Impulserhaltung

1 Versuchsziel

Mit Hilfe von Stoßversuchen von zwei Schlitten auf einer Luftkissenschiene soll die Impulserhaltung in Abhängigkeit von der Masse der Stoßpartner untersucht werden.

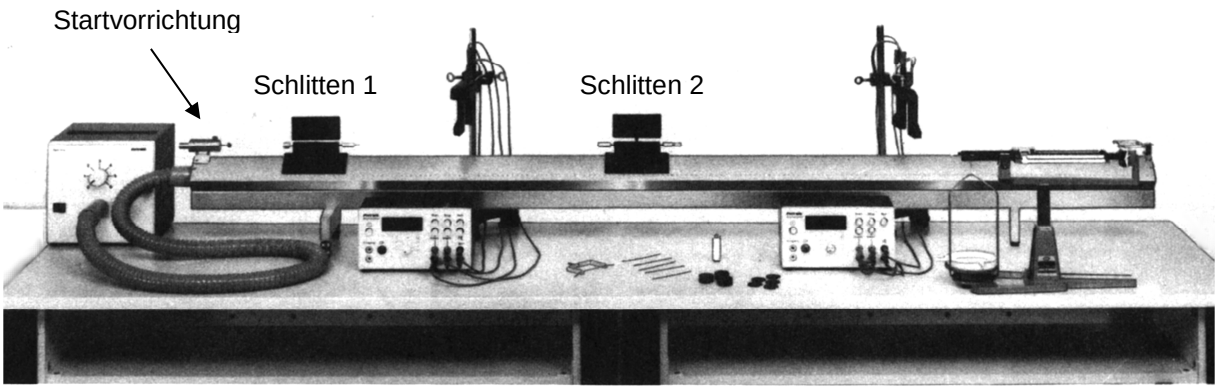

Abb. 1: Experimenteller Aufbau zur Untersuchung der Impulserhaltung

2 Impulserhaltung

Der Impuls eines Körpers ist in der newtonischen Mechanik definiert als Masse des Körper multipliziert mit der Geschwindigkeit. In einem abgeschlossen System, d.h. auf das keine äußeren Kräfte wirken, ist der Impuls stets erhalten. Darunter versteht man, dass der Gesamtimpuls bei allen Ereignissen vor und nach dem Ereignis konstant ist.

Im Versuch soll dies anhand von Stößen dargestellt werden. Hierbei werden nur zentrale Stöße betrachtet, bei denen die Stoßpartner sich in einer Linie bewegen. Der Vektorcharakter des Impulses macht sich dabei nur im Vorzeichen bemerkbar. Man unterscheidet elastische und unelastische Stöße.

Beim **elastischen Stoß** zweier Körper der Massen m_1 und m_2 bleiben kinetische Energie und Impuls erhalten:

Energieerhaltung:
$$\frac{\vec{p}_1^{\,2}}{2m_1} + \frac{\vec{p}_2^{\,2}}{2m_2} = \frac{\vec{p}_1^{\,\prime 2}}{2m_1} + \frac{\vec{p}_2^{\,\prime 2}}{2m_2} \tag{1}$$

Impulserhaltung:
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{\,\prime} + \vec{p}_2^{\,\prime} \tag{2}$$

Dabei sind $\vec{p}_1$,$\vec{p}_2$ die Impulse vor dem Stoß und $\vec{p}_1'$,$\vec{p}_2'$ die Impulse nach dem Stoß. Befindet sich m_2 (Schlitten 2) zunächst in Ruhe ($\vec{p}_2 = 0$), ergibt sich aus den Erhaltungssätzen:

$$\vec{p}_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{p}_1 = -\frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\vec{p}_1 \tag{3}$$

$$\vec{p}_2' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\vec{p}_1 = \frac{2}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\vec{p}_1 \tag{4}$$

Beim **inelastischen Stoß** bleibt nur der Impuls erhalten. Die beiden Wagen vereinen sich und kinetische Energie wandelt sich in Verformungsenergie um. Daraus folgt, dass die Geschwindigkeiten, nicht aber die Impulse, nach dem Stoß gleich sind:

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_2' \implies \vec{p}_1' = \frac{m_1}{m_2}\vec{p}_2' \tag{5}$$

