

Raman-Spektroskopie an niedrigdimensionalen Elektronensystemen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereiches Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Edzard Ulrichs
aus Hamburg

Hamburg
2000

Gutachter der Dissertation:

Professor Dr. D. Heitmann
Professor Dr. U. Merkt

Gutachter der Disputation:

Professor Dr. D. Heitmann
Professor Dr. W. Hansen

Datum der Disputation:

28. Januar 2000

Sprecher des Fachbereichs
Physik und Vorsitzender
des Promotionsausschusses:

Professor Dr. F.-W. Büßer

Abstract

This work presents experiments on electronic excitations of low-dimensional electron systems detected by inelastic light scattering. Starting from 2DEGs, realized in modulation-doped GaAs-AlGaAs-heterostructures, the dimension was further reduced in order to obtain quantum dots by means of holographic lithography and reactive ion etching.

Raman spectroscopy enables us to distinguish between different collective and single-particle excitations by polarization selection rules. Charge-density excitations (CDE) are shifted to higher energies with respect to the single-particle excitations (SPE), which are close to the Hartree-Fock level spacings, due to the direct Coulomb-interaction. On the other side, the spin-density excitations (SDE) are shifted to lower energies due to the exchange interaction.

The first part of this work investigates the nature of the SPE. A gate voltage is applied and deforms the well potential but does not affect the carrier density. The non-polar SPE and SDE do not interact with the Reststrahlenbande, whereas the plasmon is repelled. In the second part the intrasubband plasmon is being examined on the one hand also by means of applying a gate voltage and on the other hand with a grating coupler, which allows the observation of non-local effects.

Collective and single-particle excitations are observed in quantum dots. Their magnetic field dispersion is being followed up to 7.5 T. The confinement potential, which is to a good approximation parabolic, gives rise to Fock-Darwin states of non-interacting particles in the magnetic field. These SPE transitions are identified and also the behaviour of the collective modes in the magnetic field is being followed and their corresponding transition with respect to the change in quantum numbers is assigned.

Inhaltsangabe

Diese Arbeit befaßt sich mit inelastischer Lichtstreuung an elektronischen Anregungen in niedrigdimensionalen Elektronensystemen. Den Ausgangspunkt bilden zweidimensionale Elektronengase, wie sie in modulationsdotierten GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen realisiert werden. Durch eine laterale Strukturierung wird die Bewegungsfreiheit der Elektronen völlig eingeschränkt, so daß man Quantendots erhält.

Mit der Ramanspektroskopie kann man zwischen den kollektiven elektronischen Anregungen – der Ladungsdichte-Anregung (CDE) einerseits und der Spindichte-Anregung (SDE) andererseits – und den sog. Einteilchen-Anregungen (SPE), die die Energie der Hartree-Fock-Niveaus widerspiegelt, unterscheiden. Es wird gezeigt, daß die CDE aufgrund der direkten Coulomb-Wechselwirkung bezüglich der SPE zu höheren Energien verschoben ist. Die SDE hingegen wird durch den Austausch-Term zu niedrigeren Energien verschoben.

Zunächst wird gezeigt, daß die sogenannte SPE in Wahrheit eine Spindichte-Charakteristik besitzt. Mit einer gegateten Probe kann der Quantenwell derart abgestimmt werden, daß sich die Energieniveaus aller Anregungen verschieben. Das Plasmon kann die Reststrahlenbande bei ω_{TO} nicht überwinden, die SPE und SDE schreiten hindurch. Weiterhin wird das Intrasubband-Plasmon an zum einen gegateten Proben (direkt kontaktierten) und zum anderen mit Gitterkoppler versehenen Proben untersucht. Durch die so erreichten großen Gittervektoren q kann man nicht-lokale Effekte direkt beobachten.

Im letzten Teil werden die drei Typen von elektronischen Anregungen in Quantendots gefunden und deren Magnetfelddispersion bis zu 7.5T untersucht. Das einschließende Potential ist in guter Näherung parabolisch, so daß man Fock-Darwin-Terme nicht-wechselwirkender Teilchen für die Anregungen erwartet. Die Übergangsenergien dieser Terme werden an den SPE beobachtet und Übergänge, die kollektiven Einflüssen unterliegen, werden ihren entsprechenden Änderungen ihrer Quantenzahlen zugeordnet.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	I
Inhaltsangabe	II
1 Einleitung	1
2 Grundlagen von 2DEG	4
2.1 Eigenschaften von Volumen-GaAs	4
2.2 Bandstruktur in der Zonenmitte	5
2.2.1 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Analyse und Kane-Modell	5
2.3 Heterostrukturen	8
2.3.1 Modulationsdotierte Heterostrukturen	10
2.4 Niedrigdimensionale Elektronensysteme	12
2.4.1 Externe magnetische Felder	14
2.4.2 Externe elektrische Felder	15
2.5 Nulldimensionale Elektronensysteme	16
2.6 Elektronische Ramanstreuung	19
2.6.1 Elektronische Anregungen des 2DEG	20
2.7 Kollektive Anregungen des 2DEG	22
2.7.1 Streuung an elektronischen Anregungen	28
2.7.2 Streuprozesse	32

3	Strukturierung und Experiment	35
3.1	Laterale Strukturierung	35
3.1.1	Holographische Lithographie und Kontaktlithographie	36
3.1.2	Reaktives Ionen Ätzen	38
3.1.3	Plasmadeposition	41
3.1.4	Thermische Metallisierung und Diffusion	42
3.2	Experimenteller Aufbau des Ramanlabors	45
3.2.1	Streugeometrien	47
4	Messungen an 2DEGs	48
4.1	Gegatete 2D Strukturen mit konstanter Elektronendichte	48
4.2	Gegatete 2D Strukturen mit variabler Elektronendichte	54
4.2.1	Kapazitätsmessungen	54
4.3	Direkt kontaktierte 2DEG	58
4.3.1	Intraband-Anregungen	58
4.4	Gitterkoppler unterstützte Ramanstreuung	61
4.5	2D-Strukturen im Magnetfeld	65
5	Quantendots	70
5.1	Kollektive Anregungen in Quantendots	71
5.2	Quantendots im Magnetfeld	75
5.3	Einteilchen-Anregungen im Magnetfeld	79
5.3.1	FIR-Experimente an Quantendots	84
5.4	Messungen an gegateten Dots	88
6	Zusammenfassung	93
A	Probenaufbau	95
A.1	Quantenwells ohne Backgate	95
A.2	Quantenwells mit Backgate	96

Literaturverzeichnis	97
Liste eigener Veröffentlichungen	104
Danksagung	106

Kapitel 1

Einleitung

Niedrigdimensionale Elektronensysteme stellen seit fast 30 Jahren ein intensives Forschungsgebiet nicht nur im Bereich der Festkörperphysik sondern auch der Halbleiter-Industrie dar. Am Anfang standen zweidimensionale Elektronensysteme, die sich an den Grenzflächen von Si-Inversionsschichten bilden. Ein Meilenstein der Untersuchung solcher Systeme war sicherlich die Entdeckung des integralen Quanten-Hall Effekts durch von Klitzing *et al.* [1] im Jahre 1980. Mit der Entwicklung der Molekularstrahlepitaxie (MBE) und daran anschließend der Entwicklung der Modulationsdotierung verlagerte sich der Schwerpunkt vom Materialsystem Si hin zu Verbindungshalbleitern auf GaAs Basis. Mit der MBE lassen sich zielgerichtet maßgeschneiderte Quantenwells realisieren, die niedrigdimensionale Elektronengase extrem hoher Beweglichkeit beinhalten. Technologisch entwickelte man aus solchen Strukturen den Quantenwell-Laser und den sog. HEMT (High Electron Mobility Transistor) insbesondere für Hochfrequenz-Anwendungen. Messungen an zweidimensionalen Elektronensystemen extrem hoher Beweglichkeit gipfelten schließlich in der Entdeckung des fraktionierten Quanten-Hall Effekts durch Störmer *et al.* [2].

Neben den oben erwähnten Transportexperimenten zur Untersuchung niedrigdimensionaler Systeme hat sich die FIR-Spektroskopie und die inelastische Lichtstreuung (Raman-Streuung) als ein wirkungsvolles Instrument etabliert, besonders nachdem der Laser als intensive und monochromatische Lichtquelle zur Verfügung stand. Frühe Untersuchungen von Lichtstreuung an elektronischen Anregungen fanden an freien Elektronen in n-GaAs statt: Mooradian *et al.* [3] untersuchte Bulk-Plasmonen gekoppelt an LO-Phononen, und Patel *et al.* [4] führten 1968 Lichtstreu-Experimente an Plasmonen in Bulk GaAs im Magnetfeld durch.

Raman-Spektroskopie an Ladungsträgern, die in Halbleiter-Oberflächen oder Grenzflächen eingeschlossen sind, geht zurück auf einen Vorschlag aus dem Jahre 1978 von Burstein *et al.* [5] Hier wird gezeigt, daß sich unter Ausnutzung der resonanten Verstärkung des Streuquerschnitts elementare elektronische Anregungen in Halbleitern mit zweidimensionalen Elektronensystemen (2DEG) beobachten lassen sollten. Bereits ein

Jahr später gelangen die ersten Experimente an modulationsdotierten GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen [6, 7], die Ladungsdichte-Anregungen von freien zweidimensionalen Elektronengasen zeigten. Einen Überblick über die inelastische Lichtstreuung an freien Elektronen eingeschränkter Dimensionalität geben [8, 9].

Prinzipiell sind die Streuprozesse an freien Ladungsträgern eingeschränkter Dimensionalität ähnlich denen in 3D Volumen Material. Eine herausragende Eigenschaft der Raman-Streuung ist die Möglichkeit zwischen verschiedenen kollektiven Anregungen und sog. Einteilchen-Anregungen zu differenzieren. Mit der FIR-Spektroskopie beobachtet man dagegen nur die kollektiven Ladungsdichte-Anregungen. Die Einteilchen-Anregungen (SPE), die sich unter stark resonanten Bedingungen beobachten lassen, liegen dicht bei den Einteilchen-Abständen des Hartree-Fock-Potentials. Sie werden in beiden Polarisationsrichtungen beobachtet, womit die relative Orientierung von einfallendem und gestreutem Licht gemeint ist. Die kollektiven Anregungen werden als Spindichte- (SDE) und Ladungsdichte-Anregung (CDE), letztere auch als Plasmon, bezeichnet und sind jeweils energetisch verschieden von den SPE. Die SDE sind in gekreuzter Polarisation ($\mathbf{e}_i \perp \mathbf{e}_s$) sichtbar und liegen energetisch unter den SPE, wohingegen die CDE in paralleler Polarisation ($\mathbf{e}_i \parallel \mathbf{e}_s$) sichtbar ist und gegenüber den SPE zu höheren Energien verschoben ist. Die Raman-Spektroskopie erlaubt also einen direkten Zugang zu den Vielteilchen-Effekten: die direkte Coulomb-Wechselwirkung verschiebt die CDE zu höheren Energien, die Austausch-Wechselwirkung senkt die SDE gegenüber den SPE ab.

Nach den ersten Raman-Messungen an 2DEGs folgte eine rasante Entwicklung dieses Arbeitsfeldes, die auch aufgrund der steigenden Qualität der Proben begünstigt wurde. 1989 wurde an einem 2DEG zum ersten Mal zusätzlich zu den kollektiven CDE und SDE die Einteilchen-Anregung gemessen [10], welche zuvor als SPE interpretiert wurde [11]. Dies ermöglichte den direkten Zugang zur Austausch-Wechselwirkung. Bald darauf drang man mit Lichtstreu-Experimenten in Magnetfeldern in den integralen und fraktionalen Quanten-Hall Bereich vor und spektroskopierte direkt Inter-Landau-Level Anregungen am spin-polarisierten 2DEG sowie Magnetorotonen [12, 13]. Auf der Seite der theoretischen Beschreibung der Raman-Streuung gelang es erst Das Sarma 1999 [14] unter Einbeziehung von resonanten Bedingungen das Auftreten von Einteilchen-Anregungen in 2DEGs zu erklären; für Quantendots wurde dies schon vorher von Steinebach *et al.* [15] gezeigt.

Der nächste Schritt der Untersuchung von niedrigdimensionalen Elektronensystemen bildet die weitere Reduzierung der Bewegungsrichtung der Elektronen, indem man Quantendrähte und Quantendots realisiert. Diese weitere Einschränkung kann entweder durch den Feldeffekt induziert werden oder über die laterale Strukturierung erfolgen. Insbesondere Quantendots sind Gegenstand intensiver Untersuchungen, da sie ein relativ einfach zu realisierendes System zur Untersuchung von Vielteilchen-Effekten darstellen. Sie werden oft als künstliche Atome bezeichnet, denn die Elektronen sind in allen Raumrichtungen eingeschlossen. Zuerst realisiert wurde ein Quantendot 1986

[16] und schon bald darauf gab es eine Vielzahl von Experimenten an Dots, die sowohl Transport- und Kapazitätsmessungen [17, 18] als auch optische Untersuchungen [19, 20, 21] umfassen. In der letzten Zeit hat sich auch das selbstorganisierte Wachstum von Quantendots als weitere Herstellungsmethode etabliert [22], besonders im technologischen Hinblick auf die Entwicklung des Quantendot-Lasers.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Raman-Messungen an verschiedenen zwei- und null-dimensionalen Elektronensystemen vorgestellt. Hauptgegenstand ist die Untersuchung von kollektiven und Einteilchen-Anregungen in 2DEGs, die durch Anlegen einer Gatespannung verändert werden. Der zweite Schwerpunkt liegt auf der Spektroskopie von Übergängen zwischen verschiedenen Niveaus in Tief-Mesa-geätzten Quantendots. Besonders der Einfluß eines externen Magnetfelds auf Einteilchen- und kollektive Anregungen bietet Einsicht in die Wechselwirkung der eingeschlossenen Elektronen untereinander.

Zunächst werden in Kapitel 2 die Grundlagen erläutert, die solche Untersuchungen erst ermöglichen. Nach einer kurzen Einführung in die elektronische Struktur niedrigdimensionaler Elektronengase in modulationsdotierten Heterostrukturen, werden Anregungen diskutiert, die unter dem Einfluß von Vielteilchen-Effekten wie der Coulomb-Wechselwirkung oder der Austausch-Wechselwirkung auftreten und durch Raman-Spektroskopie beobachtet werden können.

Die technologischen Aspekte der Herstellung von gegateten Systemen und von geätzten Quantendots werden im Kapitel 3 vorgestellt. Zur Strukturierung von 2DEGs werden vielfältige Methoden verwendet die auch in der Halbleiterindustrie Verwendung finden. Außerdem wird kurz der experimentelle Aufbau skizziert.

Die Charakterisierung von Einteilchen-Anregungen in 2DEGs bildet den Schwerpunkt von Kapitel 4. Auch das Verhalten von Intrasubband-Plasmonen bei großen Wellenvektorüberträgen und bei veränderlicher Elektronendichte N_s wird dort untersucht. Abschließend wird in diesem Abschnitt der Einfluß eines externen Magnetfelds auf CDEs und SDEs von Proben mit geringer Elektronendichte erforscht.

Im letzten Kapitel 5 spielen Quantendots die Hauptrolle. Nach der Untersuchung des Resonanzverhaltens von Niveauübergängen unter dem Einfluß von kollektiven Effekten werden speziell Einteilchen-Anregungen im Magnetfeld vorgestellt. Dabei wird insbesondere auf das Wechselspiel zwischen magnetischem Confinement und effektivem Confinement-Potential eingegangen. Den Abschluß bilden gegatete Quantendots, bei denen versucht wurde, die Elektronenzahl zu variieren.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen und optische Eigenschaften von niedrigdimensionalen Elektronensystemen

Im Laufe dieses Kapitels werden zunächst die Eigenschaften des Materialsystems GaAs, das die Grundlage aller untersuchten Heterostrukturen dieser Arbeit darstellt, diskutiert. Ausgehend von der Betrachtung der Bandstruktur im Volumen GaAs werden anschließend elektronische Zustände in dotierten Heterostrukturen vorgestellt, gefolgt von einer Abhandlung über kollektive Anregungen und deren Anregung mittels Raman-Spektroskopie. Schließlich wird auf die Raman-Streuung an kollektiven Anregungen des 2DEG eingegangen.

2.1 Eigenschaften von Volumen-GaAs

III-V-Verbindungshalbleiter wie GaAs oder AlGaAs kristallisieren in Zinkblende-Struktur. Dieser Kristall besteht aus zwei ineinandergeschobenen kubisch-flächenzentrierten (fcc) Gittern jeweils einer Atomsorte, die um den Vektor $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) a$ verschoben sind. Die Kristalle der Zinkblende-Struktur besitzen deshalb keine Inversionssymmetrie. Die Orbitale jedes Atoms hybridisieren mit dem Orbital des benachbarten Atoms und bilden 2 Level: einen bindenden und einen antibindenden. Diese Level verbreitern sich im Kristall zu Bändern. Die bindenden *s*-artigen Level sind tief liegend und immer mit 2 Elektronen besetzt, wohingegen die verbleibenden 6 Elektronen die 3 bindenden *p*-artigen Orbitale besetzen. Das tiefstliegende antibindende, leere Orbital bildet das Leitungsband.[23]

In allen III-V-Materialien befindet sich das Valenzbandmaximum im Zentrum der Brillouin-Zone (Γ -Punkt). Ohne Spin-Bahn-Kopplung sind die drei Valenzbänder am Γ -Punkt entartet. Berücksichtigt man hingegen die Spin-Bahn-Kopplung wird die 6-fache Entartung aufgehoben und ein Quartett mit Γ_8 -Symmetrie (entspricht $J=\frac{3}{2}$) sowie ein Dublett mit Γ_7 -Symmetrie (entspricht $J=\frac{1}{2}$) gebildet. Das tiefstliegende Leitungsband besitzt Γ_6 -Symmetrie.

2.2 Bandstruktur in der Zonenmitte

2.2.1 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Analyse und Kane-Modell

Die Beschreibung elektronischer Eigenschaften eines Festkörpers ist im allgemeinen eine schwierige Aufgabe, weswegen man auf die Einführung einiger vereinfachender Näherungen angewiesen ist. Die erste und grundsätzlichsste ist die *adiabatische Näherung*, was bedeutet, daß man die Valenzelektronen als entkoppelt vom steifen ionischen Kristall betrachtet. Die nächste Vereinfachung basiert auf der *Ein-Elektronen-Näherung*, welche auf der einen Seite die Wechselwirkung *eines* Elektrons mit den $(N - 1)$ anderen Elektronen und auf der anderen Seite mit dem periodischen Kristallpotential zusammenfaßt. Diese beiden Wechselwirkungen werden durch ein effektives Potential beschrieben, so daß man ein Einteilchen-Problem erhält. Dies wird durch die sog. *Hartree-Fock-Näherung* bewerkstelligt, wobei die Darstellung der Vielteilchen-Wellenfunktion durch eine Slater-Determinante der Einteilchen-Wellenfunktionen erreicht wird. Die Wiederholung des Variationsansatzes und der Diagonalisierung des Hamilton-Operators führt zur Hartree-Fock-Gleichung. Im Volumen-Kristall wird die Ein-Elektronen-Bandstruktur durch die Lösung der folgenden Schrödinger-Gleichung berechnet:

$$\left[\frac{p^2}{2m_0} + V(\mathbf{r}) + \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V) \cdot \mathbf{p} \right] \Psi(\mathbf{r}) = E \Psi(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

wobei $V(\mathbf{r})$ die Gesamtheit der auftretenden Potentiale beinhaltet: das Kristallpotential und die direkte Coulomb-Wechselwirkung sowie die Austausch-Wechselwirkung. Der dritte Term des Hamiltonoperators beschreibt die Spin-Bahn-Kopplung, welche bei schwereren Atomen wie Ga oder As eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielt.

Das Kristallpotential in $V(\mathbf{r})$ ist genauso wie der gesamte Hamiltonoperator invariant gegenüber primitiven Gittertranslationen. Diese Eigenschaft ermöglicht die Separation der Wellenfunktion in sog. Bloch-Wellenfunktionen:

$$\Psi_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (2.2)$$

mit der gitterperiodischen Funktion $u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. Bloch-Wellenfunktionen sind nicht nur periodisch im Ortsraum sondern auch im reziproken Raum, weswegen man lediglich Eigenwerte innerhalb der ersten Brillouin-Zone berücksichtigen muß. Die komplette Dispersion $E_n(\mathbf{k})$ kann durch reziproke Gittervektoren in die erste Zone projiziert werden. Weil

die Bloch-Wellenfunktionen in einen gitterperiodischen und einen plane-wave-artigen Anteil separierbar sind, konzentrieren sich die meisten Verfahren, die zur Berechnung der Bandstruktur $E_n(\mathbf{k})$ angewendet werden auf einen dieser zwei Teile. Zu erwähnen sei hier nur die *nearly-free-electron approximation* und als Beispiel der *tight-binding approximation* die Linearkombination von Atomorbitalen (LCAO). Bei diesen Verfahren erhält man jedoch nur ungenaue Angaben über effektive Massen und die genauen Wellenfunktionen, welche man aber für viele Aspekte der Halbleiterphysik benötigt.

Es bietet sich daher für die Berechnung der Dispersion $E_n(\mathbf{k})$ eine Entwicklung von \mathbf{k} um $\mathbf{k}_0 = (0, 0, 0)$ herum an, da man in vielen Fällen lediglich die Dispersion in einem kleinen Bereich um das Bandextremum herum benötigt. Diese Berechnung der Dispersion nahe dem Zentrum der Brillouin-Zone wird durch die sogenannte $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Methode erreicht in Verbindung mit der Effektiv-Massen-Näherung für nichtentartete Bänder [24]. Hier liefert das Einsetzen der Bloch-Wellenfunktion 2.2 in die Schrödinger-Gleichung 2.1 einen Term $\propto \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$:

$$\left\{ \frac{p^2}{2m_0} + V(\mathbf{r}) + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V) \cdot \mathbf{p} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{\hbar \mathbf{k}}{m_0} \left(\mathbf{p} + \frac{\hbar}{4m_0c^2} \boldsymbol{\sigma} \times \nabla V \right) \right\} u_{n\mathbf{k}} = \epsilon_{n\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}}. \quad (2.3)$$

Dieser Term beschreibt die Abweichung von der Parabolizität der freien Elektronen und wird für kleine Werte von \mathbf{k} als zusätzliche Störung betrachtet. Explizit also liefert das Einsetzen zwei Anteile, einen \mathbf{k} -abhängigen und einen \mathbf{k} -unabhängigen:

$$[H(\mathbf{k} = \mathbf{0}) + W(\mathbf{k})] u_{n\mathbf{k}} = \epsilon_{n\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}}. \quad (2.4)$$

Da die Eigenfunktionen $u_{n\mathbf{0}}$ von $H(\mathbf{k} = \mathbf{0})$ ein VONS bilden, lassen sich die $u_{n\mathbf{k}}$ nach den $u_{n\mathbf{0}}$ entwickeln:

$$u_{n\mathbf{k}} = \sum_m c_m(\mathbf{k}) u_{n\mathbf{0}} \quad (2.5)$$

Setzt man 2.5 in die Schrödinger-Gleichung 2.4 ein, multipliziert mit $u_{m\mathbf{0}}^*$ und integriert über eine Einheitszelle, so erhält man eine Gleichung, die geeignet ist für einen störungstheoretischen Ansatz. Denn sobald $E_{n\mathbf{0}}$ und $u_{n\mathbf{0}}$ bekannt sind, können $E_{n\mathbf{k}}$ und $u_{n\mathbf{k}}$ bis zur 2. Ordnung in k entwickelt werden, indem man die k -abhängigen Terme als Störung betrachtet. Schließlich ist die Dispersion gegeben durch

$$E_{n\mathbf{k}} = E_{n\mathbf{0}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{n' \neq n} \frac{|\langle u_{n\mathbf{0}} | \mathbf{k} \cdot \mathbf{p} | u_{n'\mathbf{0}} \rangle|^2}{E_{n\mathbf{0}} - E_{n'\mathbf{0}}}, \quad (2.6)$$

wobei man üblicherweise die Darstellung

$$E_{n\mathbf{k}} = E_{n\mathbf{0}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (2.7)$$

mit dem Effektiv-Massen-Tensor

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{2}{m^2 k^2} \sum_{n' \neq n} \frac{|\langle u_{n0} | \mathbf{k} \cdot \mathbf{p} | u_{n'0} \rangle|^2}{E_{n0} - E_{n'0}} \quad (2.8)$$

wählt. Der Effektiv-Massen-Tensor beschreibt die Kinematik der Elektronen unter dem Einfluß der gesamten auftretenden Potentiale in einem Kristall und trägt den Effekten der Bandstruktur Rechnung.

Eine Fortentwicklung der $k \cdot p$ -Methode, die lediglich parabolische Effekte berücksichtigt, stellt das Kane-Modell dar [25]. Hierbei wird der Hamilton-Operator Glg. 2.4 exakt diagonalisiert, und zwar unter Berücksichtigung von lediglich dem untersten Leitungsband (Γ_6) und dem obersten Valenzband (ν_t). Die Kopplung zwischen (Γ_6, ν_t) und den weiteren Leitungsbändern Γ wird als Störung 2. Ordnung behandelt. Die Lösung liefert, wie am Anfang erwähnt, die in Abb. 1 dargestellte Bandstruktur eines III-V-Verbindungshalbleiters mit direkter Bandlücke am Γ -Punkt.

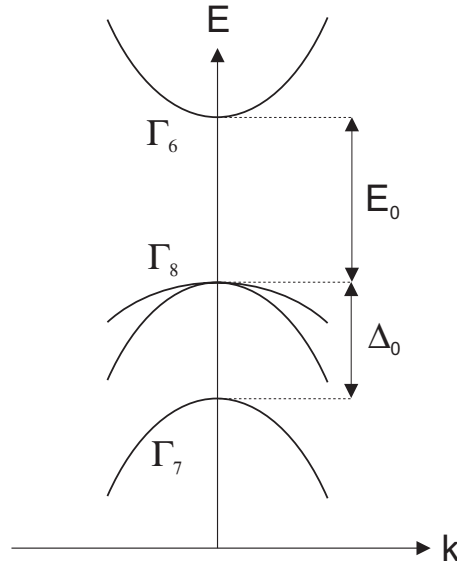


Abb. 1: Bandstruktur von GaAs am Γ -Punkt

Zur Lösung der Schrödinger-Gleichung 2.4 ist es einfacher, eine Linearkombination der 8 Bandkanten Bloch-Funktionen zu nehmen, die man so wählt, daß der Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \sigma$ und seine Projektion J_z diagonal sind. Es folgt dann mit diesem Ansatz für Γ_6 $J = \frac{1}{2}$, für die Γ_8 -Symmetrie ein Quadruplett $J = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ und für die Γ_7 -Symmetrie ein Dublett $J = \frac{1}{2}$. Die Bandlücken von GaAs, die in der Zonenmitte liegen, haben Abstände von $E_g = 1.519$ eV bzw. $E_g + \Delta = 1.860$ eV für das Spin-Bahn-abgespaltene Γ_7 -Band (bei $T = 0$ K).

2.3 Heterostrukturen

Die Entwicklung neuer Techniken wie z.B. MBE (**M**olekular-**B**eam **E**pitaxy), einer Art UHV-Verdampfen von reinen Elementen, oder MOCVD (**M**etall **O**rganic **C**hemical **V**apor **D**eposition) ermöglichen es, aus verschiedensten Halbleitermaterialien maßgeschneiderte atomlagen-genaue Schichtstrukturen herzustellen, die als Heterostrukturen bezeichnet werden.[26] Durch Schichtabfolgen verschiedener Materialien und gezielte Dotierung mit Donatoren oder Akzeptoren realisiert man quasi-freie niedrigdimensionale Elektronen- oder Lochgase.[27]

Im folgenden soll nun auf die elektronischen Eigenzustände der Heterostrukturen eingegangen werden. Üblicherweise wird der Bandkantenverlauf im Ortsraum als stetig aber mit abrupten Übergängen abhängig von den verschiedenen Einzelschichten angenommen. In der Realität wird das perfekte zweidimensionale Wachstum nicht erreicht (wegen z.B. Interdiffusion an den Grenzflächen), und die Grenzschicht zwischen zwei Komponenten wird eine endliche Dicke aufweisen. Bei der theoretischen Beschreibung kann man die endliche Grenzschicht gewöhnlicherweise vernachlässigen, da die elektronischen Zustände meistens eine nahezu verschwindende Wellenfunktion an diesen Stellen aufweisen. In Abb. 2 ist eine Heterostruktur im Bereich einer Grenzschicht zweier Materialien, hier GaAs und AlGaAs, dargestellt, die sich als Bandkantendiskontinuität manifestiert.

GaAs und AlAs eignen sich hervorragend zum Wachstum von Heterostrukturen, denn die Gitterkonstante von AlAs liegt mit $a = 0.566$ nm nur 0.13% über der von GaAs mit $a = 0.565$ nm (bei $T = 300$ K), es treten während des Wachstums also fast keine Verspannungen auf. Im $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ werden die Gitterplätze von Ga zu einem Anteil x statistisch von Al-Atomen besetzt, jedoch ist $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ nur bis zu einem Anteil von $x \leq 0.45$ ein direkter Halbleiter, für größere Werte von x verschiebt sich das Leitungsbandminimum zum X-Punkt. Die Bandlücke von $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ist größer als die von GaAs und läßt sich kontinuierlich über den Al-Anteil x einstellen: [28]

$$E_g^{\text{AlGaAs}} = E_g^{\text{GaAs}} + 1.45 \text{ eV} \cdot x. \quad (2.9)$$

Heterostrukturen aus GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ stellen sog. Typ I Quantentöpfe dar, d.h. sowohl Leitungs- als auch Valenzband tragen zu einer Verringerung des Bandabstandes im GaAs-Bereich bei.

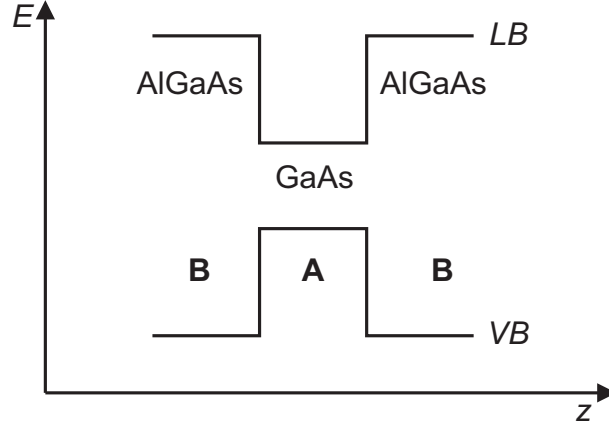


Abb. 2: Skizze des Bandkantenverlaufs im Ortsraum einer AlGaAs-GaAs-AlGaAs-Heterostruktur

Zur Beschreibung der elektronischen Zustände in einer zunächst undotierten Heterostruktur wird das Enveloppen-Funktionsmodell [23] herangezogen. In Bezug auf Abb. 2 sei Material B (AlGaAs) Barrieren-artig für ein Teilchen mit einer Energie unterhalb der Bandkante und Material A (GaAs) Well-artig. Die beiden Prämissen dieses Modells sind zum einen die Annahme, daß sich die Wellenfunktionen jeder Schicht in die periodischen Anteile der Bloch-Funktionen der einzelnen Schicht entwickeln lassen:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_l f_l^{(X)}(\mathbf{r}) u_{l,\mathbf{k}_0}^{(X)}(\mathbf{r}) \quad (2.10)$$

mit $X =$ Schicht A oder B und l als Anzahl der Bandkanten-Bloch-Funktionen; zum anderen nimmt man an, daß die periodischen Terme der Bloch-Funktionen identisch sind in jeder Schicht:

$$u_{l,\mathbf{k}_0}^{(A)}(\mathbf{r}) = u_{l,\mathbf{k}_0}^{(B)}(\mathbf{r}). \quad (2.11)$$

Die Wellenfunktionen sind also Summen von Produkten schnell oszillierender Terme $u_{l,\mathbf{k}_0}(\mathbf{r})$ mit der Periodizität des Kristallgitters und langsam veränderlichen Enveloppen-Funktionen $f_l(\mathbf{r})$. Da die Gittervektoren bei beiden Materialien A und B als nahezu identisch angenommen werden (was bei GaAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ der Fall ist), ist die Heterostruktur invariant gegenüber Translationen in der Ebene der Grenzfläche (\mathbf{z} sei die Wachstumsrichtung senkrecht zur dieser Ebene) und die Enveloppen-Funktionen können faktorisiert werden:

$$f_l^X(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{i\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{r}_{\parallel}} \chi_l^X(z) \quad (2.12)$$

mit der Probenfläche S und dem zweidimensionalen Wellenvektor \mathbf{k}_{\parallel} . Führt man das Potential $V_l(z)$ mit der Schrittfunction

$$V_l(z) = 0 \quad \text{falls } z \text{ innerhalb Schicht A} \quad (2.13)$$

$$V_l(z) = \epsilon_l^B - \epsilon_l^A \quad \text{falls } z \text{ innerhalb Schicht B} \quad (2.14)$$

ein, so muß die Schrödinger-Gleichung

$$[H_l(\mathbf{k}_{\parallel}, -i\partial/\partial z) + V_l(z)]\chi_l(z) = \epsilon_l\chi_l(z) \quad (2.15)$$

mit speziellen Stetigkeitsbedingungen der Enveloppen-Funktionen und deren Ableitungen an den Grenzflächen gelöst werden. Häufig wird das sog. Ben-Daniel Duke Modell [29] betrachtet. Es beschreibt die vereinfachende Annahme, daß sich die Enveloppen-Funktion der Heterostruktur aus Zuständen eines einzigen parabolischen Bandes der übergeordneten Kristallstruktur zusammensetzt.

2.3.1 Modulationsdotierte Heterostrukturen

Die Betrachtungen des vorigen Abschnitts gehen vom sog. Flachbandfall aus, d.h. keine oder nur so geringe Dotierung, daß die Bänder keiner Krümmung unterliegen. Durch Modulationsdotierung wurde es möglich quasi-freie niedrigdimensionale Elektronensysteme in Heterostrukturen zu realisieren.[27] Die Abb.3 verdeutlicht die n-Dotierung der Barrierenregion einer Heterostruktur mit Donatoren.

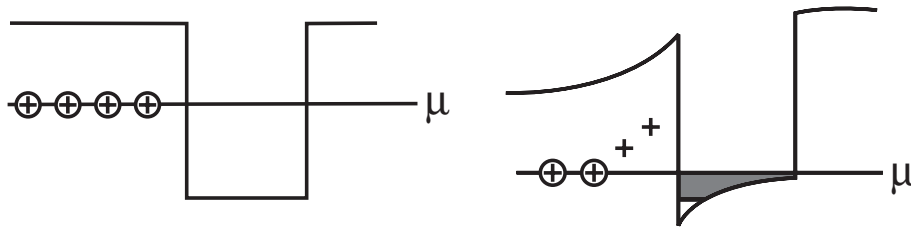


Abb. 3: Schematische Zeichnung des Einflusses der Modulationsdotierung: links idealisierter Bandkantenverlauf ohne Bandverbiegung durch Ladungstransfer, rechts das sich einstellende selbstkonsistente Potential durch den Transfer der Elektronen in den Quantenwell.

Durch das Dotieren der Barriere tritt ein spontaner und irreversibler Ladungstransfer in die Wellregion ein. Durch die Tatsache, daß die Elektronen und Donatoren räumlich getrennt sind, folgen Konsequenzen:

- (a) Eine Bandverbiegung tritt auf durch das elektrische Feld des Dipols zwischen den positiv ionisierten Donatoren und den negativen Elektronen.
- (b) Die Anwesenheit freier Ladungsträger ermöglicht elektrische Leitung in der Ebene senkrecht zur Wachstumsrichtung sogar bei $T \cong 0$ K.

Die Elektronen, die entweder in einem Dreieckspotential (realisiert in einem HEMT) oder in einem dotierten Quantenwell gefangen sind, befinden sich in gebundenen Zuständen, deren Abstände deutlich größer sind als die thermische Level-Verbreiterung;

die Ladungsträger Bewegung ist quasi-zweidimensional. Um die Beweglichkeit der Elektronen heraufzusetzen, also die Streuung an den Donator-Ionen herabzusetzen, fügt man zwischen dotierter Region und dem Well einen Spacer aus undotiertem Barrierematerial ein, wie es z.B. in Abb. 4 mit einer 20 nm breiten AlGaAs-Schicht realisiert ist.

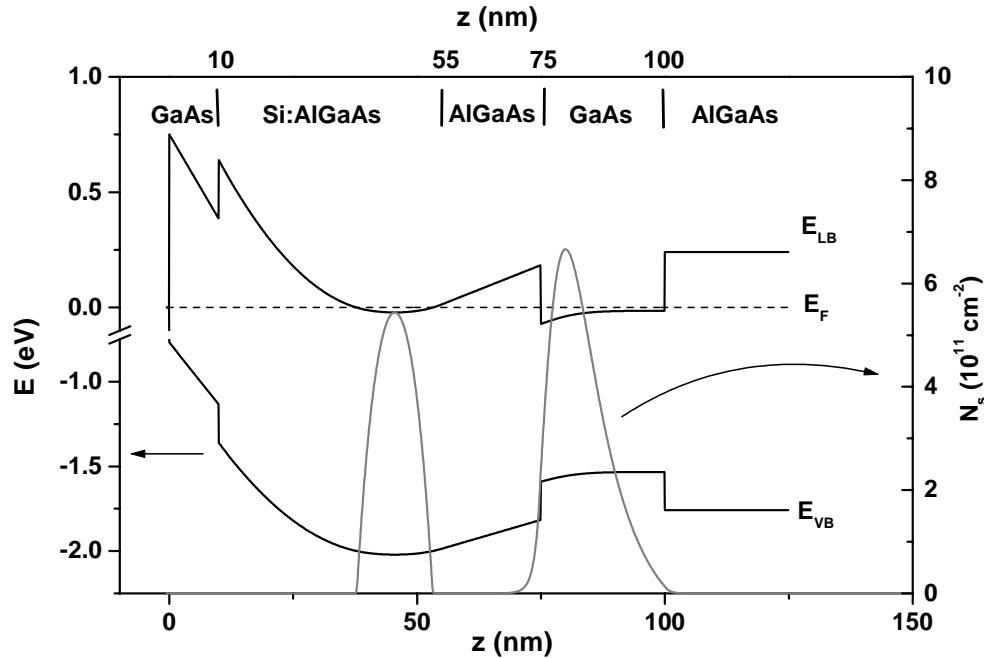


Abb. 4: Selbstkonsistente Berechnung des Leitungs- und Valenzbandes eines typischen in dieser Arbeit untersuchten modulationsdotierten Quantenwells. Hellgrau ist die 2D Ladungsträgerdichte zu sehen.

Die wechselseitige Abhängigkeit, daß die Ladungsverteilung auf das einschließende Potential reagiert, welches selbst die Ladungsverteilung bestimmt, bedingt ein selbstkonsistentes Verfahren zur Ermittlung von energetischen Zuständen im niedrigdimensionalen Elektronengas. Der Abschnitt 2.4 befaßt sich näher mit der Ermittlung der elektronischen Zustände in solchen Systemen.

Die Abb. 4 zeigt die Bandenergien eines typischen dotierten Quantenwells aufgetragen über der Wachstumsrichtung z . Die Berechnung erfolgte nach mit Hilfe des Poissonsolvers 1D-poisson von Snider [30] mit Probenparametern der Probe #83, einem 25 nm Quantenwell mit 20 nm Spacer zwischen Dotierung und Well. Die graue Kurve in Abb. 4 gibt die zweidimensionale Ladungsträgerverteilung wieder. Die Dotierung ist so hoch, daß sich ein sog. Bypass bildet, d.h. ein zweites 2DEG im Bereich der Dotierschicht. Dieses parallele Elektronensystem ist aufgrund der Nähe zu den Donatorionen schlechter beweglich als das System im Well. Dies kann einen Einfluß haben auf die

elektronischen Anregungen im Quantenwell, insbesondere auf das Intraband-Plasmon. Die Paralleleitfähigkeit wird oft dafür verantwortlich gemacht, daß man keine exakte Übereinstimmung zwischen der theoretisch für ein einzelnes 2DEG vorhergesagten und der gemessenen Wellenvektordispersion findet [31]. Die Verbreiterung des Spacers, also die Erhöhung des Abstands der faktisch zwei 2DEGs, was auch eine Verringerung der Elektronendichte N_s mit sich bringt, erlaubt es die Intraband-Anregungen zu spektroskopieren, wie es an der Probe #356 realisiert wurde (vgl. Abschnitt 4.3.1).

2.4 Niedrigdimensionale Elektronensysteme

Wie im vorigen Abschnitt angedeutet, müssen das Potential und die Ladungsträgerverteilung aufgrund der gegenseitigen Abhängigkeit selbstkonsistent berechnet werden. Die Grundzustandsberechnung eines 2DEG wird meist in Effektiv-Massen-Näherung [24] durchgeführt, wobei die Wechselwirkung der Elektronen untereinander im Rahmen der Lokaldichte-Näherung (LDA) der Dichtefunktionaltheorie behandelt wird [32, 33]. Im folgenden wird die Vorgehensweise zur selbstkonsistenten Berechnung vorgestellt. Der Hamilton-Operator der i Elektronen des 2DEG stellt sich in Effektiv-Massen-Näherung folgendermaßen dar:

$$H = \sum_i \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta_i + V_{ext}(\mathbf{r}_i) \right\} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i \neq j} \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + E_c \quad (2.16)$$

mit der relativen Dielektrizitätskonstante ϵ des umgebenden Halbleiters und der Leitungsbandkante E_c .

Wird die Wechselwirkung in Lokaldichte-Näherung betrachtet, so sind die Einteilchen-Wellenfunktionen Lösungen der Kohn-Sham-Gleichung

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta_i + V_{LDA}(\mathbf{r}) + E_c \right\} \psi(\mathbf{r}) = \epsilon \psi(\mathbf{r}). \quad (2.17)$$

Das Potential $V_{LDA}(\mathbf{r})$ hängt nur von z ab und setzt sich aus dem Hartree-Potential $V_H(z)$ und dem Austausch-Korrelations-Potential $V_{xc}(z)$ zusammen. Aufgrund der alleinigen z -Abhängigkeit von $V_{LDA}(\mathbf{r})$ kann die Subband-Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r})$ faktorisiert werden in einen z -abhängigen Teil $\zeta(z)$ und den Rest $e^{i(k_x x + k_y y)}$. Setzt man dies in die Kohn-Sham-Gleichung 2.17 ein und vernachlässigt die z -Abhängigkeit der effektiven Masse m^* , so ergibt sich:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + V_{LDA}(z) + E_c(z) \right\} \zeta_{ik} = \epsilon_{ik} \zeta_{ik} \quad (2.18)$$

Zusammen mit den Randbedingungen $\zeta(-\infty) = \zeta(\infty) = 0$ für die Enveloppenfunktionen und den Grenzflächenrandbedingungen $\zeta^A(z_0) = \zeta^B(z_0)$ und deren Ableitungen kann nun Glg. 2.18 gelöst werden.

