +2 E_{\text{rec}} = +h \cdot 7,1 \text{ kHz}$  übertragen werden müssen und mit dieser Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  die Photonen genau auf die dispersiv verschobene Resonatorresonanz gestreut würden. Im Kapitel 2 für longitudinales Pumpen wurde schon erklärt, dass für das quantitative Verständnis die Atome im Experiment nicht als frei angenommen werden können. Die Atom-Atom-Wechselwirkung, das externe Fallenpotential, sowie der Einfluss des Stehwellenpotentials im Resonator und im transversalen Fall auch der des Pumppotentials verändern den Energieabstand  $\Delta E$  für den Impulstransfer.

Um diese Faktoren eingrenzen zu können, werden als erstes die Lösungen der Eigenwertgleichung 3.10 für die experimentellen Parameter ausgerechnet. Sie geben die Rate  $\gamma_{\text{Anreg}}$  an mit der das System die Kondensatsmode verlässt. Je größer sie ist, desto schneller ver-



**Abbildung 3.8:** (a) Gemessenes Stabilitätsdiagramm für 4 ms lange lineare Rampen der Pumpstärke  $\epsilon_P = 0$  bis  $\epsilon_P = 5,7 E_{\text{rec}}$  bei fester Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  ( $y$ -Achse). Die Farbskala gibt die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  an. In (b) ist die mit der Stabilitätsanalyse (Gleichung 3.10) berechnete Anregungsrate  $\gamma_{\text{Anreg}}$  als Farbskala gegen die Pumpstärke  $\epsilon_P$  ( $x$ -Achse) und die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  ( $y$ -Achse) aufgetragen.



**Abbildung 3.9:** (a) Gemessenes Stabilitätsdiagramm für 4 ms lange lineare Rampen der Pumpstärke  $\epsilon_P = 0$  bis  $\epsilon_P = 5,7 E_{\text{rec}}$  bei fester Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  ( $y$ -Achse). Die Farbskala gibt die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  an. (b) Lösung des dynamischen Modells für die Parameter von (a). (c) und (d) sind Rechnungen für Rampenzeiten  $\tau_{\text{Rampe}} = 1$  ms bzw.  $\tau_{\text{Rampe}} = 10$  ms.

lässt das System den Anfangszustand und es befindet sich früher eine messbare Anzahl von Photonen im Resonator ( $N_{\text{int}} > 10000$ ). In Abbildung 3.8 (b) ist die Anregungsrate  $\gamma_{\text{Anreg}}$  als Farbskala in Einheiten von der Rückstoßfrequenz  $\omega_{\text{rec}}$  gegen die Pumpstärke  $\epsilon_P$  ( $x$ -Achse) und die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  ( $y$ -Achse) aufgetragen. Betrachtet man 3.8 (b), so ist für alle Verstimmungen  $\delta_{\text{eff}}$  und Pumpstärken  $\epsilon_P$  der Imaginärteil eines Eigenwerts positiv und das System ist in der kompletten Verstimmungs-Pumpstärken-Ebene instabil. Bei kleinen Pumpstärken  $\epsilon_P < 0,5 E_{\text{rec}}$  ist die Anregungsrate  $\gamma_{\text{Anreg}}$  für eine Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von etwa +7 kHz maximal und passt gut zu dem Wert für freie Teilchen. Bei der Berechnung von  $\gamma_{\text{Anreg}}$  wurde die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}} = 0$  gesetzt und das externe Fallenpotential sowie die Atom-Atom-Wechselwirkung vernachlässigt. Das lässt den Schluss zu, dass die Wechselwirkung der Atome untereinander und das externe Potential verantwortlich für den größeren nötigen Energieübertrag  $\Delta E$  sind. Damit funktioniert der „rote“ Prozess für eine größere Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  am effektivsten, anders als man nach dem Modell freier Teilchen erwarten würde.

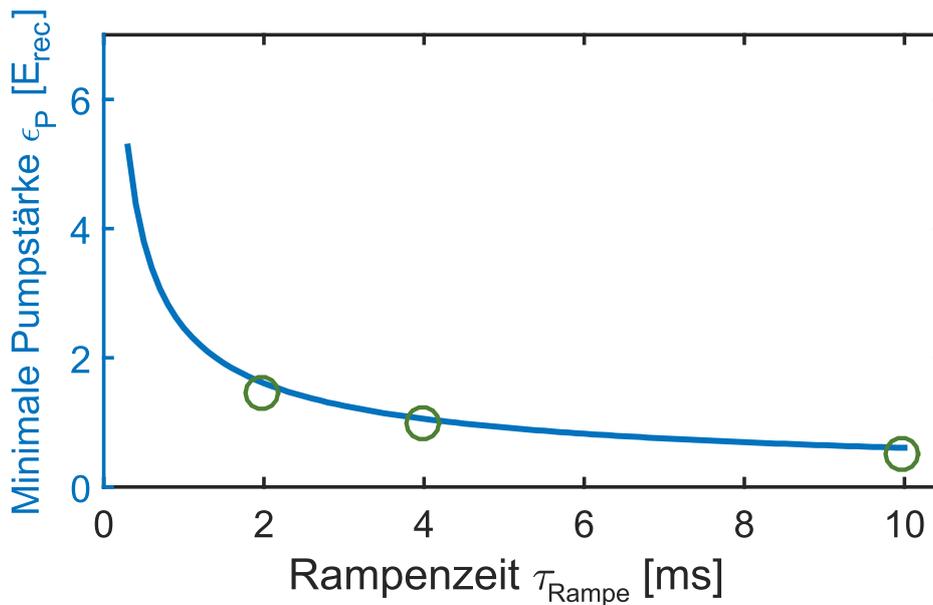
Bei größeren Pumpstärken  $\epsilon_P > 0,5 E_{\text{rec}}$  verschiebt sich das Maximum von  $\gamma_{\text{Anreg}}$  noch weiter zu kleineren Verstimmungen  $\delta_{\text{eff}}$ . Dieser Effekt ist auch beim Blick auf die numerischen Lösungen des dynamischen Modells in Abbildung 3.9 zu sehen. Während (a) wieder das gemessene Diagramm zeigt, wurden für (b) bis (d) die vollen Gleichungen des zweidimen-

sionalen Modells 3.8 und 3.9 numerisch für unterschiedliche Rampenzeiten  $\tau_{\text{Rampe}}$  und die ersten 17 Impulsmoden gelöst. In 3.9 (a) bis (d) ist als Farbskala die Photonenzahl im Resonator  $N_{\text{int}}$  gegen die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  (y-Achse) und Pumpstärke  $\epsilon_{\text{P}}$  (x-Achse) aufgetragen. Für  $\tau_{\text{Rampe}} = 1$  ms tritt der superradiante Puls im Resonator bei größeren Pumpstärken  $\epsilon_{\text{P}}$  als für  $\tau_{\text{Rampe}} = 10$  ms auf. Die Resonanz der Instabilität liegt für die Rampenzeiten  $\tau_{\text{Rampe}} = 1$  ms (siehe Abbildung 3.9 (c)) bei etwa  $\delta_{\text{eff}} = +5$  kHz und damit unterhalb der horizontalen gestrichelten Linie, die den Energieübertrag von  $2 E_{\text{rec}} = h \cdot 7,1$  kHz markiert. Für lange Zeiten  $\tau_{\text{Rampe}} = 10$  ms (siehe Abbildung 3.9 (d)) verschiebt sich die Spitze der Instabilitätskurve zu größerer Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +6,5$  kHz. Der Unterschied zwischen den beiden Fällen ist, dass der superradiante Puls und damit der Impulsübertrag bei Pumpstärke  $\epsilon_{\text{P}} = 2,5 E_{\text{rec}}$  für  $\tau_{\text{Rampe}} = 1$  ms und bei  $\epsilon_{\text{P}} = 0,6 E_{\text{rec}}$  für  $\tau_{\text{Rampe}} = 10$  ms passiert. Das heißt, wenn der Lichtpuls bei größerem  $\epsilon_{\text{P}}$  (kleineres  $\tau_{\text{Rampe}}$ ) beobachtet wird ist die optimale Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  (Spitze der Instabilitätskurve) kleiner. Daraus lässt sich schließen, dass diese Verschiebung in den Rechnungen zu kleineren Verstimmungen  $\delta_{\text{eff}}$  für kurze Rampenzeiten am Potential des Pumplichts liegt, welches die Atome lokalisiert und damit den dynamischen Anteil der Kopplung vergrößert. Es ändert sich nicht der Energieabstand  $\Delta E$  sondern die Position der Resonanz. Es wurden auch experimentelle Daten für unterschiedliche Rampenzeiten  $\tau_{\text{Rampe}}$  aufgenommen, aber die Auflösung reicht nicht aus, um eine Aussage über die Verschiebung des Instabilitätsmaximums auf der Verstimmungsachse in Abhängigkeit von der Rampenzeit  $\tau_{\text{Rampe}}$  zu treffen.

### Lage des Instabilitätsmaximums auf der Zeitachse

Wie aus der Stabilitätsanalyse hervor geht, ist das System in der ganzen Verstimmungs-Pumpstärken-Ebene instabil. Das bedeutet, dass es keine Schwelle gibt und der „rote“ Prozess sofort beginnt. Es ist nur eine Frage der Zeit ist, bis sich messbar viele Photonen ( $N_{\text{int}} > 10000$ ) im Resonator befinden. Wie schnell das geht, das heißt, nach welcher Zeit bzw. bei welcher Pumpstärke  $\epsilon_{\text{P}}$  ein superradianter Lichtpuls zu beobachten ist, hängt von der Effektivität des Prozesses und damit von der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  ab. In diesem Abschnitt wird für unterschiedliche Rampenzeiten  $\tau_{\text{Rampe}}$  untersucht, ab welcher Pumpstärke  $\epsilon_{\text{P}}$  sich mehr als 12 000 Photonen für optimales  $\delta_{\text{eff}}$  im Resonator befinden.

Für die experimentelle Rampenzeit  $\tau_{\text{Rampe}} = 4$  ms (siehe Abbildung 3.9 (b)) befinden sich nach dem dynamischen Modell ab einer Pumpstärke  $\epsilon_{\text{P}} = 1,05 E_{\text{rec}}$  für die optimale Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +6,0$  kHz erstmals 12 000 Photonen im Resonator. Der aus dem Experiment beobachtete Wert (siehe Abbildung 3.9 (a)) ist  $\epsilon_{\text{P}} = (0,95 \pm 0,20) E_{\text{rec}}$ . In Abbildung 3.10 sind die minimalen Pumpstärken  $\epsilon_{\text{P}}$  bei denen  $N_{\text{int}} = 12\,000$  ist gegen die Rampenzeit  $\tau_{\text{Rampe}}$  aufgetragen. Die berechneten Werte aus dem dynamischen Modell sind blau dargestellt und die grünen Kreise zeigen die experimentellen Messdaten. Die gemessenen Werte liegen etwas tiefer, also bei kleinerer Pumpstärke  $\epsilon_{\text{P}}$  im Vergleich zum theoretischen Modell. Berücksichtigt man den Fehler der Kalibrierung der resonatorinternen Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  von 25% (siehe Gleichung 3.13 in Abschnitt 3.3.3) und die Tatsache, dass in dem Modell die Atom-Atom-Wechselwirkung, sowie das externe Potential vernachlässigt wurde, so ist die Übereinstimmung trotzdem überraschend gut.



**Abbildung 3.10:** Die Pumpe wird für optimale (Spitze der Instabilitätskurve) Verstimmungen  $\delta_{\text{eff}}$  linear in der Zeit  $\tau_{\text{Rampe}}$  von  $\epsilon_P = 0$  auf  $\epsilon_P = 5,7 E_{\text{rec}}$  hochgefahren und die minimale Pumpstärke  $\epsilon_P$  bei der 12 000 Photonen im Resonator sind gegen die Rampenzeit  $\tau_{\text{Rampe}}$  aufgetragen. Die Werte aus den mit dem dynamischen Modell (Gleichungen 3.8 und 3.9) berechneten Diagrammen ergeben die blaue Kurve und die grünen Kreise stellen die Messdaten aus dem Stabilitätsdiagramm in Abbildung 3.9 (a) und aus zwei weiteren Messungen mit anderer Rampenzeit  $\tau_{\text{Rampe}} = 2$  ms bzw.  $\tau_{\text{Rampe}} = 10$  ms dar.

### Verlauf der Instabilitätslinien in den Messdaten und dem Modell

Beim genaueren Vergleich von Abbildung 3.8 (a) und (b) fällt auf, dass die Krümmung nicht zu den berechneten Instabilitätslinien (Linien mit konstanter Anregungsrate  $\gamma_{\text{Anreg}}$ ) passt. Abbildung 3.9 zeigt den Vergleich der Messdaten mit dem dynamischen Modell. Bis auf eine Verschiebung um  $-5$  kHz auf der Verstimmungsachse ( $y$ -Achse), wegen der Wechselwirkung und des externen Potentials, passen die Ergebnisse des Experiments sehr gut zu denen des dynamischen Modells. Dass der Verlauf der experimentellen Kurve deutlich besser zum dynamischen Modell als zur Stabilitätsanalyse passt ist ein Hinweis darauf, dass die Dynamik während des Prozesses eine große Rolle spielt. Es baut sich während des Impulsübertrags eine Dichtemodulation der Atomwolke und ein Stehwellenpotential im Resonator auf. Das beeinflusst ganz massiv die Streuung und die Kopplung zwischen BEC und Resonatorfeld. Bei der Stabilitätsanalyse sind die Verluste aus der Kondensatsmode vernachlässigt und das Lichtfeld im Resonator wird gleich Null gesetzt ( $\beta = 0$ ). Experimentell messbar war aufgrund des Hintergrundrauschens aber nur eine resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}} > 10000$ . Deswegen ist es nicht verwunderlich, dass die Stabilitätsanalyse keine mit dem Experiment besser übereinstimmenden Ergebnisse liefert und das dynamische Modell deutlich besser zu den Messdaten passt.

Oberhalb der optimalen Verstimmung passen die Messergebnisse nicht so gut zu dem dynamischen Modell. Das liegt daran, dass bei positiver Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} \geq +15$  kHz der „blaue“ Prozess resonanter ist. Damit wird erst bei diesem Prozess genügend Licht in den Resonator gestreut und in den Messdaten in Abbildung 3.9 (a) kann nur dieser Impulstransfer beobachtet werden konnte. Damit dieser Prozess stattfinden kann, müssen die Atome aber zuerst über den „roten“ Prozess in die  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden gepumpt werden und haben damit einen Impuls in  $y$ -Richtung, welcher durch das Fallenpotential abgebremst wird. Das ist neben den Vereinfachungen des Modells (keine Atom-Atom-Wechselwirkung, kein Fallenpotential) ein wichtiger Grund, warum die experimentellen Ergebnisse nicht so gut zu dem theoretischen Modell passen.

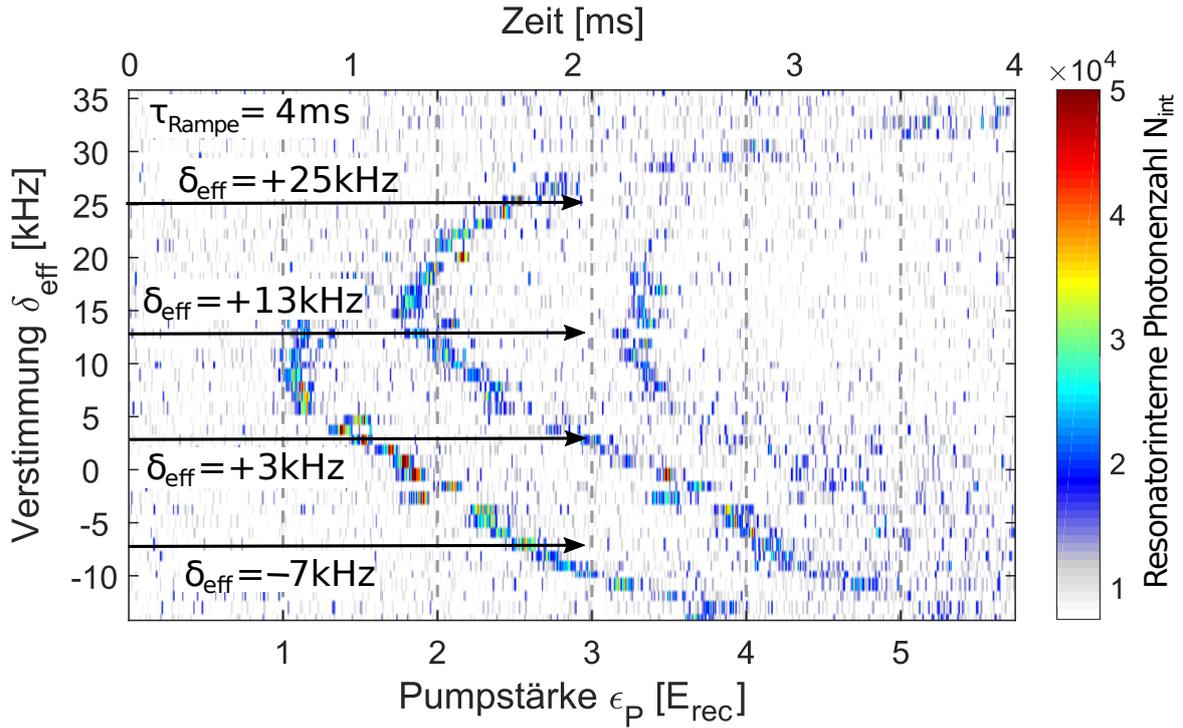
### 3.3.2 Die Super- und die Subradianz

In diesem Unterkapitel werden die Impulsspektren zu dem Stabilitätsdiagramm in Abbildung 3.7 vorgestellt und besprochen. Abbildung 3.11 zeigt nochmal das Diagramm von 3.7 in dem zusätzlich die Wege für die vier hier präsentierten Messungen der Impulsspektren (Abbildungen 3.12, 3.14 und 3.15, 3.16) zur Orientierung mit schwarzen Pfeilen markiert wurden. Die verwendete Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  steht über den Pfeilen. Für alle vier Datensätze wurde die Pumpstärke  $\epsilon_P$  für eine feste Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  in 2 ms linear von 0 auf  $2,9 E_{\text{rec}}$  hochgefahren und das transmittierte Resonatorlicht detektiert. Für die Impulsspektren in den Abbildungen 3.12, 3.14, 3.15 und 3.16 ist das Experiment an den mit den Pfeilen und Nummern markierten Zeitpunkten abgebrochen und mit dem TOF-Verfahren die jeweilige Impulsverteilung aufgenommen worden.