Ist auch hier $\vec{p}_2 = 0$ folgt aus der Impulserhaltung und der Gleichheit der Geschwindigkeiten:

$$\vec{p}_1' = \frac{1}{1+\frac{m_2}{m_1}}\vec{p}_1 \tag{6}$$

$$\vec{p}_2' = \frac{1}{1+\frac{m_1}{m_2}}\vec{p}_1 \tag{7}$$

In den Abbildungen 2 bis 5 werden die Energien und Impulse der beiden Schlitten nach dem Stoß im elastischen (Abb. 2 und 3) und inelastischen (Abb. 4 und 5) Fall verglichen, jeweils als Funktion des Massenverhältnisses der beiden Schlitten.

Die Impulse der Schlitten nach dem elastischen Stoß sind in **Abbildung 2** gezeigt. Die Impulssumme ist konstant, der Impuls ist erhalten. Ferner ist erkennbar, dass Schlitten 1 für $m_1/m_2 < 1$ entgegen seiner Einfallsrichtung gestreut wird. Für $m_1/m_2 = 1$ ist Schlitten 1 nach dem Stoß in Ruhe und der gesamte Impuls ist auf Schlitten 2 übertragen. Für $m_1/m_2 > 1$ gleiten beide Schlitten nach dem Stoß in der gleichen Richtung weiter.

In **Abbildung 3** sind die Energien der Schlitten für den elastischen Stoß gezeichnet. Die Summe der kinetischen Energien ist konstant, die Energie ist erhalten (vgl. Def. des elastischen Stoßes). Schlitten 1 verliert für steigendes Massenverhältnis m_1/m_2 an Energie, bis die Massen beider Schlitten gleich sind. Für diesen Fall trägt Schlitten 2 die gesamte kinetische Energie.

Abbildung 4 zeigt die Impulse der Schlitten nach dem inelastischen Stoß. Auch in diesem Fall ist die Summe der Impulse konstant und der Impuls erhalten. In diesem Versuchsaufbau sind die Geschwindigkeiten der Schlitten nach dem inelastischen Stoss gleich. Dies kann man für $m_1/m_2 = 1$ erkennen, da hier auch $p_1 = p_2$ gelten muss.

Die totale kinetische Energie der beiden Schlitten nach dem inelastischen Stoß ist schließlich in **Abbildung 5** gezeigt. Die kinetische Energie ist nicht erhalten, der Stoß ist inelastisch. Aus der Anfangsenergie (d.h. aus der kinetischen Energie des stoßenden Schlittens) lässt sich der Verlust an kinetischer Energie bestimmen. Da in diesem Versuch die Geschwindigkeiten der beiden Schlitten nach dem inelastischen Stoß gleich sind, ergibt sich aus den diskutierten Formeln, das der Verlust an kinetischer Energie für $m_1/m_2 = 1$ gerade gleich der totalen kinetischen Energie der beiden Schlitten nach dem Stoß ist.

3 Aufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau erfolgt gemäß Abb. 1. Die Schlitten bewegen sich auf einer Luftkissenbahn, so dass keine Reibung berücksichtigt werden muss. Die Startvorrichtung dient zum Starten des Schlittens, wobei durch drei verschiedene Federstellungen definierte und reproduzierbare Anfangsenergien gegeben sind. Es wird nur die energiereichste Federstellung für alle Messungen verwendet.

Zur Bestimmung des Impulses wird mit einem 4-Dekadenzähler die Verdunkelungsdauer der auf dem Schlitten aufgesteckten Blende in der Lichtschranke gemessen. Aus der Dunkelzeit t, der Länge der Blende ℓ und der Gesamtmasse des Schlittens m_{ges} wird der Impuls nach

$$p = m_{ges}\frac{\ell}{t}$$

berechnet. Da der Impuls eine gerichtete Größe ist, müssen Änderungen in der Bewegungsrichtung der Schlitten berücksichtigt werden.