Die beiden Summanden von V_{LDA} müssen parallel bestimmt werden. Das Hartree-Potential V_H trägt der Wechselwirkung eines Elektrons im Feld aller anderen Elektronen und der ionisierten Donatoren und Akzeptoren Rechnung. Es ergibt sich aus der Lösung der Poisson-Gleichung

$$\epsilon_0 \epsilon \frac{d^2 \Phi(z)}{dz^2} = en(z) - \rho(z) \quad \text{mit} \quad V_H(z) = -e\Phi(z), \quad (2.19)$$

wobei $\rho(z)$ die Ladung der Donatoren und Akzeptoren bezeichnet und die Elektronendichte $n(z)$ sich aus der Summe der 2D-Dichten der einzelnen Subbänder i ergibt:

$$n(z) = \sum_i N_i \zeta_i(z)^2. \quad (2.20)$$

Mit der Randbedingung $\frac{d\Phi}{dz}(d_{depl}) = 0$ ergibt sich das Potential als Lösung der Poisson-Gleichung 2.19 mit

$$\Phi(z) = \frac{e}{\epsilon_0 \epsilon} \int_{-\infty}^z dz' \int_{-\infty}^{z'} dz'' n(z'') - = \frac{e}{\epsilon_0 \epsilon} (N_s + N_{depl})z + \frac{e}{\epsilon_0 \epsilon} N_A (z + d_s)^2. \quad (2.21)$$

N_s bezeichnet dabei die Gesamtelektronendichte und d_s die Dicke der Spacerschicht. Eine besondere Bedeutung kommt dabei der Hintergrundladung $N_{depl} = N_A \cdot (d_{depl} + d_s)$ zu. Mit ihr läßt sich zur Simulation von angelegten Gatespannungen bei konstanter Gesamtladungsträgerdichte ein linearer Spannungsabfall im Wellbereich aufaddieren (vgl. Abschnitt 4.1). d_{depl} bezeichnet die Breite der Verarmungszone, in der eine konstante Dichte von ionisierten Akzeptoren vorliegt.

Das Austausch-Korrelationspotential $V_{xc}(z)$ wird am einfachsten in Lokaldichte-Näherung (LDA) betrachtet [34], bei der man den Austausch-Korrelationsanteil des chemischen Potentials eines homogenen Elektronengases, das dieselbe Dichte n_0 hat wie das inhomogene Elektronengas an der Stelle z , verwendet:

$$V_{xc}(z) = V_{xc}(n(z)) = \mu_{xc}(n_0 = n(z)). \quad (2.22)$$

Eine Parametrisierung von V_{xc} kann in [35] gefunden werden.

Die Abb. 5 zeigt einen selbstkonsistent berechneten Leitungsbandverlauf eines Quantenwells mit den ersten beiden elektronischen Zuständen. Die Quantisierung der Elektronen manifestiert sich, wie bereits erwähnt, in der Aufspaltung in Subbänder. Das erste Subband liegt 21.1 meV unterhalb der Fermi-Energie E_F (gestrichelt eingezeichnet). Das zweite Subband ist gerade oberhalb von E_F . Zusätzlich sind die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Elektronen in den ersten beiden Zuständen zu sehen.

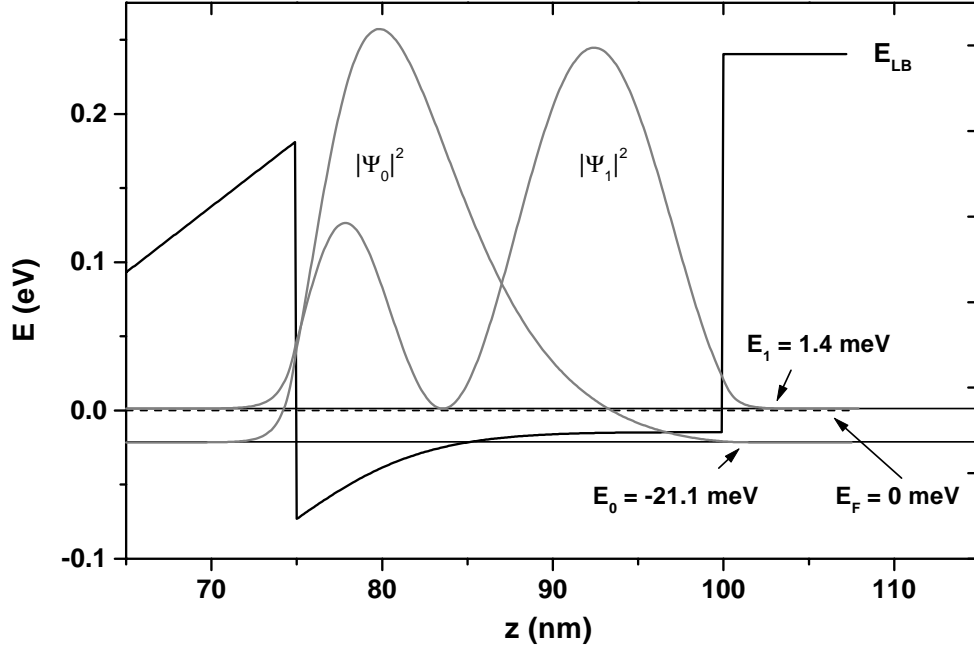


Abb. 5: Selbstkonsistente Berechnung nach [30] der Bandkante des Quantenwells im Ortsraum. Dargestellt sind ebenfalls die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Grundzustandes $|\Psi_0|^2$ und des ersten angeregten Zustandes $|\Psi_1|^2$.

Die Dispersion des Elektrons eines Subbands i im \mathbf{k} -Raum, der hier aufgrund der lediglich lateralen Bewegung zweidimensional ist, stellt sich folgendermaßen dar:

$$E_i(k_x, k_y) = E_i^z + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) \quad (2.23)$$

mit der Quantisierungsenergie E_i^z .

2.4.1 Externe magnetische Felder

Der Einfluß eines externen magnetischen Felds B senkrecht zum lateralen 2DEG hat eine weitere Quantisierung der Elektronen zur Folge. Die Elektronen spalten in eine Serie von Landau-Niveaus auf und ihre Energie ist gegeben durch:

$$E_{n,s}^i = E_z^i + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + sg_s^* \mu_B B \quad \text{mit} \quad \omega_c = \frac{eB}{m^*}. \quad (2.24)$$

Hierbei sind n die Landau-Quantenzahl, $s = \pm\frac{1}{2}$ die Spin-Quantenzahl, g_s^* der effektive Einteilchen g -Faktor und μ_B das Bohrsche Magneton. Die Entartung der Landau-

Niveaus nimmt mit steigendem B -Feld zu und ist pro Spinzustand gegeben durch

$$N_L = \hbar\omega_c \cdot D_{2D} = \frac{eB}{h} \quad (2.25)$$

mit der zweidimensionalen Zustandsdichte D_{2D} . Jede Entvölkerung eines Landau-Niveaus bringt einen Sprung in der Fermi-Energie mit sich.

Die Anzahl der besetzten, nicht spinentarteten Landau-Niveaus werden durch den Füllfaktor ν angegeben

$$\nu = \frac{N_s}{N_L} = \frac{N_s h}{eB}, \quad (2.26)$$

der einen entscheidende Größe für Magnetfeld-abhängige Effekte von 2DEG darstellt, insbesondere für Transportexperimente.

Die magnetische Länge l_B ist definiert als

$$l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}} \quad (2.27)$$

und gibt den Radius der Elektronenbahn im untersten Landau-Niveau an. Der Radius für Elektronen im n -ten Landau-Niveau ist gegeben durch

$$r_n = \sqrt{2n+1} l_B \quad (2.28)$$

mit der Landau-Quantenzahl n .

2.4.2 Externe elektrische Felder

Der Effekt eines externen elektrischen Feldes auf quantisierte Niveaus wird im allgemeinen als Stark-Effekt bezeichnet, wobei man zwischen AC- und DC-Stark-Effekt unterscheidet. Das Anlegen eines elektrischen Feldes F vertikal zum Quantenwell führt zur Überlagerung der Bandstruktur mit einem linearen Potential und wird im Hamilton-Operator mit dem Störterm

$$H_F = -eFz \quad (2.29)$$

beschrieben. Die primäre Wirkung des Feldes auf den Well ist die räumliche Trennung von Elektron und Loch, was die Bildung eines Dipols zur Folge hat. Die Größe des Feldes F führt zu einer Verschiebung der Rekombinationsenergie bezüglich des Flachbandfalls zu niedrigeren Energien. Zunächst tritt eine quadratische Reduzierung der Energie mit F ein, die durch eine lineare abgelöst wird, wenn die maximale Polarisation $e \cdot d$, gegeben durch die Wellbreite d , erreicht ist. [36]

Prinzipiell läßt sich auch die Elektronendichte im Well abstimmen, wenn den Elektronen die Möglichkeit zum Tunneln durch einen hinreichend dünnen Spacer gegeben ist (wie es z.B. in der Probe #269 realisiert ist, vgl. Abb. 29). Sind die Elektronen beiderseitig des Wells von breiten Barrieren umgeben, so verändert man lediglich das Potential ohne die Dichte zu beeinflussen.

2.5 Nulldimensionale Elektronensysteme

Ausgehend von zweidimensionalen Elektronengasen wird die Dimensionalität durch laterale Strukturierung, wie es in Kap. 3 vorgestellt wird, weiter reduziert und man realisiert quasi ein- und nulldimensionale Systeme. Solche Quantendrähte und -dots lassen sich neben Tief-Mesa-Ätzen auch durch Flach-Mesa-Ätzen herstellen oder durch den Feldeffekt mit geeigneten lateral strukturierten Gate-Elektroden induzieren.

Das externe Potential, das die Elektronen in den Tief-Mesa-geätzten Quantendots einsperrt, stammt von den verbliebenen Donatoren und eventuellen Oberflächenladungen. Es ist also elektrostatischer Natur und besitzt daher eine annähernd parabolische Form. Noch näher an der idealen Parabel liegen die externen Potentiale, die mit Hilfe von Gates durch den Feldeffekt induziert werden.

Die weitere laterale Einschränkung der Beweglichkeit in beiden Richtungen der Ebene zeigt sich in der Ausbildung von quantisierten Niveaus. Die Zustandsdichte in einem Quantendot ist δ -funktionsförmig und gegeben durch:

$$\frac{dN}{dE} \propto \sum_{\epsilon_i} \delta(E - \epsilon_i) \quad (2.30)$$

mit den diskreten Energieniveaus ϵ_i . Bei tiefen Temperaturen von wenigen K, werden die Eigenschaften der Dots allein durch die starke Quantisierungsenergie bestimmt und nicht durch andere Effekte im Festkörper, wie z. B. Phononen.

Anders als in Atomen hat das einschließende parabolische Potential $V(\mathbf{r}) = V_0 + kr^2$ keine Singularität im Ursprung und der Hamilton-Operator eines Leitungsbandelektrons im Magnetfeld kann in der Effektiv-Massen-Näherung folgendermaßen dargestellt werden:

$$H = \frac{1}{2m^*} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 r^2 \quad (2.31)$$

mit der symmetrischen Eichung des Vektorpotentials $\mathbf{A} = \frac{1}{2} B[y, -x, 0]$ und der Quantisierungsenergie ω_0 . Die Eigenzustände $|n_+ n_- \rangle$ von 2.31 wurden zuerst analytisch von Fock und Darwin bestimmt [37, 38], die die folgenden Eigenenergien finden:

$$\epsilon(n_+ n_-) = \hbar \omega_+ \left(n_+ + \frac{1}{2} \right) + \hbar \omega_- \left(n_- + \frac{1}{2} \right) \quad (2.32)$$

$$\text{mit} \quad \omega_{\pm} = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{4} \omega_c^2} \pm \frac{1}{2} \omega_c \quad (2.33)$$

Die Eigenenergien $\epsilon(n_+ n_-)$ sind in Abwesenheit eines Magnetfeldes entartet ($\omega_+ = \omega_- = \omega_0$), bei starkem Feld ($\omega_c \gg \omega_0$) hingegen gehen sie in Landau-Niveaus über, die durch die Zyklotronenergie $\hbar \omega_+ \approx \hbar \omega_c$ separiert sind. Durch eine Darstellung in

zylindrischen Koordinaten sind die Eigenenergien durch die azimuthale Quantenzahl m und die radiale Quantenzahl n bestimmt:

$$\epsilon(n, m) = (2n + |m| + 1)\hbar\Omega - \frac{1}{2}\hbar\omega_c m \quad (2.34)$$

$$\text{mit } \Omega^2 = \omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_c^2 \quad (2.35)$$

und $n = 0, 1, 2$, und $|m| = 0, 1, \dots, n$. Die Abb. 6 zeigt die Entwicklung der Übergangsenergien zwischen Fock-Darwin-Niveaus $\epsilon(n, m)$ in einem magnetischen Feld. Diese können z.B. optisch angeregt werden, unterliegen aber Auswahlregeln.

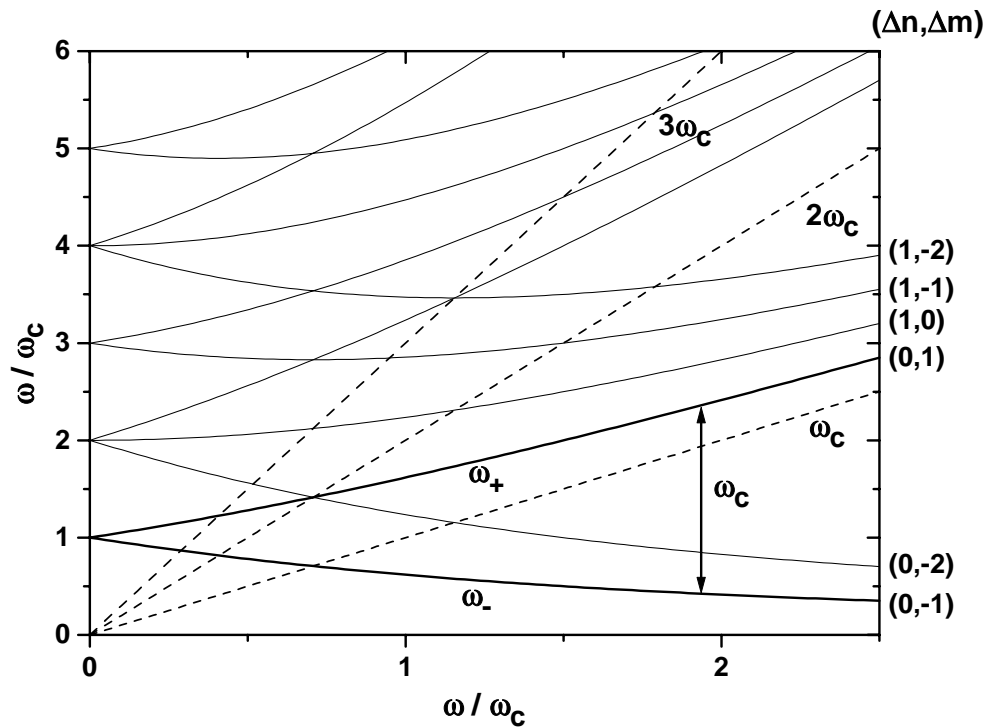


Abb. 6: Übergangsenergien zwischen den Fock-Darwin-Niveaus nicht wechselwirkender Elektronen im magnetischen Feld. Fett gezeichnet sind die energetisch niedrigsten Übergänge mit $\Delta n = 0$ und $\Delta m = \pm 1$.

Die optisch erlaubten Übergänge mit $\Delta m = \pm 1$ sind hervorgehoben und zeichnen sich dadurch aus, daß die beiden Moden ω_+ und ω_- durch die Zyklotronenergie ω_c getrennt sind. Gestrichelt angegeben sind die Zyklotronfrequenz ω_c und Vielfache davon, an die sich die Fock-Darwin-Moden mit steigendem B -Feld asymptotisch annähern. Die Quantisierungsenergie ist hier gegeben durch ω_0 . Die laterale Quantenzahl N ist in der

Darstellung von Glg. 2.34 definiert als $N = (2n + |m| + 1)$. ΔN symbolisiert den Übergang zwischen verschiedenen Niveaus, die durch verschiedene n und m charakterisiert sein können.

Betrachtet man nun ein System wechselwirkender Elektronen im parabolischen Potential in einem senkrechten magnetischen Feld, so muß der Hamilton-Operator 2.31 auf einen Vielteilchen-Operator ausgeweitet werden, der die Wechselwirkung beinhaltet:

$$H_N = \sum_{j=1}^N H(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j) + \sum_{i < j < N} V(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \quad (2.36)$$

mit dem Wechselwirkungs-Potential $V(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$. Falls das Potential der Wechselwirkung lediglich von Koordinatendifferenzen abhängt (was bei der Coulomb-Wechselwirkung eine gleichförmige Dielektrizitätskonstante bedingt), läßt sich die Schwerpunktsbewegung von der Relativbewegung aus 2.36 separieren:

$$H_N = H_{CM}(\mathbf{R}, \mathbf{P}) + H_{rel}(\mathbf{r}_{j,rel}, \mathbf{p}_{j,rel}). \quad (2.37)$$

Die Eigenenergien des Schwerpunkt-Hamiltonians H_{CM} hängen nur von ω_0 und ω_c ab, so daß das Anregungsspektrum von H_{CM} nicht abhängig ist von der Gesamtanzahl der Elektronen und sich verhält wie das Fock-Darwin-Spektrum des Einzelelektrons (Glg. 2.34). Dies spielt eine Rolle bei der Absorption von FIR-Strahlung, die als Dipolstrahlung nur an die Schwerpunktsbewegung koppeln kann. In den FIR-Spektren mißt man also eine Resonanz, die exakt bei der Frequenz des externen Potentials auftritt, unabhängig davon, wieviele Elektronen sich in dem System befinden. Dieser Sachverhalt wird als Kohnsches Theorem bezeichnet. [39, 40] Mit FIR-Absorption läßt sich demnach die Quantisierungsenergie des externen Potentials der Elektronen in Quantendots bestimmen, was in Kap. 5.3.1 vorgestellt wird und zur erweiterten Charakterisierung von Quantendots dient.

Unter dem Einfluß eines magnetischen Feldes konkurriert das magnetische Confinement mit der Quantisierungsenergie ω_0 , d.h. das magnetische Confinement wird mit ansteigendem Feld stärker und führt in das Regime der Landau-Quantisierung. In starken B -Feldern wird die magnetische Länge l_B , definiert in Glg. 2.27, irgendwann kleiner als der Durchmesser des Dots und als Folge ist das dominierende Einteilchen-Potential das Landau-Potential. Die charakteristische Energie der Elektron-Elektron-Coulomb-Abstoßung verändert sich mit dem B -Feld wie $e^2/l_B \propto \sqrt{B}$, drückt die Elektronen also auseinander, das Potential der Quantisierung, gegeben durch ω_0 treibt sie zusammen. [41]

Die theoretische Behandlung von mehreren Elektronen, die im Quantendot und 2DEG oder auch im realen Atom eingeschlossen sind, birgt große Schwierigkeiten. So ist bei einem "Vielteilchen"-Atom nur bei wenigen Elektronen eine exakte Diagonalisierung des Problems möglich. Deshalb behandelt man viele Elektronen im Quantendot üblicherweise in einem Meanfield-Ansatz, wie er in der Hartree-Fock-Gleichung realisiert

ist. Den Grundzustand und die effektiven oder abgeschirmten Einteilchen-Energien, die man so bestimmt, sollten im allgemeinen nicht direkt beobachtbar sein. Denn die beobachteten Resonanzenergien werden durch dynamische Vielteilchen-Effekte renormalisiert. Unter nicht-resonanten Bedingungen beobachtet man in der Raman-Streuung denn auch nur die kollektiven Anregungen. Erst unter extremer Resonanz mißt man Anregungen, die in der Nähe der Einteilchen-Abstände liegen, die sog. SPEs. In den folgenden Kapiteln werden diese effektiven Einteilchen-Energien in den Experimenten sowohl in 2DEGs als auch in Quantendots beobachtet. Speziell im Abschnitt 4.1 wird durch getagete 2D Proben der Charakter dieser Anregung genauer untersucht.

2.6 Elektronische Ramanstreuung

Als Raman-Streuung bezeichnet man die inelastische Streuung von Licht an elementaren Anregungen (z.B. Phononen oder Plasmonen) eines Festkörpers unter der Erhaltung von Energie und Impuls:

$$\hbar\omega_s = \hbar\omega_i \pm \hbar\omega \quad (2.38)$$

$$\mathbf{k}_s = \mathbf{k}_i \pm \mathbf{q}, \quad (2.39)$$

wobei $\hbar\omega$ und \mathbf{q} Energie bzw. Impuls der Anregung und die Indizes i und s einfallendes bzw. gestreutes Licht bezeichnen. Die positiven Vorzeichen gelten für einen Anti-Stokes-Prozeß, bei dem eine schon im System vorhandene Anregung zerstört wird und die negativen Vorzeichen beschreiben den Stokes-Prozeß, der die Erzeugung einer Elementaranregung bezeichnet.

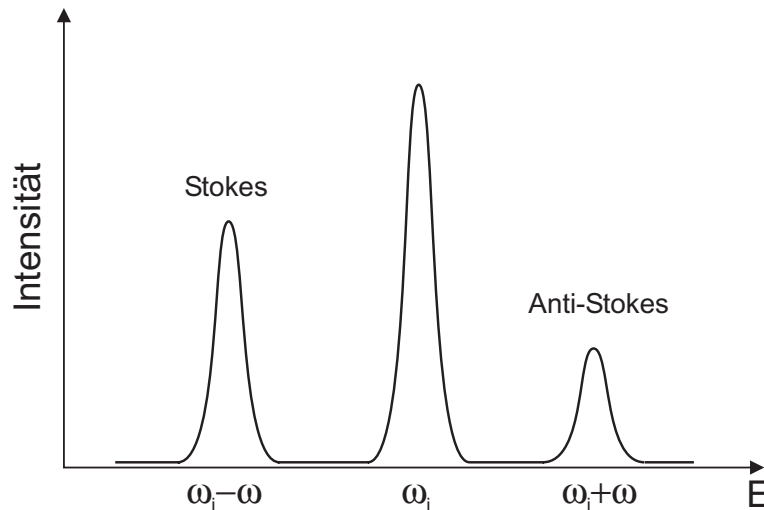


Abb. 7: Schematisches Spektrum der inelastischen Lichtstreuung mit Stokes- und Anti-Stokes-Prozeß.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Streuexperimente behandeln lediglich die Stokes-Komponente, denn der Anti-Stokes-Prozeß setzt voraus, daß die Anregung schon vorhanden ist, was nur bei hohen Temperaturen gegeben ist.

2.6.1 Elektronische Anregungen des 2DEG

In niedrigdimensionalen Elektronensystemen treten eine Vielzahl elektronischer Anregungen auf, die durch unterschiedlichste Faktoren beeinflußt werden, die meist auf kollektiven Effekten beruhen. Prinzipiell unterscheidet man zwischen drei verschiedenen Typen von Anregungen. Zum einen findet man sogenannte Einteilchen-Anregungen, SPEs (**S**ingle-**P**article **E**xcitations), die den Abständen der Subbandenergien im Einteilchen-Bild entsprechen, also offensichtlich keinerlei kollektiven Effekten unterliegen. Zum anderen beobachtet man Ladungsdichte-Anregungen, CDEs (**C**harge-**D**ensity **E**xcitation), und Spindichte-Anregungen, SDEs (**S**pin-**D**ensity **E**xcitation). Die letzteren sind von den Einteilchen-Anregungen energetisch verschoben, die CDEs im allgemeinen zu höheren, die SDEs zu niedrigeren Energien.

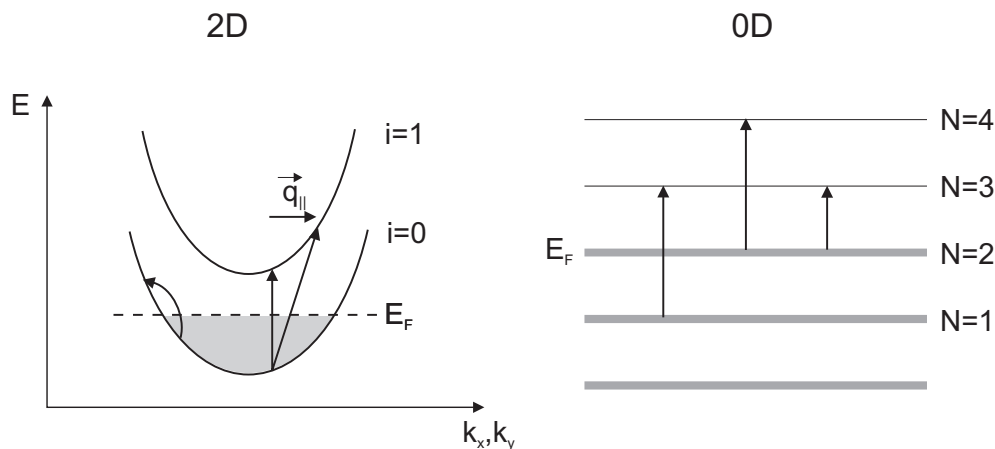


Abb. 8: Anregungen in 2DEG und Quantendots im Einteilchen-Bild. Graue Flächen markieren besetzte Zustände

Die Abb. 8 verdeutlicht Übergänge zwischen Subbändern im Einteilchen-Bild. Im 2DEG haben die Subbänder i eine näherungsweise parabolische Form und sowohl Intersubband-Übergänge mit einer Änderung des Wellenvektors, hier um \mathbf{q}_{\parallel} , als auch senkrechte Übergänge im k -Raum sind möglich. Links ist ein Intraband-Übergang dargestellt, der zwangsläufig mit einem Wellenvektorübertrag verbunden ist. In den 0DES rechts in Abb. 8 existieren nur noch diskrete Energieniveaus, die mit der lateralen Quantenzahl N bezeichnet sind. Wellenvektorüberträge spielen hier energetisch keine Rolle, da die Niveaus k -unabhängig sind.

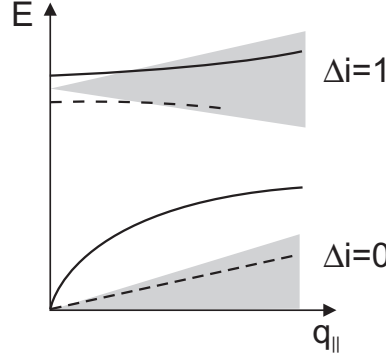


Abb. 9: Dispersion verschiedener Interband- ($\Delta i = 1$) und Intraband-Anregungen ($\Delta i = 0$) abhängig vom lateralen Wellenvektor in einem 2DEG. Grau dargestellt sind die Einteilchen-Kontinua.

Für die 2DEG gilt, daß die Subbänder in $\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y$ Rotationsparaboloide darstellen. Daher gibt es zu festem lateralem Wellenvektorübertrag $\mathbf{q}_{||}$ ein Kontinuum von Interband-Übergängen $\Delta i = 1$, welche als graue Schattierung in Abb.9 oben angedeutet ist. Die Ränder des Einteilchen-Kontinuums werden gebildet durch

$$E(\mathbf{q}) = E_c + \frac{\hbar^2(\mathbf{k}_F \pm \mathbf{q})^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2\mathbf{k}_F^2}{2m^*} = E_c + \frac{\hbar^2}{2m^*}(\pm 2\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{q} + \mathbf{q}^2), \quad (2.40)$$

mit dem Subbandabstand E_c . Gestrichelt dargestellt sind in Abb.9 die Interband-SDE und Intraband-SDE. Sie liegt unterhalb der SPE, denn sie ist aufgrund der Austausch-Wechselwirkung zu kleineren Energien verschoben. Durchgezogen sind die wegen der direkten Coulomb-Wechselwirkung zu höheren Energien verschobenen CDEs dargestellt. Genauer wird dies weiter unten in diesem Abschnitt erläutert. Die Kante des Einteilchen-Kontinuums der Intraband-Anregung ist gegeben durch

$$E(\mathbf{q}) = \frac{\hbar^2}{2m^*}(2\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{q} + \mathbf{q}^2) \approx \frac{\hbar^2}{m^*}\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{q}, \quad (2.41)$$

denn der experimentell maximal erreichbare Wellenvektorübertrag \mathbf{q} liegt im Bereich von $1.6 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$, wohingegen der Fermi-Vektor \mathbf{k}_F bei einer Fermi-Energie eines 2DEG von typisch 25 meV mit $2.1 \times 10^6 \text{ cm}^{-1}$ eine Größenordnung darüber liegt. Mit der obigen Beziehung 2.41 läßt sich bei bekanntem \mathbf{q} aus der gemessenen Einteilchen-Anregung SPE_0 der Fermi-Vektor und daraus die Elektronendichte N_s des 2DEG bestimmen:

$$k_F = \sqrt{2\pi N_s}. \quad (2.42)$$

2.7 Kollektive Anregungen des 2DEG

Im Prinzip sollten in niedrigdimensionalen Elektronensystemen aufgrund von dynamischen Vielteilchen-Effekten, wie im vorigen Abschnitt erwähnt, nur kollektive Anregungen zu beobachten sein, doch liefern Hartree-Fock-Rechnungen in einfachen Näherungen auch die oben erwähnten Einteilchen-Anregungen. Es ist von vornherein nicht eindeutig, ob es sich dabei um Artefakte handelt, oder ob sie einen realen Ursprung haben. Aber Vergleiche mit exakten Rechnungen in Quantendots zeigen, daß es bereits in Systemen mit wenigen Elektronen Anregungen gibt, die in der Nähe der Einteilchen-Abstände liegen und kleinen kollektiven Shifts unterliegen [42]. Später werden Ergebnisse vorgestellt, die darauf schließen lassen, daß die gemessenen Einteilchen-Anregungen ebenfalls kollektiven Einflüssen unterliegen; in diesem Fall zeigt sich ein Spindichteartiger Charakter der SPE. Die Energien der kollektiven Anregungen eines 2DEG werden oft in RPA Rechnungen bestimmt, was unter Berücksichtigung des Austausch-Korrelations-Potentials in LDA als time-dependent LDA (TDLDA) bezeichnet wird. Eine ausführliche Betrachtung dieser Rechnungen ist in [43] vorgestellt. Zunächst muß die dynamische Antwort des Systems auf eine äußere Störung selbstkonsistent berechnet werden. Die äußere Störung beeinflusst sowohl die Ladungsträgerdichte als auch die Spindichte des Systems und führt somit zu einer Änderung des Hartree- und Austausch-Korrelations-Potentials, was die kollektiven Anregungen gegenüber den Einteilchen-Anregungen energetisch verschiebt. Die äußere Störung ist von der Form $\mathbf{E}(t) = \epsilon_z E_{ext} e^{-i\omega t}$ und sorgt für einen zusätzlichen Term im Hamilton-Operator $H = H_0 + H_1(t)$. Als nächstes wird die aus der Störung resultierende Dichteänderung $\delta n(\mathbf{r})$ berechnet, für die sich ergibt

$$\delta n(z) = \sum_{n,m} \frac{N_n - N_m}{\epsilon_n - \epsilon_m + \hbar\omega} \zeta_n(z) \zeta_m(z) \langle m | H_1 | n \rangle. \quad (2.43)$$

Bei einer Raman-Anregung ist der effektive Störoperator gegeben durch $H_1 e^{i(\omega t - \mathbf{q}_\perp \mathbf{r}_\perp)}$. In der Konsequenz folgt daraus für die induzierte Dichte

$$\delta n(\mathbf{r}) = \sum_{n,m} D_{nm}^0(q_\perp, \omega) \zeta_n(z) \zeta_m(z) e^{i(\omega t - \mathbf{q}_\perp \mathbf{r}_\perp)} \langle m | H_1 | n \rangle. \quad (2.44)$$

Der erste Term des Produkts aus 2.43 ist die Polarisierbarkeit D_{nm}^0 , die mit der Responsefunktion oder Suszeptibilität χ_{nm}^0 verknüpft ist durch

$$\chi_{nm}^0 = \begin{cases} D_{nm}^0(q_\perp, \omega) + D_{mn}^0(q_\perp, \omega) & : n \neq m \\ D_{nm}^0(q_\perp, \omega) & : n = m \end{cases} \quad (2.45)$$

Setzt man nun 2.43 in $H_1 = V_{ext} + \Delta V_H + \Delta V_{xc}$ ein, so erhält man einen Ausdruck für das dynamische Potential und nimmt man zusätzlich $V_{ext} \equiv 0$ und betrachtet nur ein besetztes Subband, so kann man für die Energie der Anregungen schreiben

$$(\hbar\omega)^2 \eta_m = \sum_{n>0} (\epsilon_{n0} \epsilon_{m0} (\alpha_{mn} + \beta_{mn}) + \delta_{mn} \epsilon_{m0}^2) \eta_n \quad (2.46)$$

mit

$$\eta_n = \frac{\sqrt{\epsilon_{n0}}}{(\hbar\omega)^2 - \epsilon_{n0}^2} \langle n | H_1 | 0 \rangle. \quad (2.47)$$

Da die Nichtdiagonalelemente gegenüber den Diagonalelementen aus 2.46 deutlich kleiner sind, man also Kopplung unterschiedlicher Übergänge vernachlässigen kann, folgt

$$(\hbar\omega)^2 \approx \epsilon_{n0}^2 + \epsilon_{n0}^2(\alpha_{nn} + \beta_{nn}) \quad (2.48)$$

und insbesondere für den Übergang in das erste Subband:

$$\hbar\omega_{10} \approx \epsilon_{10} \sqrt{1 + \alpha_{11} + \beta_{11}} \quad (2.49)$$

Dieser Term beschreibt schließlich die Energien der kollektiven Anregungen. Die direkte Coulomb-Wechselwirkung wird durch den Depolarisationsshift α_{11} beschrieben und ist größer als null, sorgt also zu einer energetischen Anhebung gegenüber dem Einteilchen-Subbandabstand. β_{11} hingegen ist kleiner als null und beinhaltet den Exzitonsift durch die Austausch-Wechselwirkung. Die Matrixelemente α_{11} und β_{11} sind beide abhängig von der Elektronendichte und α_{11} zusätzlich noch von der frequenzabhängigen Dielektrizitätskonstante

$$\epsilon(\omega) = \frac{\omega_{LO}^2 - \omega_{TO}^2}{\omega_{TO}^2 - \omega^2}, \quad (2.50)$$

so daß man üblicherweise einführt

$$\alpha_{11} = \frac{2N_s \alpha'_{11}}{\epsilon(\omega)} \quad \text{und} \quad \beta_{11} = 2N_s \beta'_{11}, \quad (2.51)$$

was zur folgenden Darstellung der kollektiven Intersubband-Anregungen führt [44]:

$$\omega_{CDE}^2 = \epsilon_{10}^2 + 2N_s \epsilon_{10} \left(\frac{\alpha'_{11}}{\epsilon(\omega_{CDE})} + \beta'_{11} \right) \quad (2.52)$$

$$\omega_{SDE}^2 = \epsilon_{10}^2 - 2N_s \epsilon_{10} \beta'_{11} \quad (2.53)$$

Die Beziehungen 2.52 gestatten also aus den gemessenen Energien der kollektiven Anregungen die Ladungsträgerdichte N_s zu berechnen.

Intersubband-Anregungen

Um die oben theoretisch beschriebenen Phänomene zu verdeutlichen werden jetzt Messungen an 2D Referenz-Proben vorgestellt, die die kollektiven Anregungen des 2DEG in einem Quantenwells zeigen. Die Abb. 10 zeigt typische Spektren jeweils gekreuzter und paralleler Polarisierung und man beobachtet die Vielteilchen-Anregungen, die mit Intersubband-Übergängen verknüpft sind. Sie sind gegenüber den Einteilchen-Energien, die durch Hartree-Fock-Rechnungen erhalten werden können, energetisch verschoben. So liegt die Intersubband-Ladungsdichte-Anregung (CDE_1 oder Intersubbandplasmon) durch den Depolarisationsshift, hervorgerufen durch den Hartree-Term der direkten Coulomb-Wechselwirkung, bei höheren Energien. Die Spindichte-Anregungen (SDE_1) ist um den Exzitons shift zu niedrigeren Energien verschoben aufgrund der Austausch-Wechselwirkung zwischen den Elektronen.

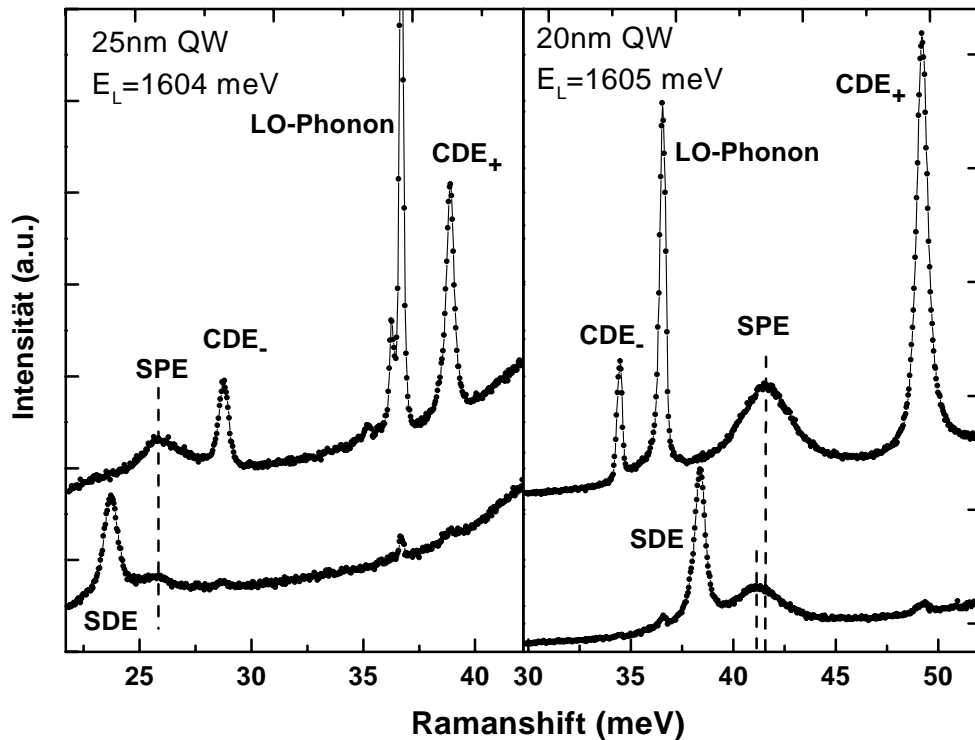


Abb. 10: Ramanspektren von Intersubband-Anregungen in gekreuzter und paralleler Polarisierung. Links des 25 nm breiten Quantenwells #84, rechts des 20 nm breiten #369. Die Ladungsträgerdichten betragen $N_s = 6.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bzw. $N_s = 4.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

Neben den kollektiven Moden treten aber auch Intersubband-Einteilchen-Anregungen (SPE) auf. Zuerst wurden sie 1989 von Pinczuk *et al.* [10] beobachtet, wodurch zum er-

sten mal die Austausch-Energie eines 2DEG direkt zugänglich wurde. Schüller *et al.* [45] haben gezeigt, daß die SPEs extrem gut beobachtet werden, wenn man resonant zum Bandgap anregt. Dies wird durch die abnehmende Abschirmung durch kollektive Effekte erklärt und später genauer im Abschnitt 2.7.2 aufgezeigt.

Deutlich zu sehen in der Abb. 10 ist die energetische Verschiebung zwischen den CDE und SDE (markiert mit der gestrichelten Linie), welche im allgemeinen unterhalb der CDE liegen. Weiter erkennt man, daß die Ladungsdichte-Anregungen in zwei Moden, CDE_+ und CDE_- , um das LO-Phonon herum aufspalten, worauf weiter unten im Abschnitt eingegangen wird. Weiter sind zum Vergleich zwei Quantenwells unterschiedlicher Breite gezeigt, um zu verdeutlichen, welche Auswirkung die stärkere Quantisierung eines schmalen Wells auf die Energie der Intersubband-Anregungen hat: im 20 nm breiten Well liegen sogar die SDE und SPE wegen des engen Wells oberhalb des LO-Phonons, was erwartet wird, da sie nicht mit dem polaren Kristall wechselwirken; nichtsdestoweniger liegen die beiden Moden CDE_{\pm} oberhalb bzw. unterhalb des Phonons. Eine weitere Auffälligkeit ist leichte energetische Shift zwischen den SPE in beiden Polarisierungen im 20 nm breiten Well. Dies könnte möglicherweise ein Hinweis auf kollektive Einflüsse auf die Einteilchen-Anregungen sein.

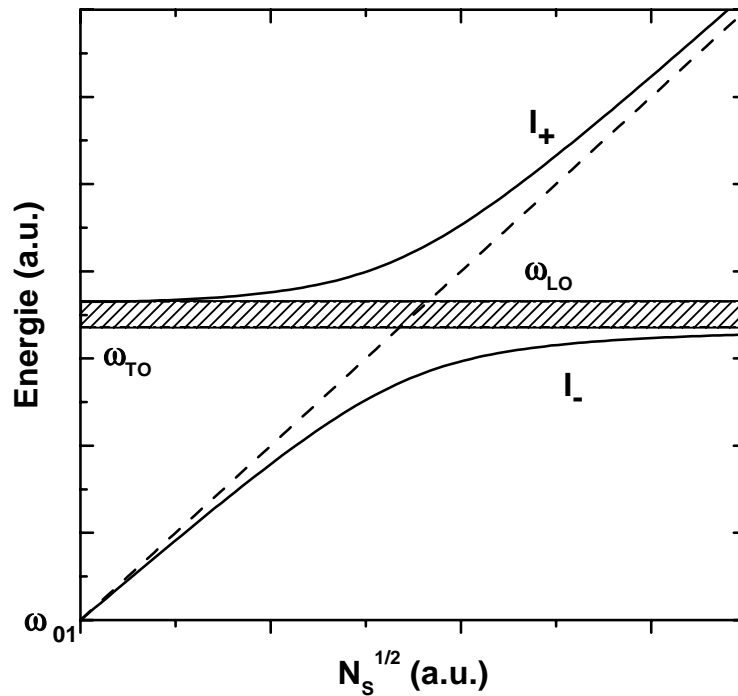


Abb. 11: Schematische Darstellung der Kopplung der I_+ - und I_- -Moden mit dem LO-Phonon. Schraffiert ist die Reststrahlenbande dargestellt. ω_{01} bezeichnet den Einteilchen-Subbandabstand.