Unabhängig von der gewählten Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  ist das System instabil und es werden Photonen in den Resonator gestreut. Dadurch baut sich ein Bragg-Gitter auf und die Streuung verstärkt sich selbst. Die Zeit, wann das passiert, hängt von der Rate  $\gamma_{\text{Anreg}}$  ab mit der das System die Kondensatsmode verlässt und somit von der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$ . Der erste Prozess ist aber immer der in Abbildung 3.4 rot dargestellte, bei dem die Energie  $\Delta E = +2 E_{\text{rec}}$  übertragen wird. Durch Streuung in den Resonator werden die  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden besetzt. Dabei bekommen die gestreuten Photonen im einfachen Modell von freien Teilchen eine Frequenzverschiebung von  $\Delta\nu = -7,1$  kHz. Wie schnell bzw. wie effektiv der erste Streuprozess abläuft hängt davon ab, wie resonant das gestreute Licht mit dem Resonator ist. Nachdem diese erste Streuung stattgefunden hat, gibt es im Impulsraum zwei mögliche Wege für die Atome, nämlich zur  $(+2\hbar k, 0)$ -Mode ( $\Delta E_{(2,0)} = +2 E_{\text{rec}} = h \cdot 7,1$  kHz) oder in die  $(+2\hbar k, \pm 2\hbar k)$  Impulsklassen, wofür ein Energieübertrag  $\Delta E_{(2,\pm 2)} = +6 E_{\text{rec}} = h \cdot 21,4$  kHz nötig ist. Da die zu der Energiedifferenz  $\Delta E_{(2,\pm 2)} - \Delta E_{(2,0)}$  korrespondierende Frequenz von 14,3 kHz größer ist als die Linienbreite  $\delta\nu_C = 8,9$  kHz des verwendeten Resonators, ist es möglich, den einen oder anderen Weg zu bevorzugen bzw. zu unterdrücken.

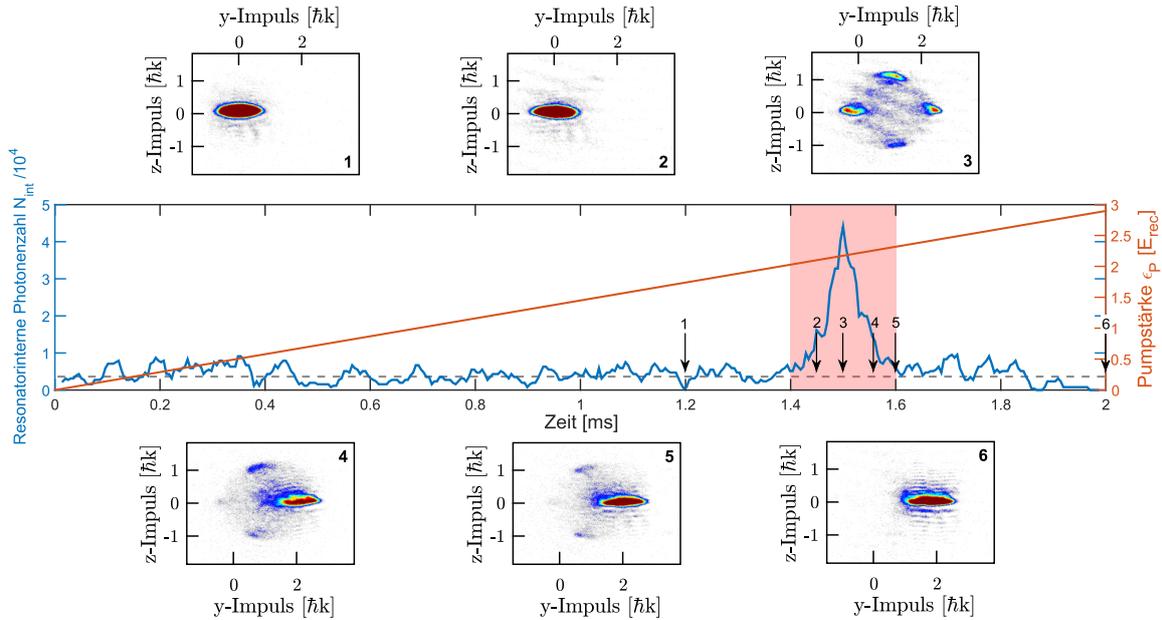
#### Rote Verstimmung (-7 kHz)

Als erstes werden die Impulsspektren in Abbildung 3.12 für rote Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = -7$  kHz betrachtet. Blau ist die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  und rot die Pumpstärke  $\epsilon_P$  gegen die Zeit aufgetragen. Darüber und darunter befinden sich sechs Impulsspektren. Der Zeitpunkt an dem Sie aufgenommen wurden, ist durch die Nummern und die Pfeile markiert.



**Abbildung 3.11:** Stabilitätsdiagramm für 4 ms lange lineare Rampen der Pumpstärke  $\epsilon_P$  (von 0 bis  $5,7 E_{\text{rec}}$ ) bei fester Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  (y-Achse). Die Farbskala gibt die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  an. Mit den schwarzen Pfeilen sind die Verläufe der Experimente gekennzeichnet, die in den Abbildungen 3.12, 3.14, 3.15 und 3.16 dargestellt werden.

Für diese Verstimmung ist der „rote“ Prozess, der Transfer in die  $(+2\hbar k, 0)$ -Mode, resonanter als der „blaue“. Bei letzterem muss mehr Energie übertragen werden und somit sind die gestreuten Photonen weniger resonant mit dem Resonator als es bei dem roten Prozess ist. Schematisch ist das in Abbildung 3.13 (a) dargestellt. Die Atome werden rot verstimmt gegenüber der grau gezeichnete Resonanz mit der Frequenz  $\nu_P$  gepumpt. Für den „blauen“ Prozess wird wegen der Energie-Impulserhaltung mehr Energie an die Atome übertragen. Deswegen sind die gestreuten Photonen  $\nu_{(2,\pm 2)}$  (blauer Pfeil) im Frequenzraum weiter von der Resonanz weg als für den „roten“ Prozess (roter Pfeil,  $\nu_{(2,0)}$ ), bei dem zwei Drittel weniger Energie übertragen wird. Wird die Pumpstärke  $\epsilon_P$  für diese Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = -7 \text{ kHz}$  hochgefahren, so befindet sich ab etwa 1,45 ms ein messbar großes Lichtfeld im Resonator. Betrachtet man das zu diesem Zeitpunkt gehörige Impulsspektrum (2) in Abbildung 3.12, so ist eine leichte Besetzung der  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden zu sehen. Das heißt, die ersten Photonen sind in den Resonator gestreut worden und es baut sich ein Dichtegitter auf. Diese Modulation begünstigt den nächsten Streuprozess und es entsteht ein superradianter Puls, der mit dem roten Hintergrund in Abbildung 3.12 gekennzeichnet ist. Nach etwa  $200 \mu\text{s}$  sind fast alle Atome in der  $(+2\hbar k, 0)$ -Mode (siehe Impulsspektrum (5)). Es dauert dann weitere  $200 \mu\text{s}$  bis der Prozess komplett abgeschlossen ist und alle Atome in die  $(+2\hbar k, 0)$  gebracht

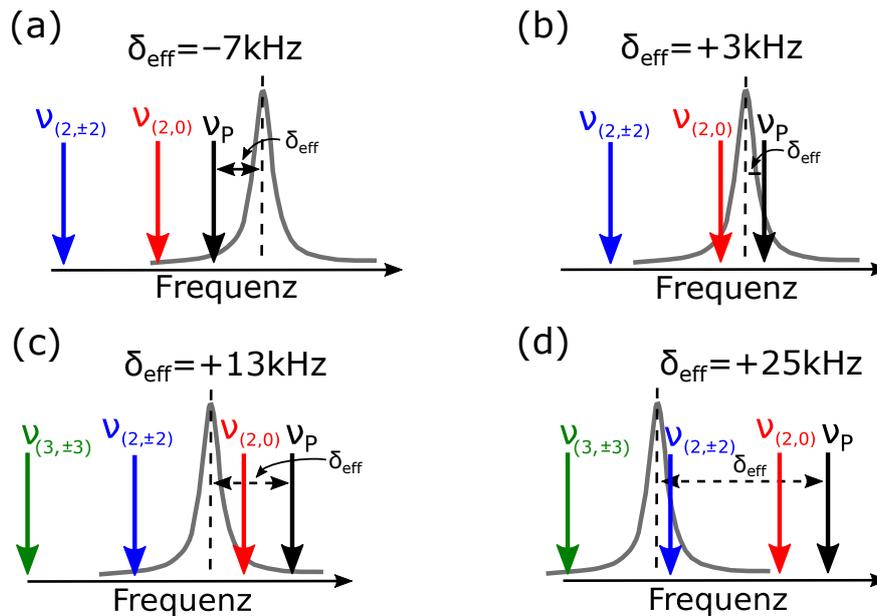


**Abbildung 3.12:** Die Pumpstärke  $\epsilon_P$  (rot) wurde bei festen Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $-7$  kHz innerhalb von 2 ms linear auf  $2,9 E_{\text{rec}}$  erhöht. Die oben und unten dargestellten Impulsspektren wurden zu den mit den Nummern markierten Zeitpunkten aufgenommen. In der Mitte ist blau die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  und rot die Pumpstärke  $\epsilon_P$  gegen die Zeit aufgetragen. Der beobachtete superradiante Lichtpuls während dessen der Impulstransfer stattfindet ist rot unterlegt. Die graue gestrichelte Linie markiert das Hintergrundrauschen der Lichtdetektion.

wurden. Bei diesem Prozess geht keine messbare Zahl an Teilchen aus dem Kondensat verloren. Die Atome bleiben auch für anhaltendes Pumpen in dieser Impulsmode, da für die Streuung in die nächsten Moden  $\Delta E_{(2,\pm 2)} = +6 E_{\text{rec}} = h \cdot 21,4$  kHz übertragen werden müsste und dieser („blaue“) Prozess vom Resonator unterdrückt wird. Die nächste Streuung findet messbar erst statt, nachdem das BEC das Fallenpotential hinauf gelaufen ist und abgebremst wurde (siehe die gestrichelten Ellipsen in Abbildung 3.7).

### Geringe blaue Verstimmung (+3 kHz)

Für die Messdaten in Abbildung 3.14 ist das System mit einer Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+3$  kHz gepumpt worden und die Pumpstärke  $\epsilon_P$  wurde in 2 ms linear von 0 auf  $2,9 E_{\text{rec}}$  erhöht. Bei dieser Verstimmung ist der „blaue“ Prozess, wie für  $\delta_{\text{eff}} = -7$  kHz, nicht so resonant wie der „rote“ und wird durch die Energieselektivität des Resonators unterdrückt (siehe Abbildung 3.13 (b)). Da bei der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+3$  kHz die Resonanzbedingung für den „roten“ Prozess besser realisiert ist als bei der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = -7$  kHz, ist die Anregungsrate  $\gamma_{\text{Anreg}}$  größer und das System verlässt schnell die  $(0,0)$ -Mode. Der Transfer in die  $(+2\hbar k, 0)$ -Mode ist schon nach 0,9 ms vollständig. Auf dem Impulsspektrum (3) ist zu sehen, dass der Prozess noch nicht zu Ende ist und die nächsten Impulsklassen leicht besetzt werden. Dieser Prozess wird aber durch den Resonator unterdrückt und dauert deshalb sehr lange. Es wird



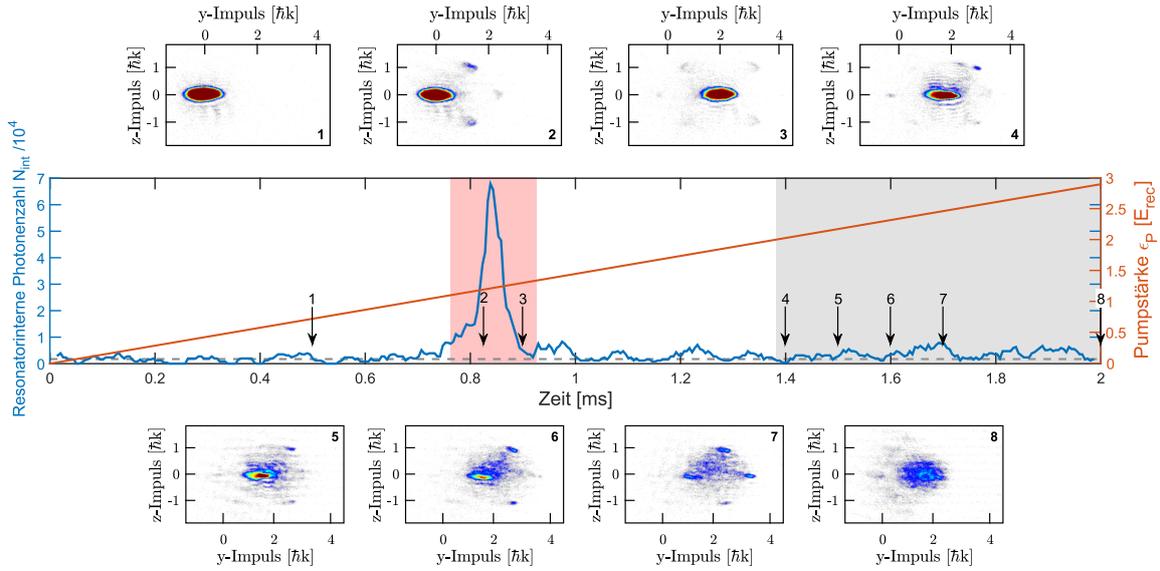
**Abbildung 3.13:** Die Frequenz  $\nu_{(P_y, P_z)}$  der gestreuten Photonen hängt von dem für den Prozess nötigen Energieübertrag ab. Grau ist die Resonanz des Resonators dargestellt. Für unterschiedliche Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  bzw. Pumpfrequenz  $\nu_P$  ergibt sich für die verschiedenen Prozesse in Abbildung 3.4 unterschiedliche Resonanzbedingungen. (a) gehört zu den Messdaten in Abbildung 3.12, (b) zu 3.14, (c) zu 3.15 und (d) zu 3.16.

nach und nach ein Teil der Atome beschleunigt (siehe Impulsspektren (4) bis (7) in Abbildung 3.14). Das Abbremsen durch das Fallenpotential sorgt dafür, dass der Impulstransfer resonanter wird und auf Bild (7) in Abbildung 3.14 sind mehr Atome in den nächsten Impulsmoden zu finden. Außerdem steigt die Photonenzahl im Resonator  $N_{\text{int}}$  auch wieder etwas an. Da die Atome aber nur nach und nach Licht in den Resonator streuen, entsteht eine sehr breite Impulsverteilung. Durch die Besetzung von sehr vielen unterschiedlichen Impulsen gehen viele Atome durch Stöße aus dem Kondensat verloren und sammeln sich im thermischen Hintergrund. Nach dem der zweite Impulstransfer (siehe Bild (8)), sind nur noch 20% der Atome übrig. Das System ist aufgeheizt und wieder auf den Impuls  $(+2\hbar k, 0)$  abgebremst.

#### Mittlere blaue Verstimmung (+13 kHz)

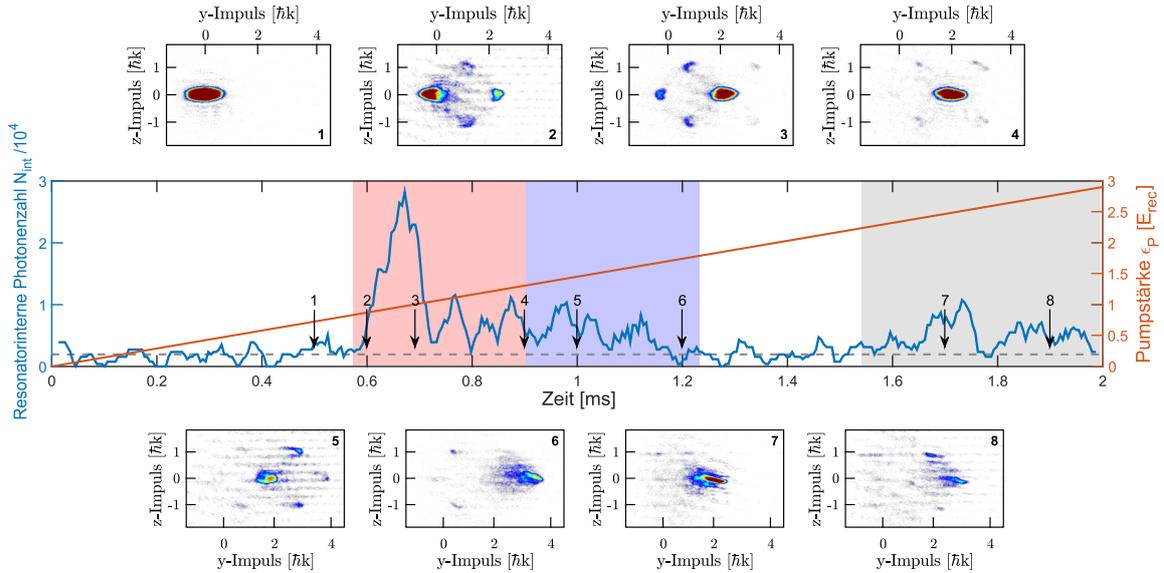
Bei einer Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von +13 kHz spielt auch der „blaue“ Prozess, bei dem  $\Delta E = +6 E_{\text{rec}}$  übertragen wird, eine Rolle. Wie in Abbildung 3.13 (c) dargestellt ist, ist er im Vergleich zu den bisher verwendeten Verstimmungen ( $\delta_{\text{eff}} = -7$  und  $+3$  kHz) nicht mehr sehr viel weiter verstimmt als der „rote“ ( $\Delta E = +2 E_{\text{rec}}$ ).

