Kapitel 4

Supraleitung im Nullfeld

In diesem Kapitel werde ich den Übergang zur Supraleitung im verschwindenden externen Magnetfeld, $B \to 0$, untersuchen. Dazu wurden breitbandige Messungen des linearen dynamischen Widerstandes nahe der kritischen Temperatur im Nullfeld an den as-grown Filmen auf $SrTiO_3$ Substrat (Film A) und MgO Substrat (Film C) durchgeführt. Insbesondere werden diese Untersuchungen eine präzise Definition der supraleitenden Übergangstemperatur T_c ermöglichen. Im weiteren werde ich nach einem Skalenverhalten des Widerstandes bei T_c suchen und ein phänomenologisches Modell zur Beschreibung des Widerstandes vorstellen.

4.1 Kritische Temperatur T_c

In der Abb. 4.1 ist die aus der Inversion folgende Leitfähigkeit $\sigma(T) = 1/\rho(T) = \sigma' - i\sigma''$ des as-grown Films A im magnetischen Nullfeld für einige Frequenzen als Funktion der Temperatur dargestellt. Das nominelle Nullfeld wurde erzeugt durch Kompensation des Erdmagnetfeldes $B = 30$ μT mit Hilfe einer hochpräzisen Stromquelle. Das (maximale) Restfeld beträgt $B \approx 10^{-4}$ mT. Der Nullfeld-Limes wurde überprüft durch die Invarianz des Ergebnisses für $\rho(T)$ gegenüber einer Variation des statischen Magnetfeldes um ± 50 μT [45, 69]. Der Realteil der Leitfähigkeit σ' beschreibt die elektromagnetischen Verluste, während der Imaginärteil σ'' die supraleitende Abschirmung wiedergibt. Für eine übersichtlichere Darstellung wurde die Leitfähigkeit mit der Frequenz f, die hier zwischen 30 kHz und einem GHz variiert, multipliziert. Der Imaginärteil von σf steigt ohne Diskontinuität mit abnehmender Temperatur an. Dies zeigt den Einsatz der supraleitenden Abschirmung, $\lambda^{-2} \sim \sigma'' f$. Anders der Realteil der Leitfähigkeit. Für niedrige Frequenzen steigt dieser zunächst ebenfalls an. Der Anstieg flacht jedoch mit zunehmender Frequenz ab und für die höchste Frequenz hat der Realteil ein etwa 0.5 K breites Maximum.

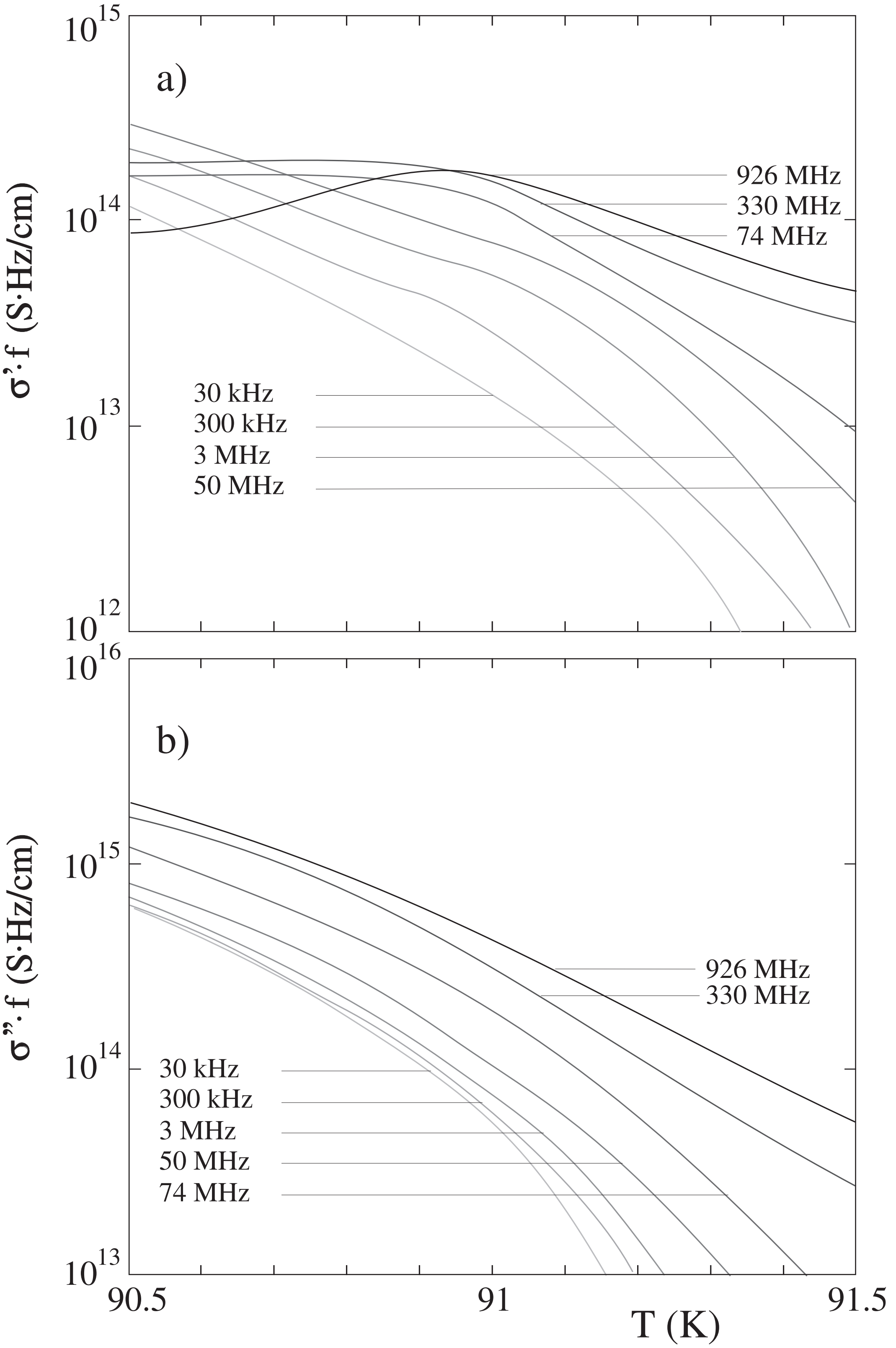
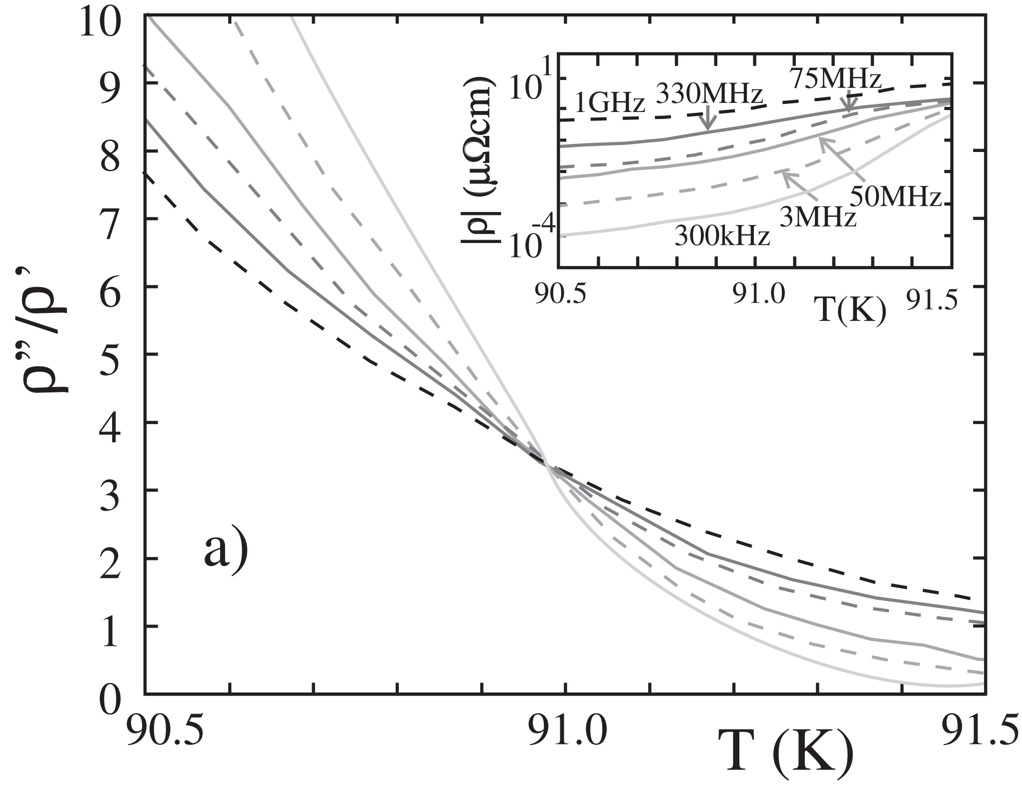