Aus der Beziehung 2.52 geht hervor, daß eine Wechselwirkung zwischen dem Plasmon und Gitterschwingungen (LO- und TO-Phononen), ausgedrückt durch $\epsilon(\omega)$ aus 2.50, stattfindet. Die Auswirkung dieser Wechselwirkung ist schematisch in Abb. 11 in Abhängigkeit der Elektronendichte dargestellt. Analytisch läßt sich dieser Sachverhalt durch die zwei Lösungen der Wurzel 2.52 verstehen. Dies ist einfach möglich, wenn man annimmt, daß die exzitonische Korrektur für beide Typen von kollektiven Anregungen etwa gleich groß ist [44]. Die Dispersion, die sich daraus ergibt, ist in Abb. 11 schematisch dargestellt; die Moden CDE_+ und CDE_- sind hier als I_+ und I_- bezeichnet. Weiter wird aus der Zeichnung deutlich, daß es einen Bereich gibt, die sog. Reststrahlenbande (schraffierter Kasten), in dem keine CDE auftreten, da die makroskopischen Felder der Schwingungen des 2DEGs von den optisch polaren Gitterschwingungen abgestoßen werden.

Intrasubband-Anregungen

Die Intrasubband-Ladungsdichte-Anregung (CDE_0) kann man sich vorstellen als eine kollektive Schwingung der Elektronen in der Ebene des 2DEG. Sie ist folglich abhängig von der Ladungsträgerdichte N_s und dem Wellenvektor $q_{||}$ der Ebene. Die Dispersion 2.54 ist schematisch schon in Abb. 9 dargestellt und wurde zuerst von Stern [46] angegeben:

$$\omega^2(q_{||}) = \frac{N_s e^2}{2\epsilon\epsilon_0 m^*} q_{||} + \frac{3}{4}(q_{||} v_f)^2 \quad (2.54)$$

Die quadratische Korrektur in $q_{||}$ resultiert aus der Entwicklung der Polarisierbarkeit nach $q_{||}/\omega$ und kann i.A. vernachlässigt werden, da $q_{||} \ll v_f$. Dieser Term wird auch als nicht-lokale Korrektur bezeichnet. Durch die endliche Ausdehnung des 2DEG in die z -Richtung wird die Frequenz aber wieder abgesenkt. Befindet sich auf der Oberfläche der Probe ein metallisches Gate, so muß die Dielektrizitätskonstante ϵ ersetzt werden, durch eine, die den Abstand zwischen Gate und 2DEG berücksichtigt [47]:

$$\epsilon \rightarrow \frac{1}{2} \epsilon (1 + \coth(qd)) \quad (2.55)$$

Bei den hier verwendeten Proben spielt der Term $\coth(qd)$ jedoch keine Rolle, da bei $d \approx 100$ nm die Korrektur minimal ist. Im Abschnitt 4.3.1 werden Intrasubband-Plasmonen spektroskopisch untersucht und die $q_{||}$ - sowie N_s -Abhängigkeit verifiziert.

Neben dem Plasmon existieren auch die korrespondierende Intrasubband-Spindichte- und Einteilchen-Anregung. Die SDE_0 ist meistens schwer zu messen, da sie bei kleinen Energien liegt. Aus der Einteilchen-Anregung kann, wie in Abschnitt 2.6.1 erwähnt, die Ladungsträgerdichte N_s abgeschätzt werden.

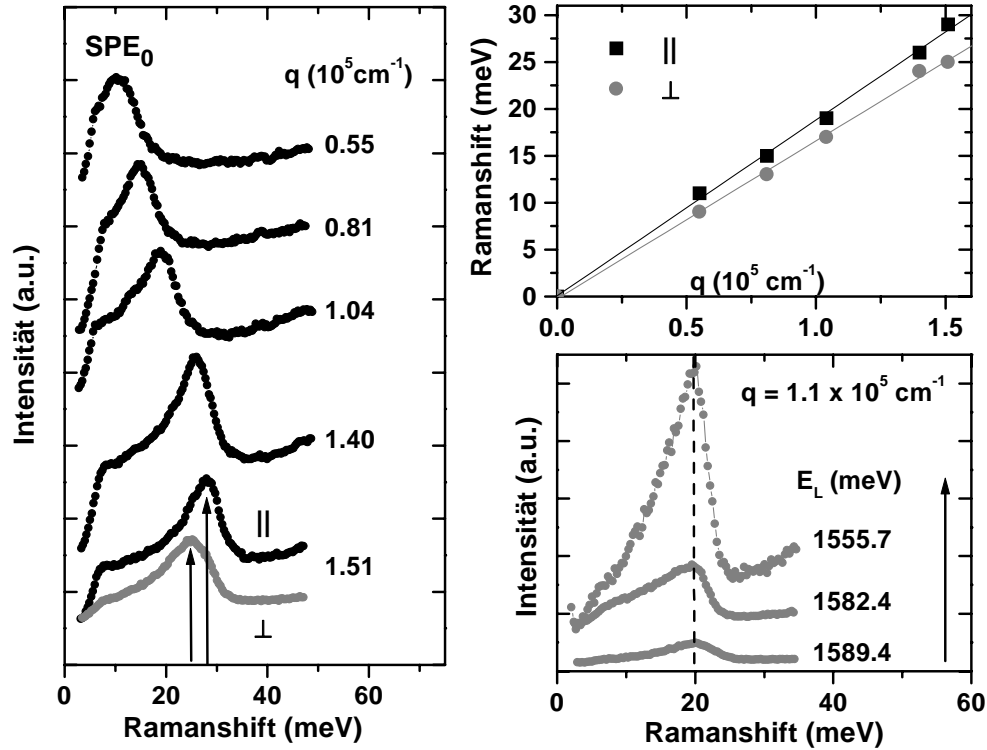


Abb. 12: Intrasubband-Einteilchen-Anregungen (SDE_0) in der Probe #139. (a) Spektren bei verschiedenem q (b) q -Dispersion der SDE_0 (c) Resonanzverhalten in Abhängigkeit der anregenden Laserenergie.

Die Abb. 12 zeigt die Intrasubband-Einteilchen-Anregung, die an der Probe #139 gemessen wurde. Links sind Spektren in polarisierter Geometrie zu sehen (schwarz) und ein Spektrum in depolarisierter Geometrie (grau) bei $q = 1.51 \times 10^5 \text{ cm}^{-5}$. Auffällig ist der kleine energetische Shift zwischen beiden Polarisierungen. Er ist darauf zurückzuführen, daß die SPE_0 auch Anteile der zugehörigen Spindichte-Anregung enthält, die bei niedrigeren Energien liegt. Man erwartet, daß die Anregung in depolarisierter Geometrie breiter und flacher sein sollte aufgrund der Landau-Dämpfung, was hier aber offensichtlich nicht der Fall ist. Rechts oben ist die q -Dispersion aufgetragen, aus der mittels 2.41 die Elektronendichte N_s berechnet wird. Für N_s ergibt sich aus den polarisierten Spektren ein Wert von $6.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Rechts unten ist das Resonanzverhalten der SPE_0 dargestellt. Nähert man sich mit der anregenden Laserenergie dem Bandgap, wird die SPE_0 resonant angeregt, wie es schon von Schüller *et al.* [45] gefunden wurde. Dieses Resonanzverhalten wird in dem Abschnitt 2.7.2 über die Streuprozesse erklärt. Dasselbe Verhalten gilt aber auch für die Intersubband-SPE.

2.7.1 Streuung an elektronischen Anregungen

Im folgenden werden die bisherigen phänomenologischen Betrachtungen auf eine theoretische Basis gestellt und insbesondere die Auswahlregeln der Raman-Streuung begründet. Die Betrachtung der Streuung von elektromagnetischer Strahlung an Elektronen des Festkörpers folgt im wesentlichen einer Darstellung in [8]. Allgemein kann die Wechselwirkung von einfallender und gestreuter elektromagnetischer Strahlung mit Elektronen des Halbleiters dargestellt werden durch den Hamilton-Operator [48]

$$H_{ep} = \underbrace{\frac{e^2}{2m} \sum_j [\mathbf{A}(\mathbf{r}_j)]^2}_{H''_{ep}} + \underbrace{\frac{e}{2m} \sum_j [\mathbf{p}_j \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}_j) + \mathbf{A}(\mathbf{r}_j) \cdot \mathbf{p}_j]}_{H'_{ep}}, \quad (2.56)$$

wobei $\mathbf{A}(\mathbf{r}_j)$ die Summe der Vektorpotentiale von einfallenden und gestreuten Feldern reflektiert. Der Hamilton-Operator H''_{ep} beinhaltet die Felder in zweiter Ordnung und führt somit zu einer Behandlung der Streuung in Störungstheorie erster Ordnung. Der zweite Summand H'_{ep} hingegen beinhaltet das Feld in erster Ordnung und führt daher zur Störungstheorie zweiter Ordnung.

Blum [49] beschreibt die Streuung von Licht an Ladungsdichte-Fluktuationen von einem Zustand $|\alpha\rangle$ in den Zustand $|\beta\rangle$ für den Fall, daß man resonant anregt ($E_G \approx \omega_i$), mit einem effektiven Hamilton-Operator

$$H''_{eff} = \frac{e^2}{2m} N A(\omega_i) A(\omega_s) \quad (2.57)$$

mit der Fourier-Transformierten des Elektron-Dichte-Operators

$$N = \sum_{\alpha\beta} \gamma_{\alpha,\beta} C_\beta^\dagger C_\alpha. \quad (2.58)$$

C_β^\dagger und C_β sind die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren, die den Ein-Elektronen Zuständen von freien Elektronen im Halbleiter zugeordnet sind. Die Koeffizienten $\gamma_{\alpha\beta}$ berücksichtigen alle Prozesse, die durch H'_{ep} und H''_{ep} beschrieben werden. Ohne magnetisches Feld sind die Koeffizienten $\gamma_{\alpha\beta}$ gegeben durch [50]

$$\begin{aligned} \gamma_{\alpha\beta} = & (\boldsymbol{\epsilon}_i \cdot \boldsymbol{\epsilon}_s) \xi_{\alpha\beta} \\ & + \frac{1}{m} \sum_{\beta'} \left[\frac{\langle \alpha | \boldsymbol{\epsilon}_s \cdot \mathbf{p} e^{-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}} | \beta' \rangle \langle \beta' | \boldsymbol{\epsilon}_i \cdot \mathbf{p} e^{-i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} | \beta \rangle}{\hbar\omega_i + E_\beta - E_{\beta'}} \right. \\ & \left. + \frac{\langle \alpha | \boldsymbol{\epsilon}_i \cdot \mathbf{p} e^{-i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} | \beta' \rangle \langle \beta' | \boldsymbol{\epsilon}_s \cdot \mathbf{p} e^{-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}} | \beta \rangle}{E_\beta - E_{\beta'} - \hbar\omega_s} \right] \end{aligned} \quad (2.59)$$

mit den Zwischenzuständen $|\beta'\rangle$ des Valenzbands und

$$\xi_{\alpha,\beta} = \langle \alpha | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | \beta \rangle. \quad (2.60)$$

Beide Summanden aus 2.59 korrespondieren mit H''_{ep} bzw. H'_{ep} . Weiter stellt sich der Streuquerschnitt eines einkomponentigen Plasmas in diesem Formalismus dar als [9]

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega \partial \omega} = r_0^2 \left(\frac{\omega_s}{\omega_i} \right) V^2 G(\omega) \quad (2.61)$$

mit dem dynamischen Strukturfaktor

$$G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \langle N(t) N^\dagger(0) \rangle dt \quad (2.62)$$

und dem klassischen Elektronenradius $r_0^2 = (e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2)$. Das Integral aus 2.62 beinhaltet eine thermische Mittelung über die Ausgangszustände der Elektronen.

Oft wird der dynamische Strukturfaktor mit dem Fluktuations-Dissipations-Theorem berechnet. Weiter findet Blum allgemeine Ausdrücke für $G(\omega)$ mittels RPA-Rechnungen. In ihrer allgemeinen Form sind sie gegeben durch

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega \partial \omega} = \hbar \frac{\omega_s}{\omega_i} \frac{n_\omega + 1}{\pi} \text{Im} \left(L_2 + \frac{e^2}{\epsilon_0 \epsilon_\infty q^2} \frac{L_1 \tilde{L}_1}{\epsilon(\omega, \mathbf{q})} \right) \quad (2.63)$$

mit

$$L_2 = \sum_{\alpha, \beta} |\gamma_{\alpha\beta}|^2 \left(\frac{n_\beta - n_\alpha}{\hbar\omega + E_\beta - E_\alpha} \right) \quad (2.64)$$

$$L_1 = \sum_{\alpha, \beta} \gamma_{\alpha\beta} m_{\alpha\beta}^* \left(\frac{n_\beta - n_\alpha}{\hbar\omega + E_\beta - E_\alpha} \right) \quad (2.65)$$

$$\tilde{L}_1 = \sum_{\alpha, \beta} \gamma_{\alpha\beta}^* m_{\alpha\beta} \left(\frac{n_\beta - n_\alpha}{\hbar\omega + E_\beta - E_\alpha} \right) \quad (2.66)$$

und der frequenzabhängigen Dielektrizitätskonstanten

$$\epsilon(\omega, \mathbf{q}) = 1 - \frac{e^2}{\epsilon_0 \epsilon_\infty q^2} \sum_{\alpha, \beta} |m_{\alpha\beta}|^2 \left(\frac{n_\beta - n_\alpha}{\hbar\omega + E_\beta - E_\alpha} \right). \quad (2.67)$$

Der erste Summand (L_2) des Imaginärteils aus 2.63 beschreibt den Streuquerschnitt nichtwechselwirkender Elektronen. Der zweite Summand aus 2.63 rührt von der Coulomb-Wechselwirkung her und begründet zwei Effekte. Zum einen schirmt er die Streuung an bestimmten Einteilchen-Anregungen, die durch $\text{Im}(L_2)$ beschrieben werden, ab, und zum anderen erlaubt er die Streuung an kollektiven Moden, die an den Nullstellen von 2.67 auftreten.

Hamilton und McWorther [50] finden unter den Voraussetzungen

$$\omega_i \approx \omega_s \quad (2.68)$$

$$E_{\beta'} - E_\beta \approx E_G \quad (2.69)$$

mit einer optischen Bandlückenenergie E_G eine analytische Lösung des Streuquerschnitts für III-V-Verbindungshalbleiter mit freien Elektronen in Leitungsbandzuständen in der Mitte der Brillouin-Zone. Mit den spezifischen Wellenfunktionen, die aus dem Kane-Modell [25] ermittelt werden, erhalten sie für $\gamma_{\alpha\beta}$ [51]:

$$\gamma_{\alpha\beta} = \boldsymbol{\epsilon}_i \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_s \xi_{\alpha\beta} + i(\boldsymbol{\epsilon}_i \times \boldsymbol{\epsilon}_s) \cdot \mathbf{B} \cdot \xi_{\alpha\beta} \quad (2.70)$$

mit

$$\xi_{\alpha\beta} = \langle \alpha | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \boldsymbol{\sigma} | \beta \rangle, \quad (2.71)$$

welches die Paulimatrix $\boldsymbol{\sigma}$ enthält. Die Tensoren \mathbf{A} und \mathbf{B} beinhalten die Impuls-Matrixelemente und die Resonanz-Nenner. Die Streuung an Elektronendichte-Fluktuationen besteht nach 2.70 demnach aus zwei Termen. Die erste Komponente bedingt symmetrische Polarisierungen von einfallendem und gestreutem Licht und ist verbunden mit Ladungsdichte-Fluktuationen. Die zweite Komponente bedingt antisymmetrische Polarisierungen der beteiligten Lichtwellen und ist verknüpft mit der Streuung an Spindichte-Fluktuationen und Spin-Flip-Übergängen.

Setzt man nun den ersten Summanden von 2.70 in den effektiven Hamilton-Operator 2.57 ein, so erhält man

$$H''_{eff} = \frac{e^2}{2m} (\boldsymbol{\epsilon}_i \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_s) [N_{\downarrow}(\mathbf{q}) + N_{\uparrow}(\mathbf{q})] A(\omega_i)A(\omega_s) \quad (2.72)$$

als Operator zur Beschreibung der Streuung an CDEs. Spektren dieser Streugeometrie ($\boldsymbol{\epsilon}_i \parallel \boldsymbol{\epsilon}_s$), bei denen an die Ladungsdichte-Fluktuation $e[N_{\downarrow}(\mathbf{q}) + N_{\uparrow}(\mathbf{q})]$ gekoppelt wird, heißen *polarisiert*. Auf der anderen Seite ergibt sich die Lichtstreuung am zweiten Term von 2.70, der die Spins der beteiligten Elektronen verändert:

$$H''_{eff} = i \frac{e^2 V}{2m} (\boldsymbol{\epsilon}_i \times \boldsymbol{\epsilon}_s) \cdot \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_z \left[\frac{N_{\downarrow}(\mathbf{q}) - N_{\uparrow}(\mathbf{q})}{2} \right] A(\omega_i)A(\omega_s). \quad (2.73)$$

$\boldsymbol{\epsilon}_z$ bezeichnet dabei den Einheitsvektor in z -Richtung. Die elektromagnetische Welle koppelt also an die Spindichte-Verteilung $\frac{1}{2}[N_{\downarrow}(\mathbf{q}) - N_{\uparrow}(\mathbf{q})]$ der Elektronen und die Spektren dieser Streugeometrie ($\boldsymbol{\epsilon}_i \perp \boldsymbol{\epsilon}_s$) heißen *depolarisiert*.

Für den differentiellen Streuquerschnitt 2.61 folgt analog die Darstellung für Streuung an Ladungsdichte-Fluktuationen

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega_{CDE}} \propto \left(\frac{\omega_s}{\omega_i} \right)^2 q^2 |\boldsymbol{\epsilon}_i \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_s|^2 \cdot (1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}})^{-1} \text{Im}\{\chi_{CDE}(\mathbf{q}, \omega)\} \quad (2.74)$$

bzw. an Spindichte-Fluktuationen

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega_{SDE}} \propto \left(\frac{\omega_s}{\omega_i} \right)^2 q^2 |(\boldsymbol{\epsilon}_f \times \boldsymbol{\epsilon}_i) \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_z|^2 \cdot (1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}})^{-1} \text{Im}\{\chi_{SDE}(\mathbf{q}, \omega)\}. \quad (2.75)$$

$\chi_{CDE/SDE}(\mathbf{q}, \omega)$ bezeichnet die dielektrische Suszeptibilität bzw. die Dichte-Dichte-Korrelationsfunktion des wechselwirkenden Elektronensystems:

$$\chi_{CDE/SDE}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\chi_0(\mathbf{q}, \omega)}{1 - \gamma_{CDE/SDE}(\mathbf{q})\chi_0(\mathbf{q}, \omega)} \quad (2.76)$$

$\gamma_{CDE/SDE}(\mathbf{q})$ enthält die jeweiligen aus 2.46 bekannten Matrixelemente, die die Coulomb-Wechselwirkung und die Austausch-Wechselwirkung beschreiben und sind z.B. in [52] genau berechnet:

$$\gamma_{CDE} = \alpha_{11}(\mathbf{q}) + \beta_{11} \quad (2.77)$$

$$\gamma_{SDE} = \beta_{11} \quad (2.78)$$

$\chi_0(\mathbf{q}, \omega)$ ist die Dichte-Dichte-Korrelationsfunktion nicht-wechselwirkender Teilchen und bestimmt allein den Streuquerschnitt der Einteilchen-Anregung:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega_{SPE}} \propto \text{Im}\{\chi_0(\mathbf{q}, \omega)\}. \quad (2.79)$$

Die Ladungsdichte-Fluktuationen von freien Elektronen koppeln an die makroskopischen longitudinalen Felder von optischen polaren Gitterschwingungen (Phononen). Die resultierenden gekoppelten Moden haben gemischten Plasmon-Phonon Charakter [53, 11]. Daher besitzt der Streuquerschnitt Anteile der Ladungsdichte-Fluktuationen und von der Streuung an LO-Phononen:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega \partial \omega} = r_0^2 \left(\frac{\omega_s}{\omega_i} \right)^2 V^2 (\boldsymbol{\epsilon}_i \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_s)^2 S(q, \omega). \quad (2.80)$$

Der dynamische Strukturfaktor $S(q, \omega)$ freier Elektronen besteht aus einem gekoppelten System longitudinaler Polarisierungen und stellt sich dar als [8]:

$$S(q, \omega) = \frac{\hbar q^2 \epsilon_0}{\pi e^2 V} (1 - e^{-\hbar\omega/k_B T})^{-1} \cdot [\epsilon_\infty + \chi_L(\omega)] \text{Im} \left\{ \frac{\chi(q, \omega)}{\epsilon(q, \omega)} \right\}. \quad (2.81)$$

In der RPA ist die gesamte longitudinale dielektrische Funktion polarer Kristalle, wie z.B. n-dotierte III-V-Halbleiter gegeben durch

$$\epsilon(q, \omega) = \epsilon_\infty + \chi(q, \omega) + \chi_L(\omega) \quad (2.82)$$

mit dem Gitterbeitrag zur elektrischen Suszeptibilität

$$\chi_L(\omega) = \epsilon_\infty \frac{\omega_{LO}^2 - \omega_{TO}^2}{\omega_{TO}^2 - \omega^2}. \quad (2.83)$$

ω_{LO} und ω_{TO} sind die Frequenzen des longitudinal optischen (LO) bzw. transversal optischen (TO) Phonons. Setzt man voraus, daß ϵ_∞ real ist, so kann $S(q, \omega)$ geschrieben werden als

$$S(q, \omega) = \frac{\hbar q^2 \epsilon_0 \epsilon_\infty^2}{\pi e^2 V} (1 - e^{-\hbar\omega/k_B T})^{-1} \cdot \left(\frac{\omega_{LO}^2 - \omega^2}{\omega_{TO}^2 - \omega^2} \right)^2 \text{Im} \left\{ \frac{\chi(q, \omega)}{\epsilon(q, \omega)} \right\}. \quad (2.84)$$

2.7.2 Streuprozesse

Zur Verdeutlichung der resonanten inelastischen Streuung von Licht an Interband-Anregungen mittels eines zwei- oder dreistufigen Prozesses ist in Abb.13 ein mikroskopisches Modell von Burstein [11] dargestellt. Dieses Modell setzt voraus, daß man resonant im Energiebereich einer Bandlücke in Rückstreugeometrie anregt und daß weder das Leitungsband noch das Valenzband entartet sind. In der Abb.13 ist vereinfachend lediglich das unterste Leitungssubband besetzt und sie beschränkt sich auf die Darstellung von Ladungsdichte-Streumechanismen. In Teil (a) ist der zweistufige Prozeß verdeutlicht, bei dem ein Elektron optisch vom Valenzband in einen höheren Leitungszustand angeregt wird. Ein Elektron eines tieferliegenden besetzten Subbands rekombiniert, unabhängig von seinem Spinzustand, mit dem Loch im Valenzband. Diese Spin-Flip- und Nicht-Spin-Flip-Anregungen besitzen nahezu gleich große Streuquerschnitte.

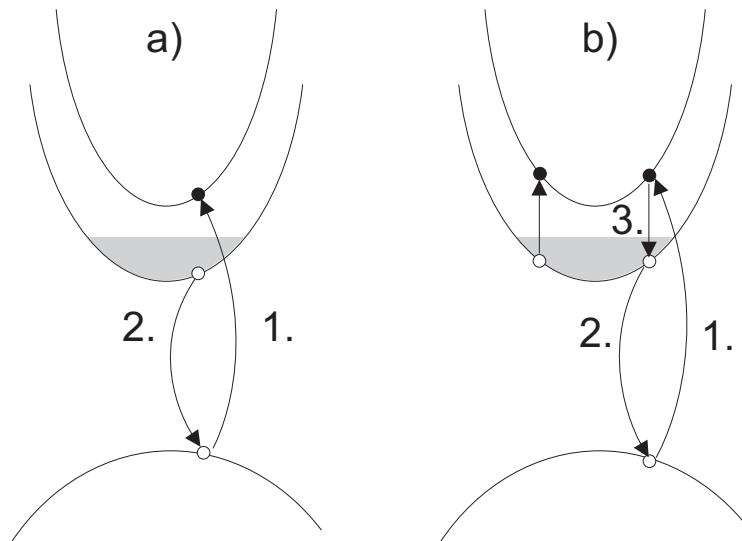


Abb. 13: Schematische Darstellung der Übergänge im a) zweistufigen und b) dreistufigen Streumechanismus. [11]

Der dreistufige Fall aus Teil (b) wird herangezogen zur Erklärung der Streuung an kollektiven Anregungen. Die ersten beiden Schritte sind zunächst identisch, der dritte Schritt enthält einen weiteren Übergang unter dem Einfluß der Coulomb-Wechselwirkung. Dies kann interpretiert werden als Abschirmung der Einteilchen-Anregung des zweistufigen Prozesses.

Die kollektiven Anregungen werden nur durch den dreistufigen Prozeß erklärt, da hier die Coulomb- und Austausch-Wechselwirkung einbezogen werden und die Einteilchen-

Anregung abgeschirmt wird. Die letzteren lassen sich durch den zweistufigen Prozeß verdeutlichen. Beide Streumechanismen gehen in die Berechnung des Streuquerschnitts ein. Für den Fall, daß die Energie des eingestrahlt Lichts keinem resonanten Übergang entspricht und die Subbänder parabolische Dispersion besitzen, heben sich die Beiträge zu Einteilchen-Anregungen in beiden Prozessen exakt auf. Es treten also nur kollektive Anregungen im Spektrum auf. Sind die Subbänder hingegen nicht parabolisch oder befindet man sich in extremer Resonanz mit der Bandlücke, was einen reellen Übergang vom Valenz- ins Leitungsband bedeutet, so treten zunehmend nicht abgeschirmte Einteilchen-Anregungen im Spektrum auf. [54, 55] Solch ein Verhalten wird bestätigt durch Messungen an 2DEG, die in Kap. 4.1 vorgestellt werden.

Neben dem mehrstufigen Streumechanismus fanden Danan *et al.* [56] Hinweise für einen weiteren Prozeß, der auf eine Resonanz mit Exzitonen schließen läßt. Sie beobachteten Resonanzbreiten von kollektiven Anregungen von wenigen meV, die nicht erwartet werden, legt man die oben dargestellten Prozesse bei einer Anregung an der E_0 -Bandlücke zu Grunde. Denn bei letzteren sollte die Breite des Resonanzprofils in der Größenordnung der Fermi-Energie liegen, da alle Elektronen des Fermi-Sees an den Übergängen beteiligt sind. Die Abb. 14 zeigt schematisch die Erzeugung und Vernichtung von virtuellen Exzitonenzuständen im Einteilchen-Bild.

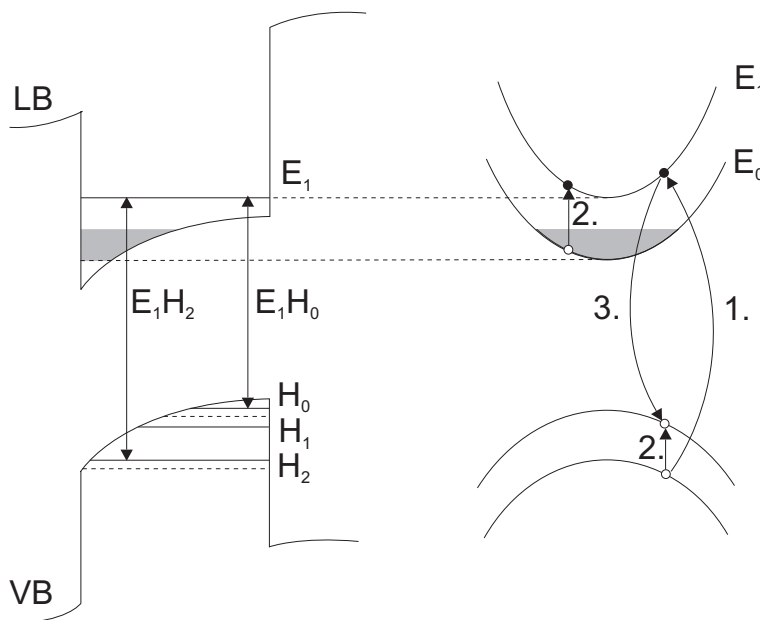


Abb. 14: Erzeugung bzw. Vernichtung von Exzitonen als Grundlage von Streuung an kollektiven Anregungen. [56]

$E_i H_j$ bezeichnet ein Exziton, das aus einem Elektron des i -ten angeregten Leitungssubbands und einem schweren Loch des j -ten angeregten Valenzsubbands gebildet wird.

Man beobachtet besonders scharfe Resonanzen für den Fall, daß die eingestrahlte oder emittierte Energie gleich der Exzitonenergie ist. Erklärt wird dies durch einen dreistufigen exzitonischen Streumechanismus: im ersten Schritt (1.) wird ein Photon absorbiert und ein Exziton erzeugt. Dieses Exziton wird über die Wechselwirkung mit dem Fermi-See in einen energetisch niedrigeren Zustand gestreut (2.). Die kollektiven Anregungen CDE und SDE können hierbei durch die Wechselwirkung mittels direkter Coulomb-Wechselwirkung bzw. Austausch-Wechselwirkung erzeugt werden. Zuletzt rekombiniert das gestreute Exziton (3.). Dieses Modell wird in dieser Arbeit bestätigt durch Messungen von Spindichte-Anregungen in Quantendots, die nur in einem schmalen Bereich anregender Laserenergie zu beobachten sind (vgl. 5.1).

Kapitel 3

Methoden der Probenstrukturierung und experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel werden zunächst die präparativen Methoden vorgestellt, die der Herstellung aller Proben zu Grunde liegen. Auf den speziellen Aufbau einzelner Proben wird in den experimentellen Kapiteln eingegangen. Danach werden der verwendete experimentelle Aufbau und spezielle Streugeometrien, die sich mit dem Aufbau realisieren lassen, dargelegt.

3.1 Laterale Strukturierung

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung verschiedener Aspekte von niedrig-dimensionalen Elektronensystemen. Ausgehend von MBE-gewachsenen modulationsdotierten Heterostrukturen, wie sie in Kap. 2.4 vorgestellt wurden, schränkt man die Bewegungsrichtung der Elektronen durch zielgerichtete Präparationsverfahren weiter ein oder ist in der Lage das 2DEG anderweitig zu modifizieren, z.B durch ein Gate.

Ausgangspunkt fast aller Präparation, die meist zum Ziel hat die Dimensionalität des 2DEG einzuschränken, ist die Erzeugung einer Struktur auf der Oberfläche der Probe mittels Photolack und die anschließende Übertragung der Lackstruktur in die Probe bzw. Beschichten der Probe mit verschiedensten Materialien, etwa Oxiden oder Metallen.

Die verschiedenen Präparationsschritte werden exemplarisch an einer mit einem Rückkontakt (Backgate) versehenen gegateten Quantendot-Probe vorgestellt.

3.1.1 Holographische Lithographie und Kontaktlithographie

Am Anfang jeder Lithographie steht die Belackung mit Photoresist. Benutzt wurden für Strukturen im Nanometerbereich (Dots und Wires) der Resist Shipley 1805, für grobe Strukturen im Mikro- und Millimeterbereich Shipley 1813. Die letzten 2 Ziffern geben jeweils die Lackdicke in 100 nm bei Aufschleudergeschwindigkeit von 6000 U/min an. Bei Strukturgrößen im Bereich von 200 nm bis 400 nm ist es erforderlich den Lack mit Shipley Thinner im Verhältnis 1:1 zu verdünnen, um ein Aspektverhältnis zwischen stehengebliebenen Lackstrukturen und freientwickelten Flächen nahe 1 zu erhalten. Nachfolgend werden kurz die nötigen Standardschritte zur Belackung der Proben vorgestellt:

- Standardreinigung bestehend aus 5-10 minütigem Kochen in Aceton, um Lackreste (Schutzbelackung oder Lack aus vorigen Schritten) zu entfernen. Anschließend 10 minütige Ultraschallreinigung in Aceton.
- Nach sorgfältigem Trockenblasen mit Stickstoff wird der Resist aufgeschleudert. Der 1:1 verdünnte Shipley 1805 für holographische Belichtung wird mit einer Geschwindigkeit von 6000 U/min aufgeschleudert, womit man eine Lackdicke von ca. 250 nm erreicht. Der dickere 1813 für Kontaktlithographie mit dem Maskaligner wird mit 3000-4000 U/min aufgebracht, so daß man eine Resistschicht von ca. 2 μ m erhält, da die nachfolgenden Prozeßschritte eine belastbare dichte Schicht verlangen.
- Um verbliebene im Lack enthaltene Lösungsmittel zu entfernen, werden die belackten Proben ca. 20 Minuten bei 90°C im Konvektionsofen ausgebacken.

Anschließend erfolgt die Belichtung entweder im holographischen Aufbau oder mit dem Maskaligner. Die holographische Lithographie ist ein Verfahren zur Erzeugung großer Arrays periodischer Strukturen bis in den Nanometerbereich hinunter durch Interferenz zweier kohärenter Laserstrahlen.

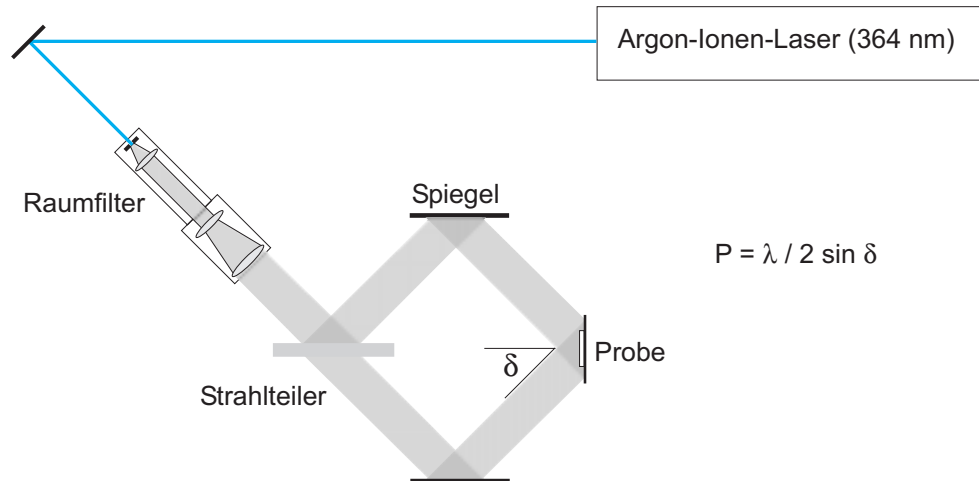


Abb. 15: Schematische Skizze des Holographieaufbaus: Der Laserstrahl wird aufgeweitet und durch einen Strahlteiler in zwei kohärente Teilstrahlen aufgespalten, die auf der Probe interferieren.

Als Lichtquelle wird ein Argon-Ionen-Laser der Fa. Spectra Physics verwendet, der im UV-Bereich mit $\lambda = 364 \text{ nm}$ betrieben wird. Die beiden Teilstrahlen interferieren auf der Probe, die durch Unterdruck auf dem Probenhalter gehalten wird. Der Winkel δ , unter dem die Teilstrahlen auf die Probe treffen, bestimmt die Periode P der \cos^2 -förmigen Intensitätsverteilung im Photolack:

$$P = \frac{\lambda}{2 \sin \delta} \quad (3.1)$$

Es lassen sich also Strukturen bis ca. 180 nm Periode realisieren, wobei man über die Belichtungs- und Entwicklungszeit die Breite der Lackstege oder -dots deutlich unterhalb die Hälfte der Periode treiben kann. Zur Erzeugung von Dots dreht man die Probe um 90° und belichtet ein zweites mal. Die Gesamtbelichtungszeiten für Dots bewegen sich ca. $\frac{1}{3}$ über der von Drähten und liegen bei typischerweise 2 mal 2.5 Sekunden, bei einer Laserleistung von ca. 190 mW.

Die Belichtung großer Flächen auf der Probe geschieht mittels Kontaktlithographie mit einem Maskaligner der Fa. Süss. Zunächst muß eine Belichtungsmaske hergestellt werden. Dies geschieht, indem man belackte Chromblanks (Glasplatten mit einer Chrom- und Photolackschicht) durch ein Photonegativ, welches die invertierte Maske enthält, hindurch belichtet. Anschließend entwickelt man den Lack an den belichteten Stelle weg und legt so das Chrom frei, welches mit einer Ammonium-Cer-Nitrat-Lösung weggeätzt wird. Die eigentliche Probe wird im Maskaligner an die fertige Chrommaske gepreßt, und durch das Glas der Maske hindurch belichtet. Die Belichtungszeiten lagen in diesem Fall mit den o.g. Lackdicken bei 7-8 Sekunden bei einer Leistung der Hg-Dampflampe von nominell 274 Watt.

Die Abbildung 16 zeigt alle Layer der Maske zur Herstellung von gegateten Proben übereinander: an drei Ecken die Legierflächen für die ohmschen Kontakte zum 2DEG oder Backgate, in der Mitte die Mesa mit den drei Gates.

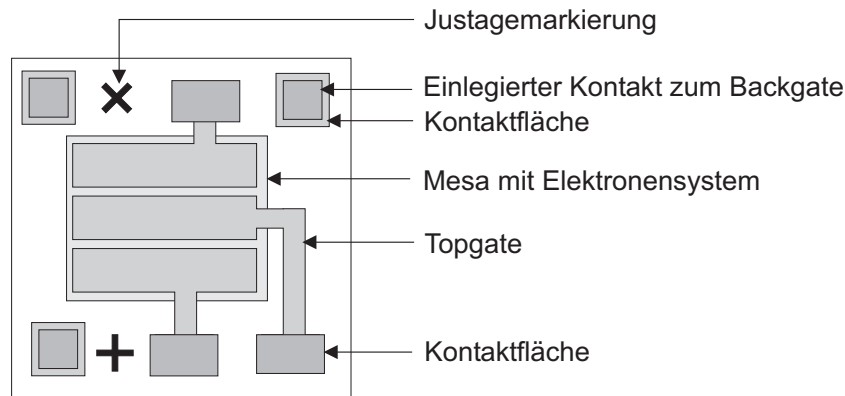


Abb. 16: Maskenstrukturen zur Belichtung von gegateten Proben. Die vier verwendeten Masken sind durch verschiedene Graustufen gekennzeichnet und übereinander angeordnet dargestellt.

Zur Entwicklung und Entfernung der belichteten Lackflächen wird Microposit Remover der Fa. Shipley verwendet. Die Maskaligner-Proben werden 25 Sekunden in unverdünntem Entwickler geschwenkt, anschließend in Reinstwasser gespült, um die Entwicklung zu stoppen. Die Holographieproben werden 60 Sekunden lang in einer Mischung aus Remover und Reinstwasser im Verhältnis 1:1 entwickelt bevor sie gespült werden. Vor dem nächsten Schritt der Prozessierung kann an dieser Stelle noch ein zweiter Ausbackschritt stehen, um den Lack zu härten insbesondere im Hinblick auf sich anschließende Plasma- oder Ätzschritte. Leider gelingt es nicht immer, den belichteten Lack durch den Entwickler vollständig zu entfernen, insbesondere bei holographisch belichteten Proben. Deswegen schließt sich an dieser Stelle immer ein Veraschungsprozeß im Barrelreaktor an. Dabei wird die Probe für typischerweise 45 Sekunden einem Sauerstoffplasma ausgesetzt. Die Sauerstoffradikale des Plasmas werden auf die Probe beschleunigt (vgl. Abschnitt 3.1.2) und veraschen dünne, auf der Probe verbliebene Lackreste. Um die Probe dabei aber vor hochfrequenter Strahlung zu schützen, die eventuell das Elektronensystem beeinflussen, ist sie von einem Aluminium-Gitter umgeben.

3.1.2 Reaktives Ionen Ätzen

Zur Übertragung der Lackstrukturen in die Probe wurde in dieser Arbeit neben einem naßchemischen Ätzprozeß, der nur für großflächige Mesas zur Anwendung kam, ein Trockenätzverfahren in einer kommerziellen Plasmaätzanlage (Oxford Plasmalab 80+) verwendet. Die Abb. 17 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Plasmaätzanlage.

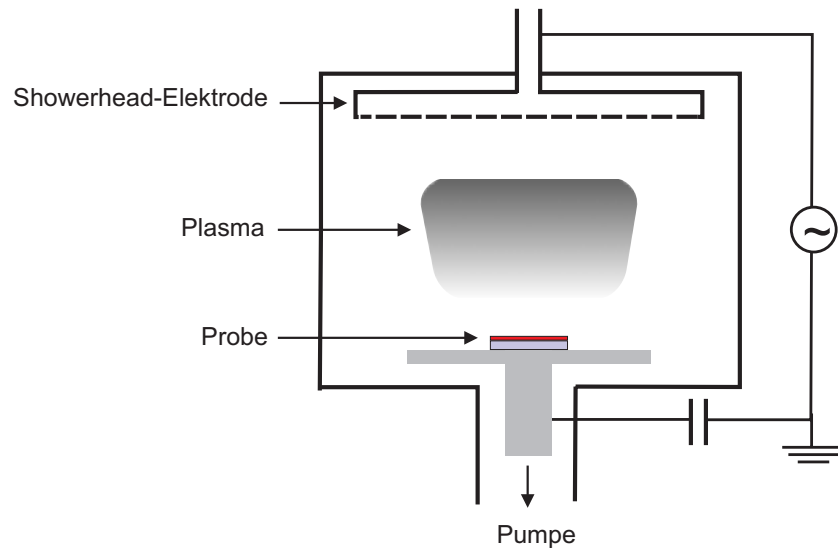


Abb. 17: Schematische Skizze der Plasmaätzanlage

Kernstück der Anlage ist der Rezipient, in dem das Plasma brennt. An Boden und Decke des Rezipienten befinden sich zwei Elektroden: oben eine sogenannte *Showerhead*-Elektrode, durch die das Prozessgas SiCl_4 eintritt, unten eine Substratelektrode, die durch eine Quarzglasplatte vor Schädigung bewahrt wird. Zwischen beiden Elektroden wird eine HF-Spannung von 13.56 MHz angelegt, wodurch das SiCl_4 -Plasma gezündet und am Brennen gehalten wird. Das Plasma besteht aus SiCl_4 -Radikalen (Ionen) und Elektronen, die aufgrund ihrer kleineren Masse eine deutlich höhere Beweglichkeit aufweisen und somit auf den Rezipienten und die Elektroden auftreffen. Die gesamte Prozeßkammer und die Showerhead-Elektrode sind geerdet, bleiben also neutral, die Substratelektrode ist jedoch kapazitiv entkoppelt von der Erde, so daß diese allein sich negativ auflädt. Dies führt zu einer selbsterregten Gleichspannung zwischen beiden Elektroden, der sog. *Bias*-Spannung. Sie bestimmt zusammen mit dem Plasmapotential die Energie, mit der die Ionen auf die Probe beschleunigt werden und den Ätzprozeß durchführen. Dieser Prozeß ist ein physikalisch unterstützter chemischer Ätzprozeß, bei dem das Chlor die Hauptrolle spielt: Gallium, Arsen und Aluminium reagieren zu ihren entsprechenden Chloriden, welche bei den verwendeten Prozeßdrücken von wenigen mTorr flüchtig sind, also abgepumpt werden. Eine entscheidende Rolle spielt die physikalische Komponente, denn das gerichtete Auftreffen der Radikale sorgt für hohe Anisotropie, d.h. steile Flanken ohne Unter- oder Überschnitt; dies läßt sich über die Prozeßparameter Fluß, Druck und Leistung einstellen. Desweiteren fördert die physikalische Komponente die Desorption der Reaktionsprodukte auf der Oberfläche. Die Abb. 18 zeigt deutlich, daß sich große Arrays trockenätzter holographischer Dots herstellen lassen.