Abbildung 3.13 (b) und (c) zeigt, dass für die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +13$  kHz die gestreuten Photonen weniger resonant mit dem Resonator sind als für  $\delta_{\text{eff}} = +3$  kHz. Der Energieübertrag von  $+2 E_{\text{rec}}$  („roter“ Prozess) ist somit weniger resonant als für  $\delta_{\text{eff}} = +3$  kHz. Beim



**Abbildung 3.14:** Die Pumpstärke  $\epsilon_P$  (rot) wurde bei fester Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+3$  kHz innerhalb von 2 ms linear auf  $2,9 E_{\text{rec}}$  erhöht. Die oben und unten dargestellten Impulsspektren wurden zu den mit den Nummern markierten Zeitpunkten aufgenommen. In der Mitte ist blau die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  und rot die Pumpstärke  $\epsilon_P$  gegen die Zeit aufgetragen. Der beobachtete superradiante Lichtpuls während dessen der Impulstransfer stattfindet ist rot unterlegt und grau der zweite Transfer durch den sich das System stark aufheizt. Die graue gestrichelte Linie markiert das Hintergrundrauschen der Lichtdetektion.

Blick auf die Messdaten ist aber zu sehen, dass der superradiante Lichtpuls bei 0,65 ms stattfindet und damit früher als bei dem resonanteren Fall. Das kam auch bei der Analyse des Stabilitätsdiagramms zur Sprache und liegt an der Atom-Atom-Wechselwirkung und dem externen Potential. Der Energieabstand  $\Delta E$  zwischen den Impulsmoden ist dadurch größer als nach der Dispersionsrelation des freien Teilchens angenommen wird. Die in Abbildung 3.13 dargestellten Frequenzabstände zwischen den Pump- und den gestreuten Photonen gelten also nur für das Modell des freien Teilchens. Dabei werden alle Potentiale und die Wechselwirkung der Atome untereinander vernachlässigt. In 2.5 wurde gezeigt, dass dieses Modell zwar ein gutes qualitatives Verständnis der Prozesse liefert, wenn es aber um den genauen Energieübertrag  $\Delta E$  und die damit verbundene Frequenzverschiebung  $\Delta\nu$  der gestreuten Photonen geht, quantitativ doch deutlich abweicht. Wie in 3.3.1 gezeigt, ist  $\gamma_{\text{Anreg}}$  für eine Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+10$  kHz am größten (nicht für  $\delta_{\text{eff}} = +7,1$  kHz) und das System verlässt den Anfangszustand (alle Atome in der  $(0,0)$ -Mode) am schnellsten. Aus diesem Grund geht der „rote“ Prozess mit  $\delta_{\text{eff}} = +13$  kHz schneller als für  $\delta_{\text{eff}} = +3$  kHz. Nun zu den Impulsspektren: Nach etwa 0,6 ms ist eine deutlich sichtbare Besetzung der  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden und auch schon der  $(+2\hbar k, 0)$ -Mode zu beobachten (Impulsspektrum (2) in 3.15). Nach 0,7 ms sind die meisten Atome schon in der  $(+2\hbar k, 0)$ -Mode (Impulsspektrum (3) in 3.15) und es gibt keine messbare Besetzung der  $(+2\hbar k, \pm 2\hbar k)$ -Moden. Das

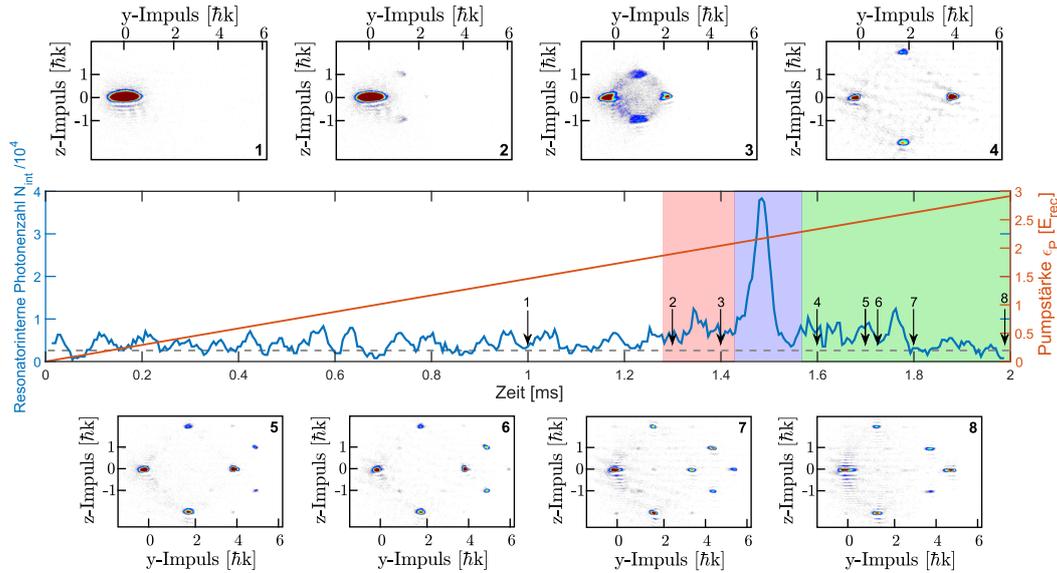


**Abbildung 3.15:** Die Pumpstärke  $\epsilon_P$  (rot) wurde bei festen Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+13$  kHz innerhalb von 2 ms linear auf  $2,9 E_{\text{rec}}$  erhöht. Die oben und unten dargestellten Impulsspektren sind zu den mit den Nummern markierten Zeitpunkten aufgenommen. In der Mitte ist blau die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  und rot die Pumpstärke  $\epsilon_P$  gegen die Zeit aufgetragen. Der beobachtete superradiante Lichtpuls, während dem der Impulstransfer nach  $(+2\hbar k, 0)$  stattfindet, ist rot hinterlegt, der für den „blauen“ Prozess blau. Während des grauen Bereichs gerät das Ensemble durch das Abbremsen aufgrund des Fallenpotentials wieder in Resonanz. Die graue gestrichelte Linie markiert das Hintergrundrauschen der Lichtdetektion.

heißt, die Atome nehmen bevorzugt den Weg bei dem weniger Energie übertragen werden muss, weil der „rote“ Prozess resonanter als der „blaue“ ist. Das geht auch aus dem Modell des freien Teilchens hervor. In Abbildung 3.13 (c) ist diese Resonanzbedingung für die hier verwendete Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +13$  kHz schematisch dargestellt.

Nachdem das Kondensat kollektiv auf den Impuls  $(+2\hbar k, 0)$  beschleunigt wurde (rot hinterlegter Bereich des Plots in Abbildung 3.15), führt der einzige mögliche Weg in die  $(+3\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden über den „blauen“ Prozess. Dass diese Impulsklassen auch besetzt werden, zeigen die Impulsspektren (4) und (5). Von dort gibt es wieder zwei mögliche Pfade im Impulsraum, nämlich mit dem „blauen“ Prozess in die  $(+4\hbar k, 0)$ -Mode oder mit dem „grünen“ (siehe Abbildung 3.4) in die  $(+4\hbar k, \pm 4\hbar k)$ -Moden. Bei letzterem ist ein Energieübertrag von  $\Delta E_{(4,\pm 4)} = +10 E_{\text{rec}} = h \cdot 35,6$  kHz nötig und dieser Prozess ist deutlich weniger resonant als der „blaue“ (siehe Abbildung 3.13 (c)). Der Transfer von  $(+2\hbar k, 0)$  nach  $(+4\hbar k, 0)$ , blau hinterlegt in Abbildung 3.15, ist aber für diese Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +13$  kHz nicht so resonant bzw. effektiv wie der „rote“ und dauert deshalb länger. Aus diesem Grund gehen etwa 25% der Atome durch Stöße aus dem BEC verloren und sammeln sich im thermischen Hintergrund.

Auch hier läuft das Ensemble das Fallenpotential nach oben und wird abgebrems. Nach



**Abbildung 3.16:** Die Pumpstärke  $\epsilon_P$  (rot) wurde bei festen Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+25$  kHz innerhalb von 2 ms linear auf  $2,9 E_{\text{rec}}$  erhöht. Die oben und unten dargestellten Impulsspektren sind zu den mit den Nummern markierten Zeitpunkten aufgenommen. In der Mitte ist blau die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  und rot die Pumpstärke  $\epsilon_P$  gegen die Zeit aufgetragen. Die farbige unterlegte Bereiche markieren jeweils den „roten“, „blauen“ und „grünen“ Prozess aus Abbildung 3.4 der gerade stattfindet. Mit der grau gestrichelten Linie ist das mittlere Level des Hintergrundrauschens der Lichtdetektion dargestellt.

insgesamt 1,6 ms ist wieder ein messbares Lichtfeld im Resonator zu beobachten, weil die abgebremsten Atome wieder den Impuls  $(+2\hbar k, 0)$  haben (Bild (7) in Abbildung 3.15) und der „blaue“ Prozess erneut stattfindet (Bild (8) in Abbildung 3.15). Nach 2 ms sind noch etwa 20% der Atome übrig und das Ensemble ist auf  $(+2\hbar k, 0)$  abgebremst.

### Große blaue Verstimmung (+25 kHz)

Für das vierte Experiment (siehe Abbildung 3.16) wurde eine noch größere blaue Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+25$  kHz gewählt. Damit ist der „blaue“ Prozess, bei dem die Energie  $\Delta E_{(2,\pm 2)} = +6 E_{\text{rec}} = h \cdot 21,4$  kHz übertragen wird, sehr gut resonant und der „rote“ ( $\Delta E_{(2,0)} = +2 E_{\text{rec}} = h \cdot 7,1$  kHz) und „grüne“ Prozess unterdrückt. In Abbildung 3.13 (d) ist dies schematisch für freie Teilchen dargestellt. Als erstes müssen aber auch bei dieser Verstimmung die  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden durch den roten Prozess besetzt werden. Es dauert etwa 1,3 ms bis eine messbare Besetzung dieser Moden (Impulsspektrum (2) in Abbildung 3.16) vorhanden ist und ein Bragg-Gitter aufgebaut ist. Der Prozess verstärkt sich dann selbst. Bei 1,4 ms ist der „rote“ Transfer schon etwas abgelaufen und auf dem TOF-Bild (3) sind schon einige Atome in die  $(+2\hbar k, 0)$ -Mode gebracht worden. Die Photonenzahl im Resonator ist dabei auch leicht angestiegen. Dieser Prozess ist nicht so resonant wie zum Beispiel für die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +13$  kHz (siehe Abbildung 3.13 (c) und 3.15). Deswe-

gen ist während des rot unterlegten Zeitabschnitts, mit dem der „rote“ Prozess markiert ist, kein superradianter Lichtpuls zu beobachten. Danach setzt der resonante und damit viel effektivere „blaue“ Transfer ein. Dieser unterbricht den „roten“ indem der die  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$  und  $(+2\hbar k, 0)$  Impulsklassen innerhalb von  $150 \mu\text{s}$  entvölkert (siehe Impulsspektrum (4) in Abbildung 3.16). Damit wird das für den superradianten Transfer nötige Bragg-Gitter abgebaut. Durch diese Streuung baut sich für kurze Zeit ein großes Feld im Resonator (in Abbildung 3.16 blau unterlegt) auf. Aufgrund des Abbruchs der Superradianz, der so genannten Subradianz, bleibt rund ein Drittel der Atome in der  $(0,0)$ -Mode. Jetzt findet der „grüne“ Prozess statt, der aber genauso wenig resonant ist wie der „rote“ und ein Teil der Atome wird in höhere Impulsmoden transferiert. Der Teil des Experiments ist in Abbildung 3.16 grün unterlegt und wird auf den Spektren (5) bis (8) gezeigt.

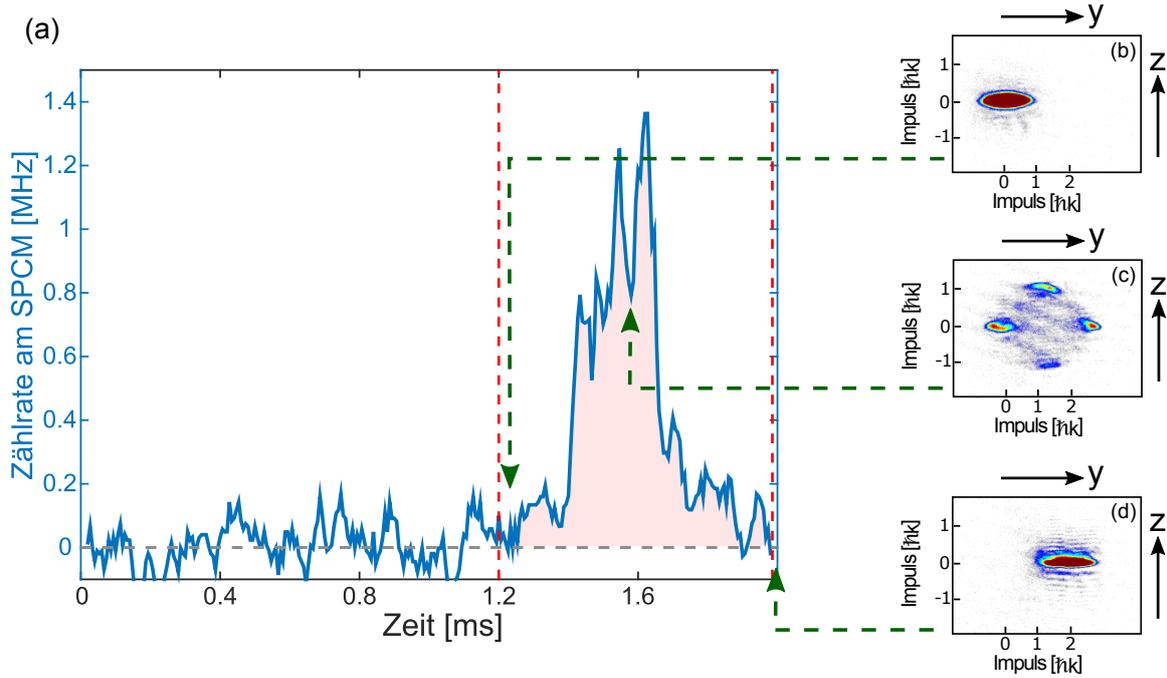
Nochmal zusammengefasst: Es war möglich die Resonanzbedingung für die beitragenden Prozesse (siehe Abbildung 3.13), aufgrund ihres unterschiedlichen, dafür nötigen Energieübertrags (siehe Abbildung 3.4), durch Wählen der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  zwischen Pumpe und Resonatorresonanz zu beeinflussen. Für rote Verstimmung konnte das BEC verlustfrei auf  $2\hbar k$  in  $y$ -Richtung beschleunigt werden. Wird das Ensemble weit blau verstimmt gepumpt, so wird dieser superradiante Impulstransfer abgebrochen, weil das dafür nötige Dichtegitter durch Entvölkerung der  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$  und  $(+2\hbar k, 0)$  Impulsklassen über den resonanten „blauen“ Prozess abgebaut wird. Dieser Vorgang wird als Subradianz bezeichnet.

### 3.3.3 Die Kalibrierung der resonatorinternen Photonenzahl

Wie schon in 2.5 erklärt, ist es für den Vergleich von Theorie und Experiment wichtig die Photonenzahl im Resonator  $N_{\text{int}}$  möglichst gut zu kennen. Für die in 2.5 vorgestellte Methode müssen allerdings mindestens 20 Messdurchläufe gemacht werden und das dauert etwa eine halbe Stunde. In diesem Unterkapitel werden die Verluste  $V_{\text{D}}$  an den Optiken zwischen dem Resonator und dem Photonen-zähler (SPCM) über das Auszählen der Photonen in einem superradianten Lichtpuls bestimmt. Dafür wird nur eine einzige Messung benötigt und die Vernachlässigung des Fallenpotentials, sowie die Reduzierung der Atom-Atom-Wechselwirkung auf zwei Dimension spielt dabei keine Rolle.