Bei der Variation der Massenverhältnisse ist darauf zu achten, dass die Zusatzmassen jeweils symmetrisch (d.h. auf beiden Seiten des Schlittens) geändert werden. Vor Beginn der Messungen ist die

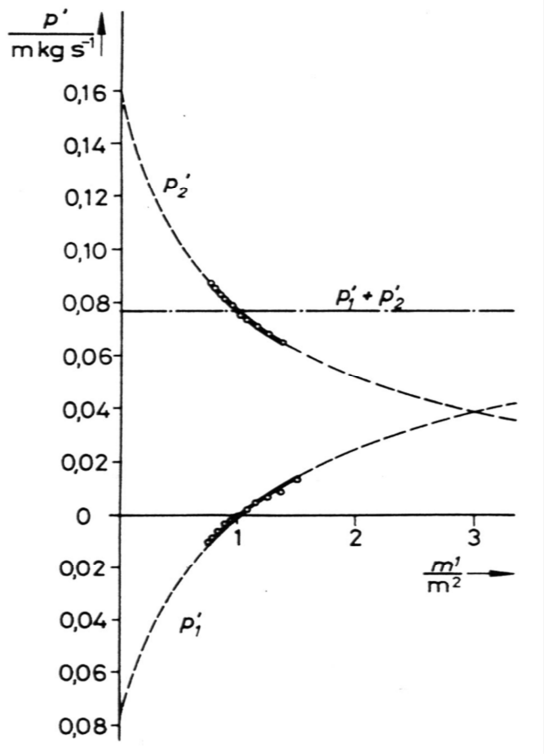

Abb. 2: Elastischer Stoß: Impulse nach dem Stoß als Funktion des Massenverhältnisses der Körper
(- - - theoretische Kurve, -.-.- Gesamtimpuls)

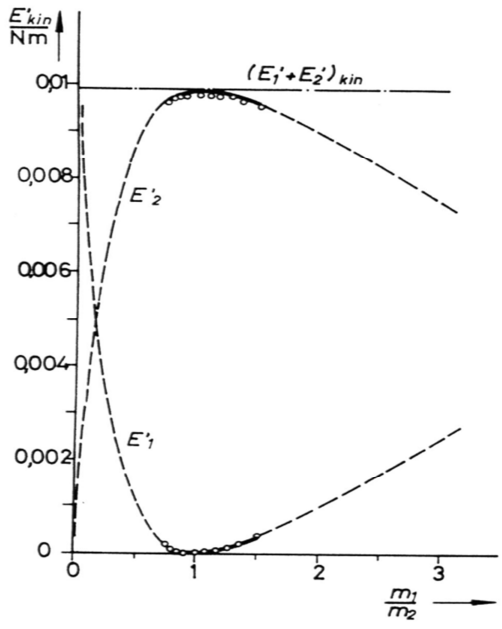

Abb. 3: Elastischer Stoß: Energie nach dem Stoß als Funktion des Massenverhältnisses der Körper
(- - - theoretische Kurve, -.-.- Gesamtenergie)

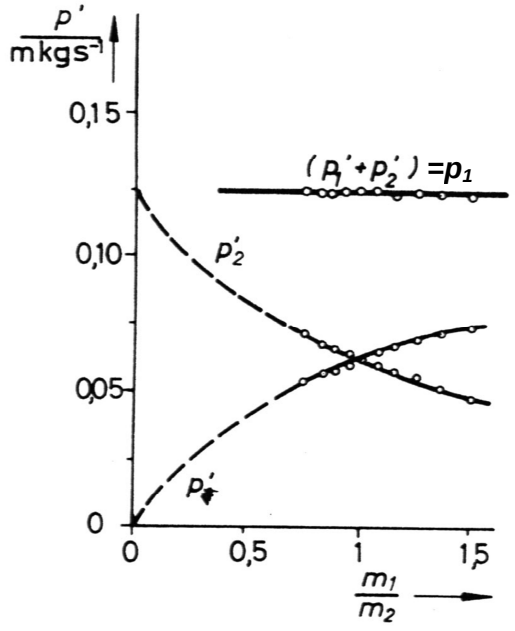

Abb. 4: Inelastischer Stoß: Impulse nach dem Stoß als Funktion des Massenverhältnisses der Körper
(- - - theoretische Kurve, ▬ Gesamtimpuls)