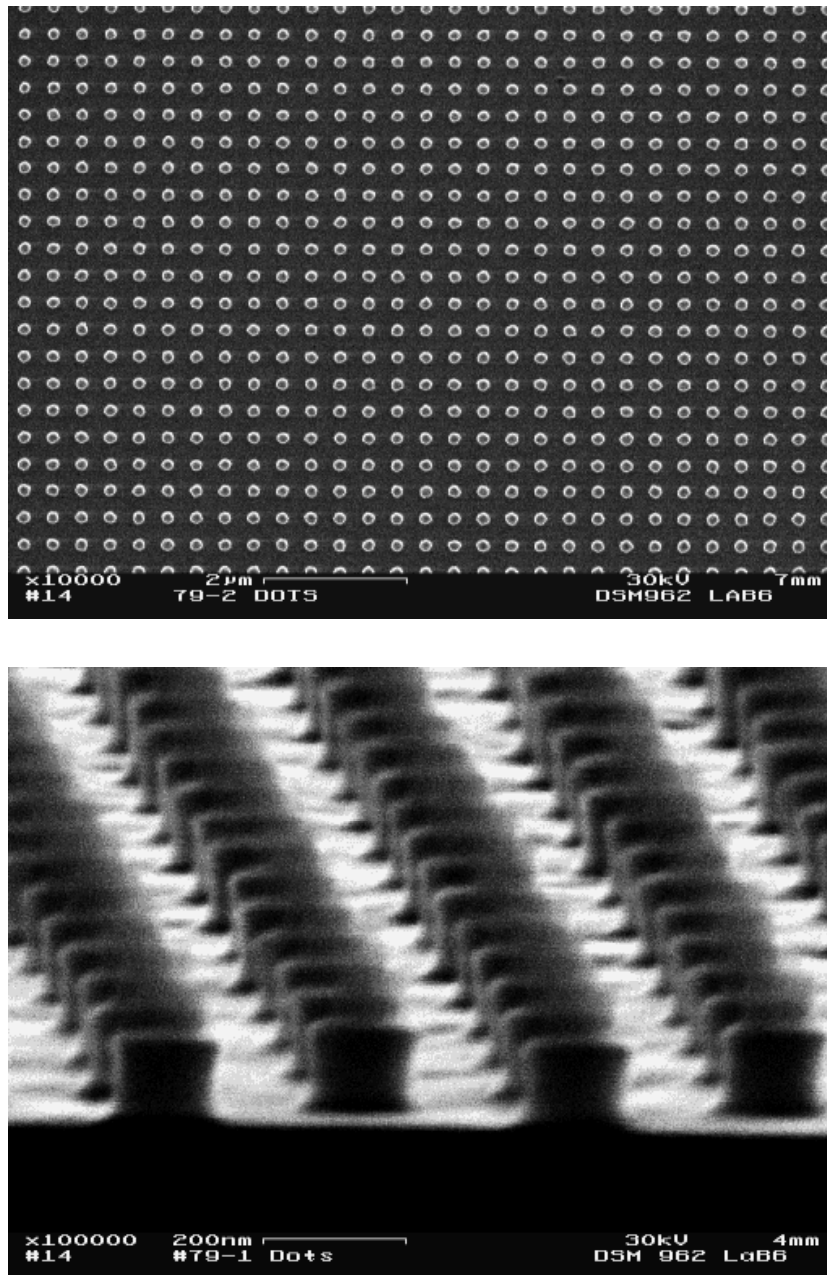


Abb. 18: REM-Aufnahmen trockenätzter Dots. Deutlich zu sehen ist die hohe Anisotropie des Ätzens an den steilen Flanken der Dots.

Die nachfolgende Tabelle stellt die verwendeten Prozeßparameter zusammen:

Parameter	Wert
Druck	8 mTorr
Fluß SiCl_4	35 sccm
RF-Leistung	35 Watt

Die Bias-Spannung kann über die Variation dieser Parameter eingestellt werden. Während des Ätzprozesses ist die Probe auf allen Seiten von einem sogenannten Opferwafer umgeben, um Feldüberhöhungen an den Probenkanten zu verhindern. Durch den Spitzeneffekt (Verdichtung der Feldlinien) an Kanten und Ecken könnte die Ätzrate nicht homogen über die Probe verteilt sein. Typische Ätzraten lagen im Bereich von 3-5 nm/s, unterliegen aber z.T. starken Schwankungen abhängig von der Vorgeschichte der Kammer. Zudem unterscheiden sich großflächige Maskaligner-Strukturen von holographisch hergestellten, welche eine z.T. halb so große Ätzrate aufweisen.

Trotz der niedrigen Beschleunigungsspannungen von wenigen 10 V, gibt es elektronisch inaktive Bereiche unmittelbar an der Oberfläche. Sie erreichen typischerweise eine Tiefe von ca. 50 nm und sind bedingt durch die Absättigung von Oberflächenzuständen mit Elektronen. Diese negativen Oberflächenladungen ermöglichen erst elektronisch wohl definierte Strukturen wie Quantendots, denn das verbleibende Elektronensystem wird vom Rand weggedrängt. Dies begrenzt die Strukturgröße modulationsdotierter Heterostrukturen selbst relativ hoher Elektronendichte im Quantenwell von ca. $6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ auf eine minimale Strukturbreite von mindestens 120 nm bei. Liegt die ursprüngliche 2D-Elektronendichte weiter darunter, so kann sogar eine nominell dotierte Struktur in der Größe von wenigen 100 nm, im unbeleuchteten Zustand, keine freien Elektronen mehr enthalten, wie FIR-Messungen zeigen (vgl. Abschnitt 5.3.1).

3.1.3 Plasmadeposition

Um Proben mit Topgates zu untersuchen, empfiehlt es sich häufig eine zusätzliche isolierende Schicht zwischen dem GaAs und dem Gate aufzubringen. Dies verringert die Leckrate der Gates erheblich, insbesondere im Hinblick auf die direkte Beleuchtung mit relativ hoher Intensität, wie es etwa bei der Raman-Spektroskopie der Fall ist. Prinzipiell bildet der Halbleiter-Metall-Übergang einen sog. Schottky-Kontakt, der es ermöglicht durch das Anlegen von negativen Spannungen an das Gate das darunterliegende Elektronensystem zu verarmen. Durch das Abscheiden eines Isolators, wie etwa SiO_2 oder Si_3N_4 , zwischen Halbleiter und Gate, kann man deutlich höhere negative Spannungen anlegen. Das Abscheiden geschieht in einer kommerziellen PECVD-Anlage (**P**lasma **E**nhanced **C**hemical **V**apor **D**eposition). In der PECVD-Anlage (Fa. Oxford) oxidiert im Plasma das Prozeßgas Silan (SiH_4) zu SiO_2 , welches sich auf der Probe abscheidet und durch die Temperatur eine homogene Schicht bildet. Der Aufbau der Anlage ist nahezu identisch mit der RIE-Anlage, man kann aber die Substrat-Elektrode bis zu einer Temperatur von 300°C beheizen. Die Temperatur entscheidet dabei über die elektrische und mechanische Güte der abgeschiedenen Schicht. Die nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über die verwendeten Prozeßparameter zur Abscheidung von SiO_2 :

Parameter	Wert
Druck	1 Torr
Fluß SiH ₄	410 sccm
Fluß N ₂ O	750 sccm
RF-Leistung	20 W
Temperatur	300°C

Bei diesen Einstellungen liegt die Abscheiderate für SiO₂ bei ca. 60 nm/min. Auch hier ist es erforderlich die Probe von einem Opferwafer derselben Dielektrizitätskonstante zu umgeben, da ansonsten die Schichtdicke durch den Spitzeneffekt über die Fläche stark variieren würde. Die Proben dieser Arbeit wurden i.d.R. für ca. 30 Sekunden beschichtet, was einer Oxiddicke von 30 nm entspricht.

Meistens wird die Probe ganzflächig mit Oxid bedeckt. Um aber einen Kontakt zum Backgate oder zum 2DEG zu ermöglichen, muß das Oxid an den Kontaktstellen wieder entfernt werden. Dieser Schritt wird in einer Silizium-RIE durchgeführt, welche baugleich ist mit der GaAs-RIE. Der SiO₂-Ätzprozeß ist ein Trockenätzverfahren mit Trifluormethan in Kombination mit einem starken physikalischen Anteil in Form eines Ar-Ionen-Beschusses. Nachfolgend sind die Prozeßparameter dargestellt:

Parameter	Wert
Druck	30 mTorr
Fluß CHF ₃	25 sccm
Fluß Ar	25 sccm
RF-Leistung	100 W

Tendenziell ätzen Fluor-Verbindungen GaAs schlecht, so daß die Probe selbst nicht angegriffen wird. Zurück bleibt also eine mit Oxid beschichtete Probe mit freigeätzten Kontaktflächen für die Kontaktierung mittels thermischer Diffusion. Bei einer typischen Ätzrate von 25 nm/min wurde ca. 2 min lang geätzt.

3.1.4 Thermische Metallisierung und Diffusion

In der Probe eingewachsene Elektronensysteme, Rückkontakte (Backgates) oder 2DEG, können nur durch thermische Diffusion (Einlegieren) kontaktiert werden. Am Anfang steht dabei das Bedampfen der Kontaktflächen mit einer 88:12 Au/Ge-Legierung gefolgt von einer Ni-Schicht. Die Au/Ge-Legierung bildet ein eutektisches Gemisch, d.h. die Schmelztemperatur der Legierung von ca. 363°C liegt deutlich unterhalb der Schmelztemperaturen der einzelnen Elemente von 1063°C bzw. 936°C. Ziel der Diffusion ist es, einen ohmschen Kontakt entweder zum 2DEG oder Backgate herzustellen. Das Bedampfen liefert zunächst einen Schottky-Kontakt, durch die thermische Diffusion aber ersetzt einerseits Ge teilweise Gitterplätze von Ga, was zu einer *n*-Dotierung

führt, andererseits erniedrigt das Au im GaAs die Schottky-Barriere. Insgesamt ist dieser modifizierte Schottky-Kontakt nahezu ohmsch, da die Barriere sehr transparent ist für die Elektronen und diese leicht hindurchtunneln.[57]

Zum Bedampfen hat sich die Kombination von einer Lackmaske mit einer zusätzlichen Schattenmaske aus Kupferfolie bewährt. Sie verhindert es, daß beim folgenden Lift-off-Prozeß winzigste Metallteilchen auf den für die Topgates vorgesehenen Bereiche zum liegen kommen und dann mit einlegiert werden. Das Aufdampfen der Metalle geschah in einer Aufdampfanlage PLS 500 (Fa. Balzers) mit Elektronenstrahl- und Widerstandsverdampfer. Die Schichtdicken, der für das Einlegieren vorgesehenen Metalle lag bei 50 nm für Au/Ge, bzw. 10 nm für Ni. Einlegiert wird diese Mischung auf einem Keramikschiffchen in einem Legierofen unter Formiergas-Atmosphäre (eine Ar:H₂-Mischung im Verhältnis 95:5) bei einer Temperatur von 400-450°C. Die Diffusionsdauer liegt typischerweise bei 60 Sekunden auf der Maximaltemperatur, kann aber stark davon abweichen, wenn z.B. das Backgate sehr tief liegt. Falls dies der Fall ist, wie z.B. bei der Probe #84 (vgl. Anhang A), so kann vor dem Aufdampfen der einzulegierten Au/Ge-Mischung ein RIE-Schritt liegen, der bis 1 µm tief gehen kann.

Um die Voraussetzung zum *Bonden* auf der Probe zu schaffen, d.h der elektrischen Verbindung zwischen Probenkontakten und dem Chip-Carrier, muß auf die einlegierten Flächen eine Cr:Au-Mischung aufgedampft werden. Durch das Erhitzen und Einlegieren verliert die Au/Ge-Legierung ihre Flächenleitfähigkeit und neigt zur Bildung kleiner Kugeln auf der Oberfläche. Die Kontaktpads aus Cr:Au stellen den elektrischen Kontakt zum eindiffundierten Au/Ge wieder her. Das Chrom in der Dicke von 7-10 nm agiert lediglich als Haftvermittler für die ca. 50 nm dicke Au-Schicht. Auf diesen Kontaktpads kann man leicht bonden und so den Kontakt zum Probenträger herstellen. Verwendet wurde hier ein *Wedge-Bonder*, der aber nur für die Kontaktierung der Backgates oder 2DEG benutzt wurde; die Gates können nicht gebondet werden, um ein Durchkontaktieren in die lediglich minimal 100 nm unterhalb der Oberfläche liegenden Elektronensysteme zu unterbinden. Die Gatekontakte werden durch vorsichtiges Auflegen von Drähten und deren Fixierung durch Leitsilber realisiert.

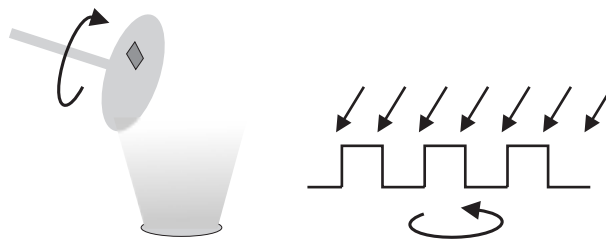


Abb. 19: Schematische Skizze des drehbaren Aufdampfhalters zur vollständigen Bedeckung einer Dotoberfläche

Als Gatemetall wird Ti oder Ni:Cr verwendet. Beides wird in einer Dicke von 10-20 nm aufgedampft. Ti besitzt den Vorteil, daß die Oberflächenschicht an der Luft sehr gut oxidiert und somit die optische Transparenz erhöht wird, gleichzeitig aber die Leitfähigkeit nahezu unverändert bleibt. Die Dots müssen auf einem rotierenden Probenhalter bedampft werden, damit die gesamte geometrische Oberfläche der Arrays bedeckt wird. Die Abb.19 zeigt den von G. Meier gebauten Probenhalter.

Durch diese Präparationsschritte entstehen gegatete Quantendots, deren Elektronendichte über die Gate-Spannung zwischen Back- und Topgate einstellbar sein sollte. Abschließend folgen zwei Bilder: das erste (Abb. 20) zeigt den schematischen Aufbau der fertigen Probe, das zweite (Abb. 21) eine AFM-Aufnahme eines Übergangs von der Dot-Mesa zu gegateten Dots.

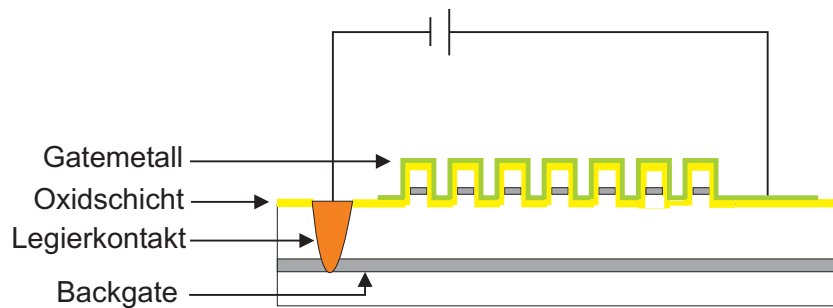


Abb. 20: Schematische Skizze der fertigen Probe mit Oxid und Gate im Querschnitt

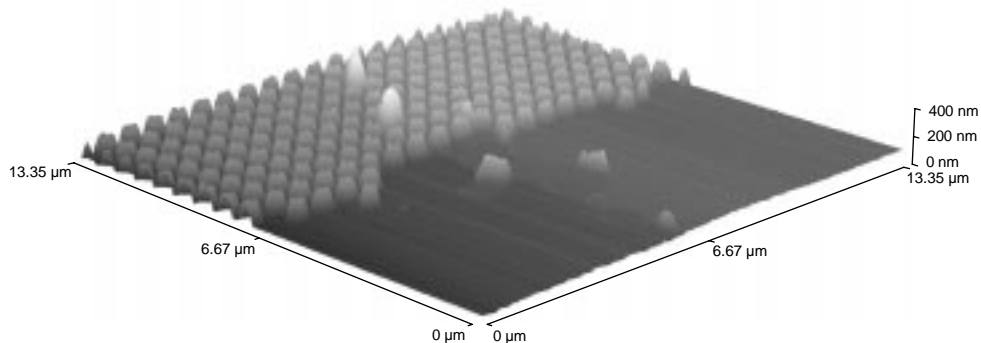


Abb. 21: AFM-Aufnahme vom Rand der Dot-Mesa. Zu erkennen ist die partielle Bedeckung mit Ti oben rechts. Die einzelnen starken Überhöhungen sind Ti-Abrisse durch den Lift-Off. Die Dots erscheinen nicht zylindrisch aufgrund endlichen Tipbreite des AFMs.

3.2 Experimenteller Aufbau des Ramanlabors

Alle optischen Messungen dieser Arbeit wurden mit der in Abb. 22 skizzierten experimentellen Apparatur durchgeführt.

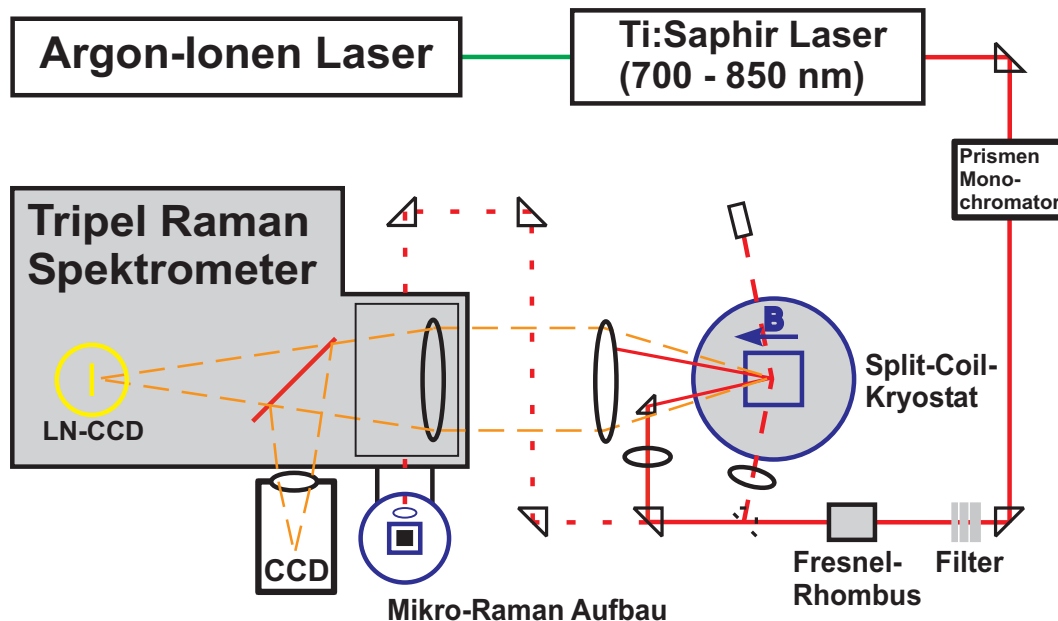


Abb. 22: Optischer Aufbau zur Ramanspektroskopie.

Fast alle Raman-Messungen werden in Resonanz zum fundamentalen Gap durchgeführt. Für diesen Wellenlängenbereich steht ein Titan-Saphir-Laser (Fa. Spectra-Physics Typ 3900 S) zur Verfügung, der von einem Argon-Ionen-Laser Innova 400-10 (Fa. Coherent) optisch gepumpt wird. Bei einer Pumpleistung von 3.5-4.0 W im Single-Line-Modus auf 514 nm erreicht der Titan-Saphir-Laser im Maximum eine Leistung von 600 mW; der Ausgangsstrahl ist vollständig linear polarisiert. Die Wellenlänge dieses Lasers läßt sich durch Verdrehen eines doppelbrechenden Filters mit einer Mikroschraube im Bereich von ca. 720 nm bis 850 nm (entspricht 1.72-1.46 eV) kontinuierlich durchstimmen.

Nach Verlassen des Lasers passiert der Strahl einen Prismen-Vormonochromator, der nicht erwünschte Plasmalinien des Lasers herausfiltert. Hinterher kann mit variablen Graufiltern die Leistung des Strahls geregelt werden. Typische Anregungsleistungen für Ramanmessungen liegen im Bereich von 1 mW bis 30 mW. Die Polarisationssebene des Strahls wird mit einem Fresnel-Rhombus gedreht, um polarisationsabhängige Effekte beobachten zu können. Zum Einkoppeln des Lichts auf die Probe stehen verschiedene Achromaten mit Brennweiten zwischen $f=120$ mm und $f=250$ mm je nach Kryostat

zur Verfügung. Das gestreute Licht wird mit einem 190 mm Achromaten aufgesammelt und das parallelisierte Licht auf die Eingangslinse des Spektrometers geworfen. In Back-Scattering-Geometrie wird der anregende Strahl über einen Mikro-Spiegel auf die Probe fokussiert, bei streifendem Einfall im Magnetkryostaten geschieht dies direkt mit der Einkoppellinse.

Messungen ohne Magnetfeld wurden in einem Badkryostaten (Fa. Cryovac) durchgeführt, wobei das gestreute Licht mit einem Photoobjektiv ($f = 50$ mm) aufgesammelt wird. Es wird dabei am gesamten He-Bad gepumpt, so daß das He ab einem Druck von 38 mbar in den suprafluiden Zustand übergeht und eine Temperatur von ca. 2 K erreicht, die durch weiteres Pumpen bis auf ca. 1.9 K erniedrigt werden kann. Für Magnetfeldmessungen steht ein Split-Coil-Kryostat Spectromag 4000 (Fa. Oxford Instruments) zur Verfügung. Er besitzt insgesamt 4 optische Zugänge, was entweder perfekte Back-Scattering-Geometrie oder streifenden Einfall ermöglicht. Der supraleitende Magnet erlaubt das Anlegen von Feldern bis maximal 8.5 T senkrecht zur Probe. Der Kryostat wurde meistens nicht im vorgesehenen VTI-Betrieb (Variable Temperature Insert) benutzt, statt dessen wird der Probenraum manuell mit flüssigem He gefüllt, welches dann in den suprafluiden Zustand gepumpt wird. Dies hat den Vorteil, daß zum einen kein Schmutz auf der Probe ausfriert, zum anderen ist der Abtransport der Wärme, die durch den Laserspot eingetragen wird, effektiver.

Das von der Probe gestreute Licht wird mit einem Dreifach-Ramanspektrometer (Dilor XY), bestehend aus einem Vormonochromator und einem Spektrograph, analysiert. Zur optimalen Streulichtunterdrückung, etwa bei der Untersuchung von niederenergetischen Anregungen, besteht der Vormonochromator aus zwei Gittern im subtraktiven Modus. Das erste Gitter zerlegt das Licht spektral, das zweite fokussiert einen Ausschnitt davon auf den Spektrograph. Dieser zerlegt das Licht erneut und leitet es zur Aufnahme auf den Chip der stickstoffgekühlten CCD-Kamera. Bei Bedarf, z.B. zur Justagehilfe, kann ein Spiegel in den Strahlengang geschoben werden, der ein Abbild des Spektrometereintrittsspalt auf eine Videokamera wirft. Die gesamte Apparatur befindet sich auf einem schwingungsgedämpften optischen Tisch.

Das Spektrometer dispergiert das Licht mit Gittern. Daher hat es eine Vorzugspolarisation, d.h. es fungiert selbst als Analysator. Es ist deswegen sensibler für senkrecht zum Eintrittsspalt polarisiertes Licht, als für parallel polarisiertes.

3.2.1 Streugeometrien

Die Messungen im Badkryostaten wurden in Rückstreugeometrie durchgeführt. Der mögliche Impulsübertrag auf eine Anregung (vgl. Abb. 23 (a)) in der Ebene der Probe berechnet sich nach

$$q_{\parallel} = \frac{2\pi}{\lambda}(\sin(\phi_i) - \sin \phi_s). \quad (3.2)$$

Mit einer typischen Anregungsenergie von 1.59 eV (780 nm) und nahezu streifendem Einfall kann man einen maximalen Wellenvektor von $q = 1.6 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ übertragen. Unter Zuhilfenahme eines Gitterkopplers (vgl. 4.4) lassen sich auch weitaus höhere q -Werte realisieren.

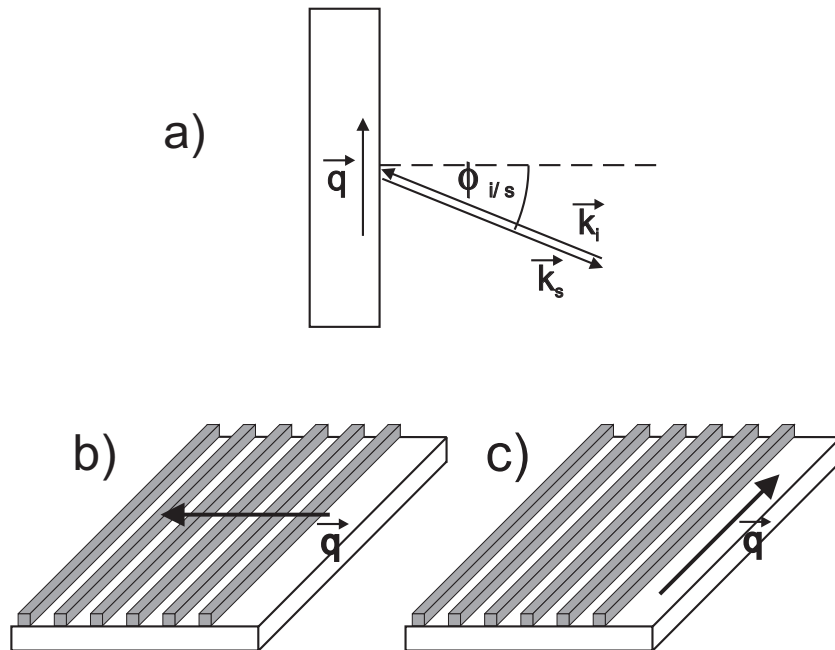


Abb. 23: Streugeometrien im Überblick: (a) Impulsübertrag in die Ebene (b) Standing-Wave Geometrie (c) Plane-Wave Geometrie

Bei Quantendrähten oder Gitterkopplern unterscheidet man zwei mögliche Konfigurationen: Standing-Wave (sw) bedeutet ein q -Übertrag senkrecht zu den Drähten, Plane-Wave (pw) entsprechend einen Übertrag entlang den Drähten. Eine entscheidende Rolle spielt aber auch die Richtung der Polarisation zu den Drähten, was in Kap. 4.4 noch näher erläutert wird.

Kapitel 4

Messungen an zweidimensionalen Elektronensystemen

In diesem Abschnitt werden Messungen an zweidimensionalen Strukturen vorgestellt. Die Proben wurden zum Teil entweder mit einem Gitterkoppler strukturiert oder mit einem Frontgate versehen, um das 2DEG zu modifizieren. Zunächst werden solche Strukturen betrachtet, bei denen das 2DEG zwischen dem Frontgate und dem Backgate zwischen Barrieren eingeschlossen ist. Sie verhindern, daß die Ladungsträgerdichte N_s verändert wird. Die Veränderung der Elektronendichte wird hingegen ermöglicht in einem zweiten Typ von Proben, bei denen der Quantenwell nur durch einen dünnen Spacer von dem Backgate getrennt ist. In diesen Proben ermöglicht der dünne Spacer das Tunneln der Elektronen aus dem Backgate in den Well. An solchen Proben werden auch Kapazitätsmessungen zur Untersuchung der Ladungsvorgänge durchgeführt.

4.1 Gegatete 2D Strukturen mit konstanter Elektronendichte

Die ersten Raman-Messungen, die sowohl die kollektiven CDE und SDE einerseits sowie der SPE andererseits zeigen, wurden 1989 von Pinczuk *et al.* [10] und gleich darauf von Gammon *et al.* [58] durchgeführt. Bis zu diesem Zeitpunkt wurde die Spindichte-Anregung fälschlicherweise als Einteilchen-Anregung interpretiert [59]. Die SPE, die in beiden Polarisationsrichtungen beobachtet werden kann, liegt zwischen den kollektiven Moden. Auffällig war in diesen Experimenten, daß die Austausch-Wechselwirkung größer war als man zuvor angenommen hatte. Der kollektive Charakter der CDE und SDE zeigt sich bei der Erhöhung des Wellenvektorübertrags q : beide dringen in das Einteilchen-Kontinuum (wie es in Abb.9 dargestellt ist) ein und werden Landaugedämpft, was bedeutet, daß die kollektiven Moden in Elektron-Loch-Paare des Inter-subband-Übergangs zerfallen.

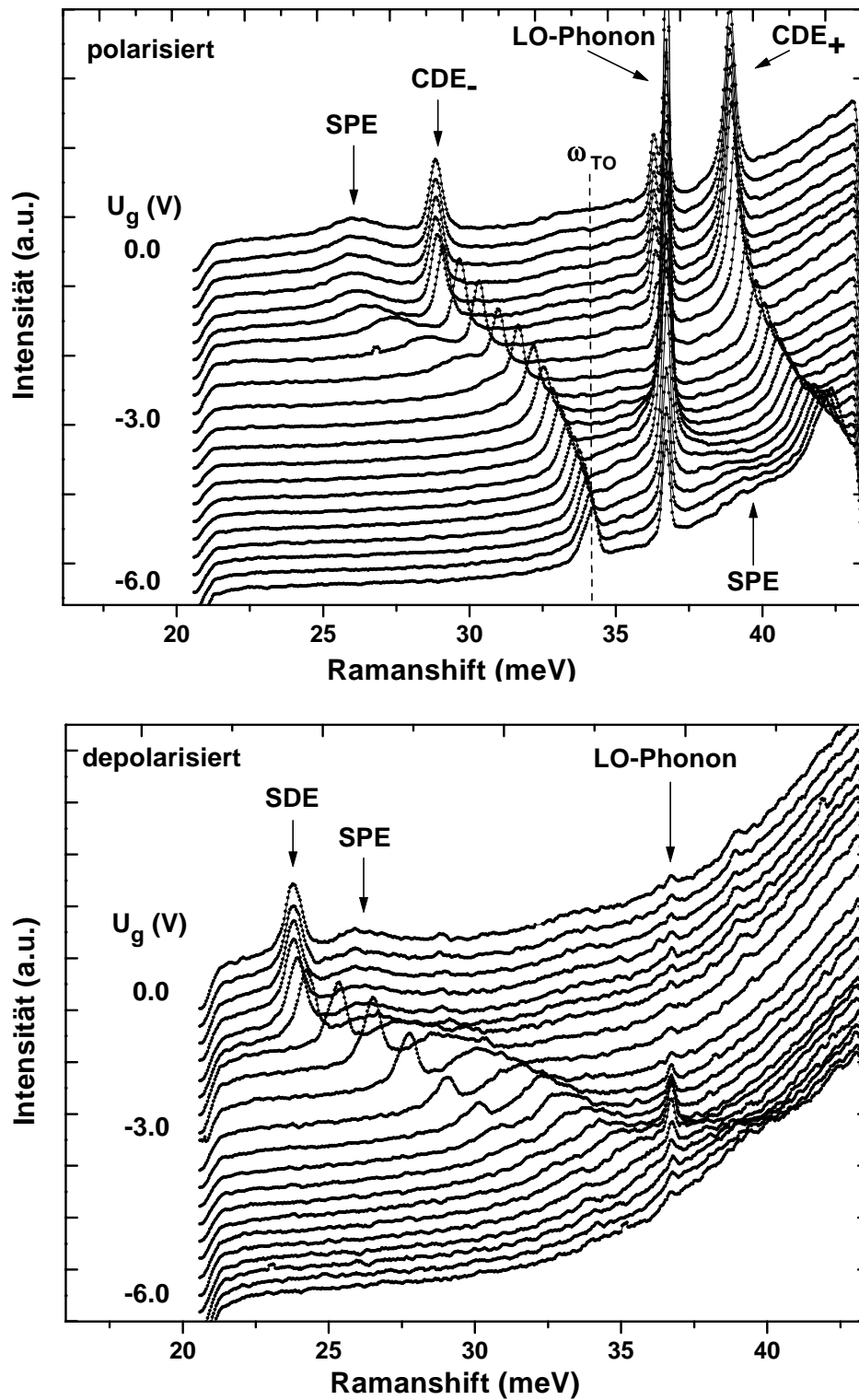


Abb. 24: Polarisierte (oben) und depolarisierte (unten) Spektren der Inter-subband-Anregungen bei verschiedenen negativen Gatespannungen.

Neben Untersuchungen im Magnetfeld, wie sie in Abschnitt 4.5 gezeigt werden, versuchte man durch die Abstimmung der Elektronendichte den Exziton- und Depolarisationsshift zu bestimmen. Anfänglich lief dies auf das Wachsen mehrerer Proben mit verschiedener Dotierung hinaus [60]. Ein weiterer Ansatz bestand in der Ausübung hydrostatischen Drucks, wodurch die Dichte direkt verändert werden konnte [61].

Bis zum jetzigen Zeitpunkt ist das Auftreten von SPEs in den Messungen noch relativ unverstanden, obwohl jüngste Rechnungen von Das Sarma [14] den SPE-Peak reproduzieren. Dies gelang in den RPA-Rechnungen unter extremer Resonanz, indem man Valenzbandzustände berücksichtigt. Dieses Verhalten wurde zuvor von Steinebach *et al.* [15] für Quantendots gezeigt. Weiterhin kann man annehmen, daß auch die Einteilchen-Anregung in Wahrheit kollektiven Einflüssen unterliegt. Einen Hinweis darauf gibt der Vergleich von exakten Rechnungen mit TDLDA-Rechnungen an Quantendots von Steinebach [42]. In den TDLDA-Rechnungen zeigen sich unter resonanten Bedingungen Anregungen, die dicht bei den Kohn-Sham Energien liegen und in beiden Polarisationsrichtungen kleine kollektive Verschiebungen aufweisen. Auch die exakten Rechnungen eines 6-Elektronen Dots zeigen bereits Einteilchen-artige Anregungen mit kleinen kollektiven Shifts. Es ist daher zu vermuten, daß je größer das Elektronensystem wird, desto genauer geben Mean-Field-Theorien die Zustände wieder.

In den Experimenten dieser Arbeit wurde nun versucht, die Natur der SPEs genauer zu untersuchen. Dazu wurde eine Quantenwellprobe mit eingewachsenem Backgate mit einem Frontgate präpariert, um durch Anlegen einer Spannung das Potential des Wells bei konstanter Elektronendichte zu modifizieren. Die Basis der verwendeten Struktur, die es gestattet, den Quantenwell zu verzerren ohne dabei die Elektronendichte N_s zu verändern, ist der Quantenwell #84. Die Frontseite ist dabei ein herkömmlicher modulationsdotierter Quantenwell, die Rückseite bildet ein ca. $1\ \mu\text{m}$ dickes Übergitter vor dem Backgate, das aus einer δ -dotierten Si-Schicht besteht. Die relativ große Dicke des Übergitters verhindert ein Laden oder Entladen des Elektronengases über Tunnelprozesse aus dem Backgate. An vergleichbaren Strukturen wurden spannungsabhängige Raman-Experimente von Schmeller [62] durchgeführt. Dort nimmt man ein Laden und Entladen des Wells über die Ränder der Gatefläche an, was durch die Dispersion des Intrasubband-Plasmons verifiziert wird. Es wurde eine starke Abhängigkeit der Intersubband-Anregungen mit der angelegten Gatespannung beobachtet, wobei bei steigender positiver Gatespannung die Energieverschiebungen zwischen den kollektiven Moden ab einem bestimmten Punkt abnehmen, obwohl man für steigende Dichte N_s aufgrund der Vielteilchen-Effekte eine Zunahme erwartet.

Die Ladungsträgerdichte des 25 nm breiten Quantenwells wurde durch die Intra-band-Einteilchen-Anregung zu $N_s = 6.5 \times 10^{11}\ \text{cm}^{-2}$ bestimmt. Zur Bestätigung, daß sich in den in dieser Arbeit untersuchten Proben N_s nicht ändert – im Gegensatz zu denen von Schmeller – wurde ebenfalls die Intra-band-SPE herangezogen, da das Intra-band-Plasmon nicht beobachtet werden konnte. Alle Spektren wurden unter stark resonanten Bedingungen nahe des Bandgaps aufgenommen, um gerade die SPE gut beobachten

zu können.

Die Abb. 24 zeigt Spektren in beiden Polarisationen der Intersubband-Anregungen der Probe #84 bei $q = 0$ in Abhängigkeit der angelegten Gatespannung. Deutlich zu sehen sind alle Typen elektronischer Intersubband-Anregungen eines 2DEG. Bei Spannungen von $-1.5 \text{ V} < U_g < 0 \text{ V}$ zeigt sich keine energetische Verschiebung der Moden, was darauf schließen läßt, daß die Spannung nicht über dem Well abfällt, sondern in anderen Bereichen der Struktur. Die SDE verschwindet mit zunehmender Spannung wegen veränderter Resonanzbedingungen, aber die SPE läßt sich in beiden Polarisationen gut beobachten. Bemerkenswert ist das Abknicken der CDE_- : es nähert sich asymptotisch der Energie von ω_{TO} . Dies wird erwartet, da sich das Plasmon nicht in der Reststrahlenbande, die durch ω_{TO} und ω_{LO} begrenzt wird, ausbreiten kann. Die Abb. 25 zeigt depolarisierte Spektren bei positiven Gatespannungen. Zugleich ist neben der SDE und SPE die schwach CDE_- -Mode zu sehen, was wahrscheinlich auf den nicht vollständig polarisierenden Fresnel-Rhombus zurückzuführen ist. Eine energetische Verschiebung der Anregungen stellt sich erst bei Gatespannungen von über 12 V ein, wahrscheinlich aufgrund eines Spannungsabfalls im dotierten Bereich der Probe.

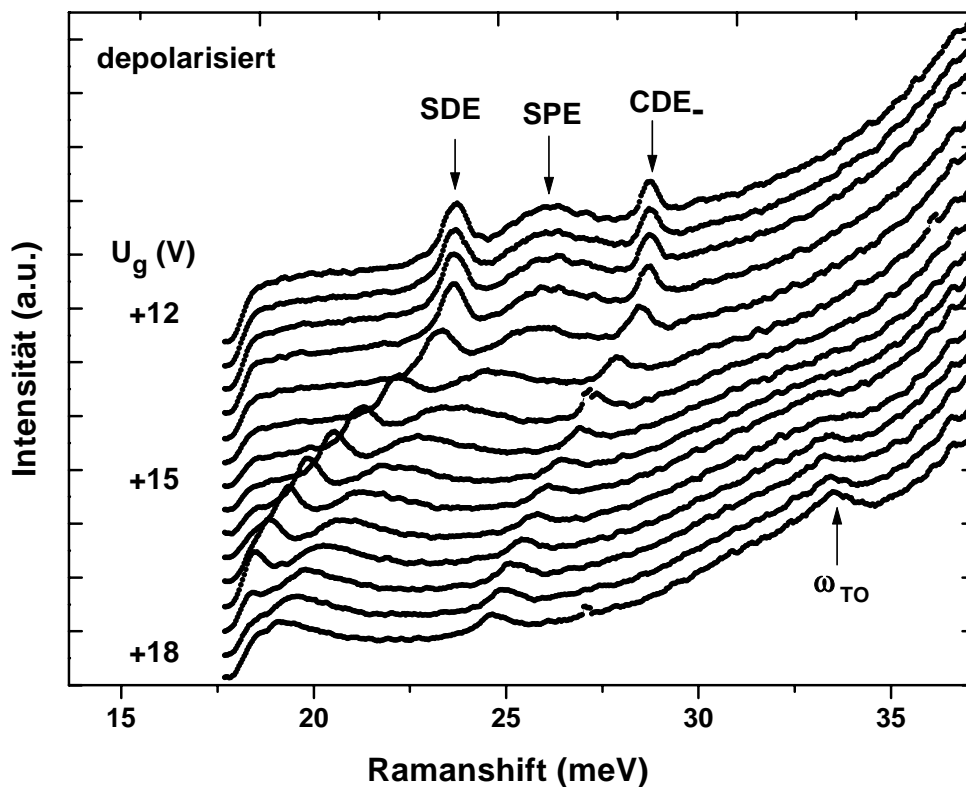


Abb. 25: Depolarisierte Spektren der Interband-Anregungen bei verschiedenen positiven Gatespannungen.