In Abschnitt 3.3.2 wurde gezeigt, dass für „rote“ Verstimmung (siehe Abbildung 3.12) ein verlustfreier superradianter Impulstransfer von der  $(0,0)$ -Mode über die  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden in die  $(+2\hbar k, 0)$ -Impulsklasse statt findet. Es spielt also nur der „rote“ Prozess eine Rolle. Das Experiment wurde mit  $N = 90\,000 \pm 5000$  Atomen durchgeführt und es gibt keine messbaren Teilchenverluste zwischen dem Anfangs- und dem Endzustand. Das bedeutet, jedes Atom muss ein Photon in den Resonator streuen um zur  $(+1\hbar k, +1\hbar k)$ - oder  $(+1\hbar k, -1\hbar k)$ -Mode zu gelangen und ein weiteres um die  $(+2\hbar k, 0)$ -Impulsklasse zu erreichen. Das ergibt also eine gesamte Photonenzahl  $N_{\text{Ges}}$  die in den Resonator gestreut wurde von  $N_{\text{Ges}} = 2 \cdot N$ . Nach gewisser Zeit hat das gesamte Licht den Resonator verlassen. Da die beiden Resonatorspiegel unterschiedliche Transmissionen für die Photonen besitzen (siehe Tabelle 1.1), entweicht nur

$$\mathcal{T}_{\text{SPCM}} = \frac{\mathcal{T}_{\text{HR}}}{\mathcal{T}_{\text{IC}} + \mathcal{T}_{\text{HR}}} = \frac{1}{14 \pm 1} \quad (3.11)$$



**Abbildung 3.17:** Superradianter Transfer von  $(0,0)$  (Bild (b)) über  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$  (Bild (c)) nach  $(+2\hbar k, 0)$  (Bild (d)) mit einer Verstimmung von  $\delta_{\text{eff}} = -10$  kHz. Teilbild (a) zeigt blau den Verlauf der Photonenzählrate am Photonenzähler (SPCM). Es wurde über drei Experimentzyklen gemittelt und der Hintergrund abgezogen. Die roten gestrichelten Linien markieren das Zeitintervall in dem der Impulstransfer im Wesentlichen stattfand und die blassrote Fläche unter der Kurve der Zählrate  $\eta_{\text{SPCM}}$  gibt die Anzahl der gemessenen Photonen  $N_{\text{SPCM}}$  an.

des gestreuten Lichts aus dem Resonator in Richtung des Detektors. Auf dem Weg dorthin passiert es einige Fenster und Optiken, darunter auch den Strahlteiler der die  $\sigma^+$  polarisierten Photonen herausfiltert (siehe 1.1.3). Damit geht die Hälfte ( $\pm 5\%$ ) des gestreuten Lichts verloren. Der Photonenzähler selbst hat eine Quanteneffizienz von  $0,56 \pm 0,03$ , das heißt er detektiert  $56\%$  der ankommenden Photonen. Damit ergibt sich für die Verluste  $V_D$  auf dem Weg zum Photonenzähler

$$V_D = \frac{\overbrace{N_{\text{SPCM}}}^{\text{gemessene Photonenzahl}}}{\underbrace{2 \cdot N}_{\text{insgesamt gestreute Photonenzahl}}} \cdot \frac{1}{\underbrace{0,56}_{\text{Quanteneffizienz des Detektors}} \cdot \underbrace{0,5}_{\text{Kompensation } \sigma^+ \text{- Photonen}} \cdot \underbrace{1/14}_{\text{Transmissionsverhältnis der Spiegel}}}. \quad (3.12)$$

$N_{\text{SPCM}}$  ist dabei die tatsächlich gemessene Photonenzahl am Detektor. Um diese zu bestimmen wird der superradiante Transfer durchgeführt und dabei das transmittierte Lichtfeld detektiert. Die gemessene Zählrate am SPCM, abzüglich des Hintergrunds (grau gestrichelte

Linie in Abbildung 3.17), ist in Abbildung 3.17 (a) dargestellt. Wie aus den Impulsspektren in Abbildung 3.17 (b) bis (d) ersichtlich ist, sind nach 1,2 ms noch nahezu alle Atome in der Kondensatsmode und nach 2 ms haben alle den Impuls  $(+2\hbar k, 0)$ . Die gesamte gemessene Photonenzahl am Detektor  $N_{\text{SPCM}}$  während des Impulstransfers ist somit die in 3.17 blassrot dargestellte Fläche. Es wurden bei diesem Experiment in dem Bereich zwischen den rot gestrichelten Linien in Abbildung 3.17  $N_{\text{SPCM}} = 298$  Photonen gezählt. Damit ergibt sich für die Verluste auf dem Weg zum Detektor mit Gleichung 3.12

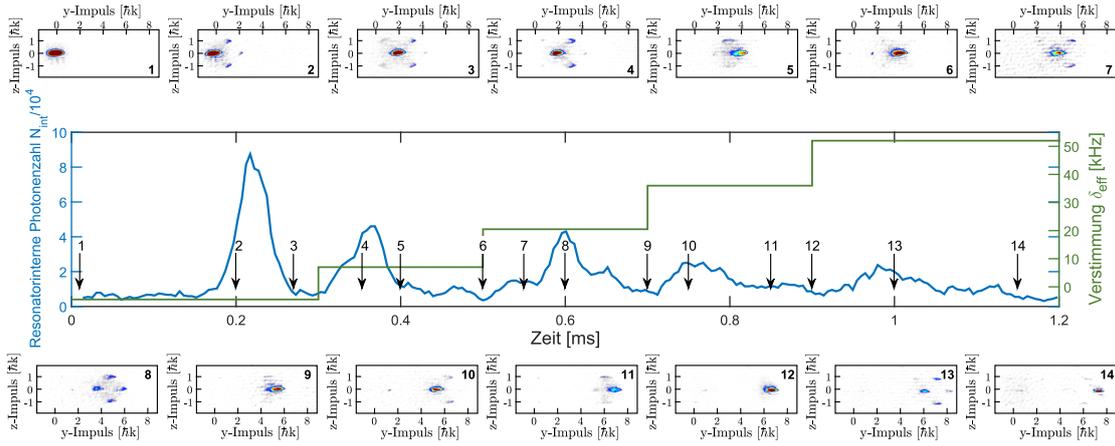
$$V_D = 0,08 \pm 0,02. \quad (3.13)$$

Mit Hilfe dieses Faktors kann mit der Gleichung 1.14 für longitudinales Pumpen und mit 1.15 für transversales Pumpen die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  bestimmt werden. Wie oben schon erwähnt, werden bei dieser Methode keine Annahmen über die Atom-Atom-Wechselwirkung und die Potentiale gemacht. Es wird nur die Quanteneffizienz des Detektors, die Transmission der Resonatorspiegel und das Verhältnis zwischen den  $\sigma^+$  und  $\sigma^-$  polarisierten Photonen benötigt. Da diese Werte experimentell mit entsprechenden Fehlern bestimmt oder aus den dazugehörigen Datenblättern entnommen werden können, bleiben keine Fragen über die Genauigkeit der Kalibrierung offen. In Kapitel 2.5 wurde die Gittertiefe im Resonator über den Energieabstand zwischen dem ersten und dritten Blochband kalibriert. Mit dieser Methode ergab sich  $V_D = 0,04 \pm 0,02$  und damit eine Abweichung um den Faktor zwei von dem Wert aus diesem Abschnitt. Für die Kalibrierungsmethode in Kapitel 2.5 wurde die Dichteverteilung in zwei Dimensionen als konstant angenommen, was bei der hohen Teilchendichte fragwürdig ist. Für die Kalibrierung der Messergebnisse in dieser Dissertation wurde deswegen der in diesem Abschnitt vorgestellte Verlustfaktor  $V_D = 0,08 \pm 0,02$  benutzt.

### 3.3.4 Die Beschleunigung eines BECs in fünf Etappen

Durch gezieltes Wählen der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  können aufgrund der Energieselektivität des Resonators bestimmte Streuprozesse unterdrückt werden (siehe 3.3.2). Dieses Prinzip kann ausgenutzt werden, um ein BEC in fünf Stufen auf einen Gesamtimpuls von  $7,5 \hbar k$  zu beschleunigen.

Das Kondensat wird dafür transversal zum Resonator mit einer Laufwelle rot verstimmt ( $\delta_{\text{eff}} = -4,5$  kHz) gepumpt. Nach  $200 \mu\text{s}$  baut sich ein Lichtfeld im Resonator auf und die Atome besetzen die  $(+1\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden. Von dort gibt es durch Streuung in den Resonator zwei mögliche Wege im Impulsraum. Entweder sind die  $(+2\hbar k, \pm 2\hbar k)$ -Moden („blauer“ Prozess, siehe Abbildung 3.4) die nächste Station oder die  $(+2\hbar k, 0)$  Impulsklasse („roter“ Prozess, siehe Abbildung 3.4). Für diese beiden Prozesse muss entweder  $\Delta E = +2 E_{\text{rec}}$  („rot“) oder  $\Delta E = +6 E_{\text{rec}}$  („blau“) durch die Photonen übertragen werden. Da der Resonator mit negativer Verstimmung gepumpt wird, ist der „rote“ Prozess deutlich effizienter (siehe Abbildung 3.13 (a)) und fast alle Atome haben nach dieser ersten Etappe den Impuls  $(+2\hbar k, 0)$ . Diesen Transfer zeigen die ersten drei Impulsspektren ((1) bis (3)) in Abbildung 3.18. Auf dem Plot in der Mitte ist blau die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  und grün die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  dargestellt.



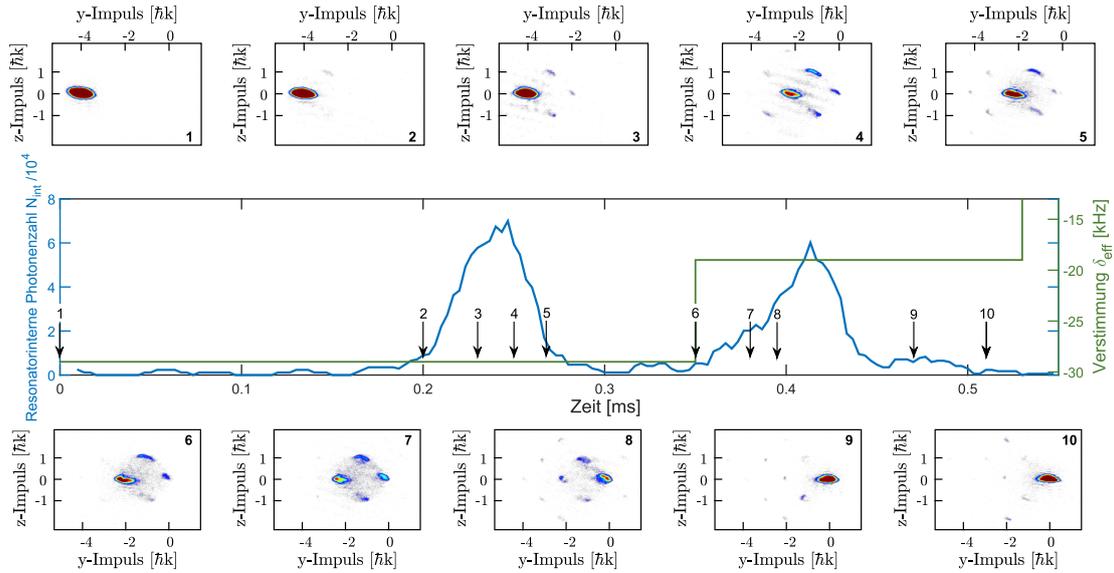
**Abbildung 3.18:** Bei diesem Experiment wurde ein BEC in fünf Etappen auf den 7,5-fachen Rückstoßimpuls beschleunigt. Die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  ist blau und die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  grün dargestellt. Darüber und darunter befinden sich Impulsspektren zu bestimmten Zeitpunkten im Experiment, die durch Nummern und Pfeile gekennzeichnet sind.

Nachdem nahezu alle Atome in der  $(+2\hbar k, 0)$ -Mode sind, wird die Pumpfrequenz für  $200 \mu\text{s}$  so angepasst ( $\delta_{\text{eff}} = +9,0 \text{ kHz}$ ), dass der „blaue“ Prozess effektiver getrieben wird, der „grüne“ aber noch unterdrückt wird (siehe Abbildung 3.13 (c)). Dadurch findet ein Transfer in die  $(+4\hbar k, 0)$  Impulsklasse statt, das zeigen die TOF-Bilder (4) bis (6) in Abbildung 3.18. Nach insgesamt einer halben Millisekunde beginnt die dritte Etappe und die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  wird ein zweites Mal geändert auf jetzt  $\delta_{\text{eff}} = +20,5 \text{ kHz}$ . Damit wird der „grüne“ Prozess in Abbildung 3.4 gepumpt. Die Atome werden dadurch ein drittes mal um  $(+2\hbar k, 0)$  beschleunigt (siehe Impulsspektren (7) bis (9)). Da das Ensemble aber das Fallenpotential nach oben läuft, wird es abgebremst. Nach jetzt insgesamt  $0,9 \text{ ms}$  und dreifachem Impulsübertrag von jeweils  $(+2\hbar k, 0)$  haben die Atome aufgrund des Abbremsens einen Impuls von  $(+5\hbar k, 0)$ . Zu diesem Zeitpunkt im Experiment befinden sich noch etwa 50% der Atome im Kondensat.

Für die vierte Beschleunigungsstufe wird für  $200 \mu\text{s}$  die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  auf  $+36 \text{ kHz}$  gestellt und es findet ein Transfer der Atome auf den Impuls  $(+6^{1/2} \hbar k, 0)$  statt. Dies ist auf den Bildern (10) bis (12) zu sehen.

Für den letzten Schritt dieses Experimentes ist eine Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +52 \text{ kHz}$  verwendet worden und rund 25% der anfänglichen gestarteten Atome enden bei einem Impuls von  $(+7^{1/2} \hbar k, 0)$ .

Im transmittierten Resonatorlicht können diese fünf Impulstransfers beobachtet werden. In Abbildung 3.18 sind fünf superradiante Pulse beim Blick auf die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  zu sehen, jedoch wird der Kontrast mit sinkender Atomzahl bzw. mit Verteilung von Atomen auf mehrere Impulsklassen immer schlechter. Dennoch ist es aber möglich die Beschleunigung des Kondensats im Lichtfeld und damit in einer einzelnen Experimentsequenz zu beobachten.

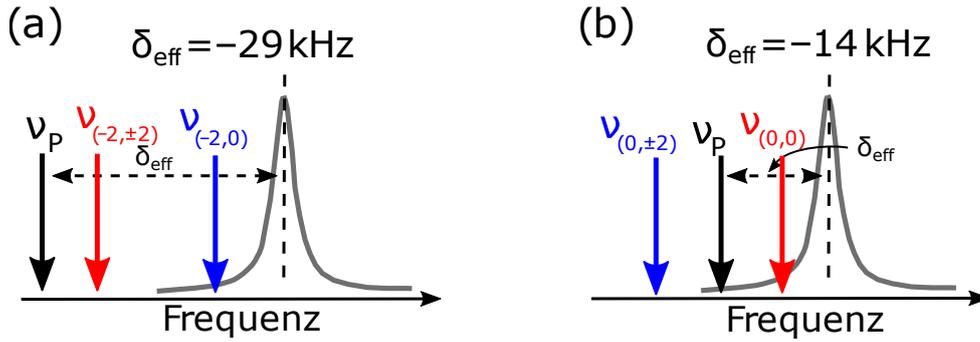


**Abbildung 3.19:** Das BEC wurde durch einen Strompuls auf den Impuls  $(-4\hbar k, 0\hbar k)$  gebracht und mit Hilfe des superradianten Impulstransfer wieder auf  $(0,0)$  abgebremst. Die resonatorinterne Photonenanzahl  $N_{\text{int}}$  ist blau und die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  grün dargestellt. Ober- und unterhalb befinden sich Impulsspektren zu unterschiedlichen Zeiten des Experiments. Die Nummern und Pfeile markieren den Zeitpunkt an dem das Experiment abgebrochen wurde, um das TOF-Bild aufzunehmen.

### 3.3.5 Das Abbremsen des Kondensats auf den Ruheimpuls

Für dieses Experiment wird das Rubidium-BEC mit einem Strompuls durch eine der Magnetspulen auf den Anfangsimpuls von  $(-4\hbar k, 0)$  angestoßen und dann mit Hilfe von superradianter Streuung wieder abgebremst. Das Besondere an diesem Brems- bzw. „Kühl“-verfahren ist, dass die Energie dem System durch gezielte Streuung von gegenüber der atomaren Resonanz weit verstimmt Licht entzogen wird. Dadurch ist dieses Verfahren prinzipiell auf alle polarisierbaren Medien anwendbar. Es werden dafür keine geschlossenen Übergänge, wie zum Beispiel für den Kühlmechanismus in einer MOT, benötigt. Im Gegensatz zu dem im Kapitel 2.3 vorgestelltem Resonatorkühlen können hier prinzipiell mehrere Raumrichtungen adressiert werden und es stellt damit eine Weiterentwicklung des Verfahrens aus Abschnitt 2.3 da.

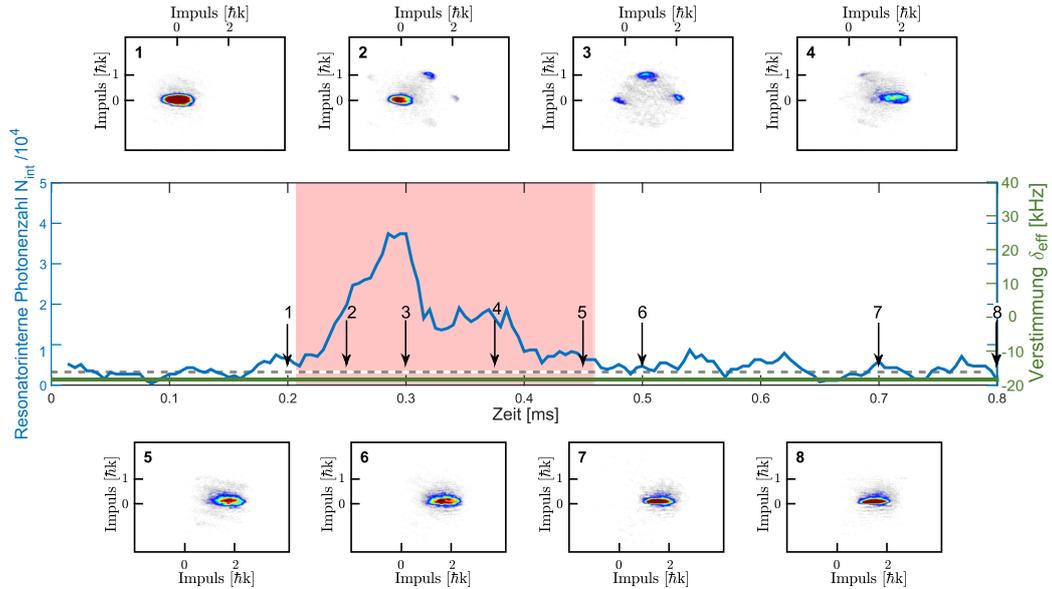
Der Abbremsvorgang dauert  $530 \mu\text{s}$  und findet in zwei Etappen statt, wobei jeweils der Impuls  $(+2\hbar k, 0)$  an das Ensemble übertragen wird. Abbildung 3.19 zeigt die dazu gehörigen Messdaten. Blau ist die resonatorinterne Photonenanzahl  $N_{\text{int}}$  und grün die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  gegen die Zeit aufgetragen. Oberhalb und unterhalb befinden sich Impulsspektren, die zu unterschiedlichen Zeiten des Experiments aufgenommen wurden. Mit der Nummer und dem Pfeil ist der jeweilige Zeitpunkt markiert zu dem die Impulsverteilungen aufgenommen sind. Zuerst wird das Kondensat mit einer Verstimmung von  $\delta_{\text{eff}} = -29 \text{ kHz}$  für  $350 \mu\text{s}$  entgegengesetzt zu dem Anfangsimpuls, also in  $y$ -Richtung, mit der Stärke



**Abbildung 3.20:** Die Frequenz  $\nu_{(P_y, P_z)}$  der gestreuten Photonen hängt von dem für den Prozess nötigen Energieübertrag ab. Grau ist die Resonanz des Resonators dargestellt. Für unterschiedliche Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  bzw. Pumpfrequenz  $\nu_P$  ergibt sich eine unterschiedliche Resonanzbedingung für den Transfer in die möglichen Impulsklassen  $(P_y, P_z)$ . (a): Erste Etappe des Bremsvorgangs mit  $\delta_{\text{eff}} = -29$  kHz und (b): Zweite Etappe mit  $\delta_{\text{eff}} = -14$  kHz. Die Indizes der Frequenzen  $\nu_{(P_y, P_z)}$  oberhalb der Pfeile, geben den Endzustand für den Prozess in Einheiten von  $(\hbar k, \hbar k)$  an,  $\nu_P$  ist die Pumpfrequenz.

