INSTITUT FÜR ANGEWANDTE PHYSIK
Physikalisches Praktikum für Studierende der Ingenieurswissenschaften
Universität Hamburg, Jungiusstraße 11

Zustandsgleichung idealer Gase

1. Ziel und Prinzip des Versuchs

In diesem Versuch soll das thermodynamische Verhalten eines näherungsweise idealen Gases untersucht werden.
Der Zustand eines solchen Systems kann durch die Zustandsgrößen Druck p, Temperatur T und Volumen V beschrieben werden.
Zu untersuchen sind die physikalischen Zusammenhänge der Variablen, indem jeweils eine konstant gehalten wird und eine weitere als Funktion der dritten Variablen gemessen wird. Anschließend werden daraus der Ausdehnungskoeffizient α, der Druckkoeffizient β und die Kompressibilität κ bestimmt.

2. Theorie

Um die Grundbegriffe der Thermodynamik zu veranschaulichen, wollen wir als Beispiel das Modell eines idealen Gases genauer untersuchen. Ein solches ideales Gas ist dadurch gekennzeichnet, dass die Gasteilchen wie punktförmige Teilchen der klassischen Mechanik behandelt werden, die außer elastischen Stößen keinerlei Wechselwirkung untereinander zeigen. Elastische Stöße müssen in dieser Modellvorstellung erlaubt sein, da sich sonst kein thermisches Gleichgewicht einstellen kann. Dies kann natürlich nur ein einfaches Näherungsmodell eines realen Gases sein, da die Teilchen ein Eigenvolumen haben und miteinander auch inelastisch wechselwirken. Diese Näherung ist umso besser, je weiter ein Gas von seinem Kondensationspunkt entfernt ist.

Mit dieser einfachen Näherung lassen sich für die Zustandsgrößen Druck p, Temperatur T und Volumen V gewisse Voraussagen machen:

Das Produkt aus Druck und Volumen ist bei einem eingeschlossenen Gas gleichbleibender Temperatur konstant (**Gesetz von Boyle-Mariotte**):

$$p \cdot V\big|_{T=\text{const}} = \text{const}_1$$

Das Volumen eines eingeschlossenen Gases ist der absoluten Temperatur proportional, solange sich der Druck nicht ändert (**1. Gesetz von Gay-Lussac**):

$$\left.\frac{V}{T}\right|_{p=\text{const}} = \text{const}_2$$

Der Druck eines abgeschlossenen Gases ist der absoluten Temperatur proportional, solange das Volumen nicht verändert wird (**2. Gesetz von Gay-Lussac** oder **Gesetz von Amontons**):

$$\left.\frac{p}{T}\right|_{V=\text{const}} = \text{const}_3$$

Obige Gesetze lassen sich zu der Gleichung $p \cdot V = \text{const}_4 \cdot T$ zusammenfassen. Es stellt sich heraus, daß die Konstante proportional zur Teilchenzahl ist. Daraus ergibt sich die **Zustandsgleichung idealer Gase**:

$$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$$

Diese Gleichung ist unabhängig von der chemischen Zusammensetzung des betrachteten Gases. R=8,314 J/(K·mol) wird als universelle Gaskonstante bezeichnet, und ν ist die Gasmenge in Mol. Zur weiteren Charakterisierung werden folgende drei Größen definiert:

Ausdehnungskoeffizient $\alpha = \frac{1}{V_0} \cdot \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_{p=\text{const}}$ mit $V_0 = V(T = 0°C)$

Druckkoeffizient $\beta = \frac{1}{p_0} \cdot \left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_{V=\text{const}}$ mit $p_0 = p(T = 0°C)$

Kompressibilität $\kappa = -\frac{1}{V_0} \cdot \left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_{T=\text{const}}$

Die Kompressibilität κ (kappa) läßt sich auch durch die Koeffizienten α und β ausdrücken. Dazu ist ein mathematischer Einschub erforderlich:

Sei *f(x,y)* eine Funktion zweier Veränderlicher. Die Operation $\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{y=const}$ heißt **partielle Ableitung** und bedeutet, daß *f(x,y)* nach *x* abgeleitet wird, während *y* als konstant angenommen wird. Das **totale Differential** der Funktion *f(x,y)* ist definiert als

$$df = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{y=const} \cdot dx + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x=const} \cdot dy.$$

Es ist ein Maß für die Änderung der Funktion *f(x,y)* bei Änderung von *x* und *y* um *dx* bzw. *dy*.