Das Eindringen von der SPE und die SDE in die Reststrahlenbande ist in Abb. 26 demonstriert. Deutlich zu sehen ist, daß die SPE über ω_{TO} hinausgeht. Experimentell findet man einen Offset in einem Bereich der Gatespannung um $U_g = 0$ V herum, in dem sich die energetische Lage der Anregungen in den Spektren nicht ändert. Deutlich ist dies z.B in Abb. 24 zu sehen für $0 \text{ V} < U_g < 1.5 \text{ V}$. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, daß die Gatespannung nicht über dem Well abfällt, sondern über anderen Bereichen der Bandstruktur. Die Bereiche, in denen keine Dispersion vorlag, sind entfernt worden und nur die Spannungsdifferenzen des wirksamen Spannungsbereichs sind aufgetragen. Dies vereinfacht die Darstellung der Dispersionen aller Interband-Anregungen in Abhängigkeit von U_g , was in Abb. 27 dargestellt ist. Die Hauptabbildung zeigt die Dispersion über die gesamte wirksame Gatespannung, die an die Probe angelegt wurde. Der Inset hebt den Bereich unmittelbar in der Nähe der Reststrahlenbande hervor und verdeutlicht das Durchlaufen derselben durch die SPE und SDE.

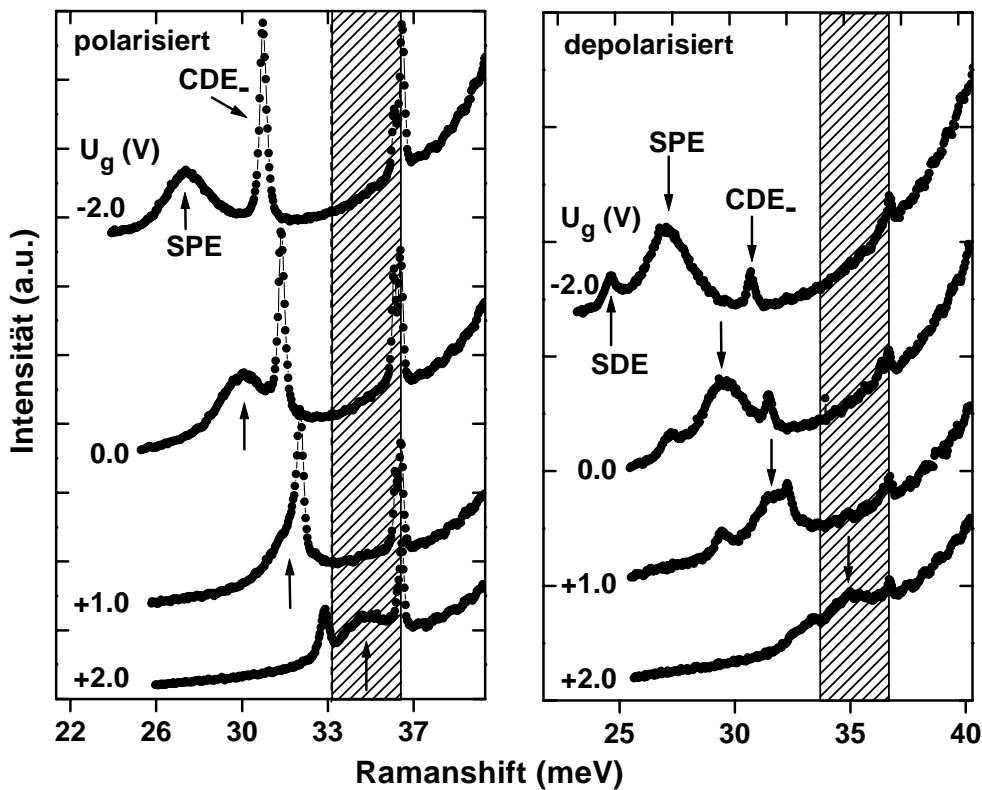


Abb. 26: Spektren beider Polarisierungen, die das Eindringen der SPE in die Reststrahlenbande (schattierter Kasten) zeigen.

C. Steinebach führte selbstkonsistente Rechnungen in der LDA durch, bei denen das Anlegen einer Gatespannung, also das Verkippen des Quantenwells, simuliert wurde. Dabei wurde die Verarmungsladung N_{depl} in kleinen Schritten durchgeführt. Mit einer

einfachen Kondensatorbetrachtung läßt sich aus N_{depl} die Spannung U bestimmen:

$$U = E \cdot d = \frac{ed}{\epsilon\epsilon_0} N_{depl}, \quad (4.1)$$

mit dem Plattenabstand d , der durch den Abstand zwischen Front- und Backgate gegeben ist, und bei der Probe #84 bei $d = 1.47 \mu\text{m}$ liegt. In der Abb. 27 zeigen die durchgezogenen Linien die Ergebnisse der Rechnungen. Wie man es erwartet nähert sich die CDE asymptotisch der Reststrahlenbande bei ω_{TO} an, die anderen beiden Anregungen laufen unbeeinflußt hindurch. Eine sehr gute Übereinstimmung existiert zwischen der aus N_{depl} errechneten angelegten Spannung und der normierten realen Spannung, beide liegen im Bereich von ca. 10 V.

Das Durchlaufen der Reststrahlenbande durch die SPE legt den Schluß nahe, daß sie eher einen kollektiven Spindichte-Charakter besitzt und keinerlei Ladungsdichteartigen Effekten unterworfen ist. Also scheinen mit der SDE keine polaren Felder, wie bei einer CDE, verbunden zu sein.

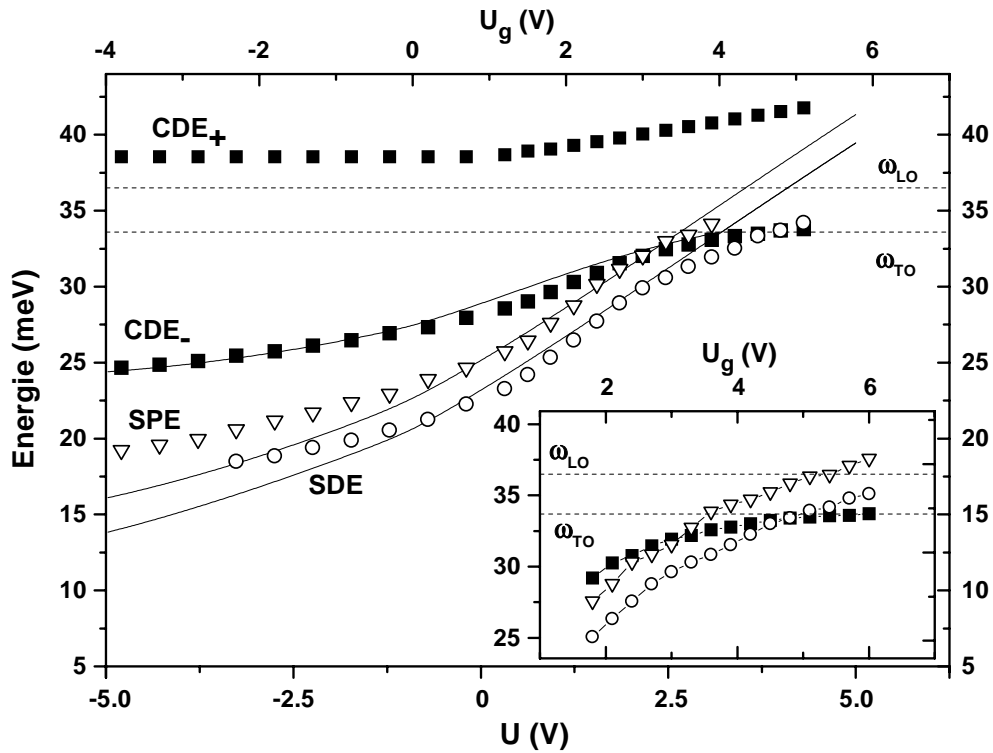


Abb. 27: Dispersionen der Interband-Anregungen (Symbole) in Abhängigkeit der anliegenden Gatespannung U_g (obere Achse). Die durchgezogenen Linien geben die berechnete Dispersion wieder mit der Spannung U , die die Verkippung des Wells angibt. Im Inset laufen die SPE und SDE in die Reststrahlenbande, das Plasmon dringt nicht ein.

4.2 Gegatete 2D Strukturen mit variabler Elektronendichte

4.2.1 Kapazitätsmessungen

Ein weiteres Verfahren zur Charakterisierung von niedrigdimensionalen Elektronensystemen stellt die Kapazitätsmessung dar, das im folgenden kurz skizziert werden soll. Dabei wird die Kapazität des 2DEG zwischen dem Frontgate und dem Backgate gemessen, die sich je nach Ladungszustand verändert. Insbesondere läßt sich durch Magnetokapazitätsmessungen die Elektronendichte N_s integral über die Gatefläche bestimmen. Das Meßsignal setzt sich aus einem ohmschen und einem kapazitiven Anteil zusammen, die beide mit einem Lock-In-Verstärker gemessen werden. Parallel zu dem Kondensator, der aus Frontgate und Backgate gebildet wird, liegt der Leckwiderstand R_L . Dieser wird stark beeinflusst von der Präparation, so daß eine 30 nm dicke Oxidschicht zwischen Frontgate und Probe abgeschieden wurde, um Leckströme durch Defekte zu minimieren. In Reihe zur Kapazität und R_L liegen die drei Widerstände, die aus Tunnelbarriere R_T , dem Backgate R_B und dem Kontakt R_K gebildet werden. Die Abb. 28 zeigt das Ersatzschaltbild der o.g. elektrischen Größen. Man muß einen Kompromiß eingehen bezüglich der Modulationsfrequenz f , die auf der Ladespannung U_g liegt, die zwischen Front- und Backgate anliegt. Eine hohe Frequenz f verringert die ohmschen Anteile am Signal, und eine niedrige erleichtert das Laden des Quantenwells durch die Tunnelbarriere. Die Bandstruktur der verwendeten Probe ist schematisch in Abb. 29 dargestellt. Diese Probe liegt auch den Messungen an den gegateten Quantendots aus Abschnitt 5.4 zugrunde.

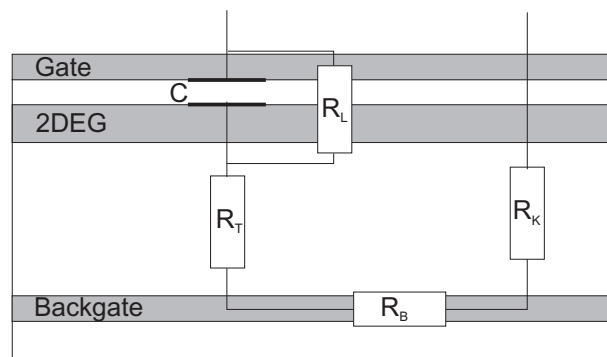


Abb. 28: Ersatzschaltbild der elektrischen Größen bei der Kapazitätsmessung.

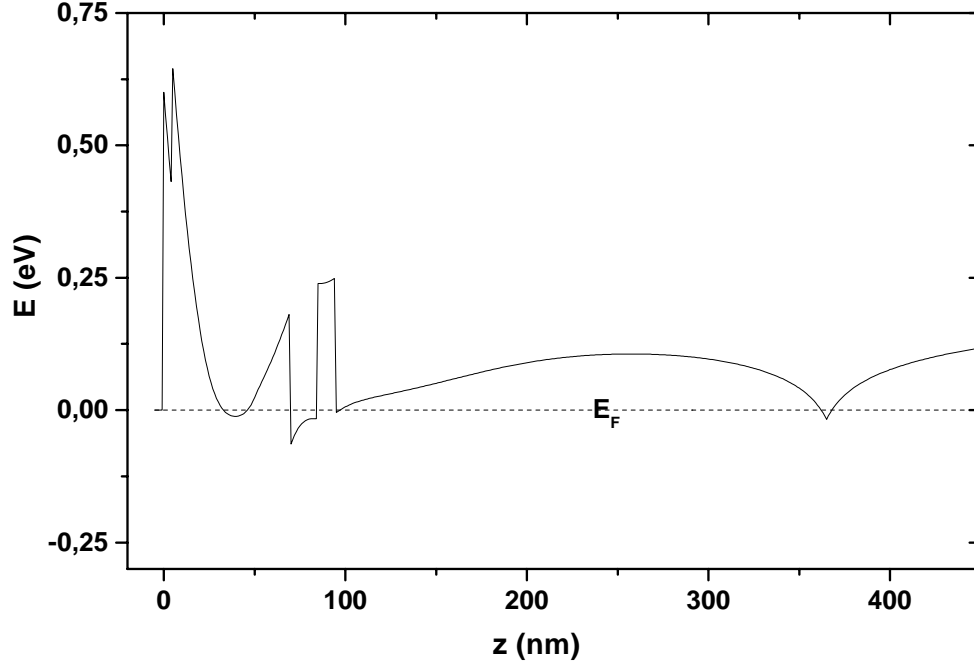


Abb. 29: Schematische Skizze des Verlaufs der Leitungsbandkante im Ortsraum der Probe #369.

In den vorliegenden Experimenten wurde eine Frequenz von $f \approx 100$ Hz verwendet. Die Ladungsträgerdichte N_s wird über die Gatespannung U_g durch den Feldeffekt bestimmt, die aufmodulierte Wechselspannung $U_{osc} = 5.0$ mV der Frequenz f erzeugt den Strom I , der mit dem Lock-In gemessen wird. Die Auswertung der Magnetokapazitätsspektren erfolgt mit Hilfe eines einfachen Kondensatormodells. Vernachlässigt man den Tunnelwiderstand, so gilt für die Gesamtimpedanz, die der Lock-In liefert:

$$Z = \frac{1}{2\pi i f C} = \frac{U_{osc}}{I} \quad (4.2)$$

Weiter gilt in einem einfachen Kondensator

$$C = \epsilon\epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{N_s A}{U} \quad (4.3)$$

mit der Kondensatorfläche A , die gleich der Gatefläche ist, und dem Plattenabstand d . Die Spannung U ist mit der Gatespannung U_g verknüpft über die Schwellenspannung U_{th} , bei der gerade $N_s = 0$ ist, über

$$U = U_g - U_{th}. \quad (4.4)$$

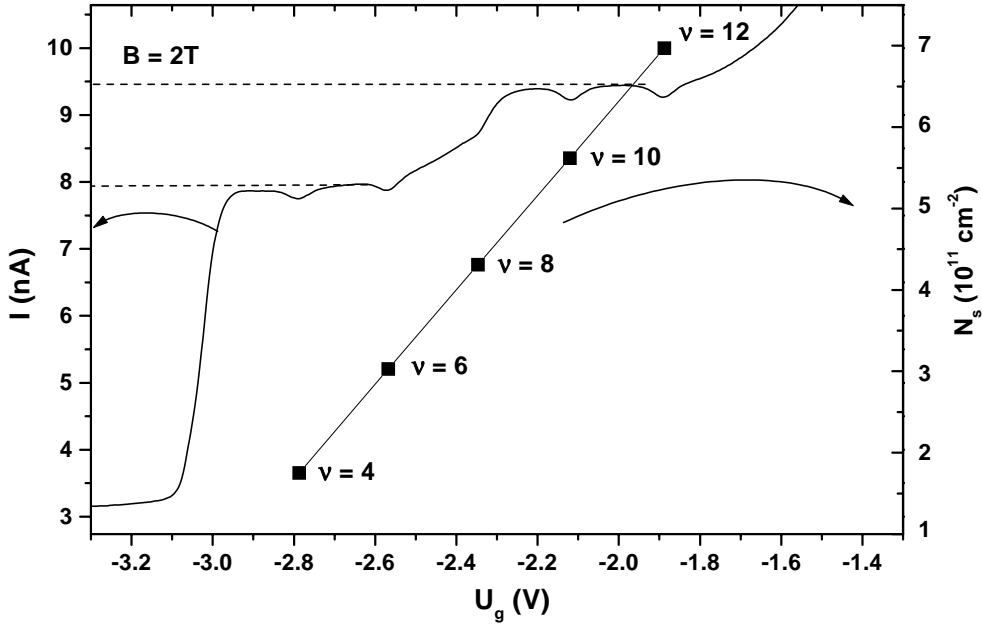


Abb. 30: Magnetokapazitätsmessungen an der Probe #232 bei $B = 2 \text{ T}$. Aus dem Füllfaktor und dem B -Feld an den Minimumspositionen errechnet sich die Ladungsträgerdichte N_s . Aufgetragen ist der Strom I , der nach 4.2 proportional zu C ist.

Eine typische Magnetokapazitätsmessung zeigt die Abb. 30. Man erkennt äquidistante Minima der Kapazität als Funktion der Gatespannung. Die Minima resultieren aus der sehr kleinen Zustandsdichte, wenn sich die Fermi-Energie zwischen zwei Landau-Niveaus befindet [63]. Jedes Minimum kann einem Füllfaktor ν zugeordnet werden. Somit kann daraus aufgrund der bekannten Entartung der Landau-Niveaus die Elektronendichte N_s bestimmt werden, die dann in Beziehung zur Gatespannung U_g gesetzt werden kann. Die Abb. 30 zeigt die Füllfaktoren $\nu = 4, 6, 8, 10, 12$ ($\nu = 2$ liegt in der Flanke). Die erste Stufe bei $I = 7.8 \text{ nA}$ (entspricht einer Kapazität von $C = 2.0 \text{ nF}$) ist auf die Entstehung eines ersten 2DEG vor dem Spacer zurückzuführen, bevor der Well bei $I = 9.5 \text{ nA}$ gefüllt wird. Dies wird unterstützt durch einen Vergleich mit der Kondensatorbetrachtung 4.3, aus der man den Plattenabstand d berechnet: es ergibt sich $d_1 \approx 150 \text{ nm}$ bzw. $d_2 \approx 130 \text{ nm}$. Die Messungen zeigen also, daß sich eine solche Probe im unbeleuchteten Zustand laden und entladen läßt. Oft treten bei dieser Art von Strukturen Hysteresis-Effekte auf, die durch persistente Ladungen bedingt sind, die sich durch das Anlegen einer negativen Spannung nicht mehr entfernen lassen [64]. Im beleuchteten Zustand treten weitere Probleme auf, d.h. es waren keine eindeutigen Kapazitätsmessungen möglich. Auch die Zuhilfenahme eines Tiefpaß-Kantenfilters, so daß man nur knapp über dem Gap anregt, brachte keine Ergebnisse. Trotzdem wurden

Raman-Experimente an solchen Proben durchgeführt. Sie sind in der folgenden Abb. 31 dargestellt.

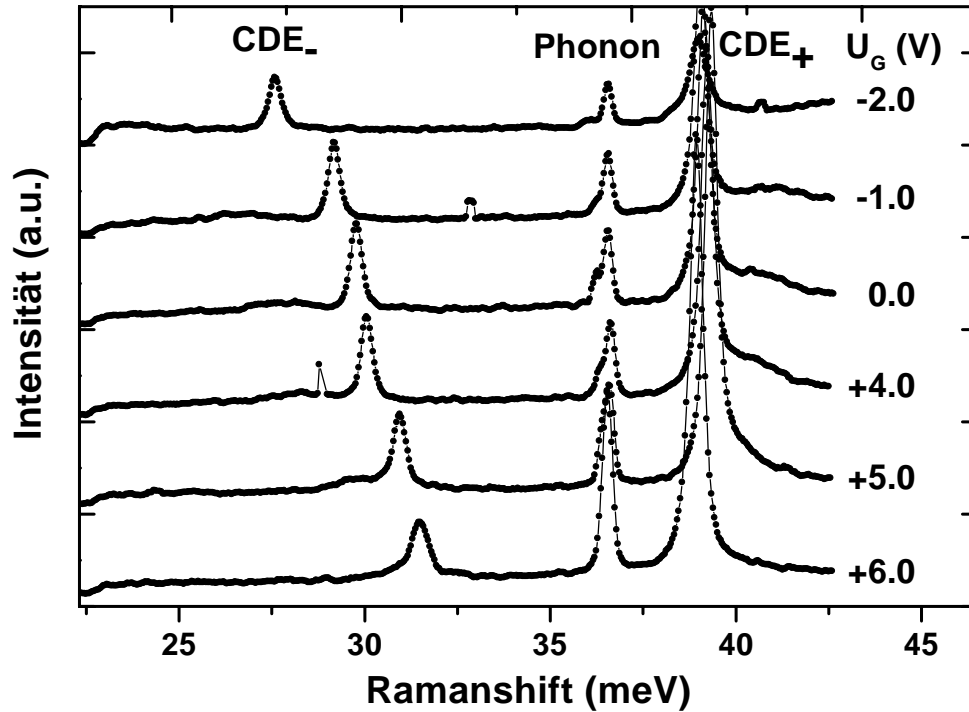


Abb. 31: Polarisierte Spektren der 2D Probe #274 in Abhängigkeit der angelegten Gatespannung.

Die Intersubband-Ladungsdichte-Anregung schiebt wie man es erwartet mit der angelegten Gatespannung. Bei positivem U_g lädt man den Well und die Energie der CDE steigt an, wie es in Abb. 11 bei steigendem N_s dargestellt ist. Analog verschiebt die CDE zu kleineren Energien bei negativem U_g . Die wirksamen Spannungen liegen deutlich über denen der Kapazitätsmessungen. An der Probe konnte kein Intraband-Plasmon oder SDE_0 beobachtet werden, was die Berechnung von N_s ermöglichen würde. Deshalb läßt sich nicht mit Sicherheit sagen, ob man die Dichte gezielt verändern kann oder ob man eventuell nur den Well verzerrt, wie es in Abschnitt 4.1 der Fall ist.

4.3 Direkt kontaktierte 2DEG

4.3.1 Intraband-Anregungen

Das direkte Kontaktieren des 2DEG und Aufbringen eines Frontgates gestattet es am eindeutigsten die Elektronendichte N_s zu variieren. Die größte Auswirkung hat die Dichtemodulation auf das Intrasubband-Plasmon, denn dessen Energie ist direkt proportional zu $\sqrt{N_s}$. Solche Messungen wurden an der Probe #356 durchgeführt, einem 15 nm breiten dotierten Quantenwell mit einem 50 nm dicken AlGaAs-Spacer. Es hat sich gezeigt, daß das Plasmon in solchen Proben mit breitem Spacer besonders gut zu beobachten ist. Dies ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß die Paralleleitfähigkeit im dotierten Bereich weiter entfernt ist. Dadurch ist die Kopplung zwischen beiden Elektronengasen schwächer und der Einfluß des schlecht leitfähigen 2DEG in der Dotierschicht nimmt ab, denn die optischen Eigenschaften werden zumeist durch das schlechter bewegliche 2DEG bestimmt.

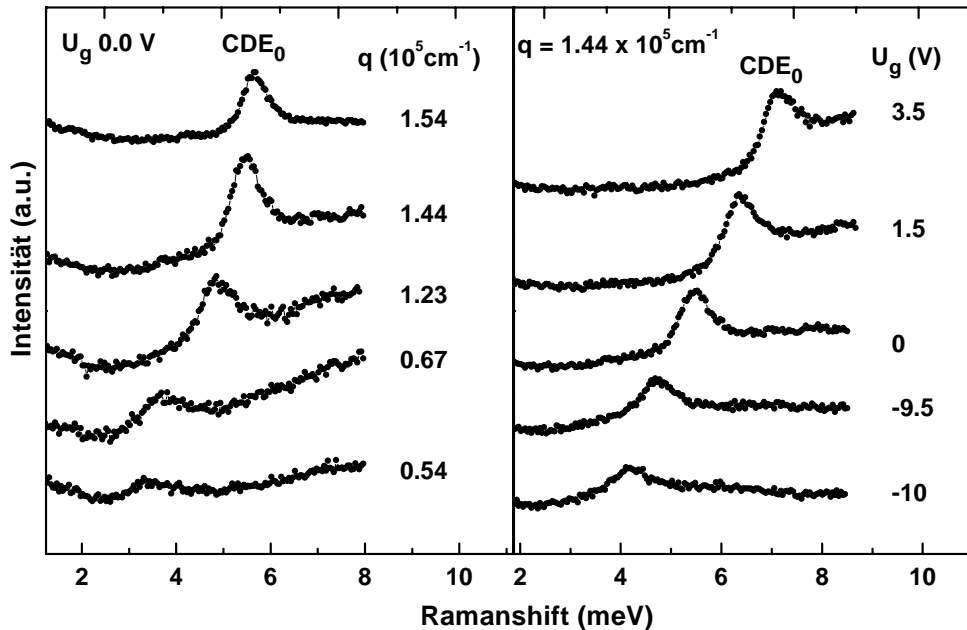


Abb. 32: Spektren des Intrabandplasmons der Probe #356: (a) links in Abhängigkeit vom Wellenvektorübertrag q (b) rechts in Abhängigkeit der angelegten Gatespannung U_g .

Die Abb. 32 zeigt Spektren des Intraband-Plasmons in Abhängigkeit des Wellenvektorübertrags q (links) und der Gatespannung U_g (rechts). Deutlich zu sehen ist der starke Einfluß des Wellenvektorübertrags, wie er durch 2.54 gezeigt ist. Die folgende

Abbildung 33 faßt die q -Dispersion von ω_p bei verschiedenen Gatespannungen zusammen. Die Dispersion ist bei jedem U_g nahezu perfekt wurzelförmig. Dies spricht für einen vernachlässigbaren Einfluß des parallelen 2DEGs in der Dotierschicht. Weiterhin geht daraus hervor, daß die Korrektur von ϵ aufgrund der Abschirmung durch das Gate kaum eine Rolle spielt.

Die Elektronendichte kann aus der Plasmonenergie berechnet werden. Für $U_g = 0$ V ergibt sich $N_s = 2.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Dieser Wert liegt nahe bei dem Wert von $N_s = 2.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, den man für die Berechnung der Magnetoplasmonen der gleichen Probe im nächsten Abschnitt ansetzen muß, um die dort dargestellten Messungen zu reproduzieren. Die Gatespannung zwischen $+3.5$ V und -10.5 V variiert die Elektronendichte im Bereich von $1.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2} < N_s < 4.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

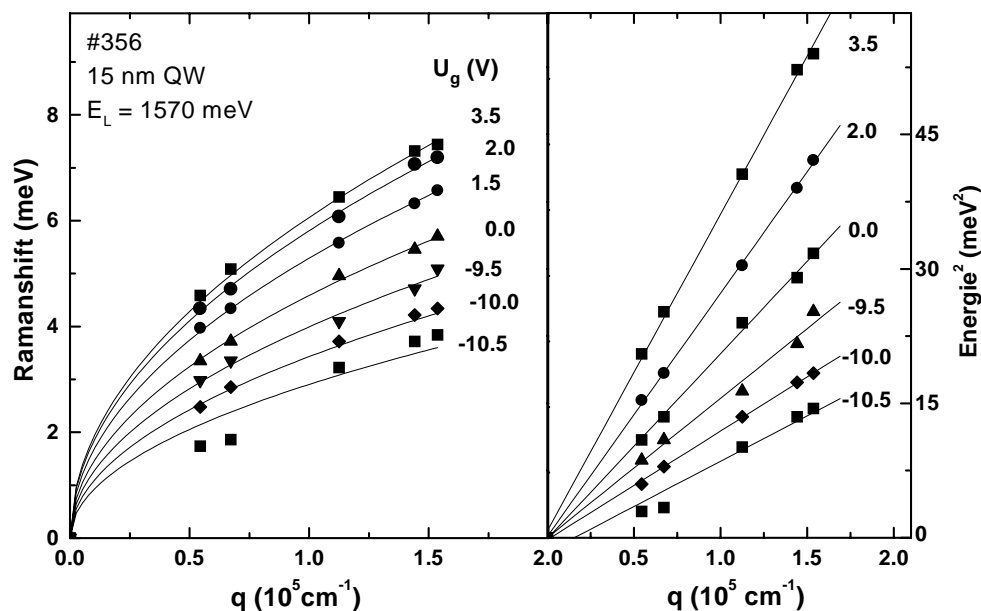


Abb. 33: Dispersion des Intradbandplasmons in Abhängigkeit vom Wellenvektor q bei verschiedenen Gatespannungen; links linear in der Energie, rechts quadratisch.

Man erwartet eine wurzelförmige Abhängigkeit der Plasmonenergie von der Gatespannung, wenn man annimmt, das $U_G \propto N_s$ ist. In der Abb. 34 ist das Quadrat der Plasmonenergie gegen die Gatespannung U_g aufgetragen. Entgegen der Erwartung einer durchgehenden Gerade, teilt sich die Abhängigkeit in die zwei Bereiche entweder positiver oder negativer Gatespannung. Die Regressionsgeraden beider Bereiche sind parallel haben also die gleiche Steigung. Dies bedeutet, daß sich die Ladungsträgerdichte im Falle positiver und negativer Spannung mit der gleichen Steigung gleich ändert, aber die Einsatzspannung ist verschoben.

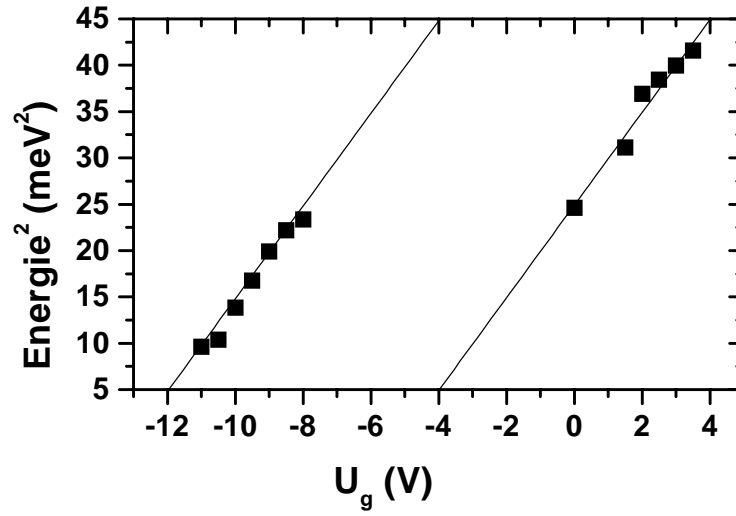


Abb. 34: Quadrat der Plasmonenergie als Funktion der Gatespannung. Die durchgezogenen Linien sind Fits an die negativen und positiven Spannungsbereiche.

4.4 Gitterkoppler unterstützte Ramanstreuung

Gitterkoppler werden oft in optischen Experimenten an 2DEG und 1DES oder Oberflächenschichten eingesetzt, und ermöglichen so die Vermessung der Wellenvektordispersion von z.B. Plasmonen besonders in FIR-Experimenten []. Die auf der Oberfläche aufgetragenen Metallstreifen (üblicherweise mit einer sub- μm Periode) erzeugen im Inneren der Probe räumlich modulierte elektrische Feldkomponenten in der Elektronengasebene. Diese Felder besitzen Wellenvektorkomponenten von Vielfachen des reziproken Gittervektors $g = 2\pi/p$ und erhöhen so den maximal in die Ebene übertragbaren Wellenvektor. Der reine q -Vektor des anregenden Lichts liegt typischerweise bei maximal $1.6 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ in perfekter Rückstreugeometrie und streifendem Einfall auf die Probe. Zuerst wurde diese Methode von Zettler *et al.* [65, 66] in Verbindung mit Ramanspektroskopie angewandt. Es wurden dabei zum einen q -Dispersionen von Intrasubband-Plasmonen mit einem um Vielfache von g erhöhten Wellenvektor gemessen, zum anderen die Wechselwirkung des Magnetoplasmons mit Vielfachen der Zyklotronresonanz.

In dieser Arbeit wurden Probenstücke des Wafers #356 holographisch mit einer Periode von 500 nm und 600 nm belichtet und anschließend mit einer 15 nm Ti-Schicht bedampft. Die reziproken Gittervektoren liegen also bei $g_1 = 1.26 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ bzw. $g_2 = 1.05 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$.

Für den Wellenvektorübertrag in der Ebene des Elektronengases gilt in Abhängigkeit der Streugeometrie

$$q_{\parallel} = \begin{cases} q_{\parallel}^0 \pm mg & \text{sw-Geometrie} \\ \sqrt{(q_{\parallel}^0)^2 + (mg)^2} & \text{pw-Geometrie} \end{cases} \quad (4.5)$$

mit $m = 0, 1, 2, \dots$

Die Abb. 35 zeigt Spektren der Probe mit einem Gitterkoppler der Periode 500 nm unter verschiedenen Einfallswinkeln in pw-Geometrie. Es lassen sich Peaks beobachten, die bis zur dritten Ordnung m des reziproken Gittervektors gehören und die hier mit 1 bis 3 gekennzeichnet sind. Mit "0" ist das originäre Plasmon bezeichnet, das sich durch den Wellenvektor des eingestrahlt Lichts q_{\parallel}^0 ergibt. Es zeigt naturgemäß die deutlichste Abhängigkeit vom Einfallswinkel, denn da die Plasmon-Dispersion $\omega_p(q_{\parallel}) \propto \sqrt{q}$ ist, haben hohe Wellenvektorüberträge keine große Steigung in der q -Dispersion zur Folge.

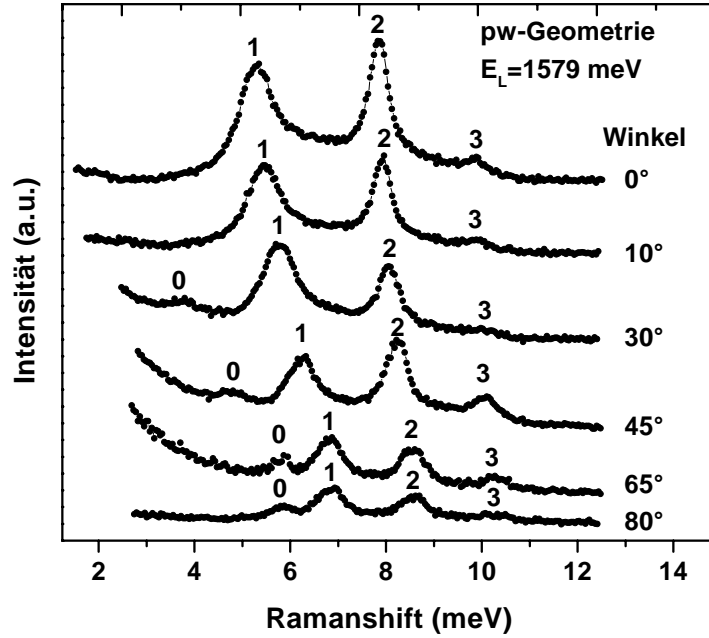


Abb. 35: Spektren der Plasmonmoden bei verschiedenem $q_{||}^0$

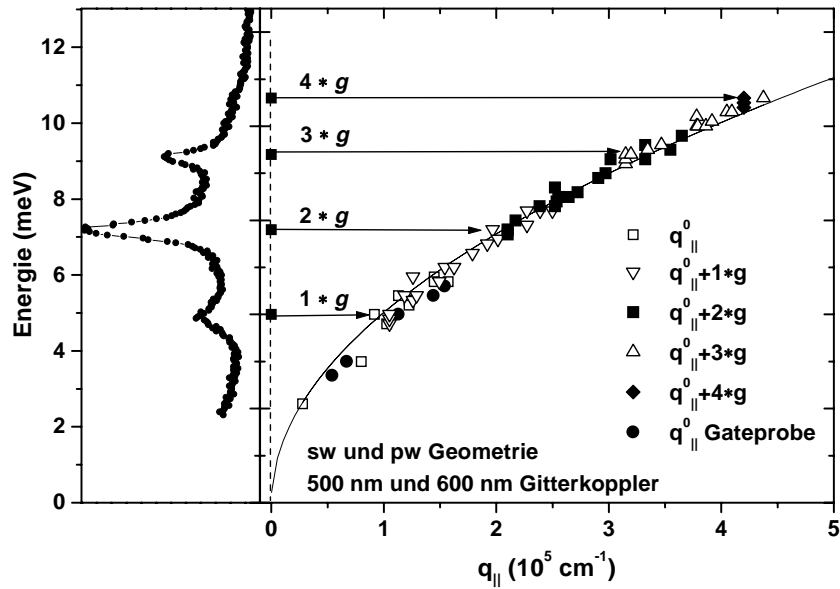


Abb. 36: Wellenvektordispersion aller beobachteten Plasmonmoden der Proben mit 500 nm und 600 nm Gitterkoppler. Beispielhaft ist die Verschiebung um Vielfache n des reziproken Gittervektors g der Moden mit $q_{||}^0 = 0$ dargestellt.

In der Abb. 36 ist die q -Dispersion des Intrabandplasmons über die gesamten zugänglichen Wellenvektoren bis zur 4. Ordnung des reziproken Gittervektors g gezeigt. Beispielhaft ist die Überführung der Positionen, die bei einer Messung mit $q_{\parallel}^0 = 0$ erhalten wurden, in die Gesamtdispersion dargestellt. Durch Aufaddieren von $m \cdot g$ ergibt sich die vollständige Dispersion bis zu einem Wert von $q_{\parallel} = 4.5 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$. Außerdem sind Meßpunkte dargestellt, die an einer 2D Probe mit einem durchgängigen 20 nm dicken Ti-Gate erhalten wurden. Die Substitution von $\epsilon \rightarrow \frac{1}{2}\epsilon(1 + \coth(q_{\parallel}d))$ durch die Abschirmung der Metallelektrode spielt hier keine Rolle, da wegen $d \approx 110 \text{ nm}$ $\coth(q_{\parallel}d) \approx 1$ ist, und die Gesamtdispersion repräsentiert die wurzelförmige Abhängigkeit sehr gut. Der Fit an die Plasmondispersion liefert als freien Parameter die Elektronendichte mit einem Wert von $N_s = 2.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Interessanterweise werden keine Moden mit negativem n gefunden. Offensichtlich koppeln diese Moden nur schwach an das Plasmon.

In weiteren Experimenten wurden die Gitterkoppler-Proben im Magnetfeld untersucht. Die kollektiven Ladungsdichte-Anregungen unter dem Einfluß eines Magnetfelds werden Magnetoplasmonen genannt und haben im Grenzfall $q \ll 1/l_B$ und ohne Berücksichtigung von nicht-lokalen Effekten eine energetische B -Feld Dispersion von

$$\omega_p(q, B) = \sqrt{\omega_p^2(q) + \omega_c^2}. \quad (4.6)$$

Untersuchungen von Magnetoplasmonen in GaAs-Heterostrukturen wurden zuerst von Batke *et al.* [67] im Rahmen von FIR-Transmissionsexperimenten durchgeführt. Es werden dabei starke Wechselwirkungen von $\omega_p(q)$ mit Harmonischen $n\omega_c$ ($n = 2, 3$) der Zyklotronresonanz beobachtet. Zettler *et al.* [66] beobachtet dasselbe Verhalten in Raman-Streuexperimenten.

Bei den in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten wurden die Proben dabei unter streifendem Einfall in sw-Geometrie im Magnetkryostaten untersucht. Der feste q -Übertrag durch das anregende Licht beträgt in dieser Streukonfiguration $q_{\parallel}^0 = 0.8 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$. Man beobachtet in diesen Experimenten Plasmonmoden, die der Addition bis zum dreifachen reziproken Gittervektor entsprechen. Die Magnetfelddispersion aller beobachteten Moden an der Probe mit dem 500 nm Gitterkoppler ist in Abb. 37 dargestellt. Die Moden sind mit $m = 0, 1, 2, 3$ bezeichnet, was sich auf Addition von g bezieht. Man erkennt deutlich die Wechselwirkung mit Vielfachen der Zyklotronresonanz ω_c bis zur Ordnung $n = 4$.

Diese Wechselwirkung, die sich in den Aufspaltungen der Plasmondispersion an $n\omega_c$ manifestiert, ist auf nicht-lokale Effekte zurückzuführen [68], die durch das Wechselspiel der räumlichen Dichtemodulation, hervorgerufen durch das Plasmon, und der Zyklotronbewegung zustande kommen. Die Größe der Aufspaltung dieser sogenannten Bernstein-Moden ist ein Maß für die Stärke der nicht-lokalen Wechselwirkung und nimmt mit steigendem Wellenvektorübertrag zu: [67]

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \left(\frac{v_F q}{\omega_c} \right)^2 \quad (4.7)$$

mit der gemittelten Frequenz beider Äste am Aufspaltungspunkt

$$\omega_m = \frac{1}{2}(\omega_{oben} + \omega_{unten}). \quad (4.8)$$

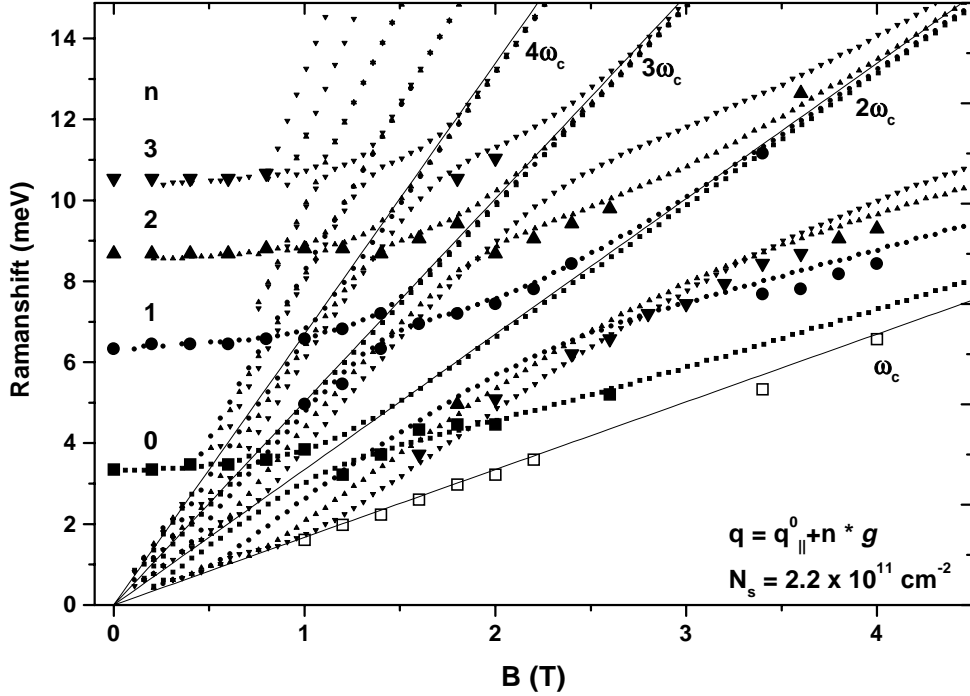


Abb. 37: Magnetfelddispersion der Plasmonmoden in sw-Geometrie. Die kleinen Symbole repräsentieren theoretische Berechnungen eines 2DEG mit $N_s = 2.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ aus [47].

Parallel zu den experimentellen Ergebnissen sind in Abb. 37 Berechnungen, die im Rahmen der nicht-lokalen Theorie aus [47], mit dem freien Parameter der Elektronendichte N_s , durchgeführt wurden, dargestellt (kleine Symbole). Deutlich zu sehen ist die Aufspaltung der Moden 1 und 2 an $3\omega_c$: hier nimmt die Größe der Aufspaltung zu, wie es von der Theorie vorhergesagt wird, aufgrund der Abhängigkeit von q . Die Aufspaltung einer Mode mit festem q an verschiedenen Vielfachen von ω_c nimmt, in guter Übereinstimmung mit der Theorie, mit zunehmendem n ab.