$\epsilon_P = 3E_{\text{rec}}$  gepumpt. Nach etwa  $200 \mu\text{s}$  besetzen die ersten Atome die  $(-3\hbar k, \pm 1\hbar k)$ -Moden. Danach werden sie in die  $(-2\hbar k, 0)$  Impulsklasse überführt und ihnen dabei die Energie  $\Delta E = -6E_{\text{rec}} = -h \cdot 21,4$  kHz entzogen. Der Impuls  $\Delta P$  und damit die Energie  $\Delta E$  wird von den Photonen übertragen und sie haben nach dem Streuereignis eine um  $\Delta\nu = \nu_{\text{Streu}} - \nu_P = +21,4$  kHz größere Frequenz als vorher. Für den Transfer in die anderen möglichen Impulsmode  $(-2\hbar k, \pm 2\hbar k)$  ist die Energiedifferenz kleiner  $\Delta E = -2E_{\text{rec}}$  ( $\Delta\nu = +7,1$  kHz). Da der Prozess bevorzugt wird, das heißt effektiver abläuft, bei dem das gestreute Licht resonanter mit dem Resonator ist, kommt es zu keiner messbaren Besetzung der  $(-2\hbar k, \pm 2\hbar k)$ -Moden. Die Resonanzbedingung für diese Etappe des Abbremsvorgangs ist in Abbildung 3.20 (a) schematisch dargestellt. Der Impulstransfer dieser Etappe ist auf den Spektren (1) bis (4) in Abbildung 3.19 zu beobachten.

Jetzt beginnt der zweite Teil des Bremsens und es wird für  $180 \mu\text{s}$  die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  auf  $-14$  kHz gestellt. Zu diesem Zeitpunkt sind die Impulsklassen  $(-1\hbar k, \pm 1\hbar k)$  schon besetzt (siehe Impulsspektrum (4)). Durch Streuung in den Resonator gibt es wieder zwei mögliche Wege für die Atome im Impulsraum, nämlich in die  $(0, \pm 2\hbar k)$ -Moden oder in die  $(0, 0)$ -Mode. Mit der zu übertragende Energie  $\Delta E_{(0, \pm 2)} = +2E_{\text{rec}}$  für den Weg in die Moden mit dem Impuls  $(0, \pm 2\hbar k)$  bzw.  $\Delta E_{(0, 0)} = -2E_{\text{rec}}$  für den in die Mode ohne Impuls ergibt sich eine Energiedifferenz zwischen den beiden Pfaden  $\Delta E_{(0, \pm 2)} - \Delta E_{(0, 0)} = 4E_{\text{rec}}$ . Aufgrund der roten Verstimmung wird der Transfer in die  $(0, 0)$ -Mode bevorzugt, da dafür die gestreuten Photonen im Frequenzraum in Richtung der Resonanz verschoben sind und nicht von ihr weg, wie für den anderen möglichen Prozess. Das ist auch der Grund warum die Atome in dem Endzustand  $(0, 0)$  verharren und nicht durch weitere Streuereignisse wieder beschleunigt werden. Schematisch ist diese Resonanzbedingung in Abbildung 3.20 (b) dargestellt. Die Impulsspektren (5) bis (10) in Abbildung 3.19 zeigen die zweite Etappe des



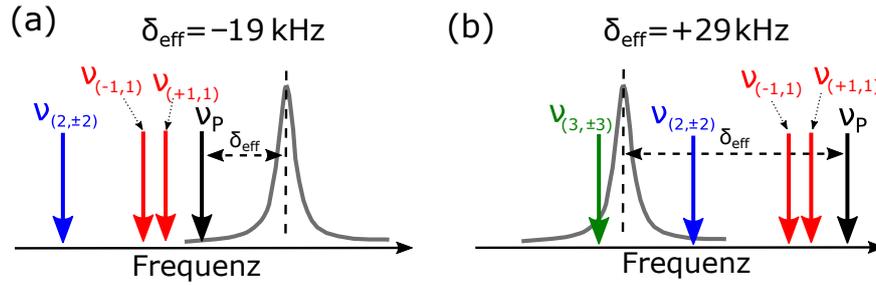
**Abbildung 3.21:** Das BEC mit Anfangsimpuls von etwa  $0,1 \hbar k$  in Resonatorrichtung ( $z$ -Richtung) wurde senkrecht dazu ( $y$ -Richtung) mit einer Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $-19$  kHz und einer Stärke  $\epsilon_P = 4 E_{\text{rec}}$  gepumpt. Blau ist die resonatorinterne Photonenanzahl  $N_{\text{int}}$ , grün die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  dargestellt. Ober- und unterhalb befinden sich die zu den mit den Nummern markierten Zeitpunkten gehörigen Impulsspektren. Während des rot unterlegten Bereichs findet der Impulstransfer statt und die gestrichelte graue Linie zeigt das mittlere Level des Hintergrundrauschens der Lichtdetektion.

Abbremsens.

Betrachtet man die Photonenanzahl im Resonator  $N_{\text{int}}$ , so sind die zu den beiden Etappen ( $-4\hbar k \Rightarrow -2\hbar k$  und  $-2\hbar k \Rightarrow 0\hbar k$ ) gehörigen superradianten Pulse zu sehen, durch die knapp 65% der anfänglichen Atome abgebremst wurden. Die restlichen 35% gehen durch Stöße verloren und verteilen sich im Hintergrund oder sie werden in höhere Impulsmoden, wie zum Beispiel in die  $(-2\hbar k, \pm 2\hbar k)$ -Moden, gepumpt (siehe Impulsspektrum (10) in Abbildung 3.19).

### 3.3.6 Die Superradianz mit Anfangsimpuls in Resonatorrichtung

Genau wie im Abschnitt „Heizprozess mit Anfangsimpuls“ in 2.3 wird mit einem BEC gestartet, das einen Anfangsimpuls in Resonatorrichtung ( $z$ -Richtung) hat. Das führt zur Aufhebung der Energieentartung zwischen den Impulsmoden  $(+1\hbar k, +1\hbar k)$  und  $(+1\hbar k, -1\hbar k)$  und durch die Streuprozesse wird nur eine der beiden besetzt. Im Unterschied zu den mit longitudinaler Pumpe durchgeführten Experimenten wurde nicht der Anfangsimpuls variiert, sondern es wurde einmal mit rot (siehe Abbildung 3.21) und einmal mit blau verstimmt (siehe Abbildung 3.23) Licht gepumpt. Durch Ausnutzen der Super- bzw. Subradianz,

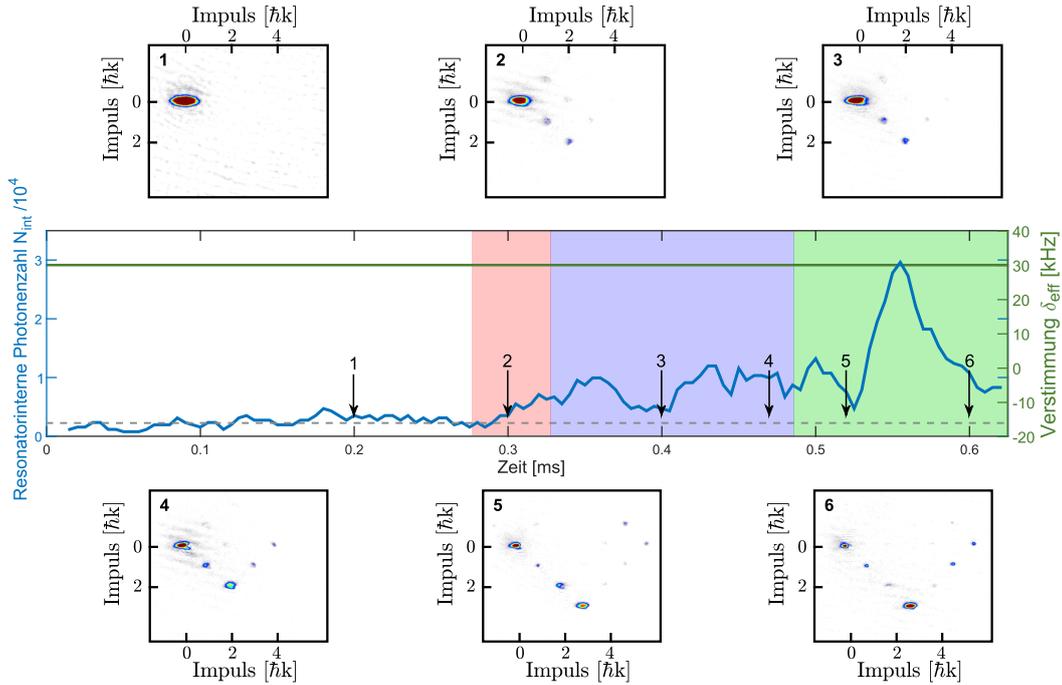


**Abbildung 3.22:** Die Frequenz  $\nu_{(P_y, P_z)}$  der gestreuten Photonen hängt von dem für den Prozess nötigen Energieübertrag ab. Grau ist die Resonanz des Resonators dargestellt. Für unterschiedliche Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  bzw. Pumpfrequenz  $\nu_P$  ergibt sich für die verschiedenen Prozesse in Abbildung 3.4 unterschiedliche Resonanzbedingungen. Durch den Anfangsimpuls wird die Energieentartung zwischen der  $(+1\hbar k, +1\hbar k)$ - und  $(+1\hbar k, -1\hbar k)$ -Mode aufgehoben. (a) gehört zu den Messdaten für rote Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} = -19$  kHz) in Abbildung 3.21 und (b) zu denen für blaue Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} = +29$  kHz) in 3.23.

die in 3.3.2 gezeigt wurde, werden die Atome entweder in Pumprichtung ( $y$ -Richtung) oder unter einem Winkel von  $45^\circ$  dazu beschleunigt.

### Rote Verstimmung

Für die Daten in Abbildung 3.21 wurde das BEC mit einer Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = -19$  kHz gepumpt. Da das BEC einen Anfangsimpuls in  $z$ -Richtung hat, wird für den Transfer in die  $(+1\hbar k, +1\hbar k)$ -Mode weniger Energie benötigt als in die  $(+1\hbar k, -1\hbar k)$ -Mode. Die rot verstimmtten Pumpphotonen mit der Frequenz  $\nu_P$  werden für den Transfer in die  $(+1\hbar k, -1\hbar k)$  Impulsklasse etwas weiter weg von der Resonanz gestreut als für die  $(+1\hbar k, +1\hbar k)$ -Mode und der Transfer nach  $(+1\hbar k, -1\hbar k)$  ist weniger effektiv. Schematisch ist das in Abbildung 3.22 (a) dargestellt. Aus diesem Grund werden die meisten Photonen nach unten (in negative  $z$ -Richtung) gestreut und fast alle Atome nehmen im Impulsraum den Weg in die  $(+1\hbar k, +1\hbar k)$ -Mode. Das zeigen die Impulsspektren (2) und (3) in Abbildung 3.21 auf denen die Mode mit negativen  $z$ -Impuls kaum besetzt wird. Sind die Atome in der  $(+1\hbar k, +1\hbar k)$ -Mode, so gibt es für sie wieder zwei mögliche Wege im Impulsraum, nämlich in die Mode ohne  $z$ -Impuls  $(0, 0)$  oder in die mit dem Impuls  $+2\hbar k$  in  $z$ -Richtung. Der Transfer in die  $(+2\hbar k, +2\hbar k)$ -Mode, für die ein Energieübertrag  $\Delta E_{(2,2)} = +6 E_{\text{rec}} = h \cdot 21,4$  kHz nötig wäre, wird durch den Resonator unterdrückt, da für diesen Prozess die Photonen deutlich weiter von der Resonanz weg verschoben werden als für den „roten“ Prozess mit  $\Delta E_{(2,0)} = +2 E_{\text{rec}} = h \cdot 7,1$  kHz (siehe Abbildung 3.22). Deswegen haben nach etwa 0,6 ms alle Atome den Impuls  $(+2\hbar k, 0)$ . Für eine weitere Streuung müsste  $\Delta E = +6 E_{\text{rec}} = h \cdot 21,4$  kHz übertragen werden. Dieser Prozess ist durch den Resonator unterdrückt, dauert deswegen sehr lange und es passiert solange nichts mehr bis das Ensemble durch das Fallenpotential abgebremst ist.



**Abbildung 3.23:** Das BEC mit Anfangsimpuls von etwa  $0,1 \hbar k$  in Resonatorrichtung ( $z$ -Richtung) wurde senkrecht dazu ( $y$ -Richtung) mit einer Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  von  $+29$  kHz und einer Stärke  $\epsilon_P = 4 E_{\text{rec}}$  gepumpt. Blau ist die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$ , grün die Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  dargestellt. Oben und unten befinden sich die zu den mit den Nummern markierten Zeitpunkten gehörigen Impulsspektren. Während der rot, blau und grün unterlegten Bereiche findet der „rote“, „blaue“ und „grüne“ Prozess (siehe Abbildung 3.4 bzw. 3.22) statt. Die gestrichelte graue Linie zeigt das mittlere Level des Hintergrundrauschens der Lichtdetektion.

### Blaue Verstimmung

Für die hier verwendete blaue Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = +29$  kHz ist die Resonanzbedingung der beitragenden Prozesse in Abbildung 3.23 (b) dargestellt. Zuerst müssen die Atome in die  $(+1\hbar k, \pm\hbar k)$ -Moden gebracht werden. Aufgrund des Anfangsimpulses ist der Transfer in die  $(+1\hbar k, -1\hbar k)$ -Mode bevorzugt, da die Frequenz der gestreuten Photonen für diesen Prozess resonanter mit dem Resonator ist als für den Transfer nach  $(+1\hbar k, +1\hbar k)$ . Nach etwa  $300 \mu\text{s}$  hat sich eine Besetzung in  $(+1\hbar k, -1\hbar k)$ -Mode aufgebaut (siehe Impulsspektrum (2) in Abbildung 3.23). Da der „blaue“ Prozess ( $\Delta E = +6 E_{\text{rec}}$ ) resonanter als der „rote“ ( $\Delta E = +2 E_{\text{rec}}$ ) ist, werden die Atome weiter in die  $(+2\hbar k, -2\hbar k)$ -Mode transferiert. Die Impulsspektren (3) und (4) in Abbildung 3.23 zeigen dies. Blau ist in dieser Abbildung die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  gegen die Zeit aufgetragen, die jetzt langsam ansteigt (blau unterlegter Bereich). Wartet man noch etwas länger, entvölkert der „grüne“ Prozess ( $\Delta E = +10 E_{\text{rec}} = h \cdot 35,6$  kHz) die  $(+2\hbar k, -2\hbar k)$ -Mode. Da dieser Transfer resonanter als der „blaue“ ist, findet er deutlich effektiver statt und es ist ein Lichtpuls im Resonator zu beobachten. Da der „blaue“ Prozess den „roten“ und der „grüne“ den „blauen“ durch

Abbauen des Bragg-Gitters abbricht, verbleiben etwa 40% der Atome in der (0,0)-Mode.

### 3.4 Zusammenfassung der Ergebnisse mit dem transversal-gepumpten System

In diesem Kapitel wurde gezeigt, dass es, aufgrund der Energieselektivität des Resonators, von der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  abhängt in welche Impulsklasse die Streuung bevorzugt bzw. unterdrückt wird. Damit war es möglich, die superradiante Streuung eines BECs zu kontrollieren. Das konnte ausgenutzt werden, um das Ensemble auf den Impuls von  $(7^{1/2}\hbar k, 0)$  zu beschleunigen bzw. von  $(4\hbar k, 0)$  auf  $(0, 0)$  abzubremesen. Für große blaue Verstimmung wird das für die Selbstverstärkung der Superradianz nötige Bragg-Gitter durch Entleerung der entsprechenden Impulsmoden abgebaut und der Impulstransfer wird damit abgebrochen. Die Superradianz wird gestoppt und es entsteht eine Subradianz. Startet man mit einem Kondensat, das einen Anfangsimpuls in Resonatorrichtung hat, so führt dieser subradiante Prozess ( $\delta_{\text{eff}} \gg 0$ ) zur Beschleunigung der Atome unter  $45^\circ$  zu der Pumpwelle, während für rote Verstimmung das BEC in Pumprichtung beschleunigt wird.