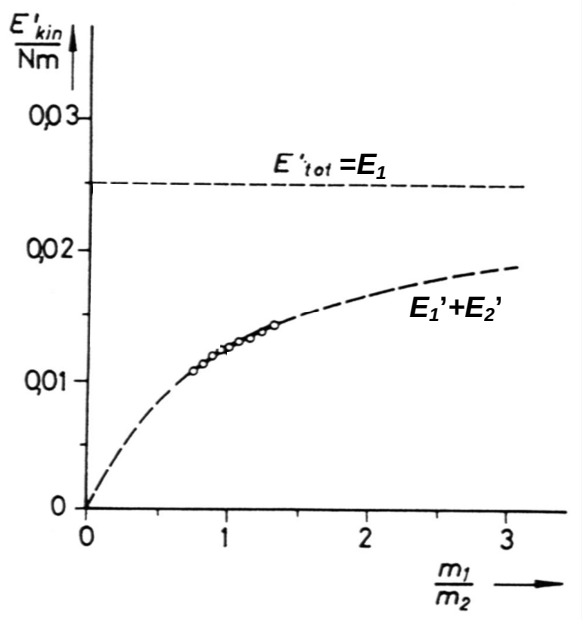

Abb. 5: Inelastischer Stoß: Gesamtenergie nach dem Stoß als Funktion des Massenverhältnisses der Körper (- - - theoretische Kurve)

Bahnjustierung zu kontrollieren – prüfen Sie, ob die Luftkissenbahn waagrecht ist. Änderungen an der Ausrichtung der Luftkissenschiene sind nur nach Absprache mit dem Versuchsbetreuer zulässig.

Zur Vorbereitung wird erwartet, dass Sie eine Vorlage auf einem separaten Blatt anfertigen, in der während der Durchführung des Versuches die Messdaten nur noch eingefügt werden müssen (vorbereitete Messtabellen).

4 Messung

Für beide Stoßarten separat:

- Messen Sie dreimal die Dunkelzeit des stoßenden Schlittens vor dem Stoß.
  Der stoßende Schlitten wird mit 100 g Zusatzmasse beladen.

- Der stoßende Schlitten behält seine Zusatzmasse von 100 g. Der gestoßene Schlitten bekommt Zusatzmassen von 0, 20, 40, …, 140 und 240 g. Messen Sie dreimal die Dunkelzeiten beider Schlitten nach dem Stoß für jede Massenkonfiguration.

- Messen Sie alle weiteren Größen, die Sie außer der Dunkelzeit benötigen, um den Impuls zu berechnen.

5 Auswertung

- Beschreibung des Versuchsaufbaus.

- Aus den Messergebnissen für den elastischen und inelastischen Stoß wird zunächst der Anfangsimpuls bestimmt. Nehmen Sie hierzu jeweils drei Messwerte auf und bilden Sie das arithmetische Mittel der drei Zeiten und die Standardabweichung auf den Mittelwert. Berechnen Sie den Impuls mit Fehler nach Fehlerfortpflanzung.

- Berechnen Sie aus den Messwerten für jedes Massenverhältnis die Impulse beider Schlitten nach dem Stoß sowie deren Summe. Weiterhin soll daraus die kinetische Energie beider Schlitten nach dem Stoß sowie deren Summe bestimmt werden. Geben Sie Ihre Ergebnisse mit Fehler an.

- Tragen Sie für den elastischen und den inelastischen Stoß die einzelnen Impulse und den Gesamtimpuls nach dem Stoß jeweils in ein Diagramm ein. Die x-Achse soll das Massenverhältnis stoßend/gestoßen und die y- Achse die Impulse darstellen. Dies soll danach auch für die kinetische Energien der Schlitten und die kinetische Gesamtenergie gemacht werden. Diskutieren Sie die Graphen: Was ist dargestellt? Welche Trends sind zu erkennen? Gibt es charakteristische Punkte (z.B. Massenverhältnis stoßend/gestoßen =1) an denen die Kurven ein bestimmtes Verhalten zeigen sollten?

- Berechnen Sie mit Hilfe der Formeln (3) und (4) jeweils den theoretischen Kurvenverlauf für den elastischen Stoß. Für den inelastischen Stoß ist der Kurvenverlauf jeweils nach den Formeln (6) und (7) zu bestimmen. Fügen Sie die Theoriekurven in Ihre bestehenden Diagramme mit den Messwerten ein und diskutieren sie die Abweichungen oder Übereinstimmungen.

- Welche Fehlerquellen birgt das Experiment, wie könnte man es verbessern?