4.5 2D-Strukturen im Magnetfeld

Neben der Untersuchung durch Transport-Experimente spielt die inelastische Lichtstreuung an 2DEGs im Bereich des integralen und fraktionierten Quanten-Hall-Effektes eine große Rolle. Die optische Spektroskopie dieser Effekte stellt große Anforderungen zum einen an die Beweglichkeit der Elektronen in den Proben und zum anderen an das Experiment. 1992 beobachteten Pinczuk *et al.* [13] im magnetischen Quantenlimes $\nu = 1$ Inter-Landau-Level- und Intersubband-Anregungen und verifizierten damit die Erhöhung der Austausch-Wechselwirkung in diesem Bereich. Sie beobachten keinen signifikanten Shift in der Energie der CDE, lediglich die SDE schiebt bei $\nu = 1$ zu größeren Energien aufgrund der Erhöhung der Austausch-Energie. Später gelang es sogar im Bereich $\nu \leq \frac{1}{3}$ kollektive Anregungen und Gap-Anregungen zu beobachten [69]. Voraussetzungen für solche Messungen sind Proben mit kleiner Elektronendichte und extrem hoher Beweglichkeit. Die im folgenden vorgestellten Messungen wurden an einem Einfach-Quantenwell mit einer Dichte von $N_s = 2.1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ durchgeführt. Man erreicht mit den hier zur Verfügung stehenden B -Feldern also nicht den Fall des vollständig Spin-polarisierten Elektronengases.

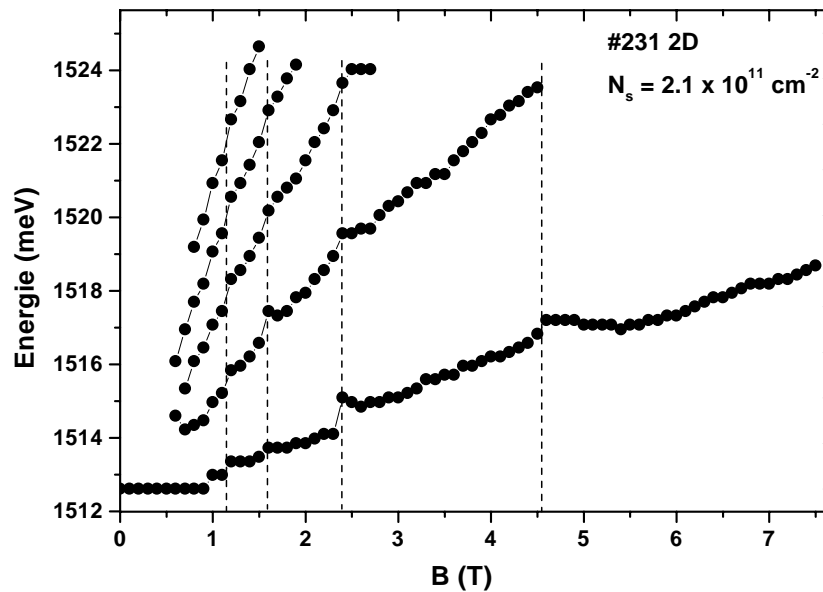


Abb. 38: Magnetfeld-Dispersion der Lumineszenz bis 7 T.

Zunächst wurden an der Probe #231 Lumineszenz-Messungen durchgeführt, um die Lage der Füllfaktoren in Abhängigkeit des B -Feldes zu bestimmen. Da die Ladungsträgerdichte durch den 70 nm Spacer relativ gering ist, gelangt man bei den maximal zur Verfügung stehenden Magnetfeldern von 7.5 T in den Bereich niedriger Füllfakto-

ren. Die Lumineszenzen folgen im B -Feld dem Landaufächer und sobald ein Füllfaktorwechsel stattfindet, stirbt die Lumineszenz des zugehörigen Landau-Niveaus aus. In der Abb. 39 ist dieses Verhalten deutlich zu sehen. Die Spektren zeigen den Verlauf der Quantenwell-Lumineszenz von 0 T bis 7.5 T. Deutlich zu sehen ist das Aussterben der Lumineszenz höherer Landau-Niveaus. Die seitlichen Pfeile zeigen auf den Füllfaktorwechsel: bei 2.3 T stirbt das vierte Niveau aus und beim doppelten Feld findet der Übergang von $\nu = 3$ auf $\nu = 2$ statt. Parallel zu den Sprüngen im Füllfaktor verschieben die Lumineszenzen sprunghaft zu höheren Energien. Die Abb. 38 zeigt dies deutlich in der Magnetfeld-Dispersion der Lumineszenzen.

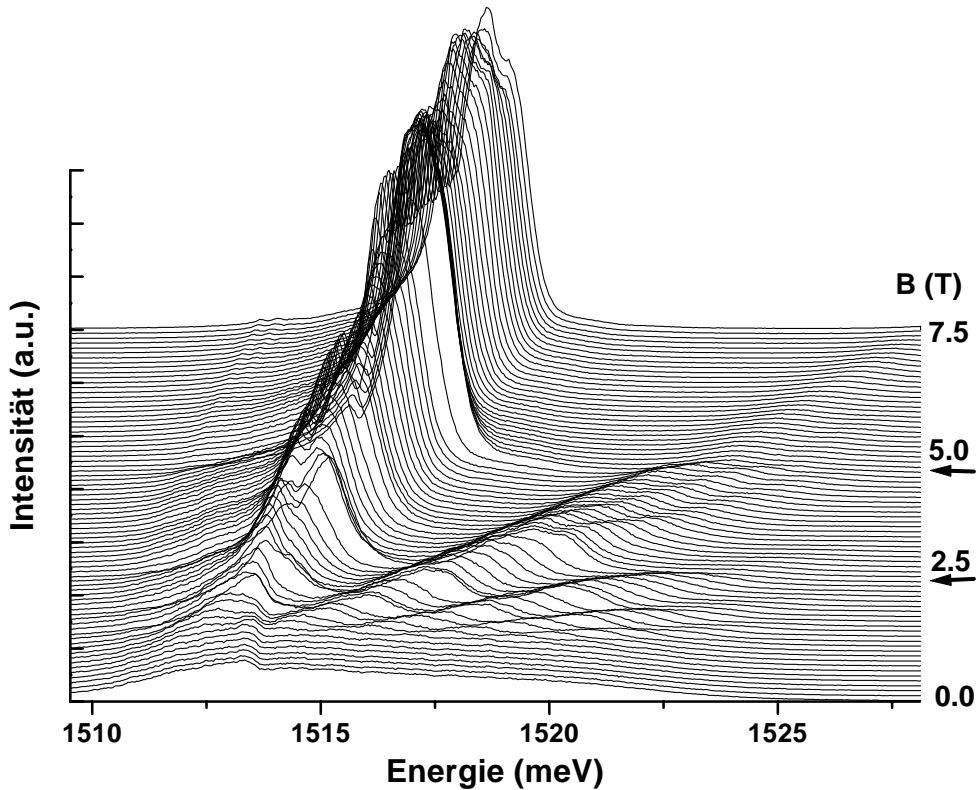


Abb. 39: Lumineszenzspektren der Probe #231 im Magnetfeldbereich bis 7 T.

Sham erklärt dieses Verhalten durch eine Bandgap-Renormalisierung [70]. Darunter versteht man die Verkleinerung der Bandlücke aufgrund der Absenkung des Grundzustandes des Vielteilchen-Systems durch die Coulomb-Wechselwirkung. Das photoangeregte Valenzbandloch wechselwirkt mit den Elektronen des Leitungsbandes, die im Falle eines halb gefüllten Landau-Niveaus mobil sind, was insgesamt zu einer Absenkung der Energie führt. Bei ganzzahligem Füllfaktor sind die Elektronen nicht mobil, können sich nicht umgruppieren, die Abschirmung bricht zusammen und die Energie steigt sprunghaft an.

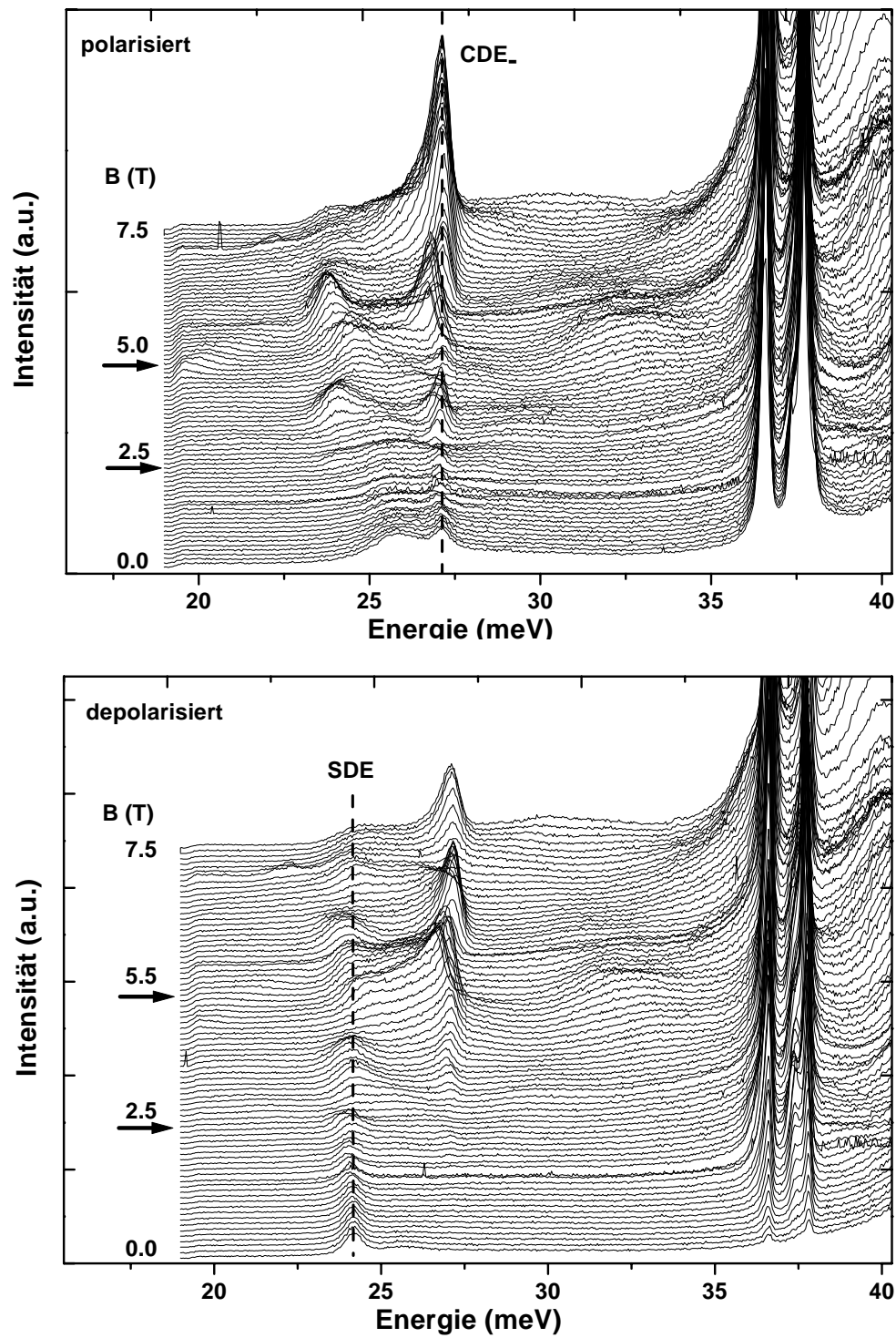


Abb. 40: Polarisierte (oben) und depolarisierte (unten) Spektren der Inter-subband-Anregungen im Magnetfeldbereich bis 7 T. Die Pfeile bezeichnen die Änderungen im Füllfaktor.

Parallel zu den Lumineszenz-Messungen an der Probe #231 wurden auch verschiedene Raman-Anregungen im Magnetfeld untersucht. Die Abb.40 zeigt eine Serie von Raman-spektren beider Polarisierungen im Magnetfeldbereich zwischen 0 T und 7.5 T. Bei $B = 0$ T kann man deutlich die SPE, CDE₋ und CDE₊ in den polarisierten Spektren erkennen sowie die SPE und SDE in den depolarisierten. Bei ansteigendem Feld zeigt sich, daß die Polarisationsauswahlregeln offensichtlich abgeschwächt werden und die CDE und SDE in beiden Polarisierungen zu beobachten sind. Eine weitere Auffälligkeit ist das Magnetfeld-Verhalten der Intensitäten der kollektiven Anregungen. Aus den Lumineszenz-Messungen wurde die Lage der Füllfaktoren bestimmt und genau in der Nähe der Sprünge von ν gibt es Einbrüche in der Intensität der SDE und CDE₋. Die Sprünge auf $\nu = 2$ und $\nu = 4$ sind durch die Pfeile rechts gekennzeichnet. Der Grund für die Intensitätsvariationen könnte im Metall-Isolator-Übergang bei ganzen Füllfaktoren liegen. Bei $\nu = 2$ und 4 bricht die metallische Abschirmung des Disorder-Potentials zusammen und die Resonanzen gehen zurück.

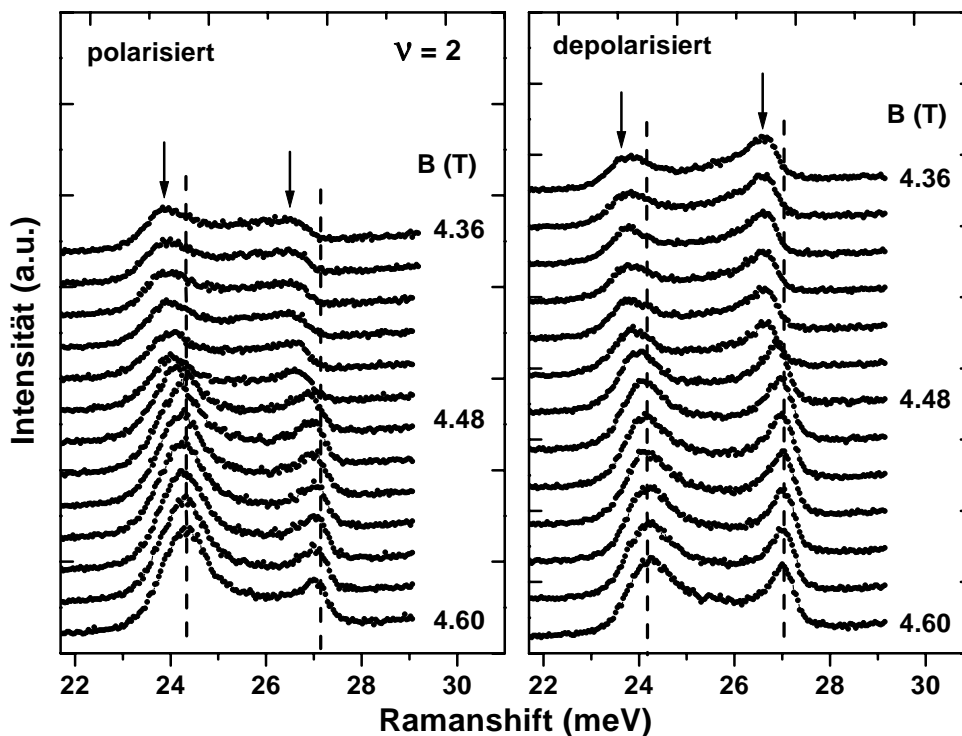


Abb. 41: Intersubband-Anregungen im Magnetfeldbereich des Füllfaktors $\nu = 2$.

Eine weitere Ursache für die Intensitätsvariationen liegt mit Sicherheit in Resonanzeffekten durch Aufspaltung der Valenzbandzustände, was sich direkt durch das Auftreten von Lumineszenzen äußert. Das B -Feld sorgt für eine starke Aufspaltung der Schwer-

und Leichtloch-Zustände im Valenzband, die eine große Anzahl von resonanten Zuständen zur Folge haben. Fallen diese zusammen mit den elektronischen Raman-Anregungen findet eine resonante Verstärkung statt. Man könnte versuchen, durch Variation der anregenden Laserenergie die ursprüngliche Intensität wiederherzustellen.

Eine weitere Auffälligkeit der Intersubband-Anregungen sind Shifts in der Energie bei den Füllfaktoren $\nu = 2, 4$. Dazu zeigt Abb. 41 einen Ausschnitt in der Nähe von $\nu = 2$ bei $B = 4.4$ T. Deutlich zu sehen ist der Sprung zu einer höheren Energie um etwa $\Delta E = 0.5$ meV. Dies betrifft sowohl die SDE als auch die CDE gleichermaßen, was nahe legt, daß das Potential des Wells steiler geworden sein muß, wenn die Anregungen zu höheren Energien verschieben. Eine Erklärung könnte die Veränderung der beteiligten Wellenfunktionen sein, die für das selbstkonsistente Potential verantwortlich sind. Bei $\nu > 2$ bildet sich das Potential aus den Wellenfunktionen zweier besetzter Landau-Niveaus, beim Sprung nach $\nu < 2$ ist nur noch ein Landau-Niveau besetzt und das System wird nur noch durch eine Wellenfunktion beschrieben.

Die Abb. 42 verdeutlicht das Verhalten der CDE_+ -Mode in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Diese Mode ist über den gesamten B -Feldbereich mit hinreichend großer Intensität zu beobachten, weswegen sie sich für eine Analyse besonders gut eignet. Man erkennt deutlich zum einen die Oszillationen und zum anderen die energetische Verschiebung mit dem Füllfaktor. Die energetische Verschiebung fällt gegenüber der CDE_- -Mode aber deutlich geringer aus (ungefähr 0.1 meV) und erfolgt in Richtung kleinerer Energien.

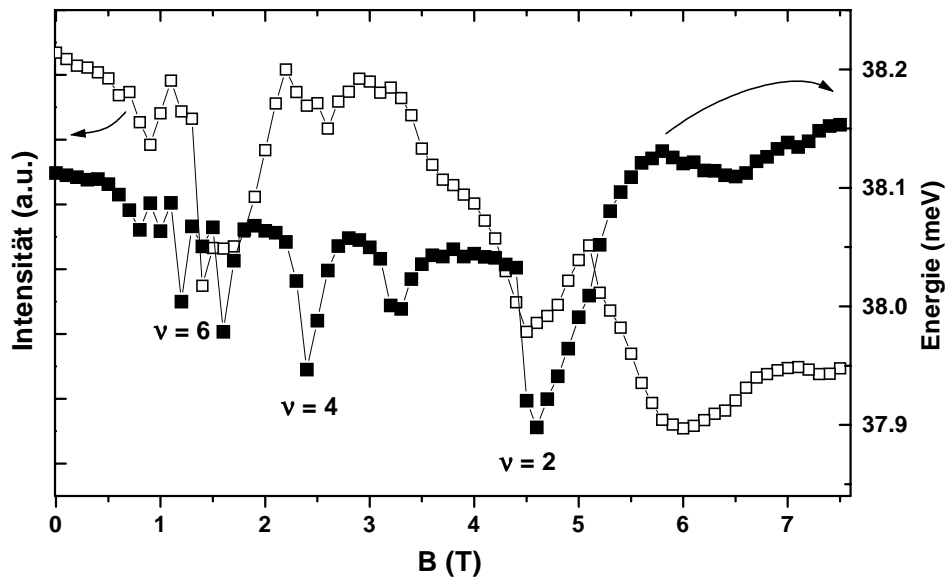


Abb. 42: Füllfaktor-abhängige Oszillationen in Intensität und Energie der CDE_+ -Mode im Magnetfeld bis 7 T.

Kapitel 5

Messungen an Quantendots

Quantendots, auch künstliche Atome genannt, haben in den letzten Jahren sehr starkes Interesse auf sich gezogen, da sie ein einzigartiges System darstellen, das es gestattet Quantisierungseffekte und kollektive Wechselwirkungen in maßgeschneiderten Systemen zu untersuchen. Die ersten optischen Messungen waren FIR-Transmissions-Experimente an InSb-MOSFETs und Tief-Mesa-geätzten Dots eines HEMTs [19, 20]. Neben der Photolumineszenz-Spektroskopie entwickelte sich aber auch die Raman-Spektroskopie zu einem wichtigen Werkzeug zur Untersuchung solcher niedrigdimensionaler Systeme. Die ersten Raman-Messungen wurden 1994 von Wang *et al.* [71] und parallel von Strenz *et al.* [21] an Quantendots durchgeführt, allerdings ohne den Einfluß eines externen Magnetfeldes. Dabei wurden zum ersten Mal Niveauübergänge direkt spektroskopiert. Lockwood *et al.* [72] fanden bei intensiven Untersuchungen im Magnetfeld Hinweise auf eine Schalenstruktur der Elektronen im Dot. Alle o.g. Untersuchungen beschränkten sich jedoch lediglich auf Einteilchen-Anregungen in den Dots. Erst G. Biese [73] fand neben den SPEs in den Raman-Spektren die zugehörigen kollektiven Moden mit Ladungsdichte- und Spindichte-Charakter, die CDEs und SDEs. Einen weiteren Schritt stellt die Entdeckung einer Feinstruktur in den Spektren der Dots dar, die von Schüller *et al.* [74] gemessen wurde.

Interessant ist natürlich der nächste Schritt, die Zahl der eingeschlossenen Elektronen zu variieren. Zum einen gestattet eine festlegbare Elektronenzahl einen besseren Vergleich mit theoretischen Berechnungen, da diese meist von entweder sehr wenigen Elektronen ausgehen oder aber von vollen Schalen, also nicht spin-polarisierten Zuständen. Ein erster Ansatz sind die von Meurer *et al.* [75] Feldeffekt-induzierten Quantendots, die sich durch das Anlegen einer Spannung laden ließen. In der FIR-Absorption erkennt man dabei klare Stufen, die verschiedenen Besetzungszahlen zugeordnet werden konnten. Zum anderen erlaubt die Variation der eingeschlossenen Elektronen ein besseres Verständnis bzw. den direkten Zugang der kollektiven Effekte, die in solchen Systemen eine große Rolle spielen. So berechnete Merkt *et al.* [76] das Energiespektrum zweier Elektronen in einem parabolischen Potential unter dem Einfluß eines magneti-

schen Feldes. Dabei wird die energetische Entartung der nichtwechselwirkenden Teilchen aufgehoben. Die Spektroskopie der entstehenden verschiedenen Spinzustände ist ein interessantes Objekt zur Untersuchung mit inelastischer Lichtstreuung.

5.1 Kollektive Anregungen in Quantendots

Die Raman-Messungen, die im folgenden vorgestellt werden, wurden an Tief-Mesa-geätzten Quantendots durchgeführt, die alle auf dem modulationsdotierten Quantenwell #139 basieren. Dabei handelt es sich um einen 15 nm breiten Well mit einer 2D Ladungsträgerdichte von $N_s = 6.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, denn es hat sich im Laufe der Messungen herauskristallisiert, daß die beobachtbaren Anregungen in den Dots stärker waren, je schmaler der zugrundeliegende Quantenwell ist. Die Breite des Wells beeinflusst die Lage des Bandgaps, und je weiter die Well-Lumineszenz von tiefliegenden Störpeaks aus dem Buffer entfernt ist, desto resonanter läßt sich anregen, und die Wahrscheinlichkeit einen Dotübergang anzuregen wächst. Die gemessenen Dots hatten eine holographisch definierte Periode zwischen 600 nm und 800 nm und zu geometrischen Radien von $R = 150 \text{ nm}$ bzw. 200 nm führt, wie AFM-Aufnahmen zeigen. Die elektronischen Radien dürften durch die beim RIE-Ätzen entstehenden Verarmungsbereiche an den Rändern um ca. 50 nm darunter liegen.

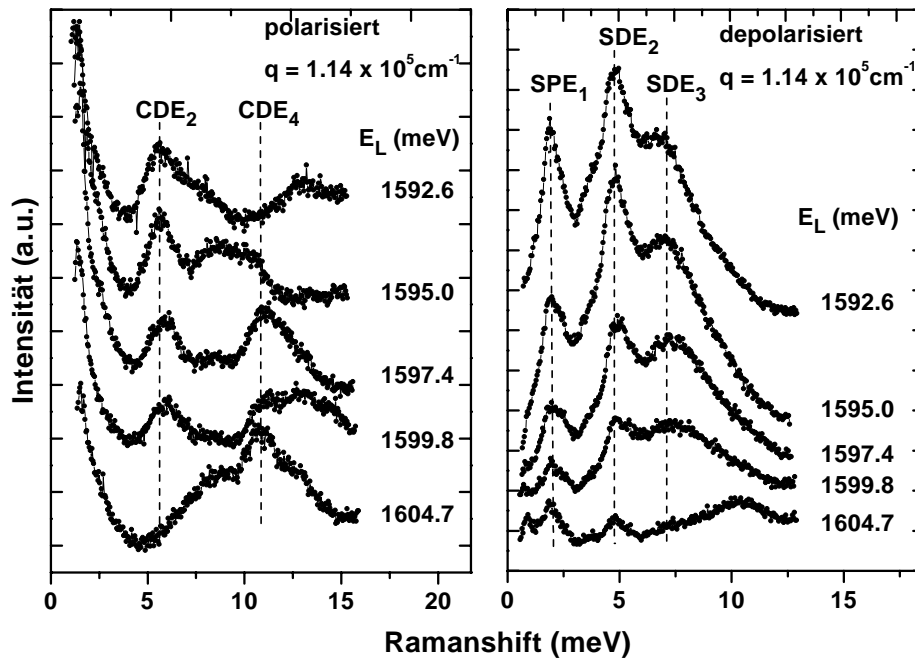


Abb. 43: Resonanzverhalten der Anregungen in Quantendots mit 300 nm Durchmesser bei verschiedenen anregenden Laserenergien.

Die Abb. 43 zeigt polarisierte und depolarisierte Spektren von Dots mit einem Durchmesser von 300 nm. Die Probe war dabei um einen Winkel von 45° verkippt, was zu einem Wellenvektorübertrag von $q = 1.14 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ führt. Die Spektren wurden bei verschiedenen anregenden Laserenergien aufgenommen. Das Mitschieben der Resonanz verdeutlicht, daß es sich wirklich um Raman-Anregungen in den Dots handelt. In den polarisierten Spektren erkennt man zwei Ladungsdichte-Anregungen, CDE_2 und CDE_4 . Die Indizes bezeichnen dabei den Übergang in der lateralen Quantenzahl ΔN von einem Niveau in ein höheres. Die Zuordnung zu diesen Niveaudifferenzen geschieht aufgrund der Tatsache, daß es sich bei der Raman-Streuung um einen Zwei-Photonen-Prozeß handelt, der eine Streuung an Übergängen mit gerader Parität bevorzugt. Die depolarisierten Spektren zeigen zwei Spindichte-Anregungen, SDE_2 und SDE_3 . Besonders intensiv ist die SDE_2 zu sehen, was ebenfalls für die Bevorzugung von Übergängen mit gerader Parität spricht. Weiterhin wird bei einer Absenkung der anregenden Laserenergie die erste Einteilchen-Anregung SPE_1 bei $E_{\text{SPE}_1} = 2.1 \text{ meV}$ resonant. Aus den beiden Streugeometrien ist nicht unmittelbar ersichtlich, daß es sich um eine Einteilchen-Anregung handelt, da die depolarisierten Spektren starkes Streulicht im niederenergetischen Bereich aufweisen. Die Übergänge mit $\Delta n = 0, \Delta m = 2$ und $\Delta n = 1, \Delta m = 1$ sind eigentlich verbotene Übergänge, aber Gudmundson *et al.* [77] zeigten, daß die Beobachtung dieser Übergänge auf Abweichungen vom perfekten parabolischen Potential zurückzuführen sein ist. Insofern kann man eine große Reihe von Übergängen in diesen Dots erwarten.

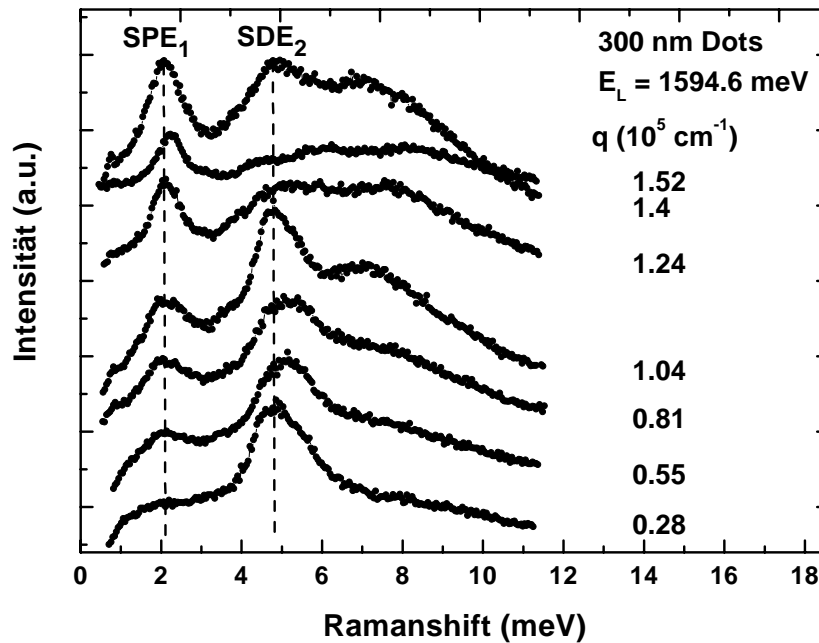


Abb. 44: Resonanzverhalten der SPE_1 in Abhängigkeit des Wellenvektorübertrags q .

Doch wird in Abschnitt 5.3 deutlich, daß es sich um Einteilchen-Anregungen handelt. Die Abb. 44 zeigt depolarisierte Spektren bei verschiedenen Wellenvektorüberträgen q . Man erkennt deutlich das Hervortreten der SPE_1 mit zunehmendem q . Solch ein Verhalten wurde auch schon von Biese [73] beobachtet. Auch hier führt der zunehmende Wellenvektorübertrag dazu, daß die Symmetrie gebrochen wird und Anregungen mit ungerader Parität möglich werden. Überhaupt wird ein streifender Einfall des Lichts dazu führen, daß bedingt durch die Periodizität der Oberfläche durch einen Gitterkoppelereffekt neue Wellenvektorkomponenten entstehen, die über den reinen q -Wert des einfallenden Lichts hinausgehen. Die Anregungen sind, wie man es für Dot-Anregungen erwartet, dispersionslos. Dies läßt zusätzlich darauf schließen, daß keine Wechselwirkung zwischen den Dots auftritt.

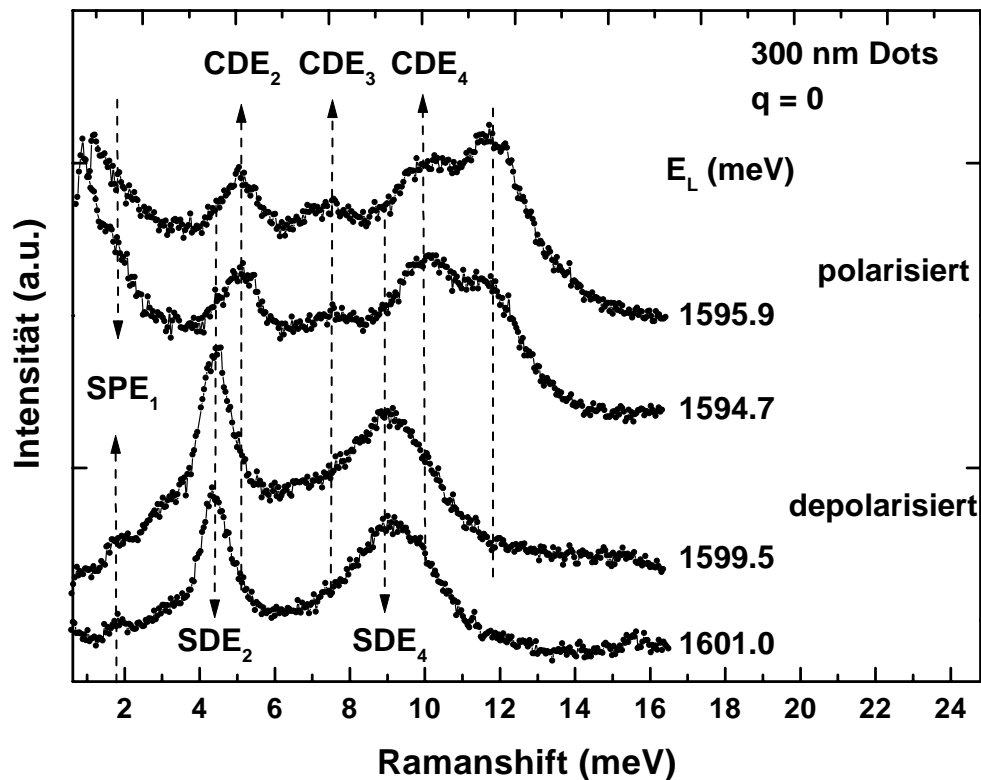


Abb. 45: Vergleich von depolarisierten und polarisierten Spektren. Man erkennt vier Ladungsdichte- und zwei Spindichte-Anregungen neben der ersten Einteilchen-Anregung.

Die Abb. 45 zeigt an einer anderen 300 nm Dotprobe gemessene Anregungen in beiden Polarisationen, allerdings ohne einen q -Übertrag. Am intensivsten sind wiederum in

beiden Polarisierungen Anregungen zu sehen, die Übergängen mit $\Delta N = 2$ zugeordnet werden, die SDE_2 und die CDE_2 . Auffällig ist die extrem kleine energetische Verschiebung zwischen den beiden letztgenannten kollektiven Anregungen mit $\Delta N = 2$ von $\Delta E_2 = 0.62 \text{ meV}$. Dies zeigt, daß die Auswirkungen der Vielteilchen-Wechselwirkungen in diesem System extrem klein sind. Auch die Energiedifferenz zwischen der SDE_4 und der CDE_2 von ca. 1 meV ist extrem gering, denn Quantendotproben mit einer vergleichbaren Anzahl von Elektronen pro Dot von ungefähr 200 zeigen deutlich größere kollektive Effekte mit Energiedifferenzen von ca. 6 meV [78] zwischen den zusammengehörigen Spindichte- und Ladungsdichte-Anregungen. Ursachen für den deutlich kleineren Depolarisationsshift in den Proben dieser Arbeit kann daher entweder in der unterschiedlichen Breite des zugrundeliegenden Quantenwells liegen, als auch in einer Abweichung vom streng parabolischen Potential bzw. einer Abweichung von perfekt zirkularer Geometrie. In den depolarisierten Spektren sind nur Anregungen gerader Parität zu sehen, erst bei einem endlichen Wellenvektorübertrag, wie in Abb. 43 gezeigt, treten Übergänge ungerader Parität auf. Die polarisierten Spektren zeigen auch bei $q = 0$ Übergänge ungerader Parität. Allerdings sind diese von deutlich geringerer Intensität. Die ersten drei CDEs sind energetisch nahezu äquidistant.

Interessant ist das strenge Einhalten der Polarisationsauswahlregeln zumindest bei $q = 0$. Denn man könnte eigentlich erwarten, daß aufgrund der periodischen Modulation der Probenoberfläche auch Anteile der jeweils anderen Polarisation entstehen könnten. Dies scheint aber nicht der Fall zu sein. Erst das Anlegen von Magnetfeldern bricht diese Auswahlregeln, was im nächsten Abschnitt genauer erläutert wird.

5.2 Quantendots im Magnetfeld

Die Messungen an den Quantendots im Magnetfeld fanden im Split-Coil-Kryostat statt. Dies bedingte einen konstanten Wellenvektorübertrag von $q = 0.81 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ durch den streifenden Einfall des Lichts. Messungen bei senkrechtem Einfall und in perfekter Rückstreugeometrie, also bei $q = 0$, gestatten nur einen geringeren Informationsgehalt, denn Anregungen ungerader Parität werden unterdrückt.

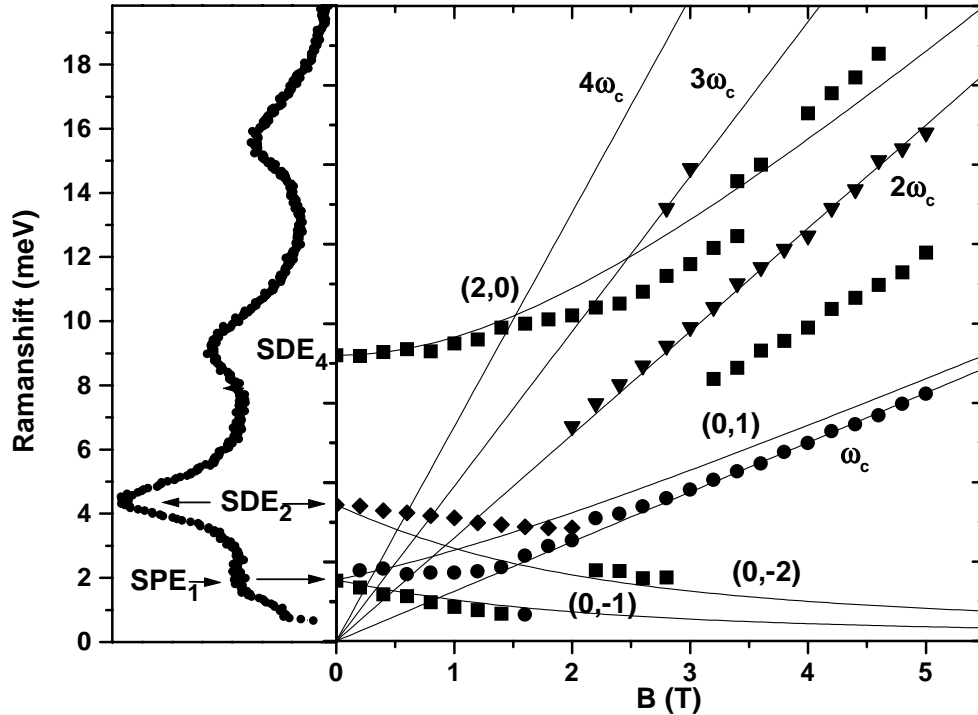


Abb. 46: Magnetfelddispersion der Anregungen in 300 nm Dots in depolarisierter Geometrie.

Die Abb. 46 zeigt die Magnetfelddispersion von Anregungen in depolarisierter Geometrie. Links ist das Spektrum bei $B = 0 \text{ T}$ dargestellt, welches die SDE_2 und SDE_4 sowie die SPE_1 zeigt. Weiter sind als durchgezogene Linien die Zyklotronfrequenz ω_c sowie Vielfache davon eingezeichnet. Die durchgezogenen Dispersionen stellen Fock-Darwin-Übergänge im Einteilchen-Bild mit $(\Delta n, \Delta m)$ dar.

Zunächst werden nur die Spindichte-Anregungen betrachtet, die Einteilchen-Anregung SPE_1 , die in die zwei Moden ω_+ und ω_- aufspaltet, ist Thema des nächsten Abschnitts. Die stärkste Anregung, die SDE_2 , zeigt eine negative Dispersion mit steigendem Magnetfeld. Bei $B = 0 \text{ T}$ startet bei derselben Energie der Fock-Darwin-Term mit $(\Delta n = 0, \Delta m = -2)$, der den nächsten erlaubten Übergang mit $\Delta N = 2$ darstellt.

Auffällig ist die Abweichung der gemessenen Dispersion von der im Einteilchen-Bild berechneten, obwohl zwischen $2T$ und $3T$ eine Mode auftritt, die zur vorhergesagten Dispersion paßt. Lediglich bei moderaten Feldern von bis zu $B \leq 2T$ weichen Theorie und Experiment voneinander ab. Bemerkenswerterweise findet man, daß die sehr stark ausgeprägte SDE_2 mit der Einteilchen-artigen Zyklotronresonanz wechselwirkt. Die SDE_2 geht in ω_c über und wird von der Zyklotronresonanz dominiert. Sie wird unmittelbar nach der Kreuzung mit ω_c nicht wieder beobachtet. Eigentlich aber sollte die SDE nicht von der Zyklotronresonanz beeinflusst werden, sondern unbeeinflusst durch ω_c laufen. Hier wären sicherlich theoretische Berechnungen hilfreich, um dieses Verhalten zu erklären. Die höhere SDE_4 wird mit dem Fock-Darwin-Übergang von $\Delta n = 2, \Delta m = 0$ verglichen, der zu $\Delta N = 4$ führt. Die Dispersion weicht bei $4\omega_c$ von der vorhergesagten ab, nähert sich aber dennoch asymptotisch $2\omega_c$ an. Anders als man annehmen sollte, zeigen sich überhaupt keine Aufspaltungen mit steigendem Magnetfeld aufgrund der mehreren möglichen Übergänge analog der Aufspaltung der SPE_1 in eine ω_+ - und eine ω_- -Mode.

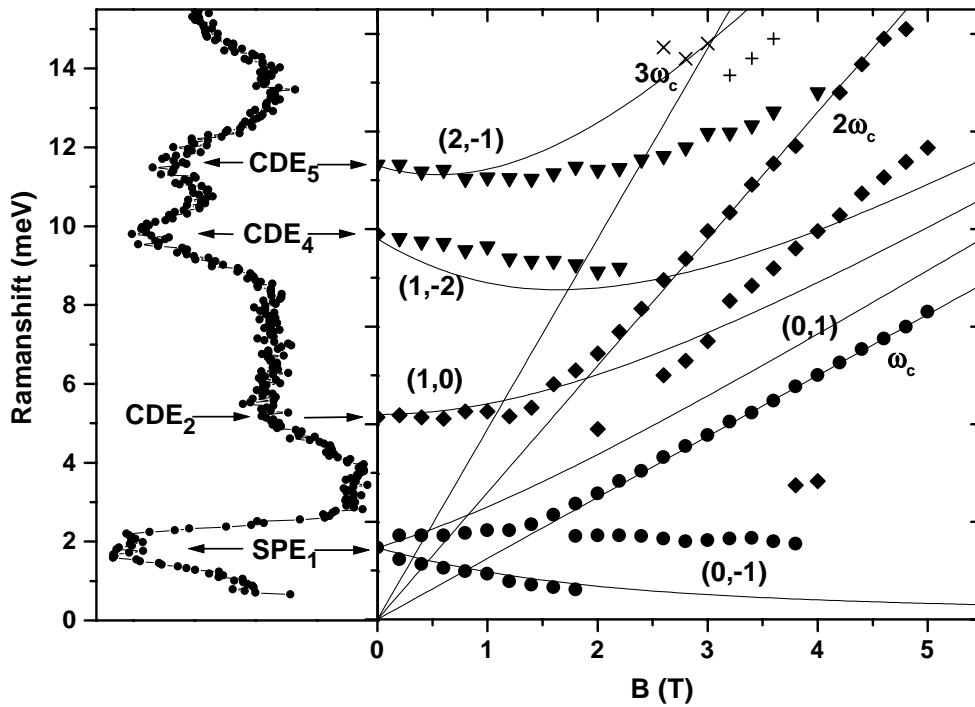


Abb. 47: Magnetfelddispersion der Anregungen in 300 nm Dots in polarisierter Geometrie.