Abb. 4.1: *(a) Realteil und (b) Imaginärteil der Leitfähigkeit $\sigma(T)$ multipliziert mit der Frequenz f des as-grown Films A im Nullfeld.*

Die Darstellung in Realteil und Imaginärteil der Leitfähigkeit wurde hier auch deshalb gewählt, da in der Literatur für σ' häufiger ein stark von der Frequenz abhängiges Maximum als Funktion der Temperatur beobachtet worden ist [2, 3, 70]. Ein gut verstandenes Charakteristikum für schwachgekoppelte BCS-Supraleiter ist der *coherence peak*, der sowohl in der Kernspin-Relaxationszeit $1/T_1T$ wie in der Mikrowellenleitfähigkeit $\sigma'(T)$ unterhalb der kritischen Temperatur T_c auftritt [71]. Diese Maxima erscheinen typischerweise bei $0.8 \cdot T_c$ mit einer typischen Breite von $0.4 \cdot T_c$. Lunkenheimer et al. [70] beobachteten zwischen 1 kHz und 1 Ghz an YBCO Filmen ein Maximum in $\sigma'(T)$. An YBCO Kristallen fanden Anlage et al. bei 9.6 GHz [3] und Klein et al. [2] bei 60 GHz ähnliche Maxima. Diese Maxima sind, im Gegensatz zur Erwartung des BCS-Modells, sehr nahe bei T_c lokalisiert und nur $1-3$ K breit. Auch die von Lunkenheimer et al. beobachtete Frequenzabhängigkeit der Höhe $\sim 1/f$ ist im Widerspruch zu der BCS-Vorhersage einer logarithmischen Divergenz. In der Tat wird kein Maximum in der Kernspin-Relaxationszeit $1/T_1T$ für YBCO gefunden [72].

Neuere Arbeiten diskutieren alternative Ursachen für dieses Maximum der Leitfähigkeit. So wird eine Verteilung von T_c Werten hierfür verantwortlich gemacht, die in Messungen der Oberflächenimpedanz $Z = [i\omega\mu_0/(\sigma' - i\sigma'')]^{1/2}$ zu einer Mischung von Real- und Imaginärteil der Leitfähigkeit führen kann [73]. Diese Vermutung wird unterstützt durch die Beobachtung, daß eine Dotierung der YBCO Filme mit Zn und Ni den supraleitenden Übergang und in der Folge auch das Maximum um bis zu 20 K verbreitert [70]. Eine andere Erklärung der experimentellen Ergebnisse könnten thermische Fluktuationen des Ordnungsparameters sein. Diese können zu einem Maximum in $\sigma'(T)$ führen, zeigen aber keinen Effekt in der Kernspin-Relaxationszeit. Horbach et al. [74] haben darauf hingewiesen, daß unter Berücksichtigung des normalleitenden Widerstandes die Beiträge der Fluktuationsleitfähigkeit oberhalb [36] und unterhalb [39] von T_c bei Frequenzen im Mikrowellenbereich zu einem ungefähr 1 K breiten Maximum in $\sigma'(T)$ führen. Dieses Maximum wird für Frequenzen unterhalb von 1 GHz unmeßbar schmal und für höhere Frequenzen zu klein, um beobachtbar zu sein [74]. Diese qualitativen Überlegungen sind in Übereinstimmung mit den Daten des Films A in Abb. 4.1. Wie im Abschnitt 4.3 gezeigt werden wird, ist mit Hilfe der Fluktuationsleitfähigkeit sogar eine quantitative Beschreibung des Widerstandes in der Nähe von T_c möglich.

Anhand des Real- und Imaginärteils der Leitfähigkeit in Abb. 4.1 ist keine Temperatur bestimmbar, bei der eine charakteristische Änderung der Leitfähigkeit stattfindet. Es ist jedoch möglich, durch einen Wechsel der Darstellung die kritische Temperatur T_c sehr genau zu bestimmen. Als besonders günstige Repräsentation hat sich der Betrag $|\rho| = \sqrt{\rho'^2 + \rho''^2}$ und die Phase $\phi_\rho = \rho''/\rho'$ des komplexen Widerstandes herausgestellt. Der Zusammenhang zwischen dem Widerstand und der Leitfähigkeit, $|\rho| = 1/|\sigma|$, impliziert die Gleichheit der Phase beider Größen, $\phi_\rho = \phi_\sigma = \sigma''/\sigma'$. Abbildung 4.2 zeigt die Temperaturvariation der Phase und des Betrags des Widerstandes im magnetischen Nullfeld (a) für den Film A auf $SrTiO_3$ und (b) für den Film C auf MgO Substrat. Ein



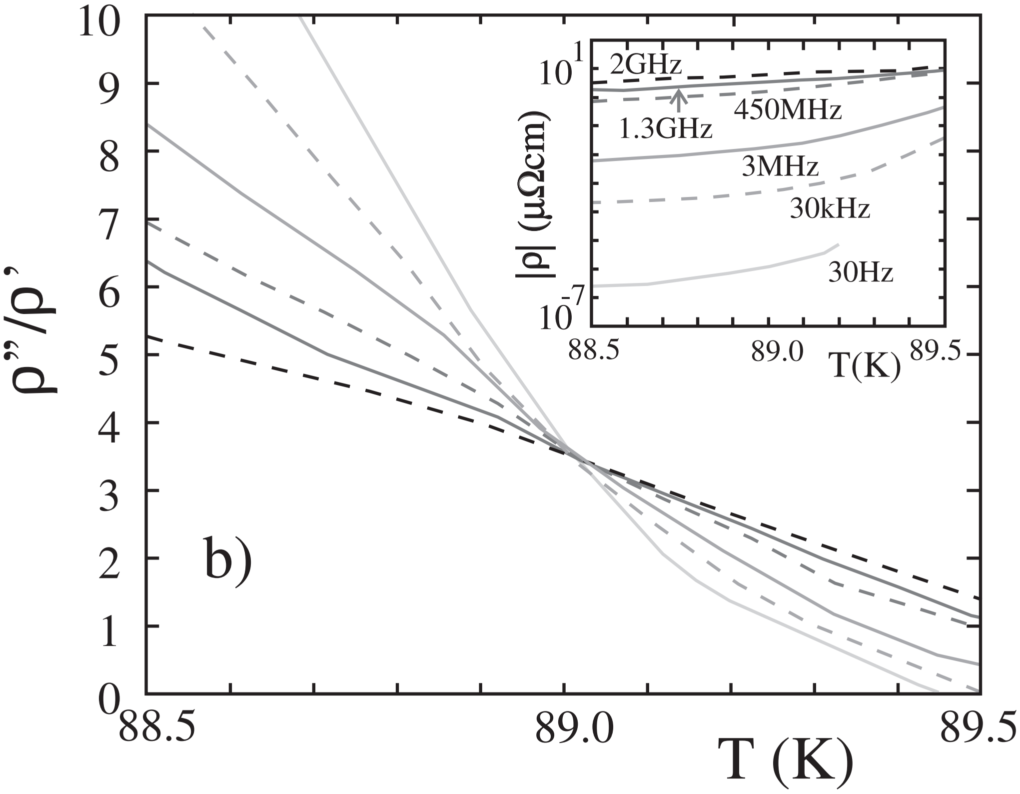


Abb. 4.2: *Temperaturvariation der Phase des dynamischen Widerstandes im Nullfeld (a) des as-grown Films A auf $SrTiO_3$ und (b) des Films C auf MgO Substrat. Insets: Betrag des Widerstandes*