Die Beschleunigungsexperimente in 3.3.4 bzw. 3.3.6 und das in 3.3.5 gezeigte Abbremsen unterstreicht die einzigartige Kontrolle über das hier verwendete stark gekoppelte Atom-Resonator-System. Damit war es möglich superradiante Streuung zu kontrollieren und Energie in ein System zu bringen oder sie ihm zu entziehen. Prinzipiell könnten, im Gegensatz zu dem Verfahren in 2.3, durch zusätzliche Pumpstrahlen mehrere Raumrichtungen adressiert werden und ein Ensemble aus polarisierbarer Materie gekühlt werden.

Die Übereinstimmung mit den theoretischen Modellen ist in vielen Punkten nur qualitativ und es wäre gut sie in Zukunft zu erweitern.



# KAPITEL 4

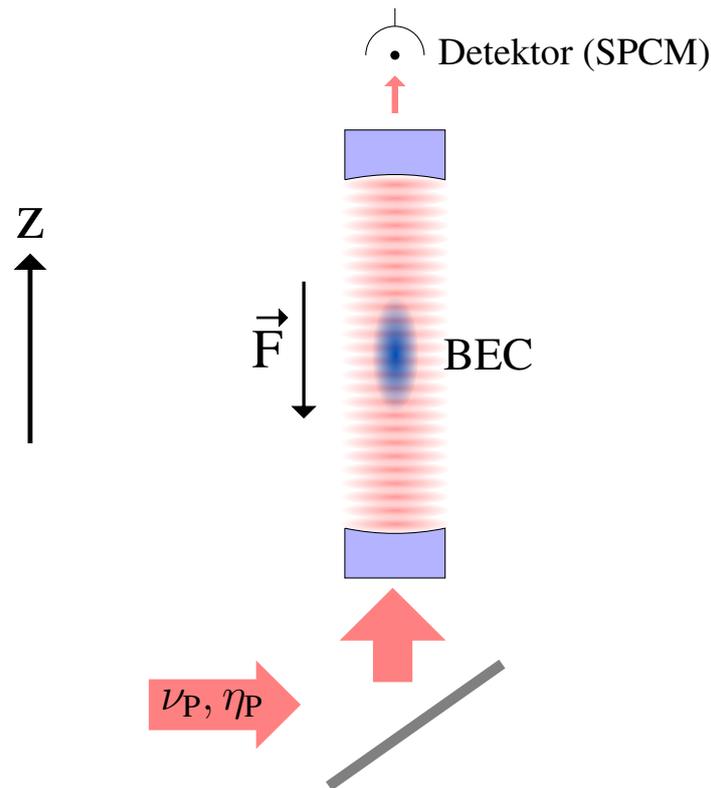
---

## Ausblick

In diesem Kapitel werden weitere Experimente vorgestellt, die mit dem für diese Arbeit verwendeten Aufbau zukünftig durchgeführt werden können. Außerdem wird auf schon realisierte Versuche, die nicht Teil dieser Arbeit sind, hingewiesen. Der erste Abschnitt befasst sich mit dem longitudinal-gekoppeltem System, das heißt, die Atome werden in Resonatorrichtung durch den unteren Spiegel gepumpt. Dieses Pumpschema ist in Abbildung 4.1 dargestellt und wurde auch für die Experimente in Kapitel 2 verwendet. Damit gelang es im Rahmen dieser Arbeit schon, aufgrund der starken Kopplung zwischen dem BEC und dem Resonatorlichtfeld, Bloch-Oszillationen „in situ“ also nicht destruktiv im transmittierten Licht zu beobachten. Für den zweiten Abschnitt wird das Atom-Resonator-System transversal, wie in Kapitel 3, gepumpt. Der Unterschied dabei ist, dass das Pumplicht zurückreflektiert wird und die Atome sich im Potential einer Stehwelle befinden. In diesem System gibt es einen Phasenübergang, der ein dynamisches Verhalten aufweist. Dies wird in der Veröffentlichung [KKW<sup>+</sup>15] diskutiert und wird Thema der Doktorarbeit von *Jens Klinder* [Kli15] sein. Deswegen werden diese Experimente in dieser Arbeit nur im Ausblick kurz erwähnt.

### 4.1 Longitudinale Kopplung - Nicht-destruktive Beobachtung von Bloch-Oszillationen

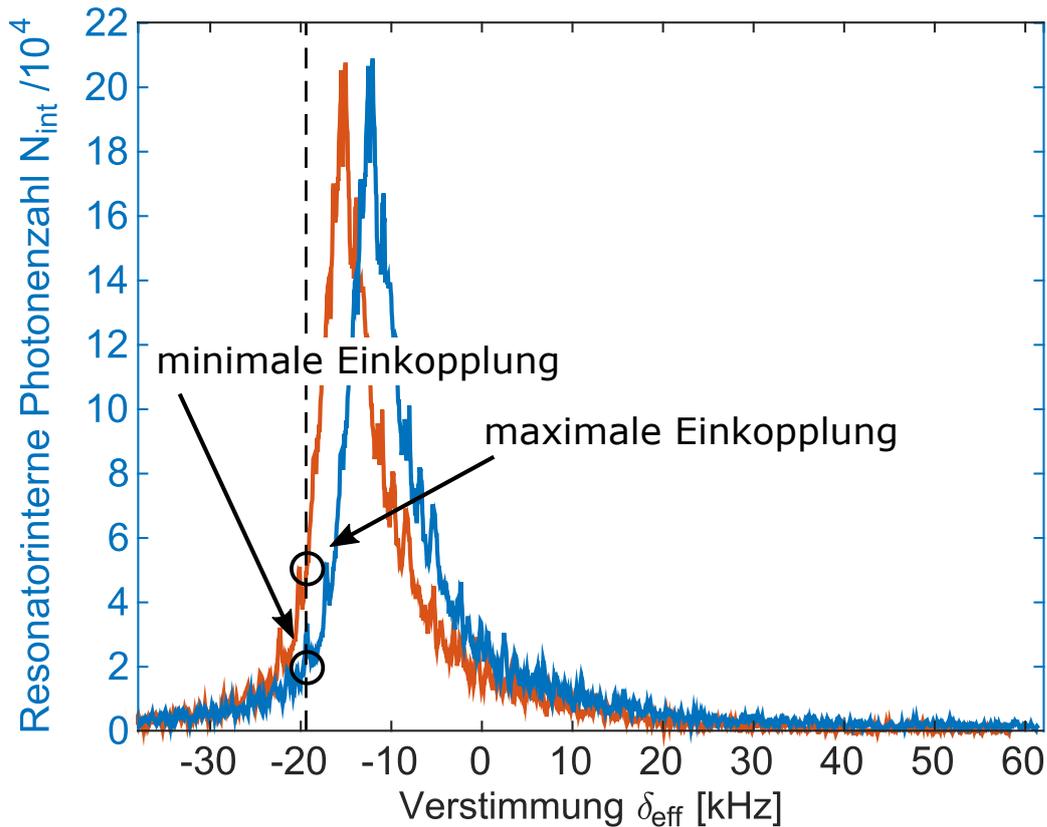
Mit dem longitudinal-gekoppelten bzw. gepumpten Atom-Resonator-System können Bloch-Oszillationen nicht-destruktiv beobachtet werden. Wie das funktioniert, sowie den aktuellen Stand der Experimente beschreibt dieser Abschnitt. Abbildung 4.1 zeigt das dafür verwendete Pumpschema. Es ist dem im Kapitel 2 Abbildung 2.1 sehr ähnlich. Der Unterschied besteht darin, dass die Quadrupolspulen abgeschaltet werden und deswegen die Schwerkraft und die magnetische Kraft der Ioffe-Spule auf die Atome in negativer  $z$ -Richtung wirken. Bloch-Oszillationen wurden in Quantengasen von der Gruppe um *Christophe Salomon* in Paris erstmals beobachtet [BDPR<sup>+</sup>96, PBDB<sup>+</sup>97]. Die Detektion fand über die Impulsspektren (TOF-Bilder) statt. Dafür musste das Experiment mehrmals mit unterschiedlichen Ensembles durchgeführt werden, um den zeitlichen Verlauf aufzunehmen. Durch die star-



**Abbildung 4.1:** Der Resonator wird durch den unteren Spiegel mit der Rate  $\eta_P$  und mit der Frequenz  $\nu_P$  gepumpt und das durch den oberen Spiegel transmittierte Licht wird detektiert. In der Mitte der Resonatormode befindet sich das BEC. Die Kraft  $\vec{F}$  wird durch die Ioffe-Spule und die Schwerkraft erzeugt. Sie ist in negativer  $z$ -Richtung orientiert. Mit dem Einzelphotonenzähler (SPCM) werden die durch den Resonator transmittierten Photonen detektiert und auf die interne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  zurückgerechnet.

ke Kopplung zwischen Atomen und Lichtfeld machen es Resonatorexperimenten möglich Bloch-Oszillationen über das transmittierte Resonatorfeld zu detektieren und damit nicht-destruktiv zu beobachten [PMCH09].

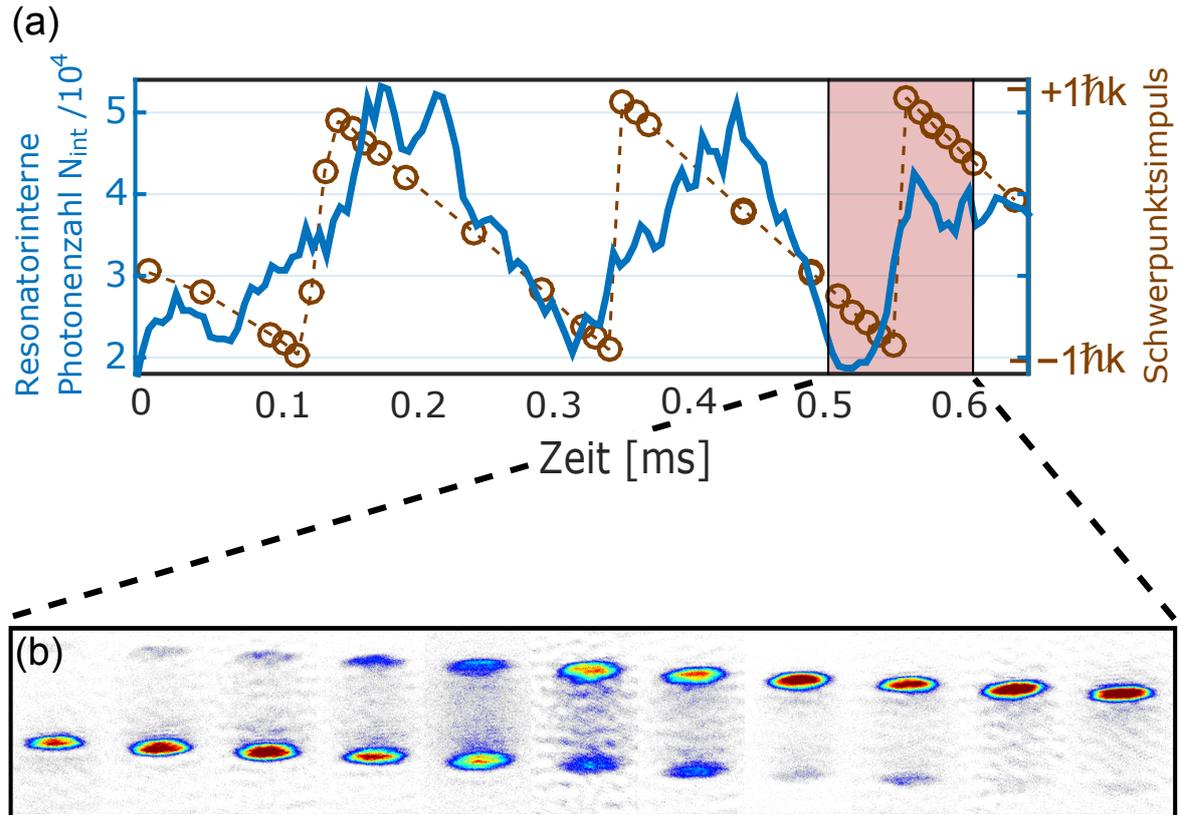
Erreicht das Ensemble den Rand der Brillouinzone ( $P_z = -1\hbar k$ ), so wird ein Teil der Materiewelle reflektiert. Es entsteht ein Materie-Stehwelle (Bragg-Gitter) und es werden Atome durch Rückstreuung in die ( $P_z = +1\hbar k$ )-Mode transferiert. Dadurch wird die Modulation der Dichteverteilung des BECs größer. Die Atome werden an den Intensitätsmaxima lokalisiert und der Überlapp zwischen Lichtfeld und Atomwolke ändert sich. Durch diese Rückwirkung der Materie auf das Lichtfeld vergrößert sich die effektive Kopplung des Systems. Die Resonatorresonanz wird ein Stück weiter weg von der Position ohne Atome verschoben (siehe rote Resonanz in Abbildung 4.2), als für ein Ensemble mit einer konstanten Verteilung. Bleibt die Pumpfrequenz  $\nu_P$  konstant, so führt dies zu einer höheren Einkopplung (maximale Einkopplung bzw. oberer schwarzer Kreis in Abbildung 4.2) von Photonen in den Resonator. Befinden sich alle Atome in der ( $+1\hbar k$ )-Mode, geht die Resonanzver-



**Abbildung 4.2:** In dunkelblau ist die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  für eine Frequenzrampe von  $\delta_{\text{eff}} = -38$  kHz bis  $\delta_{\text{eff}} = +62$  kHz über die Resonatorresonanz dargestellt. Für die in Abbildung 4.3 dargestellten Messergebnisse wurde der Resonator mit der Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = -19$  kHz gepumpt. Das ist die Position auf der Resonanz, welche mit dem unteren schwarzen Kreis markiert ist. Wenn sich die Atome am Rand der Brillouinzone befinden, werden Atome am Intensitätsmaximum lokalisiert und die Kopplung wird effektiv größer. Die Verschiebung der Resonanz ist mit der roten Kurve illustriert. Es wird bei der gleichen Pumpfrequenz mehr Licht eingekoppelt (maximale Einkopplung).

schiebung auf den dispersiven Anteil zurück (keine dynamische Verschiebung, minimale Einkopplung bzw. unterer schwarzer Kreis in Abbildung 4.2) und es wird wieder weniger Licht in den Resonator eingekoppelt. Dadurch entsteht eine Modulation im transmittierten Lichtfeld, über welche die Bloch-Oszillationen beobachtet werden können.

In Abbildung 4.3 (a) ist die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  blau gegen die Zeit aufgetragen und mit den braunen Kreisen der Schwerpunkt aus den gemessenen Impulsspektren dargestellt. Einen Teil dieser Spektren zeigt die Abbildung 4.3 (b). Aufgrund der dynamischen Änderung der Kopplung ist eine Modulation der resonatorinternen Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  zu beobachten. Die Oszillation des Schwerpunktsimpulses zwischen den Impulsmoden

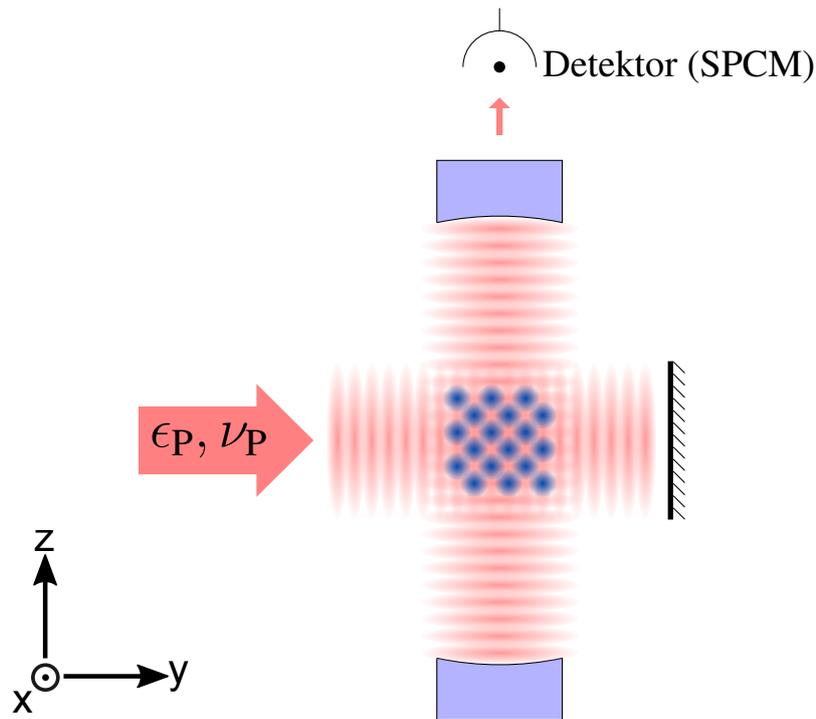


**Abbildung 4.3:** (a): Blau ist die resonatorinterne Photonenzahl  $N_{\text{int}}$  während der Bloch-Oszillation gegen die Zeit aufgetragen und die braunen Kreise zeigen den Schwerpunktsimpuls aus den Impulsspektren. Für diese Messdaten wurde der Resonator mit einer Verstimmung  $\delta_{\text{eff}} = -19$  kHz und der Stärke  $-p = 4,5$  gepumpt. (b) zeigt die Impulsspektren aus dem in Teilbild (a) rot unterlegten Ausschnitt.

$P_z = +1\hbar k$  und  $P_z = -1\hbar k$  wurde über die Impulsspektren verfolgt.