Die Zustandsgleichung lässt sich auch folgendermaßen schreiben:

$$V = \frac{\nu \cdot R \cdot T}{p}$$

Das Volumen *V* ist also eine Funktion von *p* und *T* (ν ist konstant). Das totale Differential von *V* ist somit:

$$dV = \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_{p=const} \cdot dT + \left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_{T=const} \cdot dp$$

Für konstantes Volumen, d.h. *dV =0*, folgt daraus:

$$\frac{\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_{p=const}}{\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_{T=const}} = -\frac{dp}{dT} = -\left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_{V=const}$$

Das rechte Gleichheitszeichen gilt, weil bei konstantem *V* der Druck *p* nur von *T* abhängt.
Mit den obigen Definitionen für die thermischen Koeffizienten α, β und κ ergibt sich der Zusammenhang

$$p_0 \cdot \beta = \frac{\alpha}{\kappa}.$$

3. Versuchsaufbau

Der Aufbau des Versuchs ist schematisch in der Abbildung 1 wiedergegeben:
Die zu untersuchende Luft ist in einem nach oben abgeschlossenen und unten durch Quecksilber begrenzten Glaskolben eingeschlossen. Die Temperatur wird mit einem thermostatgeregelten Wasserstrom eingestellt, welcher das Messvolumen umgibt. Sie kann an einem Thermometer abgelesen werden. Durch ein vertikal in der Höhe verstellbares Ausgleichsgefäss lässt sich der Druck verändern, der auf das Gas ausgeübt wird.

Der Druck *p* auf das Gas ist die Summe von äusserem Luftdruck p_a und dem Druck Δp, der von den verschieden hohen Quecksilbersäulen erzeugt wird:

$$p = p_a + \Delta p$$

Die Höhendifferenz Δh der beiden Quecksilberoberflächen in mm gibt direkt den Druck Δp in der Einheit mmHg (Milimeter Quecksilbersäule) an[i]. Ein Barometer dient zur Bestimmung des äußeren Luftdrucks p_a. Das Meßvolumen ergibt sich aus der abgelesenen Höhe Δl der Luftsäule bei bekannter Querschnittsfläche A[ii] des Rohres.

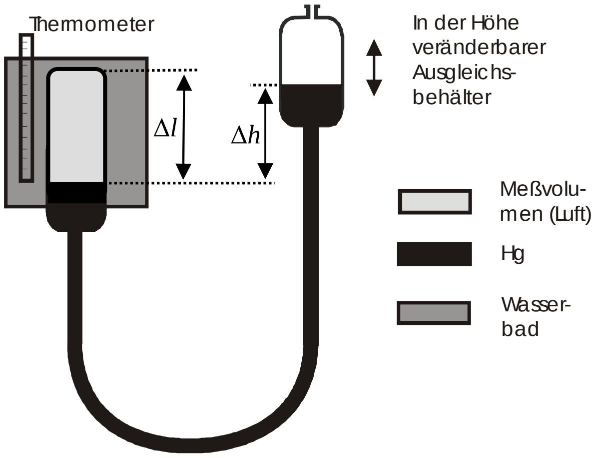

Abbildung 1: Skizze des Versuchsaufbaus

4. Aufgaben

Man zeige, dass Luft sich in dem einstellbaren Temperatur- und Druckbereich wie ein ideales Gas verhält, indem man

a) das Volumen als Funktion der Temperatur bei konstantem Druck (1. Gesetz von Gay-Lussac),

b) das Volumen als Funktion des Druckes bei konstanter Temperatur (Gesetz von Boyle-Mariotte),

c) den Druck als Funktion der Temperatur bei konstantem Volumen (2. Gesetz von Gay-Lussac),

d) den Ausdehnungskoeffiziente*n* α, den Druckkoeffizienten β sowie die Kompressibilität κ bestimmt.

Achtung: Das Ausgleichsgefäß ist zur Reduzierung gesundheitsschädlicher Quecksilberdämpfe mit einem Gummipfropfen verschlossen. Für die Zeit der Messung muß dieser entfernt werden. Wenn nicht gemessen wird ist das Gefäß immer verschlossen zu halten!

Theoretische Werte: $\alpha = 1/273{,}15\ \mathrm{K} = 3{,}661\cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$
$\beta = 1/273{,}15\ \mathrm{K} = 3{,}661\cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$
$\kappa = 1/p_0$ (Der genaue Wert hängt von der in diesem Versuch unbekannten Stoffmenge der Luft ab.)

[i] 1 mmHg = 1 Torr = 1,33322 mbar und 1 mbar = 1 hPa
[ii] Querschnittsfläche des Rohres: $A = 1{,}02\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$