auffallendes Merkmal der Phase des Widerstandes ist das Auftreten einer Temperatur, bei der sich alle isofrequenten Kurven schneiden. Dieser Kreuzungspunkt von $\phi_\rho = \rho''/\rho'$ liegt bei 91.0 K für den as-grown Film A und bei 89.0 K für den Film C. Dort wechselt auch $d\phi_\rho/d\omega$ das Vorzeichen. Dieses Charakteristikum von $\rho(\omega \to 0)$ markiert eindeutig den Übergang zu langreichweitiger Supraleitung, welcher phänomenologisch folgendermaßen verstanden werden kann:

Bei höchsten Temperaturen und dann auch nur bei nicht zu hohen Frequenzen bleibt die Phase bei sehr kleinen Werten, $\phi_\rho < 0.1$. $\phi_\rho = 0$ erwartet man für metallisches Verhalten bei hohen Temperaturen. Mit abnehmender Temperatur steigt die Phase auf Grund der einsetzenden Supraleitung und einer endlichen Komponente ρ'' an. Mit zunehmender Frequenz steigt die Phase, d.h. der supraleitende Beitrag nimmt zu. Dies ist verständlich, da mit höheren Frequenzen kleinere Bereiche des Supraleiters innerhalb der Zeit ω^{-1} abgetastet werden. Es liegt in diesem Temperaturbereich demnach eine Phase vor, die nur auf sehr kleinen Längen supraleitend ist, auf großen Abständen aber wie die normalleitende Phase aussieht. Die normalleitende Phase kann bei tiefen Frequenzen durch die Drude-Dynamik, Gl. (2.19), $\rho(\omega) = \rho_0(1 - i\omega\hat{\tau})$ charakterisiert werden. Für kleine Frequenzen ergibt dies einen konstanten Realteil der Leitfähigkeit, $\sigma'(\omega\tau \ll 1) = \sigma_0$. Nach der Kramers-Kronig-Relation ist damit ein linear mit der Frequenz steigender Imaginärteil, $\sigma''(\omega\tau \ll 1) \sim \omega$, verbunden. Nach diesem Ansatz gilt für die Phase $\phi_\rho = \omega\hat{\tau}$, d.h oberhalb von T_c steigt die Phase mit der Frequenz an, $d\phi_\rho/d\omega > 0$.

Mit weiter abnehmender Temperatur wird ein Bereich erreicht, in dem die Phase eine inverse Frequenzabhängigkeit aufweist. Hier ist die Phase bei kleinen Frequenzen am höchsten und fällt mit zunehmender Frequenz. Dies bedeutet, daß die hier vorliegende Phase supraleitend über große Bereiche ist und nur lokal normalleitende Fluktuationen zeigt. In diesem Bereich liegt ein thermodynamischer Zustand mit ideal supraleitenden Eigenschaften, d.h. verschwindendem linearen Widerstand $\rho(f \to 0) \to 0$, vor. Hier beschreibt das Zwei-Flüssigkeiten-Modell, Gl. (2.18), das Einsetzen der Abschirmung $\rho(\omega) = 1/(\sigma_0 + 1/i\omega\mu_0\lambda_L^2))$. In diesem Fall gilt für die Phase $\phi_\rho = 1/(\omega\mu_0\lambda_L^2\sigma_0)$ und $d\phi_\rho/d\omega < 0$. Dies ermöglicht eine sehr genaue Definition der Übergangstemperatur in den supraleitenden Zustand T_c durch $d\phi_\rho/d\omega = 0$.

Der Wert der Phase, $\phi_\rho(T_c) = 3.4$, ist viel größer als für die zeitabhängige Ginsburg-Landau-Dynamik erwartet wird, $\phi_\rho = 1$. Worin könnte die Ursache dieses hohen Wertes liegen? Jonsson und Minnhagen [75] untersuchten in diesem Zusammenhang eine neuartige kritische Dynamik innerhalb des $2D$-XY-Modells mit zeitabhängiger Ginsburg-Landau-Dynamik. Unter der Annahme einer nächsten Nachbarwechselwirkung der Form, $U(\phi_{ij}) = 2J[1 - \cos^{2p^2}(\phi_{ij}/2)]$, wobei ϕ_{ij} die Phasendifferenz des Ordnungsparameters zwischen Seiten i und j eines quadratischen Gitters bezeichnet, berechneten diese die Phase des Widerstandes nahe des Kosterlitz-Thouless-Phasenübergangs bei $T_{KT} = T_c$. Sie fanden annähernd das gleiche Verhalten

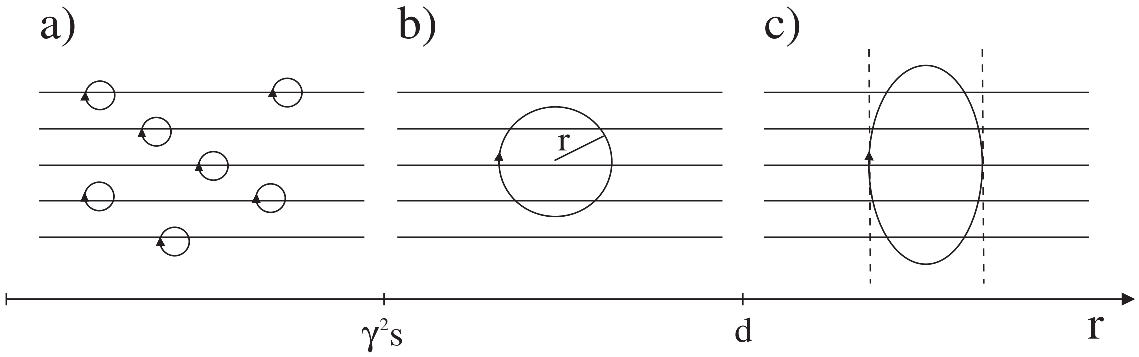


Abb. 4.3: *Mögliche topologische Anregungen der supraleitenden Phase: (a) Vortex-Antivortex-Paare (b) -Ringe und (c) -Linien.*

der Phase wie in Abb. 4.2 gezeigt. Bemerkenswerterweise stimmt auch der Wert der Phase bei T_{KT}, $\phi_\rho = 3.4(1)$, mit dem hier beobachteten Wert überein. Dies könnte darauf hinweisen, daß topologische $2D$-Fluktuationen, wie in Abb. 4.3(a) dargestellt, das Verhalten der Filme nahe T_c bestimmen. Eine offene Frage in diesem Modell ist, welchen Einfluß die spezielle Wahl des Exponenten $p = 2.5$, größer als $p = 1$ des reinen XY-Modells und gewählt, um Vortizes leichter anregen zu können, auf die Phase bei T_c hat.