Damit wurde gezeigt, dass, mit dem hier verwendeten Aufbau, Bloch-Oszillationen direkt im Licht oder über die Impulsspektren beobachtet werden können. In der Zukunft kann dies genutzt werden, um neue Zusammenhänge zu untersuchen, wie zum Beispiel den Einfluss der Resonator-Pump-Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  auf die Oszillationen. In [GVO14] wurde postuliert, dass für blaue Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} > 0$ ) ein Transport in Krafrichtung ( $-z$ -Richtung) und für rote ( $\delta_{\text{eff}} < 0$ ) ein Transport der Atomwolke gegen die Krafrichtung ( $z$ -Richtung) stattfindet.

Wie oben schon erwähnt, wird während der Bloch-Oszillation das resonatorinterne Lichtfeld moduliert und damit das Gitterpotential, in dem sich die Atome befinden, geschüttelt. Diese Modulationsfrequenz entspricht der Blochfrequenz und hängt von der Kraft ab. Durch Veränderung der Spulenströme kann in diesem Aufbau die Größe der Kraft variiert und damit der Einfluss der Modulation auf die Bloch-Oszillationen untersucht werden.



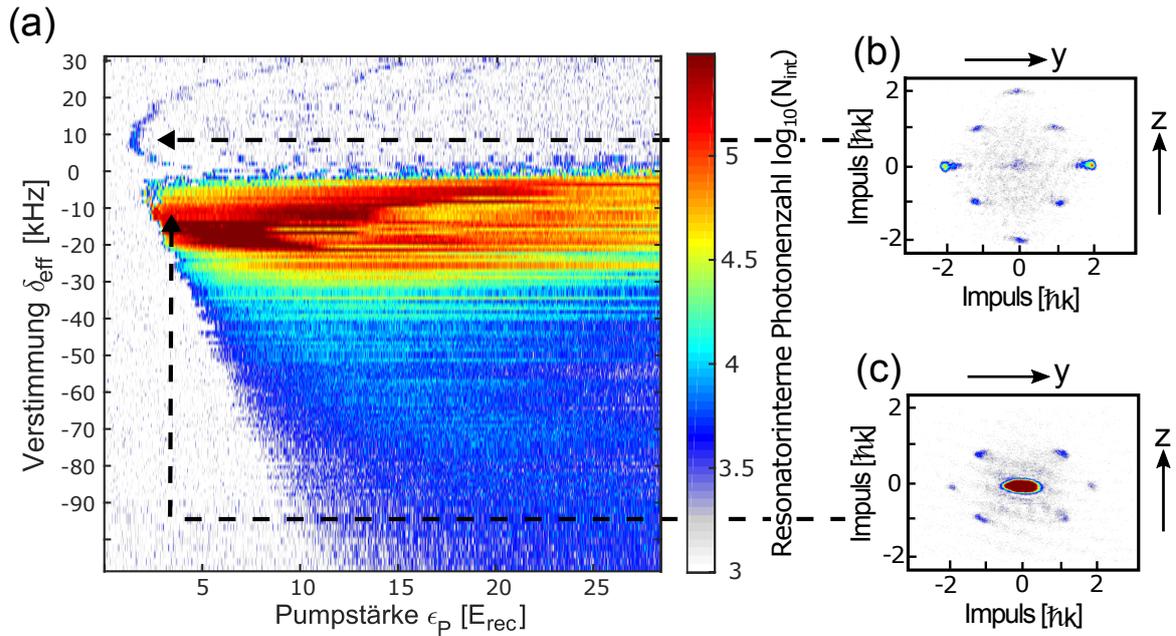
**Abbildung 4.4:** Das BEC befindet sich in der Resonatormode und wird senkrecht dazu (in  $y$ -Richtung) mit der Stärke  $\epsilon_P$  (hier die Tiefe des Stehwellenpotentials) und der Frequenz  $\nu_P$  gepumpt. Zu Beginn befindet sich kein Licht im Resonator. Die Lichtmode kann nur durch Streuung von Photonen an den Atomen besetzt werden. Das durch den oberen Spiegel transmittierte Licht wird, wie in Kapitel 1.1.3 beschrieben, mit einem SPCM detektiert. Bild aus [Wol12].

## 4.2 Transversale Kopplung - Dynamischer Phasenübergang im offenen Dicke-Modell

Im Kapitel 3 wurde das Resonator-BEC-System transversal mit einer Laufwelle gepumpt und der superradianter Impulstransfer beobachtet. Wird das Pumplicht mit einem Spiegel, wie es in Abbildung 4.4 (a) dargestellt ist, zurückreflektiert, passiert je nach Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  Unterschiedliches:

Für blaue Verstimmung ( $\delta_{\text{eff}} > 0$ ) findet der Impulstransfer, wie in Kapitel 3, statt. Die Photonen erfahren durch die Streueignisse die Frequenzverschiebung  $\Delta\nu$ , werden also unelastisch gestreut. Der Unterschied zu dem mit einer Laufwelle gepumpten System ist, dass die Atome in positive und negative  $y$ -Richtung beschleunigt werden (siehe Abbildung 4.5 (b)), wie wenn mit zwei unabhängigen Laufwellen in diesen beiden Richtungen gepumpt würde. Im Resonatorfeld ist dabei ein superradianter Lichtpuls zu beobachten (siehe Abbildung 4.5 (a)).

Ist die Verstimmung rot ( $\delta_{\text{eff}} < 0$ ), so findet ein Phasenübergang statt, der erstmals mit thermischen Atomen von der Forschungsgruppe um *Vladan Vuletić* in *Stanford, California*



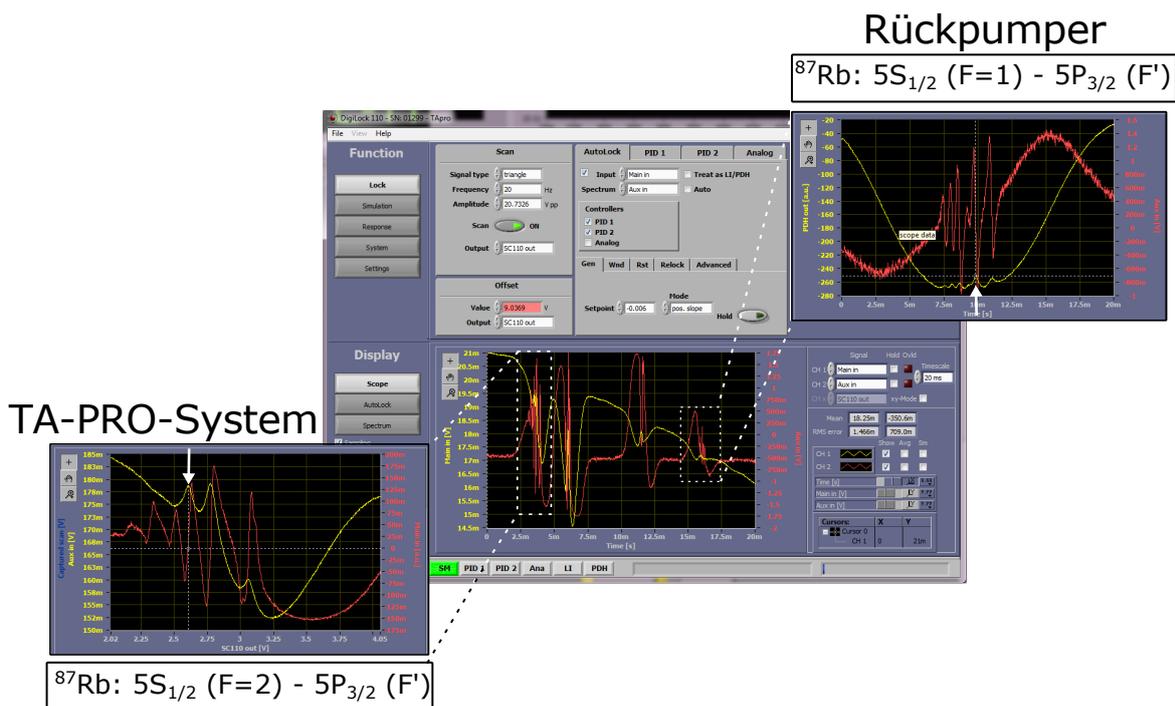
**Abbildung 4.5:** (a) Für dieses Phasendiagramm wurde eine feste Verstimmung  $\delta_{\text{eff}}$  (y-Achse) eingestellt, die Pumpstärke (Potentialtiefe der Stehwelle, x-Achse) linear innerhalb  $\tau_{\text{Rampe}} = 20$  ms von  $\epsilon_P = 0$  auf  $\epsilon_P = 27 E_{\text{rec}}$  in der Zeit hochgefahren und dabei die transmittierten Photonen detektiert. Die Farbskala ist der dekadische Logarithmus der resonatorinternen Photonenzahl  $\log_{10}(N_{\text{int}})$ . (b): Impulsspektrum nach der unelastischen Streuung und (c) Spektrum der Atome in dem zweidimensionalen Gitterpotential aus Pumpwelle und Resonatorfeld. Dort sind die Bragg-Peaks aufgrund der Quasi-Impulse der Atome im Gitterpotential zu sehen.

[BCV03] und mit einem BEC von der Gruppe um *Tilman Esslinger* aus *Zürich* [BGBE10, BMBE11] beobachtet wurde. Durch das Pumppotential werden die Impulszustände der Atome an das Resonatorfeld gekoppelt. Ab einer bestimmten Pumpgittertiefe  $\epsilon_P$  ist es für das System energetisch günstiger, sich selbst zu organisieren und Photonen in den Resonator zu streuen. Dadurch entsteht ein zweidimensionales optisches Gitterpotential aus der Pumpwelle und dem Resonatorfeld in dem sich die Atome befinden. In Abbildung 4.5 (c) ist ein Impulsspektrum der Atome in diesem Potential gezeigt. Die ab der Phasengrenze stattfindende Streuung in den Resonator ist, im Gegensatz zu dem Fall  $\delta_{\text{eff}} > 0$ , elastisch und der Impuls wird nicht an die Einzelatome übertragen, sondern vom gesamten Gitter, ähnlich wie beim Mößbauereffekt [Eyg65], aufgenommen. Dadurch entsteht ein stationäres Resonatorfeld. Das gemessene Phasendiagramm ist in Abbildung 4.5 (a) dargestellt.

Dieser Phasenübergang ist dynamisch, das heißt, die Position der Phasengrenze hängt von der Geschwindigkeit ab mit der sie überquert wird. Das ist Thema der Dissertation von *Jens Klinder*, die im Moment in Vorbereitung ist und der dazugehörigen Veröffentlichung [KKW<sup>+</sup>15] und wird hier nicht weiter ausgeführt.

## Rubidiumspektrum und Fehlersignale der MOT-Laser

Dieser Abschnitt enthält „Screenshots“ der DigiLock-Software (siehe Abbildung A.1).



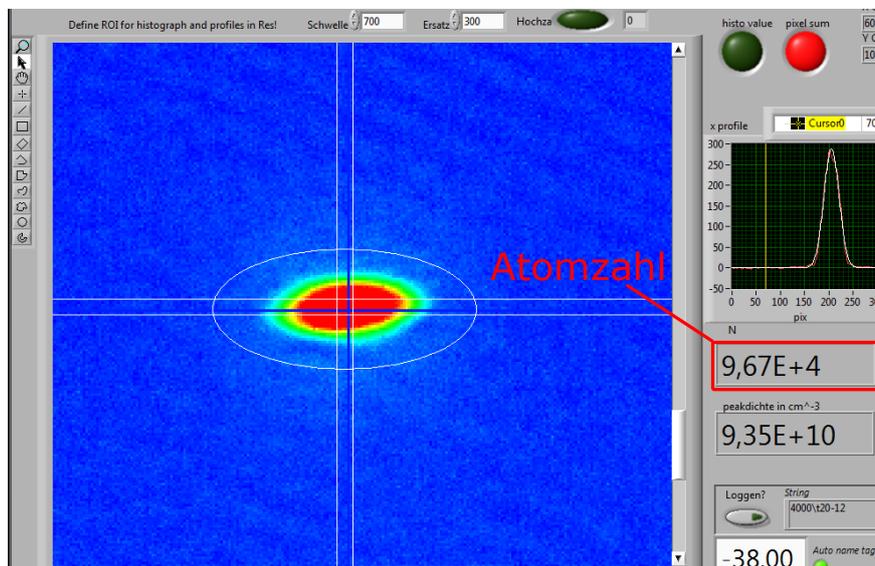
**Abbildung A.1:** Screenshot der DigiLock Software. In der Mitte ist gelb ein Übersichtsspektrum der Rubidium  $D_2$ -Linie und rot das dazugehörige Fehlersignal zu sehen. Links unten befindet sich der vergrößerte Ausschnitt mit dem Kühl- und rechts dem Rückpumpübergang. Das gestrichelte Kreuz und der weiße Pfeil markieren die Cross-Over-Resonanz auf die die jeweiligen Laser stabilisiert werden.



# ANHANG B

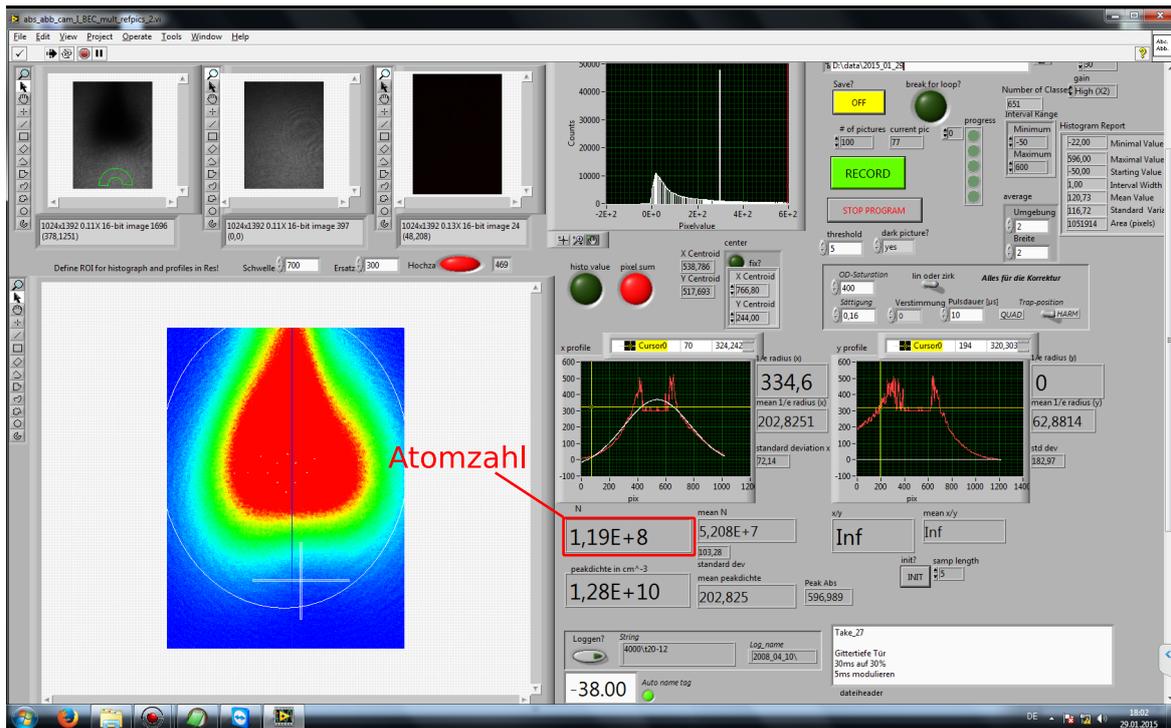
## Richtwerte für die QUIC-Falle und das BEC

Bei Problemen mit der Produktion des BECs (siehe Abbildung B.1) ist es sehr hilfreich Richtwerte für die Atomzahl und die Form der Atomwolke an bestimmten Punkten im Zyklus zu kennen. In diesem Abschnitt werden zwei „Screenshots“ des Abbildungsprogramms gezeigt bei denen die jeweilige Atomzahl hervorgehoben ist. Das erste Bild B.2 zeigt das Ensemble von etwa  $10^8$  Atomen nach dem Laden in die QUIC-Falle. Für die Aufnahme wurde nicht evaporiert und die Fallzeit auf Null gesetzt. Auf der nächsten Abbildung B.3 ist das BEC nach einer Fallzeit von 25 ms zu sehen. Es befinden sich ungefähr 100.000 Atome in dem Kondensat und es hat  $1/e$ -Radien von etwa 22 Pixeln in  $x$ -Richtung und 10 Pixeln in  $y$ -Richtung.

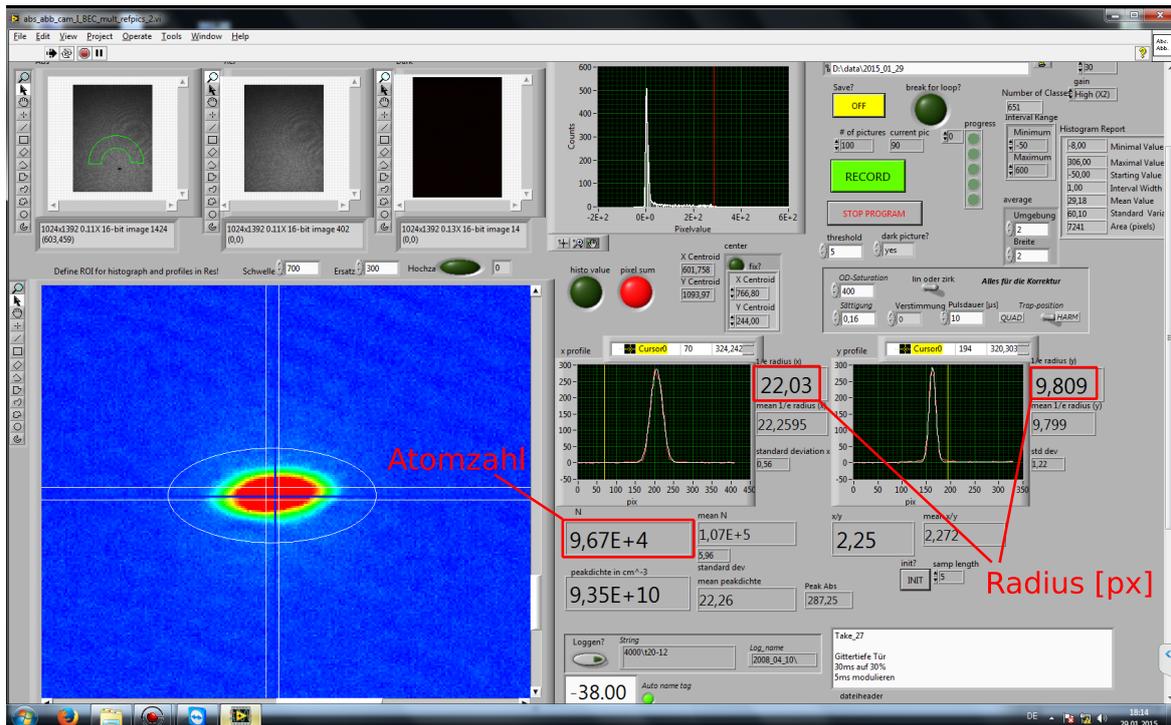


**Abbildung B.1:** Nahaufnahme des Absorptionsbildes des BEC am Ende des Zyklus nach einer Fallzeit von 25 ms.

## B RICHTWERTE FÜR DIE QUIC-FALLE UND DAS BEC



**Abbildung B.2:** Absorptionsbild des Ensembles nach dem Laden in die QUIC-Falle ohne Fallzeit (engl. Time-Of-Flight - TOF).