Die Abb. 47 zeigt die Magnetfelddispersion in polarisierter Geometrie. Bei $B = 0T$ erkennt man die SPE_1 bei $E_{SPE_1} = 1.8 \text{ meV}$ sowie die drei Plasmonen die den Übergängen CDE_2 , CDE_4 und CDE_5 zugeordnet werden. Diese Zuordnung erfolgt zum

einen aufgrund der Tatsache, daß Anregungen gerader Parität bevorzugt werden, zum anderen wurde die Quantisierungsenergie in FIR-Experimenten zu $\hbar\omega_0 = 2 \text{ meV}$ bestimmt. Im parabolischen Potential entspricht die Quantisierungsenergie aufgrund des Kohnschen Theorems der Energie des Plasmons CDE_1 , unabhängig von der Anzahl der Elektronen im Dot. Daher kann angenommen werden, daß sich bei ca. 5 meV der Übergang CDE_2 befindet. Zum Vergleich ist der Fock-Darwin-Übergang ($\Delta n = 1, \Delta m = 0$) eingezeichnet. Dies ist der nächste erlaubte Übergang der zu einer Änderung der lateralen Quantenzahl um $\Delta N = 2$ führt. Es zeigt sich aber eine starke Wechselwirkung mit $2\omega_c$, eventuell sogar eine Art Aufspaltung, wenn man die in Rauten dargestellten Peaks zwischen ω_c und $2\omega_c$ berücksichtigt. Generell kann die Abweichung von der idealen Übergangsstruktur mit einer Art Feinstruktur erklärt werden, die hervorgerufen wird durch ein Hardwall-Potential [78]. Eine Abweichung vom parabolischen Potential in Richtung eines zylindrischen verursacht eine Verschiebung der energetischen Niveaus.

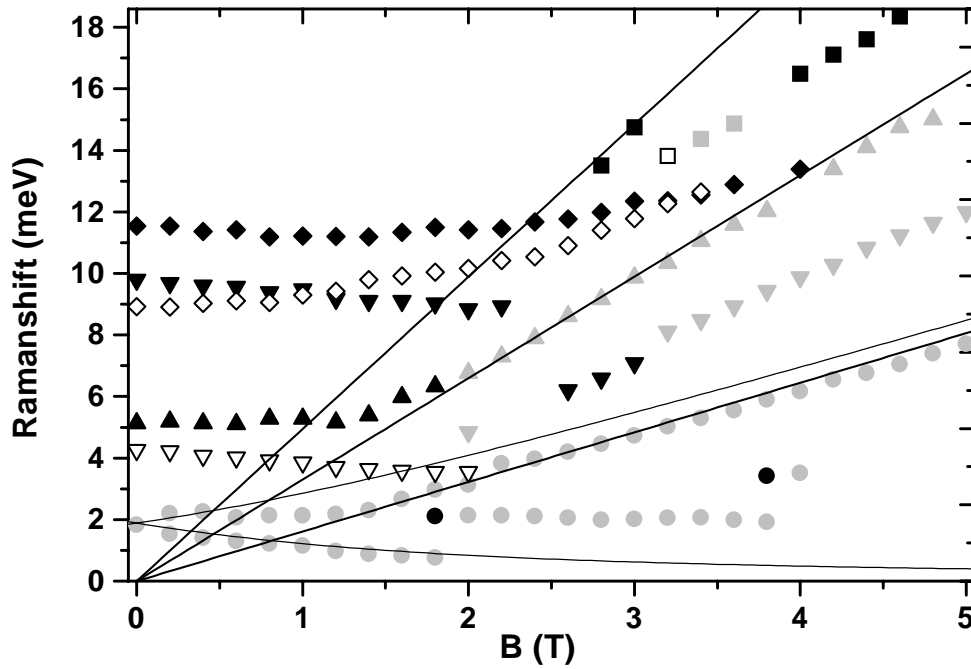


Abb. 48: Vergleich der Dispersionen in beiden Geometrien: volle Symbole sind nur in polarisierten Spektren zu sehen, offene nur in depolarisierten und hellgraue in beiden.

Auch die beiden nächsten sichtbaren Anregungen, die CDE_4 und CDE_5 scheinen von $2\omega_c$ beeinflusst zu werden. Eine Aufspaltung an $2\omega_c$ wird als Bernstein-Mode bezeichnet und wurde an Dots mit FIR-Experimenten beobachtet [79] und in [80] theoretisch betrachtet. Die hier vorliegenden Dispersionen zeigen keine eindeutige Aufspaltung, was

auch zum Teil an der erschwerten Auswertung der Peaks liegt, denn die Spektren werden bei höheren Feldern zunehmend von Lumineszenzen dominiert, wegen der starken Aufspaltung der Valenzzustände [81].

Ein Vergleich der Dispersionen von Anregungen in Quantendots in beiden Polarisierungen ist in Abb. 48 dargestellt. Volle schwarze Symbole repräsentieren Anregungen, die nur in polarisierten Spektren zu sehen sind, offene Symbole solche aus depolarisierten Spektren und hellgraue solche die in beiden Geometrien zu sehen sind. Ein Ergebnis ist die Tatsache, daß starke Magnetfelder die Polarisationsauswahlregeln außer Kraft zu setzen scheinen, denn nahezu alle Anregungen sind bei $B \geq 3$ T in beiden Geometrien zu sehen. Ein ähnliches Verhalten wurde von Brozak *et al.* [82] in verkippten Magnetfeldern an 2DEGs beobachtet, da so die vertikale und laterale Bewegung der Elektronen nicht mehr entkoppelt ist und solche Übergänge möglich werden. Allgemein kann man annehmen, daß das Mischen von Schwerloch- und Leichtloch-Zuständen das Abschwächen der Auswahlregeln zur Folge hat [83].

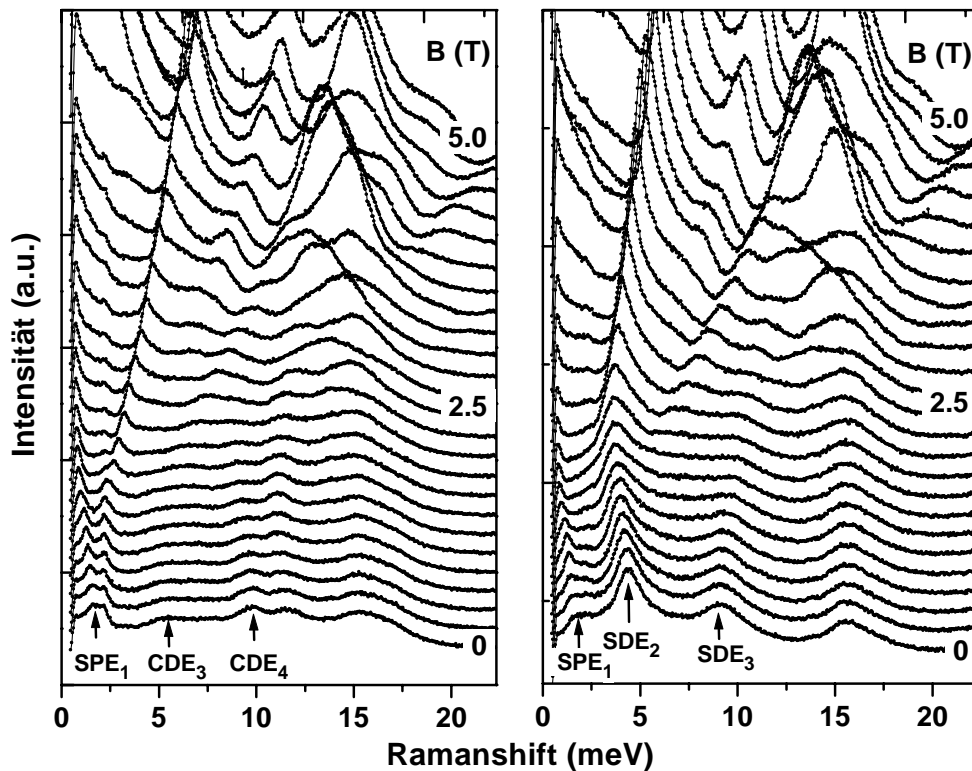


Abb. 49: Polarisierte (links) und depolarisierte (rechts) Spektren einer 300 nm Dotprobe im Magnetfeldbereich bis 5 T.

Interessant ist die gegenläufige Dispersion von CDE_4 und SDE_4 , die sich beide sogar bei $B = 1$ T kreuzen. Tatsächlich zeigen die SDE_4 und die als CDE_5 bezeichneten

Moden einen nahezu parallelen Verlauf, was auf eine Gemeinsamkeit schließen läßt. Nicht auszuschließen ist, daß es sich bei den CDE_4 und CDE_5 um die Auswirkung der Feinstruktur handelt, wie sie von Schüller *et al.* [74] in Quantendots gefunden wurde. Denkbar ist, daß es sich bei beiden Peaks um die CDE_4 handelt, genauer um die Übergänge mit $(\Delta n = 1, \Delta m = \pm 2)$ und $(\Delta n = 2, \Delta m = 0)$, der in einem zylindrischen Potential energetisch über den erstgenannten Übergängen liegt und im parabolischen entartet ist. Dies gilt aber streng genommen nur im Einteilchen-Bild, kollektive Effekte spielen aber sicherlich auch eine Rolle.

Die Abb. 49 zeigt die an Quantendots gemessenen Spektren in beiden Polarisationen (links polarisiert, rechts depolarisiert). Gut zu erkennen ist der Übergang der besonders stark ausgeprägten SDE_2 -Mode in die Zyklotronresonanz.

5.3 Einteilchen-Anregungen im Magnetfeld

In diesem Abschnitt werden speziell Einteilchen-Anregungen in Quantendots betrachtet und deren Verhalten unter dem Einfluß eines externen magnetischen Feldes. Alle hier vorgestellten Messungen wurden an Quantendots der Probe #139 durchgeführt, die eine Periode zwischen 600 nm und 800 nm haben. Die Abb. 50 zeigt Spektren, die in beiden den Polarisationen aufgenommen wurden. Im depolarisierten Spektrum werden die zwei Peaks zum einen der SDE_2 zugeordnet und energetisch darunterliegend der SPE_1 . Im polarisierten ist neben derselben SPE_1 eine Anregung zu sehen, die der CDE_2 zugeordnet wird, also einer Anregung mit Ladungsdichtecharakter mit $\Delta N = 2$.

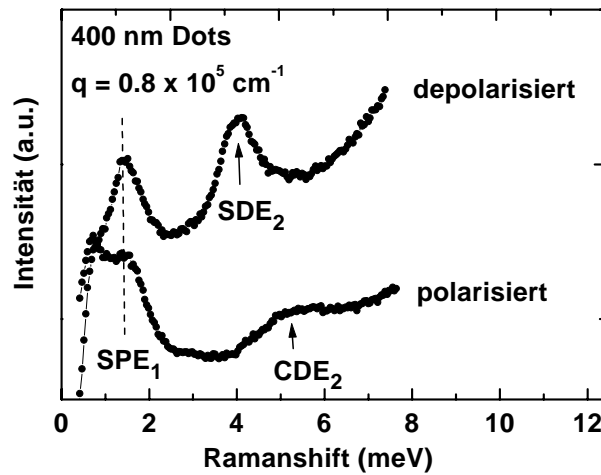


Abb. 50: Depolarisierte und polarisierte Spektren der 400 nm Dotprobe. Neben der SDE_1 in beiden Polarisationen sind die CDE_2 und SDE_2 in den komplementären Polarisationen zu sehen.

Aufgrund der Tatsache, daß die hier betrachteten Anregungen in beiden Polarisationen zu beobachten sind, kann man schließen, daß es sich tatsächlich um die SPE_1 handelt. Dabei handelt es sich um einen Übergang mit einem Wechsel der lateralen Quantenzahl $\Delta N = 1$. Tief-Mesa-geätzte Quantendots zeichnen sich dadurch aus, daß das resultierende Confinement-Potential in guter Näherung parabolisch ist. Die Übergangsenergien von nichtwechselwirkenden Elektronen im parabolischen Potential unter dem Einfluß eines Magnetfeldes werden, wie im Abschnitt 2.5 dargelegt, durch die Fock-Darwin-Terme 2.34 beschrieben. Insbesondere der Übergang mit einer Änderung in der lateralen Quantenzahl um $\Delta N = 1$ stellt sich im Bild der radialen und azimuthalen Quantenzahl als ein Übergang mit $\Delta n = 0$ und $\Delta m = \pm 1$ dar. Die Dipol-erlaubten Moden dieses Übergangs sind gegeben durch

$$\omega_{\pm} = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{\omega_c}{2}\right)^2} \pm \frac{\omega_c}{2} \quad \text{mit} \quad \omega_c = \frac{eB}{m^*}. \quad (5.1)$$

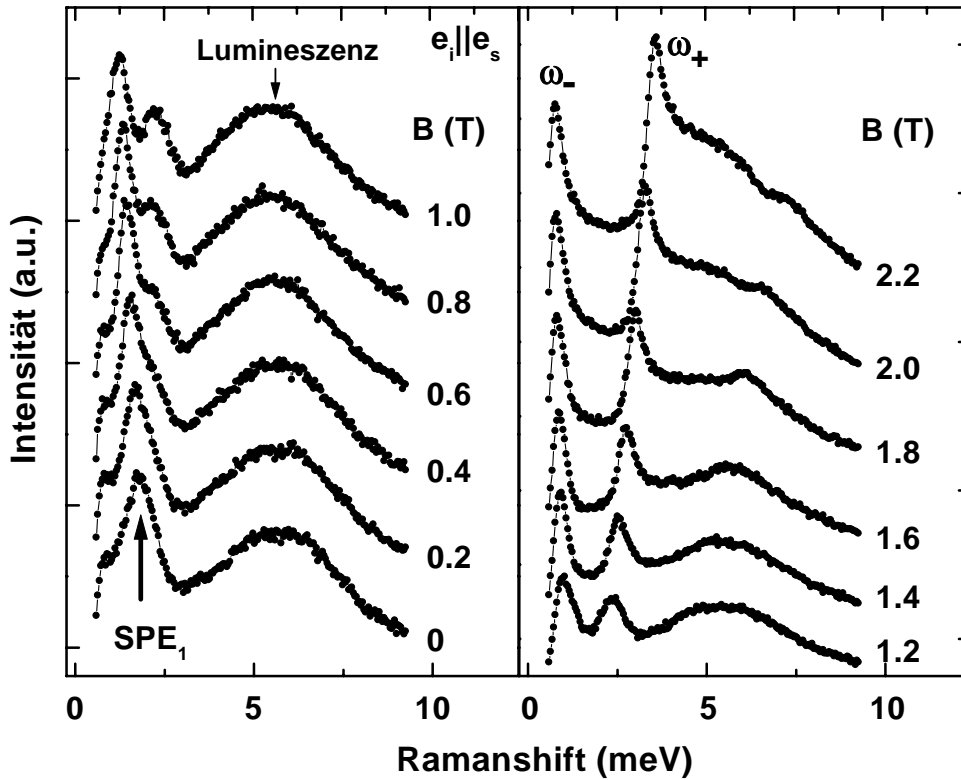


Abb. 51: Raman-Spektren der SPE_1 einer 400 nm Dotprobe im Magnetfeldbereich bis 2.2 T.

Die Abb. 51 zeigt Spektren in polarisierter Geometrie von der Entwicklung der SPE_1 im Magnetfeld von 0 T bis 2.2 T. Deutlich zu sehen ist das Aufsplitten der SPE_1 , die

bei ca. 1.8 meV startet und in den zwei Moden ω_+ und ω_- endet.

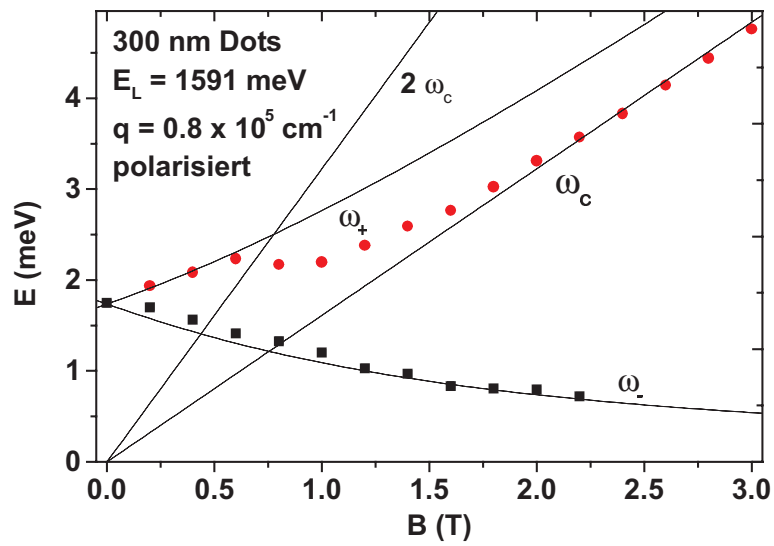


Abb. 52: Gemessene Magnetfeld-Dispersion der SPE_1 einer 400 nm Dotprobe bis $B = 3$ T.

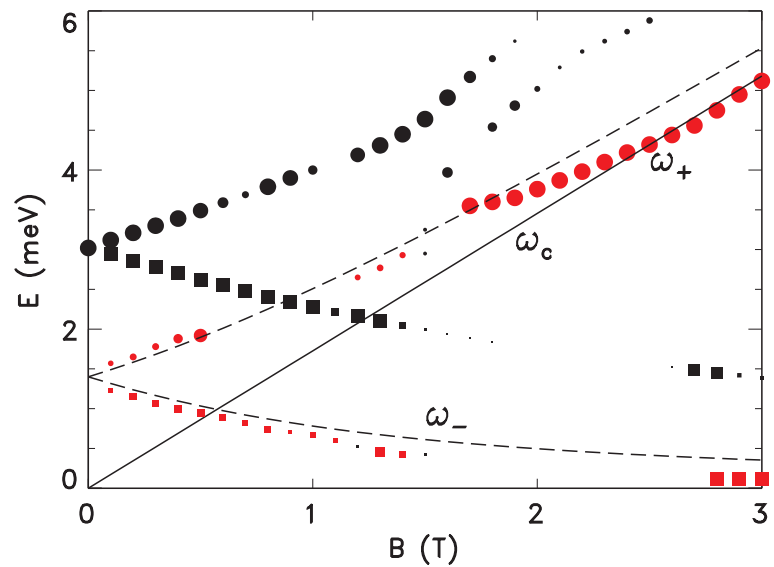


Abb. 53: Mittels RPA berechnete Dispersion der SPE_1 und CDE_1 eines Quantendots mit 30 Elektronen.

Für die Größe der Aufspaltung ergibt sich der Wert von $\omega_+ - \omega_- \approx \omega_c$, was unterstreicht, daß es sich in der Tat um einen Übergang mit $\Delta m = \pm 1$ handelt. Außerdem deutet die sich zuspitzende Linienform auf eine Einteilchen-Anregung hin.

In der Abb. 52 ist die Magnetfeld-Dispersion der Moden ω_+ und ω_- bis zu einem Magnetfeld von $B = 3$ T aufgetragen. Zusätzlich sind die Zyklotronfrequenz und die nach 5.1 berechneten Dispersionen von ω_+ und ω_- als durchgezogene Linien aufgetragen. Man erkennt deutlich die gute Übereinstimmung der berechneten mit der gemessenen Dispersion bis zu einem Magnetfeld von $B \cong 0.6$ T. Bei weiter ansteigendem Feld verläßt der obere Ast der SPE_1 jedoch die ω_+ -Mode des Fock-Darwin-Terms und folgt nahezu exakt der Zyklotronfrequenz ω_c .

Dieses Verhalten der Abweichung von ω_+ und Annäherung an ω_c kann durch die Bildung von Volumenzuständen in der Mitte der Dots erklärt werden, in Anlehnung an die Betrachtungen aus Abschnitt 2.5. Diese Volumenzustände treten bei steigendem Magnetfeld auf, denn das magnetische Confinement konkurriert mit dem parabolischen elektrostatischen Confinement-Potential und überwiegt ab einem bestimmten B -Feld und führt zur Ausbildung von Landau-Niveaus. Es findet also ein Übergang von 0D Dotzuständen in 3D Landau-Level statt. Diese Entwicklung wird unterstützt durch die starke Abschirmung des effektiven Potentials durch das Elektronensystem.

Um diesen Effekt zu verdeutlichen, hat C. Steinebach die resonante Streuung an Quantendots theoretisch untersucht. Das Modell berücksichtigt in Anlehnung an [15] Valenzbandzustände als Zwischenzustände des Streuprozesses. Das Elektronensystem selbst wird in der TDLDA behandelt mit einem Gesamtspin von $S = 0$. Zum Vergleich mit den hier gezeigten Messungen wurde die Grundzustandsenergie der Dots selbstkonsistent mittels LDA eines Elektronensystems mit $N = 30$ und einer Quantisierungsenergie von $\hbar\omega_0 = 3$ meV berechnet. Im Falle extremer Resonanz werden Einteilchen-Anregungen in den Spektren sichtbar, und zwar wegen des $\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$ -Terms des Hamilton-Operators, der die Kopplung des externen Feldes an das Elektronensystem beschreibt, wie in Abschnitt 2.7.1 dargelegt.

Die Abb. 53 zeigt die berechnete Magnetfeld-Dispersion der ersten Einteilchen-Anregung SPE_1 und des ersten Magnetoplasmons CDE_1 . Die SPE_1 beginnt bei $B = 0$ T bei einer Energie von 1.4 meV, das Magnetoplasmon bei 3 meV. Aufgrund des Kohnschen Theorems kann man die Elektron-Elektron-Wechselwirkung in einem parabolischen Potential vernachlässigen, was zur Folge hat, daß die Dispersion des Magnetoplasmons ebenfalls der Beziehung 5.1 folgt. Die relativen Anregungsintensitäten sind durch die Symbolgröße wiedergegeben und sind stark abhängig von den Resonanzbedingungen, d.h. von der anregenden Laserenergie. So wird in Abb. 52 das Magnetoplasmon nicht beobachtet, da die Spektren in einem Laserenergiebereich aufgenommen wurden, in dem die Anregung des Plasmons nicht resonant war.

Die berechnete Dispersion folgt der gemessenen: ab einem Magnetfeld von $B > 1.5$ T weicht die ω_+ -Mode der SPE_1 von der vorhergesagten Dispersion 5.1 ab und folgt der Zyklotronfrequenz ω_c .

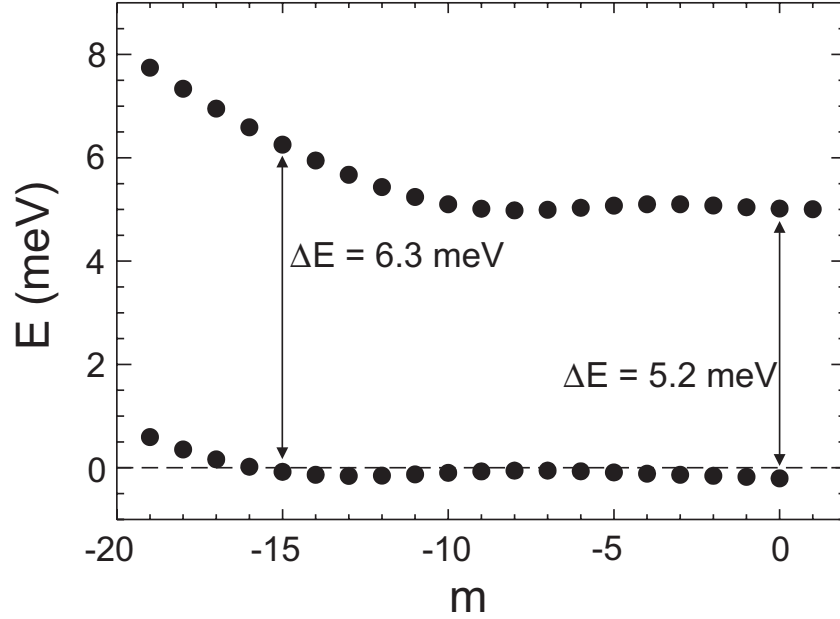


Abb. 54: Kohn-Sham-Energien eines Quantendots mit 30 Elektronen in Abhängigkeit der azimuthalen Quantenzahl m .

Dies spiegelt die Füllfaktor-abhängige Abschirmung des Elektronensystems im Quantendot wider. Zur Verdeutlichung zeigt Abb. 54 die berechneten Kohn-Sham-Energien des 30 Elektronen Dots bei einem Feld von $B = 3$ T in Abhängigkeit von der azimuthalen Quantenzahl m . Bei diesem Feld liegt die Fermi-Energie im niedrigsten Landau-Level. Die guten abschirmenden Eigenschaften des Elektronensystems führen zu einer Niveaudifferenz bei kleinen Werten von $|m|$ von $\Delta E \approx 5.2 \text{ meV} \approx \hbar\omega_c$. Erst bei steigenden Werten von $|m|$ steigt auch der Niveauabstand ΔE deutlich über $\hbar\omega_c$. Übergänge mit kleinem $|m|$ resultieren aus der Mitte des Dots, solche mit großem $|m|$ aus den Randregionen. In der Mitte bilden sich folglich Volumen-artige Zustände, die vom einschließenden Potential nicht mehr beeinflusst werden. Die Zyklotron-artige Anregung ω_+ stammt folglich aus der Mitte der Dots. Ein solches Verhalten wurde theoretisch auch von Gudmundsson *et al.* [84] für ein ähnliches Quantendotsystem berechnet.

Ein weiteres Ergebnis der Rechnungen aus [15] ist in Abb. 55 dargestellt. Dargestellt sind berechnete Raman-Spektren in polarisierter (gestrichelte Linie) und depolarisierter (durchgezogene Linie) Geometrie für $\Delta m = 0$ eines Quantendots mit 12 Elektronen und einer Quantisierungsenergie von $\hbar\omega_0 = 6 \text{ meV}$. Neben den außenliegenden reinen Ladungsdichte- und Spindichte-artigen kollektiven Anregungen (bei 4.2 meV bzw. 10.8 meV) sind zwischen beiden die Einteilchen-Anregungen (3 Peaks zwischen 6.36 meV und 7.53 meV) zu sehen. Diese sogenannten Einteilchen-Anregungen haben keinen reinen Einteilchen-Charakter, sondern unterliegen kleinen kollektiven Effekten

und somit energetischen Verschiebungen. Die CDE-artigen SPEs liegen bei leicht höheren Energien als die SDE-artigen. Solch ein Verhalten konnte bei den Raman-Messungen an den 300 nm Dots nicht beobachtet werden. Das kann aber zum einen an der deutlich höheren Elektronenzahl pro Dot von 170 (vgl. Abschnitt 5.3.1) oder an dem extrem hohen, im Experiment nicht erreichbaren, Wellenvektorübertrag von $q = 5 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ liegen.

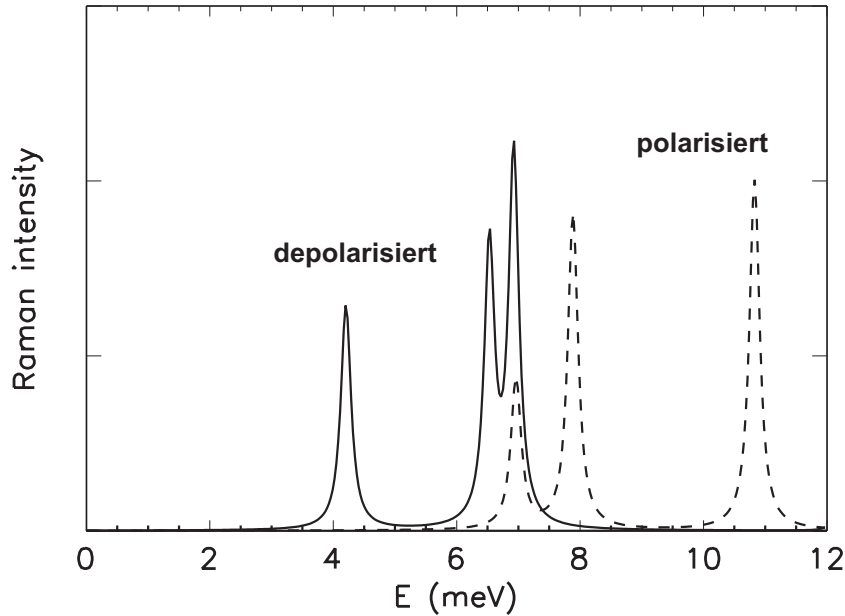


Abb. 55: Berechnete Raman-Spektren in depolarisierter und polarisierter Geometrie von $\Delta N = 1$ Anregungen in einem Quantendot. [15]

5.3.1 FIR-Experimente an Quantendots

Um weitere Informationen über die untersuchten Dots zu erhalten, wurden FIR-Transmissionsexperimente an den Proben durchgeführt. Raman-Experimente und FIR-Experimente sind in gewisser Weise komplementär. Allgemein sind Raman-aktive Anregungen für inversionssymmetrische Systeme nicht IR-aktiv und umgekehrt. Auch lassen sich die SPE und SDE in FIR-Messungen nicht untersuchen, lediglich die Dipol-erlaubten Ladungsdichte-Anregungen lassen sich nachweisen, denn die langwellige FIR-Strahlung ($\mathbf{k} = 0$) wird nur bei der Resonanzenergie des harmonischen Potentials $\hbar\omega_0$ absorbiert. Insbesondere wurde hier versucht das Magnetoplasmon CDE_1 zu untersuchen, welches in den Raman-Experimenten aus dem vorigen Abschnitt nicht auftrat. Die sog. Kohnsche Mode wird i.A. in FIR-Experimenten relativ gut beobachtet. Um deshalb die Bedingungen bei Raman-Experimenten so gut wie möglich zu simulieren, wurden

die FIR-Untersuchungen bei einer Dauerbeleuchtung mit einer roten LED mit 10 mA durchgeführt.

Die ω_+ -Mode des Magnetoplasmons erhält im steigenden B -Feld einen immer stärkeren Zyklotronresonanz-artigen Charakter und die ω_+ -Mode beinhaltet bei hohen Feldern fast die gesamte Oszillatorstärke. Aus dem Signal der Absorption, genauer der Linibreite Γ und der Amplitude A , kann unter der Annahme eines klassischen Drude-Modells die Elektronendichte N_s bestimmt werden [85]:

$$\frac{N_s}{[\text{cm}^{-2}]} = \frac{m^*(1 + \sqrt{\epsilon^*})\epsilon_0 c}{e^2} \Gamma \frac{1 - \sqrt{1 - 2A}}{2} \quad (5.2)$$

Da alle Elektronen an der Absorption beteiligt sind, kann man aus der 2D Elektronendichte N_s und dem Quadrat der Array-Periode der Dots die Elektronenzahl pro Dot abschätzen.

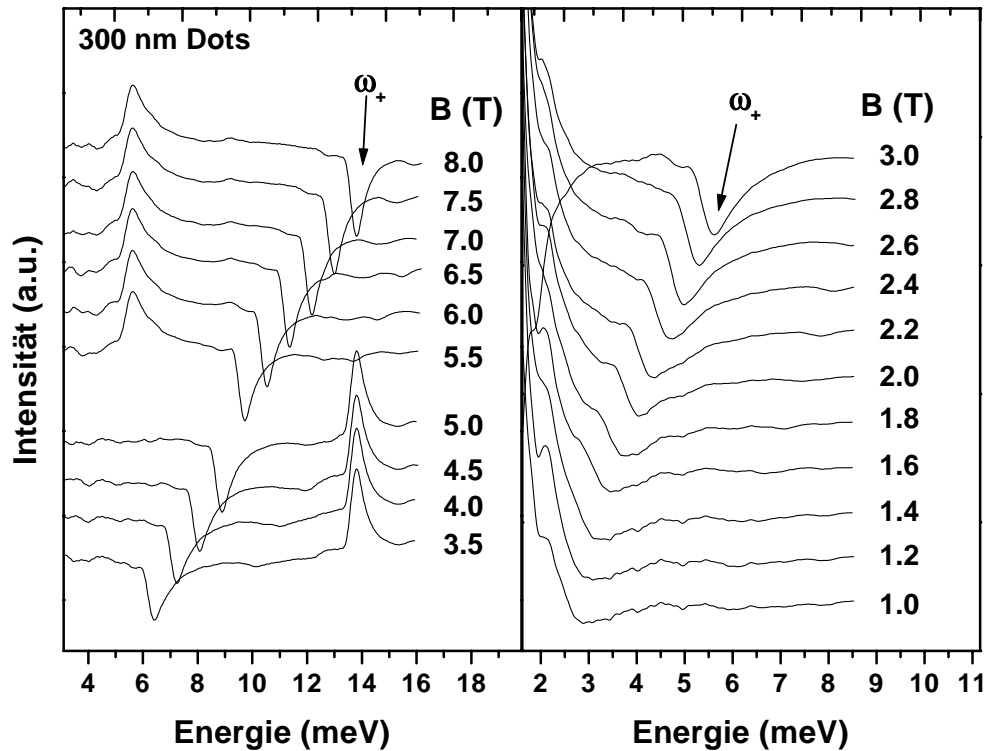


Abb. 56: FIR-Transmissions-Spektren der ω_+ -Mode des Magnetoplasmons einer 300 nm Dotprobe im Magnetfeldbereich zwischen 1 T und 8 T. Normiert wurde jeweils auf Spektren des am weitesten entfernten Magnetfeldes in einer Messung mit demselben Beamsplitter.

Die FIR-Messungen wurden an kommerziellen Rapid-Scan-Fourierspektrometern (Fa. Bruker IFS 113v) durchgeführt. Im Magnetkryostat lassen sich Felder bis $B = 14\text{ T}$ erreichen und die Probe wird im VTI auf eine Temperatur von ca. 2 K abgekühlt.

Die Abb. 56 zeigt Transmissions-Spektren einer Dotprobe mit einer Array-Periode von 600 nm (also einem Durchmesser der Dots von 300 nm) bei verschiedenen Magnetfeldern. Links der Magnetfeldbereich zwischen 8.0 und 3.5 T , rechts der zwischen 3.0 T und 1.0 T . Über den gesamten Bereich ist die ω_+ -Mode des Magnetoplasmons zu sehen, ab B -Feldern unter ca. 1.0 T nimmt die Intensität jedoch so stark ab, daß sich die Dispersion nicht mehr weiter verfolgen läßt. Die ω_- -Mode läßt sich nirgendwo beobachten.

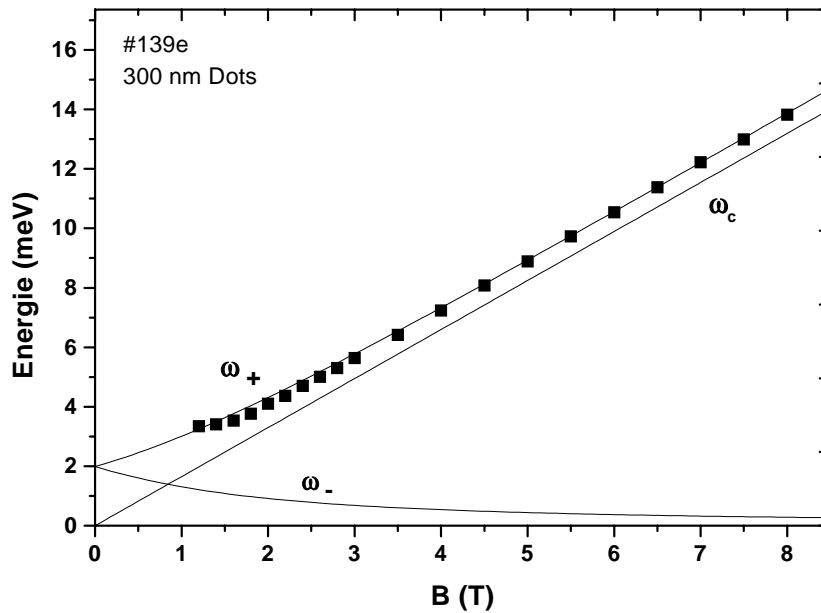


Abb. 57: Magnetfelddispersion der ω_+ -Mode von 300 nm Dots. Durchgezogen sind die nach 5.1 bestimmten Moden sowie die Zyklotronfrequenz ω_c .

Die Abb. 57 zeigt die Magnetfelddispersion der ω_+ -Mode. Die Messungen beschränken sich hier auf ein Magnetfeldbereich zwischen 8.0 T und 1.0 T . Die durchgezogenen Linien sind die nach 5.1 berechneten Dispersionen mit einer effektiven Masse $m^* = 0.068m_0$ für GaAs. Der freie Parameter ω_0 , der die Quantisierungsenergie $\hbar\omega_0$ bestimmt, wird hier an die Messungen angepaßt. Er liefert eine Quantisierungsenergie von $\hbar\omega_0 = 2\text{ meV}$. Die untere ω_- -Mode ist in den Transmissionsmessungen nicht zu beobachten.

Auffällig ist die geringe Quantisierungsenergie von lediglich 2 meV . Messungen an vergleichbaren Dots, bei der das Magnetoplasmon CDE_1 direkt in den Ramanspektren zu beobachten war (im Gegensatz zu den in Abschnitt 5.2 vorgestellten Messungen)

zeigen deutlich größere Quantisierungsenergien [74]. Die dort gemessenen Dots haben eine Periode von 800 nm und einen Durchmesser von $R = 250$ nm und weisen einen deutlich größeren Depolarisationsshift auf, so daß die Quantisierungsenergie bei ca. 7.7 meV liegt. Die Ausgangsstrukturen der dortigen Dots bildete ein 25 nm Quantenwell mit einer 2D-Dichte von $N_s = 7.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, welche durchaus vergleichbar ist mit der 2D-Dichte des zugrunde liegenden 15 nm Wells der hier vorgestellten Dots von $N_s = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Die Dots der größeren Quantisierungsenergie haben eine Elektronenzahl pro Dot von ca. 200. Die Elektronenzahl der Dots dieser Arbeit lassen sich mit 5.2 abschätzen, wenn man die gemittelte 2D-Elektronendichte mit dem Quadrat der Array-Periode multipliziert. Die Parameter der FIR-Transmissionsresonanzen der Zyklotronresonanz bei einem Magnetfeld von $B = 8.0$ T liefern eine Elektronendichte der Probe von $N_s = 4.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, was bei einer Periode von 600 nm zu einer Elektronenzahl pro Dot von 170 führt.

Man findet in vielen Experimenten, daß die Anregungsenergien von Plasmonen bei FIR-Messungen unter denen liegen, die mit Raman-Messungen erhalten werden. Typischerweise betragen die Differenzen jedoch nur ca. 10%, so daß diese Tatsache die starke Diskrepanz in den hier untersuchten Dots nicht erklärt.

5.4 Messungen an gegateten Dots

In diesem letzten Abschnitt werden Messungen an gegateten Dots vorgestellt. Die Präparation solcher Strukturen ist in Kap.3 dargestellt, eine schematische Skizze einer Probe zeigt Abb.20. Es hat sich im Laufe der Messungen gezeigt, daß ein 20 nm Quantenwell mit einem 10 nm dicken AlGaAs-Spacer als Tunnelbarriere zum Backgate am besten geeignet ist. Hinter dem Spacer folgt eine 260 nm GaAs-Schicht vor dem Backgate, die aufgrund der Bandverbiegung als weitere Tunnelbarriere wirkt. Der Bandstrukturverlauf ist schematisch in Abb.29 dargestellt.

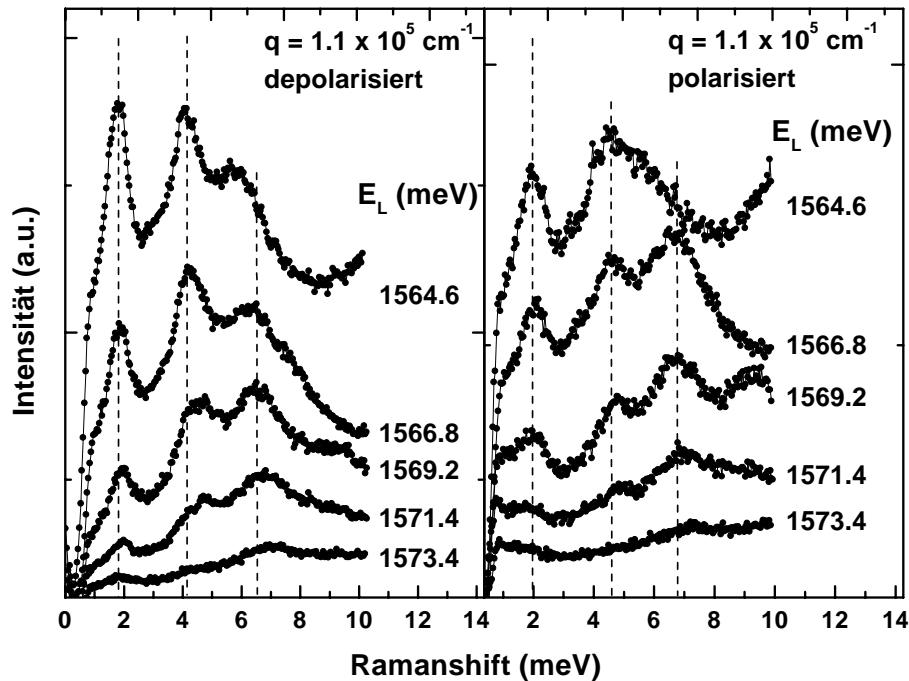


Abb. 58: Spektren beider Polarisierungen von 400 nm Dots bei verschiedenen Laserenergien. Der Wellenvektorübertrag beträgt $q = 1.1 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$.