Einen möglichen Effekt von $3D$-Vortex-Antivortex (VA) Linien-Paaren, schematisch in Abb. 4.3(c) dargestellt, untersuchten Matsuda et al. [76]. Die Wechselwirkungsenergie eines $2D$-VA-Paares mit Radius r, siehe Abb. 4.3(a), ist

$$U(r) \approx K \ln\left(\frac{r}{\xi}\right) + \frac{K}{\gamma^2} \ln\left(\frac{r}{s}\right)^2 ,$$

wobei $K = 2\pi s \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 = \Phi_0^2/(4\pi\lambda^2)$ die Linienspannung des Vortex und $s = 1.2$ nm der Abstand zweier CuO_2-Ebenen ist. Das logarithmisch mit r variierende Potential gibt Anlaß zu einem Kosterlitz-Thouless-Phasenübergang für $2D$-Supraleiter ($\xi_c \gg d$), der bereits für einlagige YBCO Filme ($\gamma \to \infty$) beobachtet worden ist [76]. Andererseits gilt für VA-Ringe und VA-Linien

$$U(r) \approx N_\alpha K \ln\left(\frac{r}{\xi}\right) , \qquad \alpha = r, l$$

mit $N_r = r/s$ für Ringe und $N_l = d/s$ für Linien, welche die gesamte Filmdicke d durchdringen. Falls die Filmdicke d größer als der kritische Radius $\hat{r} = \gamma^2 s$ ist, sollten $3D$-Vortexringe gegenüber $2D$-Vortexpaaren bevorzugte topologische Anregungen sein. Mit $\gamma = 6.0$ für YBCO [14] ist $\hat{r} \approx 45$ nm. Dies deutet darauf hin, daß in den hier untersuchten Filmen mit Dicken ≥ 100 nm möglicherweise $3D$-Fluktuationen über $2D$-Fluktuationen dominieren. Falls dies zutreffen sollte, erwartet man, daß die Fluktuationen durch das $3D$-XY-Modell beschrieben werden [17].

4.2 Skalierung der dynamischen Leitfähigkeit nahe T_c

Es soll nun versucht werden, nach einem Skalenverhalten des Widerstandes, Gl. (2.28), in der Nähe von T_c zu suchen und damit der $2D$-$3D$ Problematik näher zu kommen. Dazu wird die Phase des Widerstandes ϕ_ρ gegen $\omega\tau$ aufgetragen, wobei der freie Parameter $\tau_\pm(T)$ so gewählt wird, daß sich oberhalb und unterhalb der Übergangstemperatur eine kontinuierliche Skalenfunktion, Gl. (2.30), $\tilde{\Phi}(\omega\tau)$ ergibt. In der Abb. 4.4(a) sind die resultierenden Skalenfunktionen für die Phase des Widerstandes der Filme A und C dargestellt. Die Temperaturvariation von $\tau_\pm^{-1}$, dargestellt in Abb. 4.5(a), kann für beide Filme hervorragend durch das Potenzgesetz, Gl. (2.25),

$$\tau_\pm^{-1}(T) = \hat{\tau}_\pm^{-1}(0)|1 - T/T_c|^{\nu \cdot z} \tag{4.1}$$

mit $\nu \cdot z = 9.4$ beschrieben werden. Aus dem Wert der Phase bei T_c kann darüberhinaus der dynamische kritische Exponent z abgelesen werden. Interessanterweise ist die Phase bei T_c für die Filme A und C gleich, $\phi_\rho(T_c) = 3.4$. Da der Wert der Phase bei T_c endlich ist, muß nach Gl. (2.31) für die räumliche Dimension $D = 3$ angenommen werden. Dies ist wegen der schwachen Anisotropie von YBCO, $\gamma \simeq 6.0$, sicher gerechtfertigt. Mit $D = 3$ gilt

$$z = (1 - 2\arctan(\phi(T_c))/\pi)^{-1} \tag{4.2}$$

und damit $z = 5.5$. Hiermit kann der kritische Exponent ν, der die Divergenz der Korrelationslänge $\xi(T)$, Gl. (2.2), beschreibt, zu $\nu = 1.7(1)$ bestimmt werden.

Die Amplitude $\hat{\tau}_\pm^{-1}(0)$ in Gl. (4.1) nimmt unphysikalisch hohe Werte an, $\hat{\tau}_\pm^{-1}(0) \approx 10^{28}$ s^{-1}. Es ist jedoch möglich, sehr physikalische Raten zu erhalten, wenn die Korrelationslänge nicht auf den Abstand von T_c skaliert wird, sondern die Nähe der Molekularfeld-Temperatur T_{c0} berücksichtigt wird. Dies wurde phänomenologisch von P. Minnhagen [77] für $2D$-Supraleiter vorgeschlagen. Für YBCO konnte eine entsprechende Renormierung, vorgeschlagen von Fisher, Fisher und Huse [17] für $3D$-Supraleiter, wenn die Glaslinie nahe T_c kommt, bei der Beschreibung der Magnetfeldabhängigkeit der Korrelationslänge bereits erfolgreich angewandt werden [8]. Formal wird die Molekularfeld-Temperatur T_{c0} berücksichtigt durch die Ersetzung der Temperaturvariablen

$$\left|1 - \frac{T}{T_c}\right| \to \left|\frac{T_c - T}{T_{c0} - T}\right| . \tag{4.3}$$

Während diese Renormierung der Temperaturvariablen kaum einen Einfluß auf den Temperaturverlauf der Korrelationslänge hat, beeinflußt sie stark deren Amplitude. Mit der Anpassung $T_{c0} = T_c + 0.45$ K sind die renormierten Amplituden $\tau_+(0) = 1.1 \cdot 10^{-12}$ s und $\tau_-(0) = 1.4 \cdot 10^{-12}$ s, siehe auch Tab. 4.2. Weiter unten, Gl. (5.1), wird eine unabhängige Bestimmung der Molekularfeld-Temperatur mit Hilfe der Phasenlinie im Magnetfeld diese Wahl bestätigen.