**Abbildung B.3:** Absorptionsbild des BEC am Ende des Zyklus nach einer Fallzeit von 25 ms.

# Literaturverzeichnis

- [AAK<sup>+</sup>88] Aspect, A., E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste und C. Cohen-Tannoudji: *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping*. Physical Review Letters, 61:826–829, September 1988.
- [AEMW95] Anderson, M H, J. R. Ensher, M. R. Matthews und C. E. Wieman: *Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor*. science, 269(5221):198–201, 1995.
- [ATM<sup>+</sup>97] Andrews, M. R., C. G. Townsend, H. J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle: *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*. Science, 275:637–641, Januar 1997.
- [Bau12] Baumann, K. G.: *Experimentally Exploring the Dicke Phase Transition*. Dissertation, 2012.
- [BB13] Bragg, W H und W L Bragg: *The reflection of X-rays by crystals*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, 1913.
- [BCV03] Black, Adam T, Hilton W Chan und Vladan Vuletić: *Observation of Collective Friction Forces due to Spatial Self-Organization of Atoms: From Rayleigh to Bragg Scattering*. Physical Review Letters, 91(20), 2003.
- [BDPR<sup>+</sup>96] Ben Dahan, Maxime Ben, Ekkehard Peik, Jakob Reichel, Yvan Castin und Christophe Salomon: *Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential*. Physical Review Letters, 76(24):4508–4511, Juni 1996.
- [BeM<sup>+</sup>96] Benedict, M G, a m ermolaev, V A Malyshev, I V Sokolov und E D Trifonov: *Super-radiance: Multiatomic coherent emission*. Institute of Physics Publishing, 1996.
- [BGBE10] Baumann, K., C. Guerlin, F. Brennecke und T. Esslinger: *Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity*. Nature, 464:1301–1306, Juli 2010.
- [BGM<sup>+</sup>11] Bux, Simone, Christine Gnahm, Reinhardt A. Maier, Claus Zimmermann und Philippe W. Courteille: *Cavity-Controlled Collective Scattering at the Recoil Limit*. Physical Review Letters, 106(20):203601, Mai 2011.
- [BHR00] Barnett, S M, P. Horak und H. Ritsch: *Coherent dynamics of Bose-Einstein condensates in high-finesse optical cavities*. Physical Review A, 2000.
- [Bla00] Black, E.: *An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization*. American Journal of Physics, 69:79–87, Mai 2000.

- [Blo28] Bloch, F.: *Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern*. Zeitschrift für Physik, 52:555–600, August 1928.
- [Blo05] Bloch, I: *Ultracold quantum gases in optical lattices*. Nature Physics, 1(1):23–30, Oktober 2005.
- [Blo08] Bloch, I: *Quantum Gases*. Science, 319(5867):1202, 2008, ISSN 0036-8075.
- [BMBE11] Baumann, K., R. Mottl, F. Brennecke und T. Esslinger: *Exploring Symmetry Breaking at the Dicke Quantum Phase Transition*. Physical Review Letters, 107:140402, Oktober 2011.
- [BMK<sup>+</sup>89] Bergeman, TH, P McNicholl, J Kycia, H Metcalf und N. L. Balazs: *Quantized motion of atoms in a quadrupole magnetostatic trap*. JOSA B, 6(11):2249–2256, November 1989.
- [BRDE08] Brennecke, F., S. Ritter, T. Donner und T. Esslinger: *Cavity optomechanics with a Bose-Einstein condensate*. Science, 322:235–238, November 2008.
- [Bre09] Brennecke, F.: *Collective Interaction Between a Bose-Einstein Condensate and a Coherent Few-Photon Field*. Dissertation, Januar 2009.
- [BTGH97] Boesten, H, C C Tsai, J R Gardner und D. J. Heinzen: *Observation of a shape resonance in the collision of two cold Rb 87 atoms*. Physical Review A, 1997.
- [BTS<sup>+</sup>13] Bux, S., H. Tomczyk, D. Schmidt, Ph. W. Courteille, N. Piovella und C. Zimmermann: *Control of matter-wave superradiance with a high-finesse ring cavity*. Physical Review A, 87(2):023607, Februar 2013.
- [Bux12] Bux, Simone: *Kollektive Streuung in einem optischen Ringresonator*. Dissertation, 2012.
- [CBP09] Cola, M M, D Bigerni und N Piovella: *Recoil-induced subradiance in an ultracold atomic gas*. Physical Review A, 79(5), 2009.
- [CD96] Castin, Y und R Dum: *Bose-Einstein condensates in time dependent traps*. Physical Review Letters, 1996.
- [CMM<sup>+</sup>02] Cristiani, M., O. Morsch, J. Müller, D. Ciampini und E. Arimondo: *Experimental properties of Bose-Einstein condensates in one-dimensional optical lattices: Bloch oscillations, Landau-Zener tunneling, and mean-field effects*. Physical Review A, 65(6):063612, Juni 2002.
- [DCT89] Dalibard, J. und C. Cohen-Tannoudji: *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*. JOSA B, 6:2023–2345, Januar 1989.

- [DHK<sup>+</sup>83] Drever, R., J. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley und H. Ward: *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*. Applied Physics B, 31:97–105, März 1983.
- [DHL<sup>+</sup>05] Donley, E. A., T. P. Heavner, F. Levi, M. O. Tataw und S. R. Jefferts: *Double-pass acousto-optic modulator system*. Review of Scientific Instruments, 76:063112, Juli 2005.
- [DHR01] Domokos, P., P. Horak und H. Ritsch: *Semiclassical theory of cavity-assisted atom cooling*. Journal of Physics B, 34(2):187–13, Januar 2001.
- [Dic54] Dicke, R.: *Coherence in Spontaneous Radiation Processes*. Physical Review, 93:99–110, Februar 1954.
- [DMA<sup>+</sup>95] Davis, K. B., M. Mewes, M. R. Andrews, N. J. Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle: *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*. Physical Review Letters, 75:3969–3973, Dezember 1995.
- [EBH98] Esslinger, T., I. Bloch und T. W. Hänsch: *Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap*. Physical Review A, 58:2664–2667, Januar 1998.
- [Eyg65] Eyges, Leonard: *Physics of the Moessbauer Effect*. American Journal of Physics, 33(10):790, 1965, ISSN 0002-9505.
- [FDW<sup>+</sup>98] Friebel, S, C Dandrea, J Walz, M Weitz und T W Hänsch: *CO<sub>2</sub>-laser optical lattice with cold rubidium atoms*. Physical Review Letters, 57(1):57, Januar 1998.
- [GH82] Gross, M. und S Haroche: *Superradiance: an essay on the theory of collective spontaneous emission*. Physics Reports, 1982.
- [Gro61] Gross, E P: *Structure of a quantized vortex in boson systems*. Il Nuovo Cimento Series 10, 1961.
- [GRP86] Gould, PL, GA Ruff und D E Pritchard: *Diffraction of atoms by light: The near-resonant Kapitza-Dirac effect*. Physical Review Letters, 56(8):827, Februar 1986.
- [GVO14] Goldwin, J, B P Venkatesh und DHJ O’Dell: *Backaction-driven transport of Bloch oscillating atoms in ring cavities*. Physical review letters, 2014.
- [HGHR98] Hechenblaikner, G., M. Gangl, P. Horak und H. Ritsch: *Cooling an atom in a weakly driven high-Q cavity*. Physical Review A, 58(4):3030–3042, Oktober 1998.
- [HR01] Horak, Peter und Helmut Ritsch: *Dissipative dynamics of Bose condensates in optical cavities*. Phys. Rev. A, 63:023603, Jan 2001.

- [ICSK<sup>+</sup>99] Inouye, S., A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, D. E. Pritchard und W. Ketterle: *Superradiant Rayleigh Scattering from a Bose-Einstein Condensate*. *Science*, 285(5427):571–574, Juli 1999.
- [IPG<sup>+</sup>99] Inouye, S., T Pfau, S Gupta, A. P. Chikkatur, A Görlitz, D E Pritchard und W. Ketterle: *Phase-coherent amplification of atomic matter waves*. *Nature*, 1999.
- [Kad09] Kadanoff, L P: *More is the same; phase transitions and mean field theories*. *Journal of Statistical Physics*, 2009.
- [KKW<sup>+</sup>15] Klinder, Jens, Hans Keßler, Matthias Wolke, Ludwig Mathey und Andreas Hemmerich: *Dynamical phase transition in the open Dicke model*. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 112(11):3290–3295, 2015.
- [KKWH14a] Keßler, H., J. Klinder, M. Wolke und A. Hemmerich: *Steering Matter Wave Superradiance with an Ultranarrow-Band Optical Cavity*. *Physical Review Letters*, 113(7):070404, August 2014.
- [KKWH14b] Keßler, H, J Klinder, M Wolke und A Hemmerich: *Optomechanical atom-cavity interaction in the sub-recoil regime*. *New Journal of Physics*, 16(5):053008–20, Mai 2014.
- [Kli09] Klinner, J.: *Experiments with ultra-cold atomic ensembles in optical resonators with ultra-high finesse and narrow linewidth*. Dissertation, Januar 2009.
- [Kli15] Klinder, J.: *Vom dynamischen Phasenübergang im offenen Dicke-Modell zum Dicke-Hubbard Modell*. Dissertation, 2015.
- [KWH10] Klinner, J., M. Wolke und A. Hemmerich: *Increased efficiency of rf-induced evaporative cooling by utilizing gravity*. *Physical Review A*, 81:043414–5, Mai 2010.
- [Leg01] Leggett, A J: *Bose-Einstein condensation in the alkali gases: Some fundamental concepts*. *Reviews of Modern Physics*, 2001.
- [LGP<sup>+</sup>00] Löw, R F, S Gupta, T Pfau, A Görlitz, S. Inouye und W. Ketterle: *Amplification of light and atoms in a Bose-Einstein condensate*. *Physical review ...*, 2000.
- [MD08] Mateo, A M und V Delgado: *Effective mean-field equations for cigar-shaped and disk-shaped Bose-Einstein condensates*. *Physical Review A*, 2008.
- [MG06] Meschede, Dieter und Christian Gerthsen: *Gerthsen Physik*. Springer Lehrbuch, 2006.
- [MM06] Meiser, D. und P. Meystre: *Superstrong coupling regime of cavity quantum electrodynamics*. *Physical Review A*, 74:065801, April 2006.

- [MMC<sup>+</sup>01] Morsch, O., J. H. Müller, M. Cristiani, D. Ciampini und E. Arimondo: *Bloch Oscillations and Mean-Field Effects of Bose-Einstein Condensates in 1D Optical Lattices*. Physical Review Letters, 87(14):140402–4, Oktober 2001.
- [MO06] Morsch, Oliver und Markus Oberthaler: *Dynamics of Bose-Einstein condensates in optical lattices*. Reviews of Modern Physics, 78(1):179–215, Februar 2006.
- [MVdS99] Metcalf, H J und Peter Van der Straten: *Laser Cooling and Trapping*. Springer-Verlag New York, Inc., 1999.
- [Nol0] Nolting, Wolfgang: *Grundkurs Theoretische Physik 3*. Springer Spektrum, 0.
- [Ols98] Olshanii, M: *Atomic scattering in the presence of an external confinement and a gas of impenetrable bosons*. Physical Review Letters, 1998.
- [OMD<sup>+</sup>99] Ovchinnikov, YB, JH Müller, MR Doery, E J D Vredenburg, K Helmersson, S L Rolston und W D Phillips: *Diffraction of a released Bose-Einstein condensate by a pulsed standing light wave*. Physical Review Letters, 83(2):284, Juli 1999.
- [PAEC95] Petrich, W, MH Anderson, JR Ensher und EA Cornell: *Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms*. Physical Review Letters, 74(17):3352, April 1995.
- [PBDB<sup>+</sup>97] Peik, Ekkehard, Maxime Ben Ben Dahan, Isabelle Bouchoule, Yvan Castin und Christophe Salomon: *Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams*. Physical Review A, 55(4):2989–3001, April 1997.
- [Pit61] Pitaevskii, L P: *Vortex lines in an imperfect Bose gas*. Sov. Phys. JETP, 1961.
- [PMCH09] Peden, B., D. Meiser, M. Chiofalo und M. Holland: *Nondestructive cavity QED probe of Bloch oscillations in a gas of ultracold atoms*. Physical Review A, 80(4):043803, Oktober 2009.
- [PS02] Pethick, C J und H Smith: *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge Univ. Press, 2002.
- [Pur46] Purcell, E. M.: *Spontaneous emission probabilities at radio frequencies*. Physical Review, 69(11):681–681, 1946.
- [RBB<sup>+</sup>09] Ritter, S., F. Brennecke, K. Baumann, T. Donner, C. Guerlin und T. Esslinger: *Dynamical coupling between a Bose-Einstein condensate and a cavity optical lattice*. Applied Physics B, 95:213–218, März 2009.
- [RDBE13] Ritsch, H., P. Domokos, F. Brennecke und T. Esslinger: *Cold atoms in cavity-generated dynamical optical potentials*. Reviews of Modern Physics, 85(2):553–601, April 2013.

- [RWE<sup>+</sup>95] Ricci, L., M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T. Hänsch: *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*. Optics Communications, 117:541–549, Juli 1995.
- [SBK<sup>+</sup>07] Slama, S., S. Bux, G. Krenz, C. Zimmermann und Ph. Courteille: *Superradiant Rayleigh Scattering and Collective Atomic Recoil Lasing in a Ring Cavity*. Physical Review Letters, 98(5):053603, Februar 2007.
- [SPR02] Salasnich, L, A Parola und L Reatto: *Effective wave equations for the dynamics of cigar-shaped and disk-shaped Bose condensates*. Physical Review A, 2002.
- [SS66] Stover, H L und W H Steier: *Locking of laser oscillators by light injection*, Band 8. AIP Publishing, 1966.
- [Ste10] Steck, Daniel Adam: *Rubidium 87 D Line Data*. Private, 2.1.4, December 2010.
- [Str71] Strutt, J W: *LVIII. On the scattering of light by small particles*. The London, 1871.
- [TLV<sup>+</sup>06] Tuchman, A. K., R. Long, G. Vrijsen, J. Boudet, J. Lee und M. Kasevich: *Normal-mode splitting with large collective cooperativity*. Physical Review A, 74:053821, Dezember 2006.
- [WKKH12] Wolke, M., J. Klinner, H. Keßler und A. Hemmerich: *Cavity Cooling Below the Recoil Limit*. Science, 337:75–78, August 2012.
- [Wol12] Wolke, M.: *Laserkühlung in optischen Resonatoren unter der Rückstossgrenze*. Dissertation, 2012.
- [WWPR11] Wickenbrock, A., A. W., P. Phoonthong und F. Renzoni: *Collective strong coupling in a lossy optical cavity*. Journal of Modern Optics, 58:1310–1316, September 2011.
- [You82] Young, A T: *Rayleigh scattering*. Physics Today, 35(1):42–48, 1982.
- [ZMR04] Zippilli, S., G. Morigi und H. Ritsch: *Suppression of Bragg Scattering by Collective Interference of Spatially Ordered Atoms with a High-Q Cavity Mode*. Physical Review Letters, 93(12):123002–4, September 2004.

# Publikationsliste

Matthias Wolke, Julian Klinner, Hans Keßler und Andreas Hemmerich,  
„Cavity Cooling Below the Recoil Limit“,  
*Science*, **337**, 75-78 (2012)

Hans Keßler, Jens Klinder, Matthias Wolke und Andreas Hemmerich,  
„Optomechanical atom-cavity interaction in the sub-recoil regime“,  
*New Journal of Physics*, **16**(5), 053008–20 (2014)

Hans Keßler, Jens Klinder, Matthias Wolke und Andreas Hemmerich,  
„Steering Matter Wave Superradiance with an Ultranarrow-Band Optical Cavity“,  
*Physical Review Letters*, **113**(7), 070404 (2014)

Jens Klinder, Hans Keßler, Matthias Wolke, Ludwig Mathey und Andreas Hemmerich,  
„Dynamical phase transition in the open Dicke model“,  
*Proceedings of the National Academy of Sciences*, **112**(11), 3290–3295 (2015)

Jens Klinder, Hans Keßler, Mohammad Reza Bakhtiari, Michael Thorwart  
und Andreas Hemmerich,  
„Observation of a superradiant Mott insulator in the Dicke-Hubbard model“,  
*Physical Review Letters*, **115**(23), 230403 (2015)