Zunächst einmal wurden Quantendotproben ohne Gate präpariert, und zwar mit einer Periode von 800 nm, was einen mittleren Dotradius von $R = 200 \text{ nm}$ zur Folge hat. Die Abb. 58 zeigt Spektren mit verschiedener Anregungsenergien, die an solchen Dots erhalten wurden mit einem Wellenvektorübertrag von $q = 1.1 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$. Es zeigt sich eine deutliche Ähnlichkeit zu den Dots, die aus dem 15 nm Quantenwell #139 hergestellt wurden (vgl. Abschnitt 5.1). Man erkennt deutlich die Einteilchen-Anregung SPE_1 bei einer Energie von $E_{SPE_1} = 1.8 \text{ meV}$. Die Zuordnung ergibt sich aufgrund der Parallelität zu den Spektren aus Abb.43, außerdem sprechen sowohl die Tatsache, daß die Anregung in beiden Polarisierungen zu sehen ist, als auch das Resonanzver-

halten dafür. Je dichter man sich dem Bandgap nähert, desto resonanter lassen sich Einteilchen-Übergänge anregen. Die beiden Anregungen bei höheren Energien sind in beiden Polarisierungen energetisch leicht verschieden.

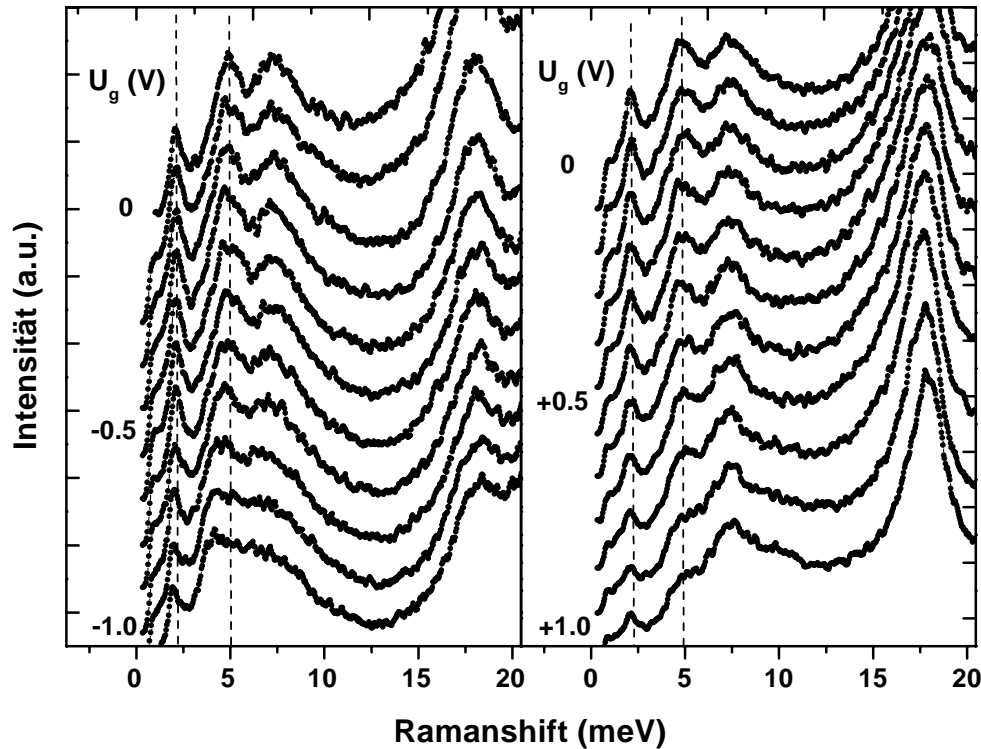


Abb. 59: Depolarisierte Spektren von gegateten Dots mit einem Durchmesser von $R = 400$ nm in Abhängigkeit der Gatespannung U_g bei $q = 1.1 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$.

Daher dürfte es sich in den depolarisierten Spektren um die Spindichte-Anregungen mit $\Delta N = 2$ und $\Delta N = 3$ handeln, mit Energien von $E_{SDE_2} = 4.1 \text{ meV}$ und $E_{SDE_3} = 6.6 \text{ meV}$. Die korrespondierenden Anregungen in den polarisierten Spektren liegen bei Energien von $E_{CDE_2} = 4.6 \text{ meV}$ resp. $E_{CDE_3} = 6.8 \text{ meV}$. Natürlich läßt sich nicht ausschließen, daß es sich bei allen drei Anregungen um Einteilchen-Übergänge handelt, gerade weil der Depolarisationsshift extrem klein ist. Aber es stellt sich sowieso die Frage, inwiefern sich eine strenge Unterscheidung kollektiver Anregungen speziell bei gegateten Proben aufrecht erhalten läßt. Denn die komplette metallische Bedeckung der Oberfläche mit Ti wird zum einen einen abschirmenden Effekt haben, zum anderen die Polarisation der einfallenden und ausfallenden elektromagnetischen Wellen nicht erhalten bzw. zu Mischungen führen. Auch kann der Einfluß des Backgates nicht ausgeschlossen werden.

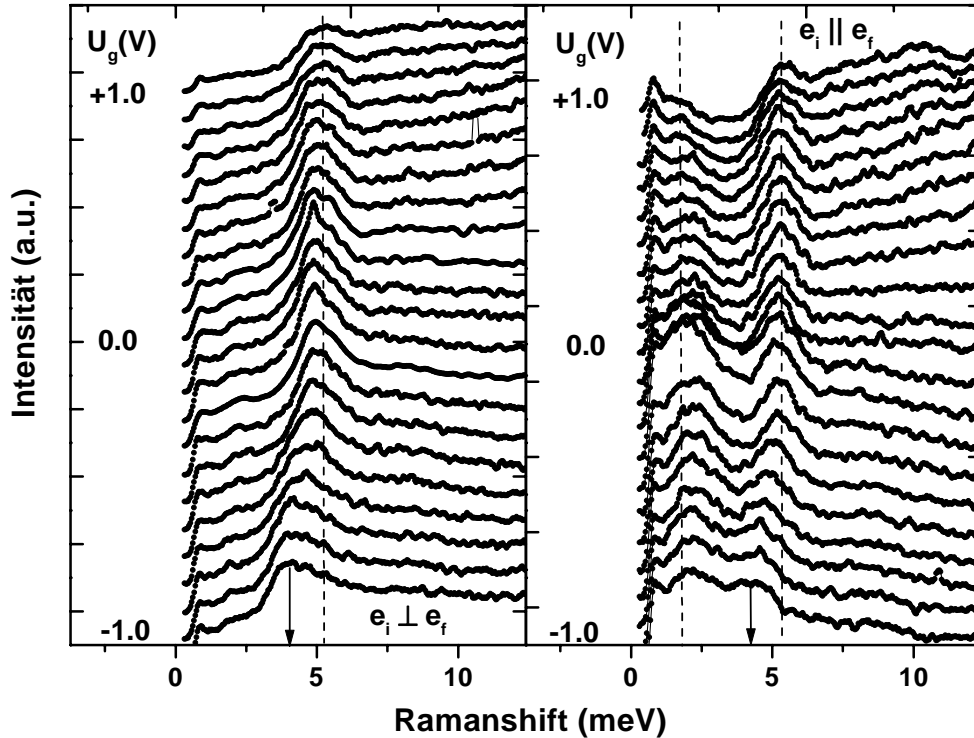


Abb. 60: Spektren beider Polarisationen von 400 nm Dots in Abhängigkeit der Gatespannung U_g bei $q = 0$. Die Pfeile deuten die energetische Verschiebung der Anregungen an.

Die Abb. 59 zeigt nun Spektren depolarisierter Geometrie einer gegateten Probe mit Dots einer Periode von 800 nm aus der 20 nm Quantenwellprobe #369. Es zeigen sich kaum Unterschiede zu den Spektren einer Probe ohne Metallgate wie in Abb. 58. Die Energien der drei sichtbaren Anregungen liegen bei $E_1 = 2.0$ meV, $E_2 = 4.9$ meV und $E_3 = 7.3$ meV (bei $U_g = 0$ V). Sie liegen bei leicht höheren Energien als in Abb. 58, was aber in dem Ausgangsprobenstück begründet liegen kann. Links sind Spektren mit negativer Gatespannung zu sehen, rechts mit positiver. Die gestrichelten Linien zeigen die energetische Position einzelner Anregungen bei $U_g = 0$ V. Die niederenergetischste Anregung bei 2.0 meV zeigt keine Beeinflussung durch die anliegende Gatespannung. Es bleibt ohnehin die Frage, was genau die Gatespannung U_g bewirkt. Im Idealfall lädt oder entlädt man die Dots durch das Tunneln der Elektronen durch den Spacer. Dessen geringe Breite von 10 nm sollte ein Tunneln ermöglichen, andererseits ergibt sich die Gefahr, das sich ein zweites Elektronengas geringer Dichte auf der rückwärtigen Seite des Spacers bildet.

Die zweite Anregung bei $E_2 = 4.9$ meV zeigt die deutlichste Reaktion auf die Gatespannung. Insbesondere bei negativem U_g verschiebt die Anregung um $\Delta E \approx 0.9$ meV

zu kleineren Energien. Bei positivem U_g zeigt sich kaum eine Veränderung: die energetische Lage verschiebt sich wenn überhaupt nur geringfügig, lediglich die Intensität nimmt ab, was auf veränderte Resonanzbedingungen schließen läßt. Das Gegenteil ist bei der energetisch höchsten Anregung der Fall: die Position bleibt ebenfalls nahezu unverändert, lediglich das Resonanzverhalten ändert sich, hier aber bei negativen Spannungen.

Die Abb. 60 zeigt Spektren in beiden Polarisationsgeometrien bei negativen Gatespannungen. Links sind Spektren depolarisierter Geometrie dargestellt, im rechten Teil in polarisierter. Der Gatespannungsverlauf erstreckt sich von $U_g = +1.0$ V bis $U_g = -1.0$ V. Die gestrichelten Linien bezeichnen wie oben die energetischen Positionen der Anregungen bei $U_g = +1.0$ V. Der Wellenvektorübertrag beträgt hier $q = 0$, weshalb nur Anregungen mit gerader Parität zu sehen sind, in Anlehnung an die Ausführungen in Abschnitt 5.1. Wie oben schon angedeutet wurde, lassen sich die sichtbaren Anregungen nicht mit endgültiger Sicherheit speziellen kollektiven Anregungen zuordnen, gerade auch weil sich die Anregung von der korrespondierenden in der anderen Polarisation energetisch nur äußerst geringfügig unterscheidet. Höchstwahrscheinlich handelt es sich in beiden Polarisierungen um dieselbe Anregung mit $E_2 = 5.3$ meV bei $U_g = +1.0$ V. Bei $U_g = -1.0$ V verschiebt sich die Anregung bis zu einem Wert von $E_2 = 4.2$ meV.

Bei Ladungsdichte-artigen Anregungen im parabolischen Potential sollte man aufgrund des Kohnschen Theorems keine Verschiebung der Quantisierungsenergien erwarten, jedoch kann man hier vermuten, daß die Gatespannung auch zu einem Verzerren des Potentials führt, ähnlich wie in Abschnitt 4.1 an den 2D Strukturen. Auch spielt hier sicherlich die Abschirmung der externen Spannung durch den Bypass eine Rolle. Wie in Abb. 4 beispielhaft gezeigt, kann sich im Bereich der dotierten AlGaAs-Schicht ein zweites Elektronengas schlechter Leitfähigkeit bilden. Dies kann die externe Spannung abschirmen und so das Laden oder Entladen der Dots beeinträchtigen. Sicherlich spielt auch die Beleuchtung mit nicht unerheblicher Intensität eine Rolle, die es verhindert die Dots permanent zu verarmen, da parallel neue Ladungsträger in den Well-Bereich angeregt werden.

Generell sollten sich aber die kollektiven Anregungen, CDE und SDE, in einem Quantendot mit abnehmender Ladungsträgerzahl einander annähern, da der Exzitonshift und der Depolarisationsshift abnehmen (vgl. Glg. 2.52). Insofern stellen Quantendots mit einstellbarer Elektronendichte ein sehr gutes Modell dar, um den Einfluß kollektiver Effekte zu untersuchen. Der Idealfall wäre natürlich ein erst leerer Dot, der durch das Anlegen einer Spannung sukzessive gefüllt wird.

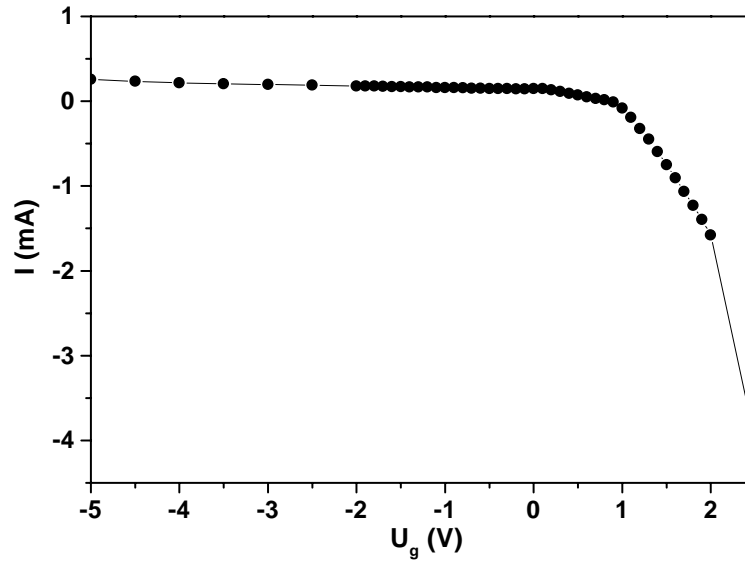


Abb. 61: $U - I$ -Kennlinie von gegateten Quantendots.

Die Abb. 61 zeigt die gemessene $U - I$ -Kennlinie einer gegateten Quantendotprobe mit einer 20 nm dicken Oxidschicht. Sie zeigt das klare Verhalten eines Schottky-Kontakts [86]. Bei negativen Spannungen isoliert der Metall-Halbleiter-Übergang nahezu perfekt, erst bei größeren positiven Spannungen von $U \approx 1$ V bricht der Kontakt durch und größere Ströme fließen. Die relative großen Ströme im mA-Bereich resultieren aus der Beleuchtung der Probe im Wellenlängenbereich des Gaps von GaAs. Im unbeleuchteten Zustand bewegt sich der Tunnelstrom im Bereich von wenigen nA.

Kapitel 6

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden in modulationsdotierten AlGaAs-GaAs-Heterostrukturen zwei- und nulldimensionale Elektronensysteme mittels Raman-Spektroskopie untersucht. Dabei werden neben den kollektiven Ladungsdichte- und Spindichte-Anregungen insbesondere die Einteilchen-Anregungen erforscht. Letztere liegen dicht bei den Energieabständen des effektiven Einteilchen-Potentials, die in einer Meanfield-Theorie erhalten werden, und werden in einem Vielteilchen-System eigentlich nicht erwartet. Erst unter extremer Resonanz zum Bandgap werden diese Anregungen beobachtet.

Zunächst wurden Proben präpariert, bei denen zwischen Front- und Backgate eine Spannung angelegt werden kann, um den Quantenwell abzustimmen ohne die Ladungsträgerdichte zu verändern. An diesen Proben steht die Charakterisierung der Einteilchen-Anregung im Vordergrund. Man findet, daß sich die energetische Lage sowohl der kollektiven als auch der Einteilchen-Anregungen verschiebt. Die SPE und SDE dringen im Gegensatz zur CDE in die Reststrahlenbande ein. Dies ist ein Zeichen für einen zumindest Spindichte-artigen kollektiven Charakter der SPE. Dieses Ergebnis deckt sich mit theoretischen Berechnungen, die in Lokal-Dichte-Näherung durchgeführt wurden.

An einem 2DEG geringer Dichte werden die Intersubband-Resonanzen im Magnetfeld untersucht. Man findet Sprünge in der Energie der kollektiven Intersubband-Anregungen bei ganzzahligen Füllfaktoren ν . Dies wird erklärt durch eine Bandgap-Renormalisierung, da sich das Potential des Quantenwells bei diesen Magnetfeldern ändert.

Ferner werden Proben mit einem direkt kontaktierten 2DEG präpariert. Bei solchen Proben läßt sich die Elektronendichte N_s kontrolliert abstimmen. Die Wellenvektor-Dispersion des Intrasubband-Plasmons, die in solchen Proben gemessen wird, paßt hervorragend zu der erwarteten wurzelförmigen Abhängigkeit, die für 2DEGs berechnet wird. Zusätzlich werden Proben mit Gitterkopplern präpariert. Diese ermöglichen die Übertragung von Wellenvektoren, die deutlich größer sind, als die des anregenden Laserlichts. Auch hier wird eine wurzelförmige Abhängigkeit des Plasmons bis zu

großen Werten von q gemessen. Im Magnetfeld spaltet das Intrasubband-Plasmon aufgrund nicht-lokaler Effekte an Vielfachen der Zyklotronresonanz $n\omega_c$ auf. Die Stärke der Aufspaltung paßt hervorragend mit theoretischen Berechnungen zusammen.

Weiterhin werden Feld-Effekt-abstimmbare Quantendots aus Proben mit einem Backgate präpariert. Die Ergebnisse der Untersuchung dieser Strukturen sind nicht eindeutig. Die Elektronen lassen sich unter Dauerbeleuchtung nicht kontrolliert in die Dots laden. Daher ist anzunehmen, daß die gemessenen energetischen Shifts der beobachteten Anregungen mit der Gatespannung wahrscheinlich auf die Verzerrung der Bandstruktur zurückzuführen ist.

In Tief-Mesa-geätzten Quantendots werden ebenso wie in zweidimensionalen Systemen die kollektiven CDE und SDE gefunden, die den Auswahlregeln der Raman-Spektroskopie gehorchen. Die Dispersion dieser Niveau-Übergänge im Magnetfeld wird spektroskopiert. Es zeigt sich, daß die Vielteilchen-Wechselwirkungen in den hier untersuchten Dots sehr klein sind, da die energetischen Shifts zwischen den beiden Anregungen extrem gering sind. Zusätzlich werden auch die Einteilchen-Anregungen gemessen. Diese folgen im Magnetfeld den Fock-Darwin-Termen für nicht-wechselwirkende Teilchen im parabolischen Potential. Bei Magnetfeldern über 1.6 T weichen die SPE von den Fock-Darwin-Dispersionen ab. Dieses Verhalten wird durch die Bildung von Volumenartigen Zuständen erklärt, da das magnetische Confinement das des parabolischen Potentials dominiert. TDLDA-Rechnungen bestätigen diese Tatsache und reproduzieren den Effekt hervorragend. Mit FIR-Messungen wird das CDE₁-Plasmon untersucht, das in den Raman-Messungen nicht gefunden wurde. Es liegt bei außergewöhnlich kleinen Energien, die für Quantendots mit ca. 200 Elektronen nicht erwartet werden.

In Zukunft wäre es interessant eine Probenstruktur zu finden, bei der man unter Dauerbeleuchtung die Ladungsträgerzahl N_s abstimmen kann, und zwar sowohl im 2D als auch 0D Fall. Eine Möglichkeit Elektronen kontrolliert in Quantendots zu laden bestünde darin, MIS-Strukturen mit einem Antidotgitter aus Photolack mit einem Metallgate zu bedampfen. Dann kann durch eine Gatespannung die Leitungsbandkante unter das Fermi-Niveau gezogen werden. Für die Interpretation der kollektiven Anregungen in Quantendots wären weitere theoretische Rechnungen vorteilhaft. So müßte man Niveau-Übergänge mit $\Delta N = 2$ in Vielelektronen-Dots betrachten, insbesondere im Hinblick auf das Magnetfeld-Verhalten der besonders stark ausgeprägten SDE₂-Mode, die in den hier untersuchten Dots gefunden wird.

Anhang A

Probenaufbau

Abschließend die Schichtabfolgen der am Mikrostrukturforschungszentrum Hamburg gewachsenen Proben.

A.1 Quantenwells ohne Backgate

15 nm breiter dotierter Quantenwell #139:

50 Å	GaAs	
450 Å	AlGaAs:Si	
150 Å	AlGaAs	
250 Å	GaAs	
100 Å	AlGaAs	} 100 ×
30 Å	GaAs	
5000 Å	GaAs-Buffer	

A.2 Quantenwells mit Backgate

25 nm breiter dotierter Quantenwell mit Übergitter vor dem Backgate (#84):

100 Å	GaAs	
450 Å	AlGaAs:Si	
200 Å	AlGaAs	
250 Å	GaAs	
100 Å	AlGaAs	} 100 ×
30 Å	GaAs	
200 Å	GaAs	
	δ -Si	Backgate
3000 Å	GaAs-Buffer	

Dotierter Quantenwell mit 10 nm Spacer als Tunnelbarriere vor dem Backgate (wie #274 oder #369, die Wellbreite kann zwischen 15 nm und 25 nm variieren.):

50 Å	GaAs	
570 Å	AlGaAs:Si	
200 Å	AlGaAs	
200 Å	GaAs	
100 Å	AlGaAs	Tunnelbarriere
2700 Å	GaAs	
	δ -Si	Backgate
3000 Å	GaAs-Buffer	

Literaturverzeichnis

- [1] K. von Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [2] D. C. Tsui, H. L. Störmer und A. C. Gossard, *Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit*, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
- [3] A. Mooradian und G. B. Wright, *Observation of the interaction of Plasmons with longitudinal Optical Phonons in GaAs*, Phys. Rev. Lett. **16**, 999 (1968).
- [4] C. K. N. Patel und R. E. Slusher, *Light scattering from electron plasmas in a magnetic field*, Phys. Rev. Lett. **21**, 1563 (1968).
- [5] E. Burstein, A. Pinczuk und S. Buchner, *Physics of Semiconductors*, 1231. Institute of Physics, London (1978).
- [6] A. Pinczuk, H. L. Störmer, R. Dingle, J. M. Worlock, W. Wiegmann und A. C. Gossard, *Observation of intersubband excitations in a multilayer two dimensional electron gas*, Solid State Commun. **32**, 1001 (1979).
- [7] G. Abstreiter und K. Ploog, *Inelastic light scattering from a quasi-two-dimensional electron system in GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterojunctions*, Phys. Rev. Lett. **42**, 1308 (1979).
- [8] G. Abstreiter, M. Cardona und A. Pinczuk, *Light Scattering by Free Carrier Excitations in Semiconductors*, In: M. Cardona und G. Günterodt, Hrsg., *Light Scattering in Solids IV*, Vol. 54 aus *Topics in Applied Physics*, Kap. 2, 5–150. Springer, Berlin (1984).
- [9] W. Hayes und R. Loudon, *Scattering of Light by Crystals*. Wiley & Sons, New York (1978).
- [10] A. Pinczuk, S. Schmitt-Rink, G. Danan, J.P. Valladares, L.N. Pfeiffer und K.W. West, *Large Exchange Interaction in the Electron Gas of GaAs Quantum Wells*, Phys. Rev. Lett. **63**, 1633 (1989).

-
- [11] E. Burstein, A. Pinczuk und D. L. Mills, *Inelastic light scattering by carrier excitations of two-dimensional plasmas: theoretical considerations*, Surf. Sci. **98**, 451 (1980).
- [12] A. Pinczuk, J. P. Valladares, D. Heiman, A. C. Gossard, J. H. English, C. W. Tu, L. Pfeiffer und K. West, *Observation of Roton Density of States in Two-Dimensional Landau-Level Excitations*, Phys. Rev. Lett. **61**, 2701 (1988).
- [13] A. Pinczuk, B.S. Dennis, D. Heimann, C. Kallin, L. Brey, C. Tejedor, S. Schmitt-Rink, L.N. Pfeiffer und K.W. West, *Spectroscopic Measurement of Large Exchange Enhancement of a Spin-Polarized 2D Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **68**, 3623 (1992).
- [14] S. Das Sarma und Daw-Wei Wang, *Resonant Raman Scattering by Elementary Electronic Excitations in Semiconductor Structures*, Phys. Rev. Lett. **83**, 816 (1999).
- [15] C. Steinebach, C. Schüller und D. Heitmann, *Resonant Raman scattering of quantum dots*, Phys. Rev. B **59**, 10240 (1999).
- [16] M. A. Reed, R. T. Bate, K. Bradshaw, W. M. Duncan, W. M. Frensley, J. W. Lee und H. D. Smith, *Spatial quantization in GaAs-AlGaAs multiple quantum dots*, J. Vacuum Sci. Technol. B **4**, 358 (1986).
- [17] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage und L. P. Kouwenhoven, *Shell filling and Spin Effects in a Few Electron Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3613 (1996).
- [18] W. Hansen, T. P. Smith, K. Y. Lee, J. A. Brum, C. M. Knoedler, J. M. Hong und D. P. Kern, *Zeeman bifurcation of quantum-dot spectra*, Phys. Rev. Lett. **62**, 2168 (1990).
- [19] Ch. Sikorski und U. Merkt, *Spectroscopy of Electronic States in InSb Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **62**, 2164 (1989).
- [20] T. Demel, D. Heitmann, P. Grambow und K. Ploog, *Nonlocal dynamic response and level crossings in quantum-dot structures*, Phys. Rev. Lett. **64**, 788 (1990).
- [21] R. Strentz, U. Bockelmann, F. Hirler, G. Abstreiter, G. Böhm und G. Weimann, *Single-Particle Excitations in Quasi-Zero- and Quasi-One-Dimensional Electron Systems*, Phys. Rev. Lett. **73**, 3022 (1994).
- [22] P. M. Petroff und S. P. Denbaars, *MBE and MOCVD growth and properties of self-assembling quantum dot arrays in III-V semiconductor structures*, Superlatt. Microstruct. **15**, 15 (1994).
- [23] G. Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures*. les éditions de physique (1992).

- [24] J. C. Slater, *Electrons in perturbed periodic lattices*, Phys. Rev. **76**, 1592 (1949).
- [25] E. O. Kane, *Band structure of Indium Antimonide*, J. Phys. Chem. Sol. **1**, 249 (1957).
- [26] R. Dingle, W. Wiegmann und C. Henry, *Quantum States of Confined Carriers in very thin $Al_xGa_{1-x}As$ - $GaAs$ - $Al_xGa_{1-x}As$ Heterostructures*, Phys. Rev. Lett. **33**, 827 (1974).
- [27] R. Dingle, H. Störmer, A. Gossard und W. Wiegmann, *Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices*, Appl. Phys. Lett. **33**, 665 (1978).
- [28] T. F. Kuech, D. J. Wolford, R. Potemski, J. A. Bradley, K. H. Kelleher, D. Yan, J. P. Farrell, P. M. Lesser und F. H. Pollak, *Dependence of the $Al_xGa_{1-x}As$ band edge on alloy composition based on the absolute measurement of x* , Appl. Phys. Lett. **51**, 505 (1987).
- [29] D. J. Ben-Daniel und C. B. Duke, *Space-charge effects on electron tunneling*, Phys. Rev. **152**, 683 (1966).
- [30] I.-H. Tan, G. Snider und E. Hu, *A self-consistent solution of Schrödinger-Poisson equations using a nonuniform mesh*, J. Appl. Phys. **68**, 4071 (1990).
- [31] B. Jusserand, D. R. Richards, G. Fasol, G. Weimann und W. Schlapp, *Single particle excitations and plasmons in a single asymmetric modulation-doped $GaAs$ quantum well*, Surf. Sci. **229**, 394 (1990).
- [32] W. Kohn und L. J. Sham, *Self-consistent equations including exchange and correlation effects*, Phys. Rev. **140**, A1133 (1965).
- [33] L. J. Sham und W. Kohn, *One-particle properties of an inhomogeneous electron gas*, Phys. Rev. **145**, 561 (1966).
- [34] F. Stern und S. Das Sarma, *Electron energy levels in $GaAs$ - $Ga_{1-x}Al_xAs$ heterojunctions*, Phys. Rev. B **30**, 840 (1984).
- [35] L. Hedin und B. I. Lundquist, *Explicit local exchange-correlation potentials*, J. Phys. C **4**, 2064 (1971).
- [36] G. Bastard, E. E. Mendez, L.L. Chang und L. Esaki, *Variational calculations on a quantum well in an electric field*, Phys. Rev. B **28**, 3241 (1983).
- [37] V. Fock, *Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld*, Zeitschrift für Physik **47**, 446 (1928).
- [38] C. G. Darwin, *The diamagnetism of the free electron*, Proc. Cambridge Philos. Soc. **27**, 86 (1930).

- [39] W. Kohn, *Cyclotron resonance and de Haas-van Alphen oscillations of an interacting electron gas*, Physical Review **123**, 1242 (1961).
- [40] P. A. Maksym und T. Chakraborty, *Quantum dots in a magnetic field: Role of electron-electron interactions*, Phys. Rev. Lett. **65**, 108 (1990).
- [41] L. Jacak, P. Hawrylak und A. Wójs, *Quantum Dots*. Springer, Berlin (1998).
- [42] C. Steinebach, *Self-Consistent Calculation of the Optical Properties of GaAs-AlGaAs Quantum Wires and Dots*, Dissertation, Universität Hamburg (1999).
- [43] I. K. Marmorkos und S. Das Sarma, *Interacting intersubband excitations in parabolic semiconductor quantum wells*, Phys. Rev. B **48**, 1544 (1993).
- [44] M. S-C. Luo, S.L. Chuang, S. Schmitt-Rink und A. Pinczuk, *Many-body effects on intersubband spin-density and charge-density excitations*, Phys. Rev. B **48**, 11086 (1993).
- [45] C. Schüller, G. Biese, K. Keller, C. Steinebach und D. Heitmann, *Single-particle excitations and many-particle interactions in quantum wires and dots*, Phys. Rev. B **64**, R17304 (1996).
- [46] F. Stern, *Polarizability of a two-dimensional electron gas*, Phys. Rev. Lett. **18**, 546 (1967).
- [47] A. V. Chaplik und D. Heitmann, *Geometric resonances of two-dimensional magnetoplasmons*, J. Phys. C **18**, 3357 (1985).
- [48] Y. Yafet, *New Developments in Semiconductors*, p. 469. Nordhoff (1973).
- [49] F. A. Blum, *Inelastic Light Scattering from Semiconductor Plasmas in a Magnetic Field*, Phys. Rev. B **1**, 1125 (1970).
- [50] D. C. Hamilton und A. L. McWorther, *Raman scattering from spin-density fluctuations in n -GaAs*, In: G. B. Wright, Hrsg., *Light Scattering Spectra of Solids*, 309. Springer-Verlag (1969).
- [51] M. Cardona und G. Güntherodt, *Light Scattering in Solids II*, Kap. 1. Springer-Verlag (1982).
- [52] T. Ando, A. B. Fowler und F. Stern, *Electronic properties of two-dimensional systems*, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
- [53] E. Burstein, A. Pinczuk und S. Iwasa, *Raman Scattering by Coupled Plasmon-Longitudinal-Optical-Phonon Modes in Zincblende-Type Crystals*, Phys. Rev. **157**, 611 (1967).

- [54] P. A. Wolff, *Effect of nonparabolicity on light scattering from plasmas in solids*, Phys. Rev. **171**, 436 (1968).
- [55] M. V. Klein, *Electronic Raman scattering*, In: M. Cardona, Hrsg., *Light Scattering in Solids*, Vol. 8 aus *Topics in Applied Physics*, Kap. 4, 147. Springer-Verlag (1975).
- [56] G. Danan, A. Pinczuk, J. P. Valladares, L. N. Pfeiffer, K. W. West und C. W. Tu, *Coupling of excitons with free electrons in light scattering from GaAs quantum wells*, Phys. Rev. B **39**, 5512 (1989).
- [57] S. K. Gandhi, *VLSI Fabrication Principles*. John Wiley & Sons, New York, 2 Auflage (1994).
- [58] D. Gammon, B.V. Shanabrook, J.C. Ryan und D.S. Katzer, *Spin-density waves in a quasi-two-dimensional electron gas*, Phys. Rev. B **41**, 12311 (1990).
- [59] A. Pinczuk und J. M. Worlock, *Light scattering by two-dimensional electron systems in semiconductors*, Surf. Sci. **113**, 69 (1982).
- [60] D. Gammon, B. V. Shanabrook, J. C. Ryan, D. S. Katzer und M. J. Yang, *Exchange and Correlation in the Nonhomogeneous Electron Gas in Semiconductor Heterojunctions*, Phys. Rev. Lett. **68**, 1884 (1992).
- [61] S. Ernst, A. R. Goni, K. Syassen und K. Eberl, *Collapse of the Hartree Term of the Coulomb Interaction in an Very Dilute 2D Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **72**, 4029 (1994).
- [62] A. Schmeller, *Optische Eigenschaften homogener und lateral modulierter Quantentöpfe im nahinfraroten Spektralbereich*, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1994).
- [63] T. P. Smith, B. B. Goldberg, M. Heiblum und P. J. Stiles, *Magnetocapacitance measurements in GaAs Heterostructures*, Surf. Sci. **170**, 304 (1986).
- [64] K. Ensslin, *Ferninfrarot-Spektroskopie und Transportmessungen an AlGaAs/GaAs Heterostrukturen mit abstimmbarer Elektronendichte*, Dissertation, MPI für Festkörperforschung Stuttgart (1989).
- [65] T. Zettler, C. Peters und J. P. Kotthaus, *Grating-assisted Raman scattering in layered two-dimensional electron systems*, Phys. Rev. B **39**, 3931 (1989).
- [66] T. Zettler, C. Peters und J. P. Kotthaus, *Resonant Raman scattering of coupled Magnetoplasmon-Cyclotron Modes in layered two-dimensional electron systems*, Surf. Sci. **229**, 388 (1990).

- [67] E. Batke, D. Heitmann und C. W. Tu, *Plasmon and magnetoplasmon excitation in two-dimensional electron space-charge layers on GaAs*, Phys. Rev. B **34**, 6951 (1986).
- [68] E. Batke, D. Heitmann, J. P. Kotthaus und K. Ploog, *Nonlocality in the two-dimensional plasmon dispersion*, Phys. Rev. Lett. **54**, 2367 (1985).
- [69] A. Pinczuk, B. S. Dennis, L. N. Pfeiffer und K. West, *Observation of Collective Excitations in the Fractional Quantum Hall Effekt*, Phys. Rev. Lett. **70**, 3983 (1993).
- [70] T. Uenoyama und L. J. Sham, *Many-body theory of magneto-optical spectra in doped quantum wells*, Phys. Rev. B **39**, 11044 (1989).
- [71] P.D. Wang, Y.P. Song, C.M. Sotomayor Torres und M.C. Holland, *Optical Emission and Raman Scattering in modulation-doped GaAs-AlGaAs Quantum Wires and Dots*, Superlatt. and Microstruct. **15**, 23 (1994).
- [72] D. J. Lockwood, P. Hawrylak, P. D. Wang, C. M. Sotomayor Torres, A. Pinczuk und B. S. Dennis, *Shell Structure and Electronic Excitations of Quantum Dots in a Magnetic Field Probed by Inelastic Light Scattering*, Phys. Rev. Lett. **77**, 354 (1996).
- [73] Gernot Biese, *Magneto-Raman-Spektroskopie an Quantendrähten und Quantenpunkten*, Dissertation, Universität Hamburg (1996).
- [74] C. Schüller, K. Keller, G. Biese, E. Ulrichs, L. Rolf, C. Steinebach, D. Heitmann und K. Eberl, *Quasiatomic Fine Structure and Selection Rules in Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **80**, 2673 (1998).
- [75] B. Meurer, D. Heitmann und K. Ploog, *Single-Electron Charging of Quantum-Dot Atoms*, Phys. Rev. Lett. **68**, 1371 (1992).
- [76] U. Merkt, J. Huser und M. Wagner, *Energy Spectra of two electrons in a harmonic quantum dot*, Phys. Rev. B **43**, 7320 (1991).
- [77] V. Gudmundson und R. R. Gerhards, *Self-consistent model of magnetoplasmons in quantum dots with nearly parabolic confinement potentials*, Phys. Rev. B **43**, 12098 (1991).
- [78] Christian Schüller. *Raman Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures*. Habilitationsschrift, Universität Hamburg, 1998.
- [79] B. Meurer, D. Heitmann und K. Ploog, *Excitation of three-dimensional quantum dots*, Phys. Rev. B **48**, 11488 (1993).
- [80] V. Gudmundsson, A. Brataas, P. Grambow, B. Meurer, T. Kurth und D. Heitmann, *Bernstein Modes in quantum wires and dots*, Phys. Rev. B **51**, 17744 (1995).

-
- [81] C. Schueller, R. Krahne, G. Biese, C. Steinebach, E. Ulrichs und D. Heitmann, *Multiple cyclotron resonance in GaAs-Al_xGa_{1-x}As quantum wells detected by resonant inelastic light scattering*, Phys. Rev. B **56**, 1037 (1997).
- [82] G. Brozak, B. V. Shanabrook, D. Gammon und D. S. Katzer, *Collective intersubband spin- and charge density excitations in tilted magnetic fields*, Phys. Rev. B **47**, 9981 (1993).
- [83] A. Pinczuk und G. Abstreiter, *Spectroscopy of free carrier excitations in semiconductor quantum wells*, In: M. Cardona und G. Güntherodt, Hrsg., *Light Scattering in Solids V*, Vol. 66 aus *Topics in Applied Physics*, Kap. 4, 153. Springer-Verlag (1989).
- [84] V. Gudmundsson, A. Brataas, C. Steinebach, A. G. Mal'shukov, K.A. Chao und D. Heitmann, *The Effects of Compressible and Incompressible States on the FIR-Absorption of Quantum Wires and Dots in a Magnetic Field*, Physica Scripta **T69**, 150 (1997).
- [85] U. Merkt, *Spectroscopy of inversion electrons in III-V semiconductors*, In: *Festkörperprobleme*, Vol. 27. Vieweg (1987).
- [86] S. M. Sze, *Semiconductor Devices – Physics and Technology*. Wiley and Sons, New York (1985).

Liste eigener Veröffentlichungen

1. C. Schüller, R. Krahn, G. Biese, C. Steinebach, E. Ulrichs, D. Heitmann, and K. Eberl. *Multiple Cyclotron resonances in GaAs-AlGaAs quantum wells detected by inelastic light scattering*. Phys. Rev. B **56**, p. 1037, 1997.
2. E. Ulrichs, G. Biese, C. Steinebach, C. Schüller and D. Heitmann. *One-dimensional Plasmons in Magnetic Fields*. Phys. Rev. B **56**, p. R12760, 1997.
3. E. Ulrichs, C. Schüller, G. Biese, C. Steinebach, D. Heitmann and K. Eberl. *Magneto-Ramanspektroskopie an GaAs-AlGaAs-Quantenwell-, Quantendraht- und Quantenpunktstrukturen*. In: *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, Münster, 1997.
4. E. Ulrichs, G. Biese, C. Steinebach, C. Schüller, D. Heitmann and K. Eberl. *Skipping Orbit Electron Motion in GaAs-AlGaAs Quantum Wires detected by Raman Spectroscopy*. *Proceedings of the OECS5 1997*, Göttingen. In: Phys. Stat. Sol. (a) **164**, no. 277, p. 277, 1997.
5. M. Bähr, E. Ulrichs, G. Biese, C. Steinebach, and C. Schüller, D. Heitmann and K. Eberl. *Eindimensionale Magnetoplasmonen in Quantendrähten*. In: *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, Regensburg, 1998.
6. G. Biese, E. Ulrichs, L. Rolf, C. Schüller, C. Steinebach, S. Bargstädt-Franke, C. Heyn, D. Heitmann and K. Eberl. *Edge spin-density modes in quantum dots in a magnetic field*. *Proceedings of the MSS8 1997*, Santa Barbara. In: Physica E **2**, p. 619, 1998.
7. G. Biese, C. Schüller, E. Ulrichs, L. Rolf, C. Steinebach, D. Heitmann and K. Eberl. *Raman-Spektroskopie an Magnetoplasmonen in Quantumdots*. In: *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, Regensburg, 1998.
8. M. Sasseti, B. Kramer, D. Fichtner, C. Schüller, E. Ulrichs, C. Steinebach and D. Heitmann. *Resonant Raman Scattering from Low-Energy Collective Excitations in Quantum Wires*. *Proceedings of the ICPS 1998*, Jerusalem.

9. C. Schüller, and K. Keller, G. Biese, E. Ulrichs, L. Rolf C. Steinebach, D. Heitmann and K. Eberl. *Quasiatomic Fine Structure and Selection Rules in Quantum Dots*. Phys. Rev. Lett. **80**, p. 2673, 1998.
10. E. Ulrichs, C. Steinebach, C. Schüller, C. Heyn and D. Heitmann. *Coulomb-Interaction Induced Crossover from Confined to Bulk Quantum-Dot States in a Magnetic Field*. *Proceedings of the EP2DS 13 1999*, Ottawa.
11. D. Heitmann, V. Gudmundsson, L. Rolf, C. Schüller, C. Steinebach and E. Ulrichs. *Spectroscopy of Few-Electron Quantum Dots*, Acta Physica Polonica A, **96**, p. 403, 1999.
12. E. Ulrichs, L. Karsten, C. Schüller, Ch. Heyn and D. Heitmann. *Kollektive Anregungen des 2DEGs im Bereich der Reststrahlenbande*. In: *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, Regensburg, 2000.
13. E. Ulrichs, C. Schüller, C. Steinebach, Ch. Heyn, W. Hansen and D. Heitmann. *Spin-Density Nature of Single-Particle Excitations of the Two-Dimensional Electron Gas*. Submitted to Phys. Rev. Lett.

Danksagung

Zum Schluß möchte ich mich bei allen Personen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, bedanken; speziell bedanke ich mich bei

Prof. Dr. Detlef Heitmann, für die Möglichkeit, in seiner Arbeitsgruppe diese Arbeit anzufertigen, sowie für seine stete Anteilnahme und Unterstützung.

Prof. Dr. Ulrich Merkt, für die Übernahme des Zweitgutachtens bei der Dissertation und die gute Zusammenarbeit mit seiner Forschungsgruppe.

Prof. Dr. Wolfgang Hansen, für die Übernahme des Zweitgutachtens bei der Disputation, für die vielen hilfreichen Diskussionen und dafür, daß er immer Zeit hatte einige schnelle Fragen zu beantworten.

PD. Dr. Christian Schüller für die Betreuung auch über große Entfernungen hinweg und für seine ausgezeichnete Qualität komplizierte Zusammenhänge verständlich zu erklären.

Dr. C. Steinebach für seine theoretische Unterstützung, die meistens die experimentellen Ergebnisse hervorragend bestätigte und erklärte.

Roman Krahn und Markus Hochgräfe, für die Unterstützung bei den FIR-Experimenten, sowie Jörg Lohse, für die Hilfe bei den Kapazitätsmessungen und Christian Heyn für die Herstellung der Proben.

Allen Mitgliedern der Gruppen H und W für die entspannte Zusammenarbeit.