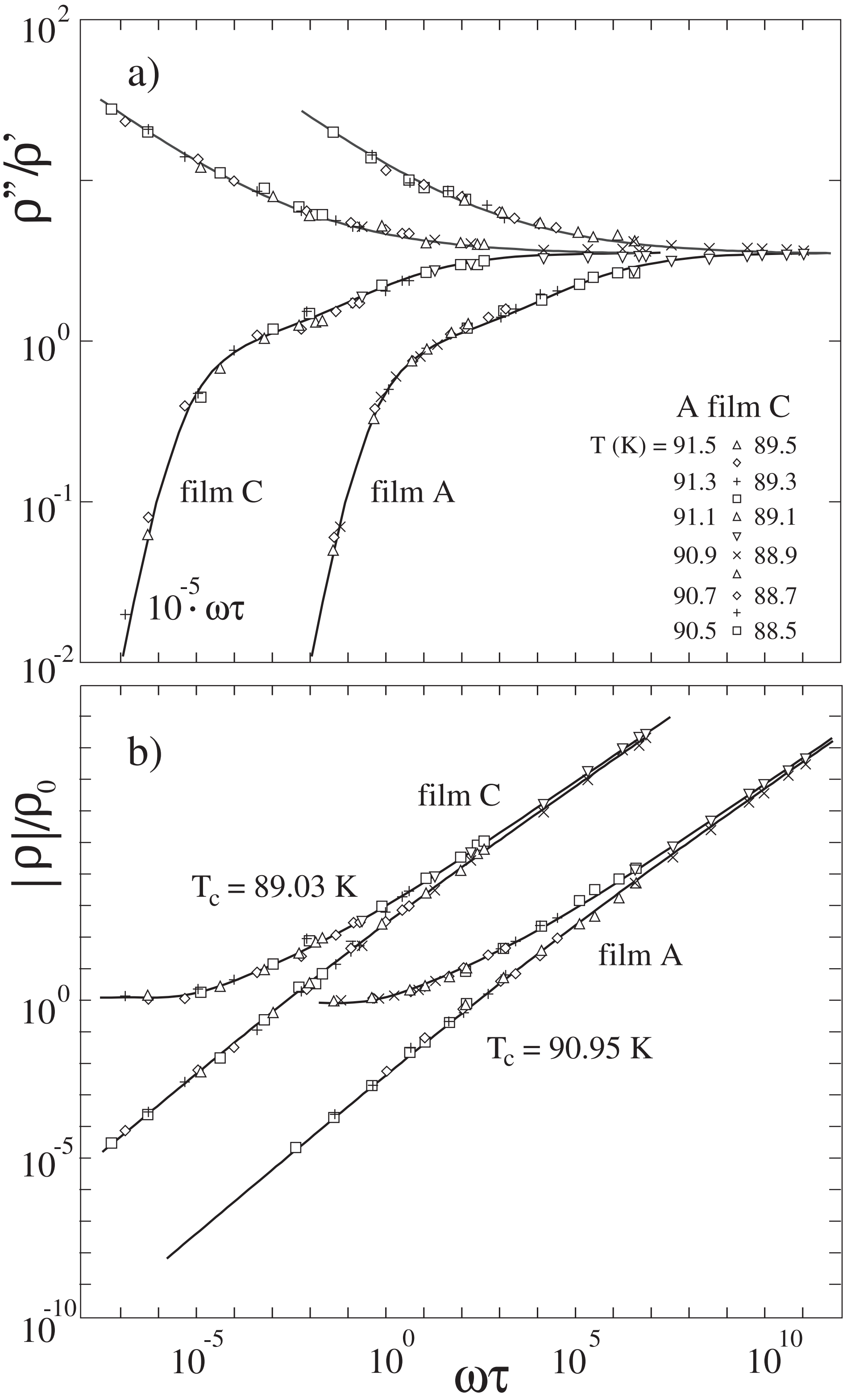


Abb. 4.4: *(a) Phase und (b) Betrag des skalierten dynamischen Widerstandes der as-grown Filme A und C im Nullfeld. Durchgezogene Linien sind berechnet nach Gl. (4.7) für $T < T_c$ und Gl. (4.11) für $T > T_c$.*

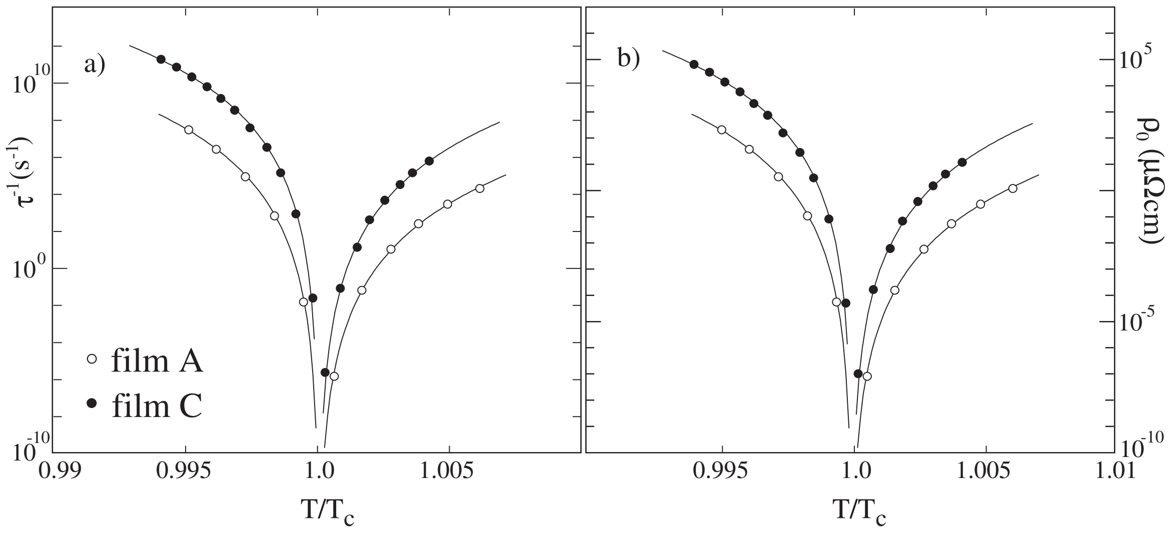


Abb. 4.5: *Kritisches Verhalten (a) der Relaxationszeit und (b) des Widerstandes der as-grown Filme A und C. Linien sind eine Anpassung an Gln. (4.1) und (4.4).*

Auf Grund der Kramers-Kronig-Relation muß auch der Betrag des linearen Widerstandes diese Skaleneigenschaft erfüllen. Durch Einführung des temperaturabhängigen Skalen-Parameters $\rho_0^{\pm}(T)$ ist es möglich, auch $|\rho|$ der beiden Filme auf eine Skalenfunktion zu überführen. Die resultierenden Skalenfunktionen der Filme A und C sind in der Abb. 4.4(b) dargestellt. Die Skalen-Parameter folgen dem Potenzgesetz, Gl. (2.26),

$$\rho_0^{\pm}(T) = \hat{\rho}_0^{\pm}(0)\left|1 - \frac{T}{T_c}\right|^{\nu\cdot(z-1)} = \rho_0^{\pm}(0)\left|\frac{T_c - T}{T_{c0} - T}\right|^{\nu\cdot(z-1)} . \tag{4.4}$$

Die Anpassung der Daten ist in der Abb. 4.5(b) dargestellt. Auch die Amplitude $\hat{\rho}_0^{\pm}(0)$ in Tab. 4.1 nimmt sehr hohe Werte, $\approx 10^{15}$ Ωm, an. Berücksichtigt man die Nähe von T_{c0}, so erhält man mit dem gleichen Wert $T_{c0} = 91.4$ die renormierten Widerstände, $\rho_0^{+}(0) = 9.4$ $\mu\Omega$cm und $\rho_0^{-}(0) = 4.6$ $\mu\Omega$cm. Das Produkt der Skalenparameter τ_- und ρ_0^- definiert die supraleitende Abschirmung

$$\lambda_-(T) = \sqrt{\tau_-(T)\rho_0^-(T)/\mu_0} = \hat{\lambda}_-(0)\cdot|1 - T/T_c|^{-\nu/2} . \tag{4.5}$$

Diese Länge beschreibt die räumliche Ausdehnung einer normalleitenden Fluktuation innerhalb ihrer Lebensdauer τ_-. Auch deren Amplitude $\hat{\lambda}_-(0) = 2.3$ nm, siehe auch

Tab. 4.1: *Abschirmlänge $\hat{\lambda}_-(0)$ und statischer Widerstand $\hat{\rho}_0^+(0)$ der Filme und des Kristalls. A_ρ bezeichnet die Amplitude des Widerstandes bei T_c, Gl. (4.6).*

	Film A	Film B	Film C	Kristall
$\hat{\lambda}_-(0)$	2.3 nm	1.0 nm	4.0 nm	63 nm
$\hat{\rho}_0^+(0)$	10^{15} Ωm	10^{13} Ωm	10^{17} Ωm	$2\cdot 10^{11}$ Ωm
A_ρ	0.85	0.77	0.90	1.1

Tab. 4.2: *Renormierte Werte der Länge $\lambda_\pm(0)$, des Widerstandes $\rho_0^\pm(0)$ und der Relaxationszeit $\tau_\pm(0)$ der Filme und des Kristalls.*

		Film A	Film B	Film C	Kristall
$\lambda_+(0)$	(nm)	280	270	300	160
$\lambda_-(0)$	(nm)	240	250	370	140
$\rho_0^+(0)$	($\mu\Omega$cm)	9.4	5.0	14	1.2
$\rho_0^-(0)$	($\mu\Omega$cm)	4.6	5.0	18	1.1
$\tau_+(0)$	(10^{-12} s)	1.1	1.8	0.9	2.1
$\tau_-(0)$	(10^{-12} s)	1.4	1.6	0.9	2.2
T_{c0}	(K)	91.4	90.6	89.5	87.7
T_c	(K)	90.95	90.05	89.05	86.95

Tab. 4.1 ist unrealistisch klein. Berücksichtigt man die Renormierung der Amplitude, Gl. (4.3), so ergibt sich auch hier ein deutlich größerer Wert von rund 240 nm. Dieser ist größer als die London'sche Eindringtiefe $\lambda_L(0) \approx 140$ nm von reinem YBCO, was wahrscheinlich auf die intrinsische Unordnung in den dünnen Filmen zurückzuführen ist. So wiesen bereits die Werte der kritischen Exponenten $\nu = 1.7$ und $z = 5.5$, größer als für das reine XY-Modell, $\nu_0 \approx 0.66$, auf den Einfluß kritischer Fluktuationen und/oder zusätzlicher Unordnung auf den Phasenübergang im Nullfeld hin. Möglicherweise könnten hierfür bei Abkühlung an Korngrenzen eingefrorene Vortex-Antivortex-Paare verantwortlich sein. So beobachteten Mannhart et al. [78] mittels Raster-SQUID-Mikroskopie (SSM) die Lokalisierung unquantisierten Flusses entlang von asymmetrischen 45^0 verkippten [001] Korngrenzen. Die Autoren vermuten diesen im Mittel verschwindenen Fluß als mögliche Quelle für Flußrauschen.

Das Ergebnis für den Kreuzungspunkt des Phasenwinkels verlangt nach der Kramers-Kronig-Relation ein Potenzgesetz für den Betrag des Widerstandes bei T_c, $|\rho(\omega, T_c)| \sim \omega^x$, mit $x = \arctan(\phi_\rho(T_c))/(\pi/2) = 0.82$. In der Tat zeigen die Daten beider Filme das erwartete Verhalten, dargestellt in Abb. 4.6. Es ist möglich, quantitativ den Wert des Widerstandes bei T_c zu beschreiben. Hierfür kann eine Vorhersage der Perkolations-Theorie [79] für den elektrischen Widerstand in der Nähe des Perkolations-Phasenübergangs genutzt werden. Bezeichnet p die Wahrscheinlichkeit, innerhalb eines Zwei-Komponenten-Gitters aus Supraleitern und Widerständen einen Supraleiter anzutreffen, so existiert eine kritische Wahrscheinlichkeit p_c, bei der die Supraleiter einen unendlich großen Cluster bilden. Nahe unterhalb dieser Schwelle wird erwartet, daß der Widerstand des Gitters wie

$$\rho(p) \sim (p_c - p)^s$$

verschwindet. Oberhalb der Perkolationsschwelle sollte die Abschirmung beschrieben werden durch [79]

$$\lambda_-(p) \sim (p - p_c)^{-t/2}\,.$$

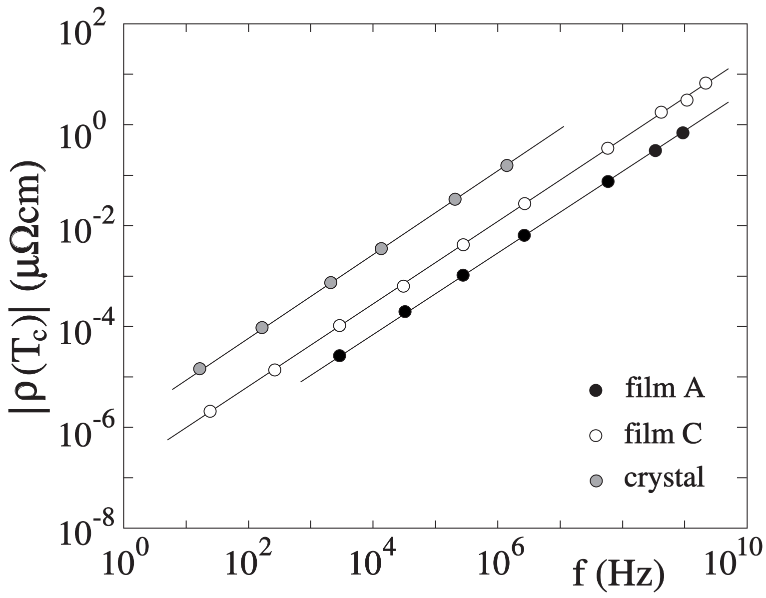


Abb. 4.6: *Frequenzabhängigkeit des Betrags des Widerstandes der as-grown Filme A und C sowie des Kristalls bei T_c.*

Für ein isotropes dreidimensionales Gitter ist $s \approx 0.6$ und $t \approx 1.7$ [79]. In realen Materialien werden die Besetzungswahrscheinlichkeiten p ersetzt durch den Volumenanteil der Komponenten. Es wird vermutet, daß dieser eine lineare Funktion in der Temperatur ist. Die supraleitende Abschirmung unterhalb T_c sollte daher wie $\lambda_-(T) \sim (T_c - T)^{-0.86}$ ansteigen. Diese Temperaturabhängigkeit ist in voller Übereinstimmung mit der Abschirmung des Films nach Gl. (4.5), wenn man $\nu/2 = 0.85$ beachtet. Der Wert des Widerstandes bei T_c wird bestimmt durch den Widerstand ρ_0^+, Gl. (4.4), oberhalb und die Abschirmlänge λ_-, Gl. (4.5), unterhalb des Phasenübergangs

$$\rho(\omega, T_c) = A_\rho \cdot \frac{i\omega\mu_0\hat{\lambda}_-^2(0)}{(i\omega\mu_0\hat{\lambda}_-^2(0)/\hat{\rho}_0^+(0))^{1/z}} \tag{4.6}$$

mit der Amplitude A_ρ, für die Größenordnung 1 erwartet wird [79]. Der dynamische Exponent z ist hierdurch festgelegt, $z = 1 + s/t$. Unter Berücksichtigung der Amplituden $\hat{\lambda}_-(0)$ und $\hat{\rho}_0^+(0)$ der Filme, siehe Tab. 4.1, ist $A_\rho = 0.8(1)$ in guter Übereinstimmung mit der Erwartung. Der Widerstand gemäß Gl. (4.6) ist in die Daten der Filme A und C in Abb. 4.6 eingetragen. Dort ist auch der Widerstand des Kristalls bei $T_c = 86.95$ K eingetragen. Auch dieser folgt Gl. (4.6) mit $A_\rho = 1.1$.

4.3 Diskussion der dynamischen Skalenfunktion

In diesem Abschnitt soll versucht werden, den Mechanismen, die zu elektrischen Verlusten in der Umgebung von T_c beitragen, auf die Spur zu kommen. Dazu werde ich ein einfaches Modell für die dynamische Skalenfunktion des Widerstandes unterhalb und oberhalb von T_c präsentieren.

4.3.1 Supraleitender Zustand: $T < T_c$

Zunächst werde ich den supraleitenden Zustand unterhalb von T_c beschreiben. Für $T \ll T_c$ erwartet man wahre Supraleitung, charakterisiert durch Gl. (2.18), $\sigma''_- = 1/i\omega\mu_0\lambda_-^2$ mit der Abschirmlänge $\lambda_-(T)$. Dies ist eine direkte Konsequenz der δ-Funktion im Realteil der Leitfähigkeit bei $\omega = 0$. Nahe T_c wird das kritische Verhalten, dargestellt in Abb. 4.6 und beschrieben durch das Potenzgesetz (2.32), d.h. $\rho(\omega, T_c) \sim (i\omega\tau_0)^{1-1/z}$, dominieren. Die einfachste Interpolation einer Skalenfunktion zwischen beiden Gleichungen ist

$$\frac{\sigma_-(\omega\tau_-)}{\sigma_0} = \frac{1}{i\omega\tau_-} \cdot \left(1 + A \cdot (i\omega\tau_-)^{1/z}\right) \tag{4.7}$$

mit $\sigma_0 = \tau_-/(\mu_0\lambda_-^2)$. Diese ist in Betrag und Phase für beide Filme in der Abb. 4.4 durch volle Linien wiedergegeben und beschreibt die Daten der Filme A und C mit $A = 1$ fast ideal. Es ist möglich, die Skalenfunktion, Gl. (4.7), in einer unskalierten Form darzustellen. Dabei zeigt sich, daß der kritische Beitrag bei T_c gerade durch das Potenzgesetz $\rho(\omega, T_c)$, Gl. (4.6), bestimmt ist

$$\sigma_-(\omega) = \frac{1}{i\omega\mu_0\lambda_-^2} + \frac{1}{\rho(\omega, T_c)} \tag{4.8}$$

mit der Abschirmlänge

$$\lambda_-^2(T) = \hat{\lambda}_-^2(0) \cdot (1 - T/T_c)^{-\nu} \tag{4.9}$$

aus Gl. (4.5).

Die Motivation, die Beiträge als Leitfähigkeiten $\sigma = \rho^{-1}$ zu addieren, ist die folgende: Unterhalb von T_c existiert ein supraleitender Pfad durch den gesamten Film. Die Abschirmströme können den Pfad mit der höchsten Leitfähigkeit wählen. Dies entspricht einer Parallelschaltung der Leitfähigkeiten, weshalb die Leitfähigkeiten zu addieren sind. Die Abschirmlänge $\lambda_-(T)$ wurde durch Subtraktion des Beitrages bei T_c, dargestellt in Abb. 4.6, von dem Widerstand der Filme bestimmt. Abbildung 4.7 zeigt die Abschirmung des Films A. Diese ist ein direktes Maß für die superfluide Dichte n_s, $\lambda_-^{-2} = \mu_0 n_s e^2/m$, die unterhalb von T_c einsetzt. Eine Anpassung der Abschirmung an Gl. (4.9) ergibt eine sehr gute Übereinstimmung für nicht zu große Frequenzen mit

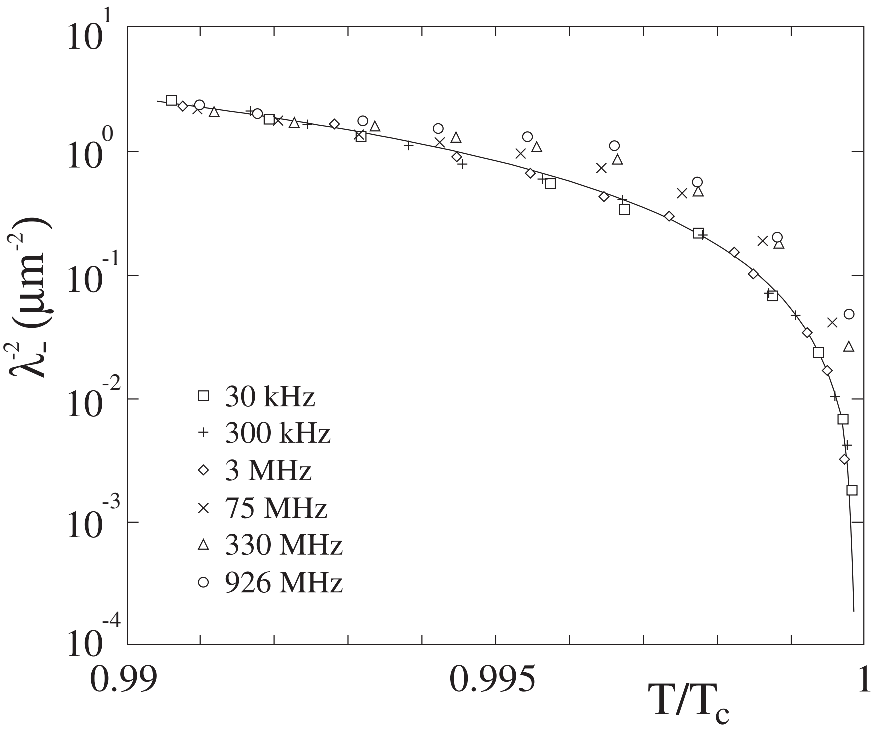


Abb. 4.7: *Abschirmung λ_-^{-2} des as-grown Films A im Nullfeld. Die Linie ist berechnet nach Gl. (4.9).*

dem kritischen Exponenten $\nu = 1.7$ und der renormierten Amplitude $\lambda_-(0) = 240$ nm, siehe auch Tab. 4.2.

Obgleich die Skalenfunktion, Gl. (4.7), die Daten der Filme in Abb. 4.4 sehr gut zu beschreiben scheint, muß folgendes angemerkt werden: Betrachtet man die unskalierte Skalenfunktion des Widerstandes, Gl. (4.8), so erkennt man, daß der Realteil der Leitfähigkeit unterhalb T_c durch den temperaturunabhängigen Wert bei T_c beschrieben wird. Dies ist, betrachtet man die Daten in Abb. 4.1, zumindest für hohe Frequenzen $f > 50$ MHz eine gute Beschreibung. Jedoch zeigen sich zu kleineren Frequenzen zunehmende Abweichungen, die in diesem einfachen Modell nicht berücksichtigt sind und auf den Einfluß zusätzlicher Fluktuationen hinweisen.

4.3.2 Normalleitender Zustand: $T > T_c$

Oberhalb T_c beschreibt das Produkt $\sqrt{\tau_+(T)\rho_0^+(T)/\mu_0}$, dargestellt in Abb. 4.8, die Ausdehnung einer supraleitenden Fluktuation innerhalb ihrer Lebensdauer τ_+. Diese Länge kann für beide Filme hervorragend mit

$$\lambda_+(T) = \hat{\lambda}_+(0) \cdot |1 - T/T_c|^{-\nu/2} \tag{4.10}$$

beschrieben werden, wenn in diese der Exponent $\nu = 1.7$ eingesetzt wird. Das Ergebnis einer Anpassung an Gl. (4.10) ist in Abb. 4.8 dargestellt. Die renormierten Ampli-

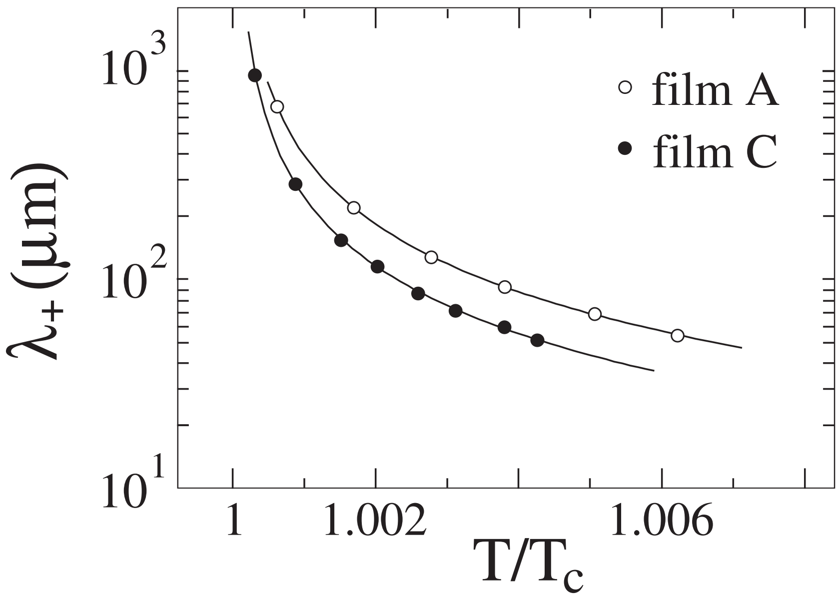


Abb. 4.8: *Diffusionslänge λ_+ gewonnen aus den Parametern τ_+ und ρ_0^+ (Abb. 4.5) der as-grown Filme A und C oberhalb der kritischen Temperatur. Die Linien sind Anpassungen an Gl. (4.10).*

tuden $\lambda_+(0)$ sind in Tab. 4.2 zu finden. Diese kritische Temperaturabhängigkeit ist charakteristisch für die oben beobachtete $3D$-Ordnung, während man für zweidimensionale Dynamik, definiert durch $\xi_c > d$, $\lambda_+^2 \sim \Lambda_T \cdot d \sim 1/T$ erwartet. Oberhalb des Phasenübergangs erhöhen kurzlebige Cooper-Paare die Leitfähigkeit, berücksichtigt durch den Beitrag $S_{NF}(\omega\tau_+)$. Nahe T_c sollte die kritische Dynamik des Potenzgesetzes Gl. (2.32), $\rho(\omega, T_c)$, in Analogie zu $T \le T_c$, die Leitfähigkeit dominieren. Für den einfachsten Ansatz der Skalenfunktion werden beide Beiträge zum Widerstand addiert,

$$\frac{\rho_+(\omega\tau_+)}{\rho_0} = \frac{1}{S_{NF}(\omega\tau_+)} + a \cdot (i\omega\tau_+)^{1-1/z} \,. \tag{4.11}$$

Benutzt man für den niederfrequenten Beitrag S_{NF} die Vorhersage für Gauß'sche Fluktuationen $S_G(\omega\tau)$, Gln. (2.22) und (2.23), so können mit $a = 0.15$ die Daten der Filme A und C, wie in Abb. 4.4 zu erkennen ist, hervorragend beschrieben werden. In der nichtskalierten Form lautet die Beschreibung

$$\rho_+(\omega) = \frac{1}{\sigma_G(\omega\tau_+)} + \rho(\omega, T_c)$$

mit $\sigma_G(\omega\tau_+)$ nach Gl. (2.20) und (2.21). Wie für $T < T_c$ wird der kritische Beitrag durch das Potenzgesetz (4.6) beigesteuert.

Im Gegensatz zu $T < T_c$ wurden hier jedoch die Beiträge zum Widerstand addiert. Da oberhalb des Phasenübergangs kein supraleitender Pfad durch den Film vorliegt, beschränkt der höchste Wert des Widerstandes eines Pfads durch die Probe den maximalen Abschirmstrom. Der maximale Verlust bestimmt den Gesamtverlust des

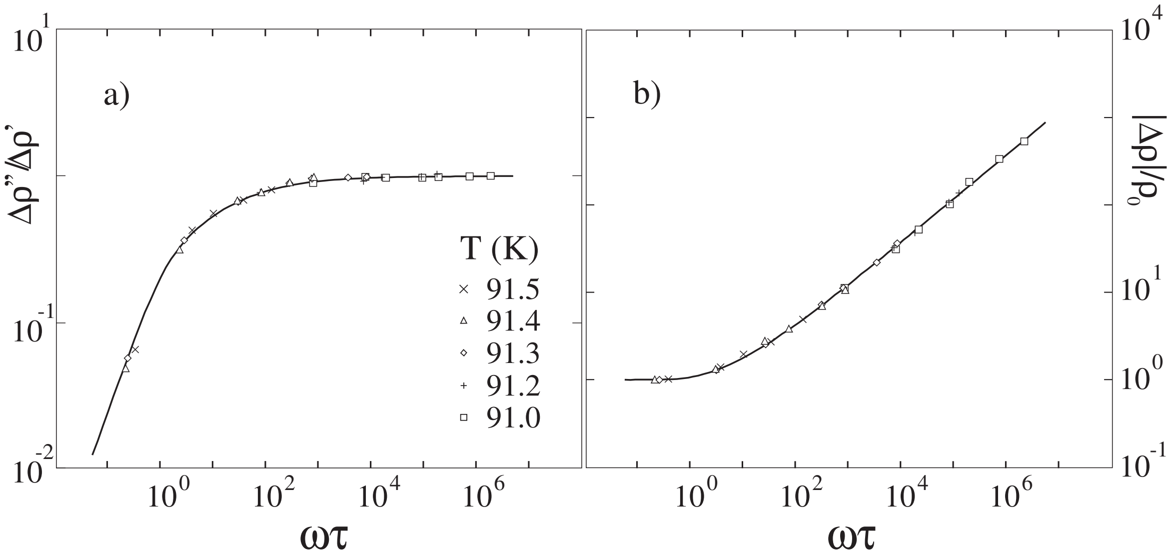


Abb. 4.9: *(a) Phase und (b) Betrag des nichtkritischen Beitrages zum linearen Widerstand oberhalb von T_c des as-grown Films A. Linien sind berechnet für 3D-Gauß'sche Fluktuationen.*

Supraleiters. Dies entspricht einer Reihenschaltung von Widerständen, deren Beiträge folglich addiert werden müssen. Wird analog zu $T < T_c$ der Beitrag bei T_c von dem Widerstand oberhalb subtrahiert, so bleibt der nichtkritische Fluktuationsbeitrag $\Delta\rho = \rho(\omega, T) - \rho(\omega, T_c)$ stehen. Dieser ist zusammen mit der Vorhersage der zeitabhängigen Ginsburg-Landau-Dynamik, Gl. (2.22) und Gl. (2.23), für Gauß'sche Fluktuationen in der Abb. 4.9 dargestellt. Obgleich der Beitrag sehr gut durch die Gauß'sche Dynamik beschrieben wird, ist anzumerken, daß dieser der Relaxationszeit $\tau_- \sim |1-T/T_c|^{-\nu z}$ mit $\nu z = 9.4$ aus der Skalenanalyse unterhalb von T_c folgt. Die Ginsburg-Landau-Dynamik wird jedoch charakterisiert durch die Exponenten $\nu = 1/2$ und $z = 2$, d.h. $\nu z = 1$. Dies deutet darauf hin, daß die kritische Dynamik unterhalb von T_c, die insbesondere das Einsetzen der superfluiden Dichte $\lambda_-^{-2}(T) \sim n_s$ beschreibt, nicht unabhängig von den Fluktuationen oberhalb T_c ist.

Unter Berücksichtigung der diffusiven und relaxierenden Dynamik freier und gebundener VA-Paare, vorgeschlagen von Halperin und Nelson [37], folgt eine nahezu identische Skalenfunktion des Widerstandes. Gegen einen dominierenden Einfluß dieser Vortex-Paare spricht die beobachtete Temperaturabhängigkeit der Diffusionslänge λ_+. Für dünne Filme ($d < \xi$), in deren Limes die Leitfähigkeit auf Grund von VA-Paaren abgeleitet worden ist, gilt für die Diffusionslänge $\lambda_+^2 \sim \Lambda_T \cdot d$. Eine solche Dickenabhängigkeit der weitgehend temperaturunabhängigen Diffusionslänge oberhalb T_c wird in der Tat in Filmen und Kristallen des wesentlich stärker anisotropen BSCCO, $\gamma \gtrsim 90$, beobachtet [80]. Dort wurde dies interpretiert mit einem Kosterlitz-Thouless-artigem Verhalten von VA-Linien-Paaren, welche die gesamte Probendicke, die zwischen 200 nm und 130 μm variierte, durchdringen. Diese nahe T_c weitgehend von der Temperatur unabhängige Diffusionslänge $\sim \Lambda_T = 2$ cm$/T$ (K), erwartet für $D = 2$ Filme, wird hier nicht beobachtet. Vielmehr deutet die starke Variation der Diffusionslänge, Gl. (4.10), $\lambda_+(T) \sim (1 - T/T_c)^{-\nu/2}$ mit $\nu = 1.7$, deutlich auf $3D$-kritisches Verhalten.

Oberhalb von T_c ist die Anwendung des Perkolationsmodells auf den statischen Widerstand ρ_0^+ nicht ohne weiteres möglich. So ist der erwartete Exponent $s \approx 0.6$ deutlich kleiner als der experimentell bestimmte Wert $s_{exp} = 7.7$. Möglicherweise kann die Übereinstimmung der Abschirmung also ein Zufall sein. Wenn dies nicht der Fall ist, dann existieren zusätzliche Mechanismen, die zu dem statischen Widerstand beitragen und es gilt $\rho - \rho(T_c) = (d\rho/dT)|_{T \approx T_c} \cdot (T - T_c)$. Falls jedoch die Übereinstimmung mit dem Perkolationsmodell Zufall ist, dann ist $(\rho - \rho(T_c)) \sim (T - T_c)^\beta$ möglich mit einem beliebigen Exponenten β. Auch in diesem Fall erwartet man für thermisch-perkolierendes Verhalten $A_\rho = \mathcal{O}(1)$.